

वर्तुळांवरील पाचव्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे मागील व्याख्यानात स्पर्शिकेच्या समीकरणासाठी आम्ही सूत्रे काढली होती आणि वर्तुळाला सामान्य असे बिंदूपासून वर्तुळापर्यंतच्या स्पर्शिकेच्या लांबीच्या अंतरासाठी एक अभिव्यक्ती देखील काढली होती. म्हणून या व्याख्यानात आपण मागील व्याख्यानात काय केले होते याची उजळणी करण्यासाठी आपण स्पर्शिकेशी संबंधित काही समस्या ah या वर्तुळात घेऊ आणि त्यानंतर वर्तुळाच्या संदर्भात बिंदूची शक्ती म्हणजे काय ते परिभाषित करू.

तंतोतंत होण्यासाठी दोन वर्तुळांमधील संबंधांचा अभ्यास करणार आहोत, आपण दिलेल्या कोणत्याही दोन वर्तुळांच्या सामाईक स्पर्शिकेची अभिव्यक्ती काढणार आहोत, म्हणून आपण फक्त दोन समस्या सोडवण्यापासून सुरुवात करू या, तर येथे पहिला प्रश्न आहे की तो स्पर्शिका असे म्हणतो.

pt हे वर्तुळावर काढले जाते x चौरस अधिक y चौरस बिंदूच्या मुळावर चार बरोबरीचे तीन स्वल्पविराम एक त्यामुळे या बिंदूवर वर्तुळात स्पर्शिका काढली जाते 1 स्पर्शिकेला लंब असलेली सरळ रेषा pt आहे दुसऱ्या वर्तुळाची स्पर्शिका जी या समीकरणाद्वारे दिली जाते आणि आम्हाला विचारले जाते की या सरळ रेषेसाठी कोणती संभाव्य समीकरणे आहेत 1 जी पहिल्या स्पर्शिकेला लंब असते परंतु सरळ रेषा 1 ही स्वतःच काही अन्य वर्तुळाची स्पर्शिका असते.

तर आकृतीद्वारे हे समजावून सांगण्याचा प्रयत्न करूया

, म्हणजे पहिले वर्तुळ x चौरस अधिक y चौरस चार होते, म्हणून आपण येथे समन्वय अक्ष काढू या, हा y अक्ष आहे आणि हा x अक्ष आहे असे म्हणू या.

पहिले वर्तुळ x चौरस आहे अधिक y चौरस चार आहे म्हणून या विशिष्ट वर्तुळाचे मूळ केंद्र आहे आणि त्रिज्या दोन इतकी आहे म्हणून पहिले वर्तुळ c एक आहे म्हणून पहिले वर्तुळ c एक या चार बिंदूंच्या बिंदूमधून जाणार आहे दाखवले आहे कारण त्याची त्रिज्या दोन च्या बरोबरीची आहे

त्यामुळे ते असे काहीतरी दिसेल म्हणजे हे आपले वर्तुळ c एक आहे आणि दुसरे वर्तुळ c दोन आहे ज्याचे समीकरण x वजा तीन पूर्ण चौरस अधिक y चौरस वर दिले आहे e

त्यामुळे साहजिकच या वर्तुळाचे केंद्र उह तीन स्वल्पविराम शून्यावर आहे, जे येथे आहे आणि तिची त्रिज्या एका बरोबर आहे, म्हणून हे दुसरे वर्तुळ c दोन आहे, जेणेकरून तुम्ही हे पाहू शकता की ही दोन्ही वर्तुळे प्रत्येकाला स्पर्श करणार आहेत.

इतर या बिंदूवर जे दोन स्वल्पविराम शून्य आहे असे म्हटले जाते की स्पर्शिकेचा pt पहिल्या वर्तुळात p बिंदूवर काढला जातो जो तीन स्वल्पविराम एक चे वर्गमूळ आहे म्हणून बिंदू p हे 3 स्वल्पविराम 1 चे वर्गमूळ आहे तर आपण कुठे पाहू.

हा बिंदू आहे म्हणून या बिंदूचा y समन्वय 1 आहे आणि x समन्वय आहे म्हणून तो हा बिंदू असावा कारण हा एकमेव बिंदू आहे हा बिंदू पहिल्या चतुर्थांशात आहे आणि त्याचा ay समन्वय 1 च्या बरोबर आहे

त्यामुळे y समन्वय 1 च्या बरोबरीचा आहे तर हा एकच बिंदू आहे म्हणून हा आपला p आहे आणि p ते पहिल्या वर्तुळ c 1 मधील स्पर्शिका असे काहीतरी दिसेल

त्यामुळे ही स्पर्शिका pt होणार आहे म्हणून हे आपले आहे म्हणूया की हे d आहे तर हे आहे लाल रेषा ही प्रथम वर्तुळ c वन आणि नंतर i ची स्पर्शिका pt आहे s म्हटले की सरळ रेषा 1 pt ला लंब ही या दुसऱ्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे म्हणून ती सरळ रेषा 1 ही pt ला लंब आहे म्हणून ah शोधण्यासाठी म्हटले आहे आणि मग अर्थातच याला देखील स्पर्शिका आहे असे म्हटले आहे.

इतर वर्तुळ तर आपल्याला या स्पर्शिकेचे समीकरण कसे शोधायचे आहे याचे उत्तर खरेच नाही कारण आपण फक्त pt बदल फक्त माहिती वापरत आहोत ती म्हणजे ही सरळ रेषा 1 pt ला लंब आहे

त्यामुळे फक्त काय या स्पर्शिकेचा उतार हा महत्त्वाचा आहे,

म्हणून जर तुम्ही या स्पर्शिकेचा pt बघितला तर या स्पर्शिकेचा pt चा उतार शोधणे फार कठीण नाही पण असे म्हटले जाते की सरळ रेषा 1 ही pt ला लंब आहे म्हणून जेव्हा आपण म्हणतो की ते pt ला लंब आहे याचा अर्थ असा आहे की o हे मूळ आहे असे म्हणू या आता आपल्याला माहित आहे की हा ah हा रेषाखंड op pt ला लंब असणे आवश्यक आहे कारण हे 90 अंश असणे आवश्यक आहे हे स्पर्शिकेच्या गुणधर्मांमुळे आहे e1f आणि मग ते म्हणतात की सरळ रेषा 1 देखील pt ला लंब आहे

त्यामुळे याचा अर्थ काय आहे की सरळ रेषा 1 मुळात या रेषाखंडास समांतर असेल

त्यामुळे सरळ रेषा 1 op ला समांतर असेल म्हणून या सरळ साठी रेषा 1 आता उतार शोधणे खूप सोपे आहे

त्यामुळे सरळ रेषेचा उतार 1 फक्त op च्या उताराच्या बरोबरीचा असेल जो समान असेल म्हणजे एक वजा शून्य भागिले तीन वजा शून्याचे वर्गमूळ असेल जे तीनच्या वर्गमूळाच्या एकाने समान आहे कारण हा बिंदू p हे तीन स्वल्पविराम एकचे वर्गमूळ आहे आणि o मूळ आहे

त्यामुळे उतार शोधणे खूप सोपे आहे आणि म्हणून 1 चे समीकरण y समान असेल mx अधिक c ला म्हणजे x भागाकार x हा उतार अधिक c ने गुणाकार केला असेल जेथे c हा स्थिरांक आहे म्हणून हे सरळ रेषेचे समीकरण आहे आणि कारण प्रश्न आपल्याला विचारत आहे की या चार शक्यतांपैकी कोणती शक्यता वैध आहे 1 साठी समीकरण जसे की ही रेषा आहे 1 या

वर्तुळासाठी या लहान वर्तुळाची स्पर्शिका असणे आवश्यक आहे आता जर ही सरळ रेषा स्पर्शिका असायची असेल तर याचा अर्थ असा की फक्त एक बिंदू आहे जिथे सरळ रेषा असणे आवश्यक आहे c2 वर्तुळाला स्पर्श करा म्हणून समजा एखादा बिंदू असेल तर समजा की 1 c दोन ला एखाद्या बिंदूला x स्वल्पविराम y ला स्पर्श करतो तर समजा की 1 c दोन ला कधीतरी x स्वल्पविराम y ला स्पर्श करतो तर हे स्पष्ट होईल की या बिंदूचे समन्वय कुठे आहेत 1 आणि c दोन एकमेकांना स्पर्श करतात या बिंदूच्या समन्वयाने या समीकरणाचे तसेच या समीकरणाचे समाधान करणे आवश्यक आहे

त्यामुळे ही दोन्ही समीकरणे समाधानी असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून आपण ही दोन समीकरणे एकाच वेळी सोडवण्याचा प्रयत्न

केला तर आपण काय करू शकतो ते आपण बदलू शकतो.

y द्वारे x द्वारे मूळ तीन अधिक c म्हणून मग आपल्याला मिळेल म्हणून आपल्याकडे मुळात ही दोन समीकरणे आहेत जी सरळ रेषेच्या छेदनबिंदूच्या निर्देशांक x आणि y द्वारे समाधानी असणे आवश्यक आहे

1 वर्तुळ c दोन सह या समीकरणात याच्या बरोबर y ठेवा आणि आपल्याला हे समीकरण येथे मिळेल आता असे म्हटले जाते की 1 प्रश्नात 1 असणे आवश्यक आहे असे म्हटले आहे की 1 प्रत्यक्षात या वर्तुळाची स्पर्शिका c दोन असणे आवश्यक आहे.

1 या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे c दोन

तर सरळ रेषा 1 आणि c दोन मध्ये छेदनबिंदूचा एकच बिंदू असावा म्हणजे या समीकरणाचे फक्त एकच समाधान असले पाहिजे जर तुम्ही येथे पाहिले तर हे समीकरण प्रत्यक्षात द्विघात आहे.

x मध्ये चतुर्भुज

त्यामुळे संभाव्यतः c च्या मुल्यावर अवलंबून असल्यावर तुम्हाला माहित आहे की सर्वसाधारणपणे X चे दोन सोल्यूशन्स असू शकतात पेक्षा जास्त असू शकतात परंतु नंतर विचार असा आहे की आपण हा c अशा प्रकारे निवडला पाहिजे की फक्त एक आहे या समीकरणात x चे समाधान येथे किंवा मुळात दोन्ही मुळे समान असणे आवश्यक आहे, जर आपण असे ac निवडले तर संबंधित रेषा मुळात c दोन वर्तुळाला एकाच ठिकाणी स्पर्श करेल म्हणून आपण हे समीकरण उघडले तर आपल्याला काय मिळेल आणि t .

जर आपण पदांची पुनर्रचना केली तर आपल्याला येथे हे समीकरण मिळेल

त्यामुळे मुळे समान असण्यासाठी मुळात अट अशी आहे की भेदभाव 0 असावा

त्यामुळे येथे भेदभाव $2c$ असेल मूळ 3 वजा 6 पूर्ण वर्ग वजा 4 वेळा 4 बाय 3 सोळा म्हणजे सोळा बाय तीन गुणिले आठ अधिक c वर्ग त्यामुळे या समीकरणाची मुळे समान असतील तरच या द्विघात समीकरणाचा भेदभाव शून्य असेल आणि मग आपण हे समीकरण आणखी सोपे करू शकतो

त्यामुळे आपल्याला हे मिळेल येथे पहिले पद आहे आणि नंतर आपल्याकडे या समीकरणात आहे कारण आपण पाहू शकतो की स्वतः c मध्ये चतुर्भुज आहे म्हणून आपल्याला मिळते म्हणून आपण हे सर्व उजव्या बाजूला घेतल्यास आपल्याला $4c$ वर्ग वजा 8 गुणा रूट 3 सॉरी अधिक आठ वेळा मिळेल a गुणिले रूट तीन मध्ये c अधिक तेवीस बाय तीन समान शून्य आणि नंतर c ची दोन मूल्ये c ची समान वजा मूळ तीन अधिक वजा तीन वजा पाच बाय तीन म्हणजे c ची दोन मूल्ये ही n आहेत आणि जर आपण त्यांना आणखी सोपे केले तर er नंतर ही इतर दोन मूल्ये म्हणजे ही दोन मूल्ये आहेत जी आपल्याला c साठी मिळतात आणि नंतर ही मूल्ये समीकरणात परत ठेवूया म्हणजे समीकरण 1 चे होते म्हणून सरळ रेषेचे समीकरण 1 y बरोबर x बरोबर रूट तीन होते अधिक c म्हणून पहिल्या केससाठी जेथे c मूळ तीनने उणे एक आहे 1 रेषेचे समीकरण x मूळ तीन वजा एक मूळ तीन द्वारे होते म्हणजे x उणे मूळ 3 मध्ये y बरोबर 1 होते आणि हे एक ओव्हरच्या शक्यतेशी जुळते येथे a बरोबर आहे म्हणून आपण दुसरी शक्यता पाहू या जेथे c हे मूळ तीन द्वारे उणे पाच आहे म्हणून जर आपण ते तेथे ठेवले तर जर आपण c समान वजा पाच बाय मूळ तीन असे ठेवले तर आपल्याला x उणे मूळ तीन y समान पाच असे समीकरण मिळेल आणि हे दुर्दैवाने हे समीकरण

चारपैकी कोणत्याही पर्यायामध्ये नाही

त्यामुळे पर्याय हा योग्य पर्याय आहे आता दुसरी समस्या घेऊ या या समस्येमध्ये असे म्हटले आहे की pq आणि rs हे त्रिज्या r च्या वर्तुळाच्या pr व्यासाच्या टोकाशी स्पर्शिका असू द्या.

आमच्याकडे जे आहे ते a we ha आहे ve a वर्तुळ आणि pr हे वर्तुळाच्या व्यासाच्या त्रिज्यापैकी एक आहे r आणि असे म्हणतात की हे rs आहे म्हणून pq आणि rs दोन्ही या वर्तुळाच्या स्पर्शिका आहेत असे म्हणतात की जर ps आणि rq असेल तर ही सरळ रेषा आहे ps आणि इथे आपल्याकडे rq ही सरळ रेषा आहे म्हणून असे म्हटले जाते की हे दोन बिंदू q आणि s असे आहेत की ps आणि rq एका बिंदूला छेदतात ज्यावर आहेत म्हणून ते येथे एकमेकांना छेदतात आणि q आणि s असे आहेत की हा छेदनबिंदू आहे ps आणि rq हे वर्तुळाच्या परिघावर आहेत

त्यामुळे तसे झाल्यास आपण वर्तुळाच्या व्यास दोन r बदल pq आणि rs या लांबीच्या बाबतीत काय म्हणू शकतो कारण तेथे संबंध असणे आवश्यक आहे म्हणून आपण हे समज दुसऱ्याकडे नेतो पुढील स्लाईडवर आपल्याजवळ एक वर्तुळ आहे याप्रमाणे आपण असे म्हणू या की हे केंद्र आहे o आपल्याकडे व्यास pr आहे वर्तुळाची त्रिज्या r आहे आणि नंतर असे म्हटले जाते की आपल्याकडे rs आणि pq या दोन स्पर्शिका आहेत पण ते आहे म्हंटले की या लांबी

त्यामुळे या दोन स्पर्शिका आहेत dpc ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहेत परंतु नंतर त्यांची लांबी या दोन स्पर्शिकांची लांबी अशी आहे की जर मी p ला s ला जोडले आणि जर मी r ला q ला जोडले तर लाल आणि हिरव्या रंगात काढलेल्या त्या सरळ रेषा त्या बिंदूवर तंतोतंत छेदतील.

वर्तुळाचा घेर जो हा बिंदू आहे म्हणून मी हेतुपुरस्सर हेतुपुरस्सर काढला होता की या बिंदूतून जाण्यासाठी मी ही हिरवी रेषा काढली होती का आणि r कारण हाच प्रश्न विचारत आहे की काय आहे तर आपण हे कसे निवडायचे? दोन बिंदू q आणि s म्हणून आपल्याला या रिक्त स्थानांच्या $pqrns$ च्या संदर्भात व्यासाची अभिव्यक्ती शोधण्यास सांगितले जाते जसे की या दोन सरळ रेषा ज्या या स्पर्शिकांच्या या बिंदू p च्या बिंदू p पासून बिंदूच्या s पर्यंत आहेत.

दुसरी स्पर्शिका आणि दुसरी सरळ रेषा या दुसऱ्या स्पर्शिकांच्या संपर्काच्या बिंदूपासून वर्तुळाच्या बिंदूपासून पहिल्या स्पर्शिकांच्या बिंदूपासून q बिंदूपर्यंत आहे म्हणून हे दोघे एकमेकांना छेदत आहेत असे म्हणतात की मी एक ha .

s ही लांबी अशा रीतीने निवडायची की या दोन रेषा एका बिंदूला छेदतात आणि तो बिंदू परिघावर असला पाहिजे म्हणजे ती वर्तुळाच्या परिघावर असली पाहिजे ही महत्त्वाची अट आहे आणि अर्थातच हा छेदनबिंदू आहे.

x म्हणतात म्हणून येथे आपण या समस्येचे निराकरण करण्यासाठी ah चा वापर करणार आहोत, आपण यावर अवलंबून आहोत हे लक्षात घेते की येथे सर्वात महत्त्वाची वस्तुस्थिती अशी आहे की या दोन रेषा वर्तुळाच्या परिघावरील एका बिंदूला छेदतात

त्यामुळे हे सर्वात महत्वाचे तथ्य आहे जे आपल्याला उपयुक्त ठरेल.

आम्हाला आणि ते हायस्कूलपासून परिघावरील एका बिंदूला छेदतात म्हणून आम्हाला माहित आहे की हा कोन नव्वद अंश असेल जर या दोन रेषांचा छेदनबिंदू वर्तुळाच्या परिघावर नसेल तर हा कोन 90 अंश असू शकत नाही आता हा 90 असल्यामुळे हा कोन थीटा आहे असे म्हणू या कारण हा कोन थीटा आहे आणि ही सरळ रेषा आहे

त्यामुळे ही सुद्धा 90 अंश आहे म्हणून जर आपल्याला हा काटकोन त्रिकोण दिसत असेल तर $1e$ px क्यूब नंतर आपल्याकडे थीटा आणि नऊ t आहेत

त्यामुळे हा कोन π बाय दोन वजा थीटा असला पाहिजे कारण pq ही स्पर्शिका आहे हा कोन opq 90 हा 90 आहे आणि त्या कोनाचा हा भाग π बाय 2 वजा थीटा आहे याचा अर्थ असा होतो की हे कोन थीटा असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून आता जर तुम्ही हा त्रिकोण आरएसपी पाहिला जो काटकोन त्रिकोण आहे तो r वर काटकोन आहे त्याचा कोन आरएसपी असेल कारण हा थीटा आहे हा पाई बाय 2 वजा थीटा असेल आणि नंतर फक्त आता हे स्पष्ट झाले आहे की या काटकोन त्रिकोणाचे 3 कोन ps आहेत आणि rpq चे तीन कोन सारखेच आहेत कारण एक कोन 90 डिग्री आहे, दुसरा थीटा आहे आणि तिसरा कोन पाई बाय 2 वजा थीटा आहे दोन्ही मध्ये.

केसेस कारण त्रिकोणासाठी rpq हा कोन असणार आहे कारण हा 90 आहे आणि हा थीटा आहे हा कोन साहजिकच π बाय दोन वजा थीटा असेल आणि या दोन त्रिकोणांचे तीन कोन समान असल्याने हे दोन त्रिकोण सारखेच आहेत म्हणून मी आहे फक्त हे टी काढत आहे wo त्रिकोण वेगळे म्हणून मी प्रथम हा त्रिकोण rps काढत आहे

त्यामुळे तो r वर काटकोन आहे p वरील कोन θ आहे आणि नंतर मी rpq देखील काढत आहे जो p वर काटकोन आहे जेव्हा rpq मध्ये हा कोन pqr थीटा आहे कारण हे दोन त्रिकोण आहेत समानता गुणोत्तराप्रमाणे आपल्याकडे आहे की rs भागिले rp हे याने भागलेल्या rp ने भागलेल्या pq ने भागलेल्या सारखे असले पाहिजे आणि येथून rp चा वर्ग pq गुणिले rs आहे आणि rp हे pqk गुणिले rs चे वर्गमूळ आहे पण rp व्यास दोन r शिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून हे मुळात असे दर्शविते की व्यास हे या दोन स्पर्शिकेच्या लांबीच्या गुणाकाराचे वर्गमूळ नसून दुसरे काही नाही आणि तो मुळात पर्याय आहे तर पुढे आपण पाहू या की शक्ती म्हणजे काय? वर्तुळाच्या संदर्भात एक बिंदू म्हणून दुसरा आपण येथे या वर्तुळाचा विचार करू ज्याचा केंद्र o आहे आणि समजा की आपल्याकडे p बिंदू आहे आणि आपण या बिंदू p ची शक्ती या वर्तुळाच्या संदर्भात परिभाषित करू.

या बिंदूपासून या वर्तुळापर्यंत स्पर्शिकेची चौरस लांबी म्हणून आपण असे म्हणू की pt ही स्पर्शिका आहे pt ही स्पर्शिका आहे p या बिंदूपासून वर्तुळापर्यंत तर या वर्तुळाच्या संदर्भात p बिंदूची शक्ती c च्या बरोबर आहे असे म्हणू या pt या लांबीचा चौरस pt करा आणि नंतर आपण एक अतिशय मनोरंजक परिणाम देखील सिद्ध करू की समजा आता आपण p पासून सुरू होणारी कोणतीही सरळ रेषा बांधतो जी या वर्तुळाला a आणि b या दोन बिंदूवर कट करते

त्यामुळे ही कोणतीही सरळ रेषा असू शकते

त्यामुळे कोणतीही अनियंत्रित सरळ रेषा म्हणून आपण येथे ही सरळ रेषा म्हणू या आणि ती ही सरळ रेषा a आणि b बिंदूवर वर्तुळ कापते आणि नंतर आपण दाखवू की pa गुणा pb हा pt वर्गाच्या बरोबरीचा आहे आणि ही p या बिंदूची शक्ती आहे

त्यामुळे त्याचे गुणाकार या दोन लांबी म्हणजे या p बिंदूपासून ते दोन बिंदूपर्यंतच्या लांबी आहेत जेथे सरळ रेषेने वर्तुळ कापले आहे आणि हे कोणत्याही सरळ रेषेसाठी खरे आहे, म्हणून जरी मी काढली असती तरीही आपण अशी दुसरी रेषा म्हणू या आणि मी fa आणि b असे होते तर pa वेळा pb मला अजूनही pt वर्गाचे समान मूल्य देईल कारण लक्षात ठेवा pt वर्ग हे मूल्य फक्त p या बिंदूच्या समन्वयावर अवलंबून असते आणि मग मी दावा करत आहे की जर मी p वरून कोणतीही सरळ रेषा काढली तर मी फक्त कोणतीही अनियंत्रित सरळ रेषा काढली तर या बिंदू p आणि ज्या बिंदूंमध्ये ही अनियंत्रितपणे रेखाटलेली सरळ रेषा वर्तुळ कापते त्या बिंदूंमधील या दोन लांबीचा गुणाकार

त्यामुळे मी त्या दोन अंतरांचा गुणाकार घेतला तर ते बिंदूच्या बळाएवढे होईल हा बिंदू p वर्तुळाच्या संदर्भात आहे म्हणून आपण हे सत्य सिद्ध करूया

त्यामुळे हे सिद्ध करण्यासाठी आपण प्रथम येथे वर्तुळाच्या मध्यभागी हे दोन बिंदू a आणि b

जोडू या आणि pb हा बिंदू t या बिंदूशी जोडू या a ला a आणि t ला देखील जोडेल आता आपण असे म्हणूया की हा कोन थीटा आहे मग हायस्कूल भूमितीवरून आपल्याला माहित आहे की कोन जर कंसाने कमी केला असेल तर कोन कंसाने कमी केला असेल तर आपण हा आर्क ab येथे म्हणू या केंद्र म्हणून मी या कोनाबद्दल बोलत आहे, परिघावरील कोणत्याही बिंदूवर समान कमानीने कमी केलेल्या कोनाच्या दुप्पट कोन असतो, म्हणून जर आपण हा बिंदू t घेतला तर परिघावरील t या बिंदूवर या चाप ab द्वारे कमी केलेला कोन थीटा आहे आणि म्हणून मध्यभागी समान कमानीने घटवलेला कोन दोन थीटा असणार आहे त्याचप्रमाणे आता या कंसाने परिघावरील b या बिंदूवर या कमानीने घटवलेल्या कोनात असलेल्या या दुसऱ्या कमानाचा विचार करू या, तो ϕ ने दर्शवू या नंतर त्याच परिणामावरून वर्तुळाच्या केंद्रस्थानी या कमानीने कमी केलेला कोन आपण पूर्वी वापरला होता तो या कोनाच्या दुप्पट असणार आहे जो दोन फाई आहे आणि आता आपण पाहिल्यास हा कोन थेट प्लस फाई च्या बरोबरीचा आहे कारण तो त्याचा बाह्य कोन आहे.

त्रिकोण त्रिकोण बॅटचा कोन देखील जर आपण या त्रिकोणाच्या बॅटकडे पाहिले तर तो समद्विभुज त्रिकोण आहे कारण ही लांबी आणि ही लांबी या वर्तुळाच्या त्रिज्याएवढी आहे आणि म्हणून हा आणि हा कोन a re समान आणि ते नव्वद अंश उणे थीटा अधिक ϕ समान आहेत

त्यामुळे आता 90 अंश उणे थीटा अधिक ϕ आहे कारण हा pt या बिंदूवर या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे t कोन pto 90 अंश आहे आणि म्हणून हा कोन atp 90 च्या समान असणे आवश्यक आहे अंश उणे थीटा अधिक हा दुसरा कोन जो ϕ च्या बरोबरीचा आहे

त्यामुळे आता जर आपण हा त्रिकोण पाहिला तर $aptapt$ हा कोन θ अधिक ϕ हा कोन ϕ आहे त्याचप्रमाणे दुसरा त्रिकोण bpt $bptbpt$ आहे

त्यामुळे b वरील कोन देखील ϕ आहे माफ करा चला चला त्रिकोण btp विचारात घ्या tp हा कोन btp θ अधिक ϕ

आहे म्हणून आपण फक्त या दोन त्रिकोणांकडे पाहून असे म्हणू शकतो की त्रिकोणाचा टॅप त्रिकोण btp सारखा आहे कारण या दोन त्रिकोणांचे तीनही कोन समान आहेत आणि ते आहेत समानता गुणोत्तरांच्या समानतेवरून आपल्याला समजते की ap भागिले pt हे pt भागिले pv सारखे असले पाहिजे

आणि मग येथून हे स्पष्ट होते की pt वर्ग हा pa गुणा pb आहे

त्यामुळे हे विधान सिद्ध होते म्हणून आम्ही येथे एक छोटेसे उदाहरण देण्याचा प्रयत्न करू

हे सत्य स्पष्ट करण्यासाठी आम्ही नुकतेच

मागील स्लाईडमध्ये सिद्ध केले होते जे pb मध्ये pa होते pt स्केअरच्या बरोबरीचे असते

त्यामुळे हा समन्वय अक्ष आहे .

x आणि y अक्ष दर्शविले आहे आपले मूळ येथे आहे आणि आपण असे म्हणूया की आपल्याकडे एक वर्तुळ आहे ज्याचे केंद्र येथे पाच स्वल्पविराम तीन येथे आहे फक्त एक अनियंत्रित वर्तुळ आणि आपण म्हणू या की त्याची त्रिज्या दोन आहे म्हणून ते असे काहीतरी आहे आणि चला आता आपण p बिंदूचा विचार करू ज्याचे समन्वय r ज्याचे समन्वय दोन वजा दोन आहेत तर स्पष्टपणे या बिंदू p ची या वर्तुळाच्या संदर्भात या बिंदू p पासून या वर्तुळापर्यंतच्या स्पर्शिकेची चौरस लांबी असेल

त्यामुळे हे बहुधा असेल स्पर्शिका म्हणून या बिंदूची शक्ती p हा या लांबीचा वर्ग आहे pt आता हा pt शोधणे फार कठीण नाही चला p ला या वर्तुळाच्या मध्यभागी o येथे जोडू या आपण पाहतो की हे त्रिकोण भांडे काटकोन त्रिकोण आहे आणि त्यानंतर पायथागोरसच्या प्रमेयावरून ओटी स्केअर अधिक ओटी स्केअर ऑप स्केअर बरोबर आहे

आता स्पष्टपणे या वर्तुळाची त्रिज्या दोन आहे आणि म्हणून ओटी स्केअर 4 आहे कारण ot ही वर्तुळ op स्केअरची त्रिज्या आहे कारण आपल्याला o आणि दोन्हीचे समन्वय माहित आहेत पाप स्केअर म्हणजे पाच वजा दोन पूर्ण स्केअर अधिक तीन वजा दोन पूर्ण स्केअर आणि हे चौतीस चौतीस निघते आणि म्हणून जेव्हा आपण या दोन मूल्यांचा या समीकरणात वापर करतो तेव्हा आपल्याला pt चौरस समान तीस मिळतो

त्यामुळे या बिंदूची पाँवर p दोन या वर्तुळाच्या संदर्भात स्वल्पविराम वजा दोन ही तीस आहे आता आपण आणखी काही मुद्द्याचा विचार करू या, आपण नऊ स्वल्पविराम पाच म्हणू या म्हणजे हे नऊ स्वल्पविराम पाच आहे आणि आपण या pn नऊ स्वल्पविराम पाचला एका सरळ रेषेने जोडू या आणि म्हणू या की हा सरळ रेषा स्पष्टपणे वर्तुळाला दोन बिंदू a आणि b वर कापते आता आपण ही लांबी pa शोधण्याचा प्रयत्न करू आणि pb त्यांचे उत्पादन घेईल आणि ते उत्पादन 30 च्या समान आहे की नाही हे सत्यापित करू कारण ते wha आहे t आपण मागील स्लाईडमध्ये दाखवले होते आता जर आपल्याला ही सरळ रेषा इथे दिसली तर सरळ रेषेचे समीकरण असे आहे की जर कोणताही बिंदू असेल तर आपण सरळ रेषेवर x स्वल्पविराम y म्हणू या तर y उणे उणे 2 भागले.

x उणे दोन या रेषेच्या उताराच्या बरोबरीने असणे आवश्यक आहे जे पाच वजा दोन भागिले नऊ वजा दोन आहे म्हणून जर आपण हे सोपे केले तर या रेषेचे समीकरण y समान x वजा 4 y बरोबर x वजा 4 आता येईल समीकरण म्हणून आता आपल्याला या लाल रेषा आणि वर्तुळातील छेदनबिंदूंच्या या दोन बिंदूंचे समन्वय शोधायचे आहेत आणि या वर्तुळाचे समीकरण या समीकरणाद्वारे दिलेले आहे हे दोन बिंदू शोधण्यासाठी या दोन बिंदूंच्या समन्वयांनी या दोन्ही सरळ रेषांचे समाधान केले पाहिजे समीकरण आणि वर्तुळाचे हे समीकरण आता y बरोबर x उणे 4 आहे कारण या y च्या जागी x वजा 4 घेतल्यास x वजा पाच पूर्ण वर्ग अधिक x वजा सात पूर्ण वर्ग चार आहे आणि आपण पाहू शकतो की आपल्याला आता काय मिळाले आहे आहे x मधील द्विघात समीकरण

त्यामुळे आपल्याला x ची दोन भिन्न मूल्ये मिळतील जी छेदनबिंदूंच्या या दोन बिंदूंच्या x निर्देशांकाशी सुसंगत असतील म्हणून x चे पहिले मूल्य जे आपल्याला स्पष्टपणे मिळते ते x बरोबर पाच आहे कारण आपण x बरोबर पाच असे ठेवतो डाव्या हाताची बरोबरी डाव्या हाताची बाजू चार असेल म्हणून एक उपाय x बरोबर पाच असेल आणि जेव्हा x पाच असेल तेव्हा y समन्वय एक असावा म्हणून हा बिंदू जो हा बिंदू आहे आणि दुसरा उपाय आहे या समीकरणासाठी x सात च्या बरोबरीचे आहे कारण जेव्हा x सात च्या बरोबरीचे असते तेव्हा ही संज्ञा शून्य असते आणि हे चार असते तेव्हा x सात असते तेव्हा y तीन असते आणि हा छेदाचा दुसरा बिंदू आहे आता आपण हे अंतर सहज शोधू शकतो p आणि pb pa आहे वर्गमूळाच्या बरोबरीचे ज्याचे वर्गमूळ अठरा इतके येते आणि pb हे तीनचे वर्गमूळ वजा दोन पूर्ण वर्ग अधिक सात वजा दोन पूर्ण वर्ग जे पन्नास p चे वर्गमूळ pb मध्ये येते ते आता अठरा चे वर्गमूळ आहे n गुणिले पन्नास जे तीस च्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे आपण पाहतो की

pa आणि pb चे गुणाकार या बिंदूच्या p च्या बळाच्या बरोबरीचे आहेत

त्यामुळे आपण हे व्याख्यान संपवून पुढील लेक्चरमध्ये नवीन विषय सुरू करू.

दोन वर्तुळातील सामाईक स्पर्शिका तुमचे धन्यवाद