

পূর্ববর্তী বক্তৃতায় বৃত্তের পাঁচটি বক্তৃতায় স্বাগত জানাই, আমরা স্পর্শকের সমীকরণের সূত্র তৈরি করেছিলাম এবং একটি বৃত্তের জন্য স্বাভাবিক আমরা একটি বিন্দু থেকে একটি বৃত্ত পর্যন্ত স্পর্শকের দৈর্ঘ্যের দূরত্বের জন্য একটি অভিব্যক্তিও তৈরি করেছিলাম।

তাই এই বক্তৃতায় আমরা গত বক্তৃতায় আমরা যা করেছি তা সংশোধন করার জন্য একটি বৃত্তের স্পর্শক ah সম্পর্কিত কয়েকটি সমস্যা নিয়ে যাব  
এবং তারপরে আমরা একটি বৃত্তের ক্ষেত্রে একটি বিন্দুর শক্তি বলতে কী বোঝায় তা সংজ্ঞায়িত করব।

সুনির্দিষ্ট হওয়ার জন্য দুটি বৃত্তের মধ্যে সম্পর্কের সম্পর্ক অধ্যয়ন করতে যাচ্ছি আমরা যেকোন দুটি প্রদত্ত বৃত্তের সাধারণ স্পর্শকগুলির জন্য অভিব্যক্তি বের করতে যাচ্ছি

তাই আসুন শুধুমাত্র দুটি সমস্যার সমাধান দিয়ে শুরু করি

তাই এখানে প্রথম প্রশ্নটি এটি বলে যে একটি স্পর্শক pt বৃত্তে টানা হয় x বর্গ প্লাস y বর্গ সমান চার বিন্দু মূলে তিন কমা এক

তাই এই বিন্দুতে একটি স্পর্শক বৃত্তে টানা হয় একটি সরল রেখা l ট্যানজেন্ট pt এর লম্ব অন্য একটি বৃত্তের স্পর্শক যা এই সমীকরণ দ্বারা দেওয়া হয় এবং আমাদের জিজ্ঞাসা করা হয় যে

এই সরল রেখার সম্ভাব্য সমীকরণগুলি কী কী 1 যা প্রথম স্পর্শকের সাথে লম্ব হয় কিন্তু সরলরেখা l নিজেই অন্য কোনো বৃত্তের স্পর্শক।

সুতরাং আসুন আমরা চিত্রের মাধ্যমে এটি ব্যাখ্যা করার চেষ্টা করি

যাতে প্রথম বৃত্তটি ছিল x বর্গ এবং y বর্গ সমান চার,

তাই আসুন এখানে স্থানাঙ্ক অক্ষ আঁকুন আমরা বলি এটি y অক্ষ এবং এটি হল x অক্ষ যা আমাদের এখানে উত্স রয়েছে

তাই প্রথম বৃত্ত হল x বর্গ প্লাস y বর্গ সমান চার

তাই এই নির্দিষ্ট বৃত্তের উৎপত্তিস্থলে কেন্দ্র রয়েছে এবং ব্যাসার্ধ দুটির সমান

তাই প্রথম বৃত্তটি c এক

তাই প্রথম বৃত্ত c এক এই চারটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাবে দেখিয়েছি কারণ এটির ব্যাসার্ধ দুটির সমান

তাই এটি এরকম কিছু দেখাবে

তাই এটি আমাদের বৃত্ত c একটি এবং অন্য বৃত্ত c দুটি রয়েছে যার সমীকরণ x বিয়োগ তিনটি পুরো বর্গ প্লাস y বর্গ সমান e

তাই স্পষ্টতই এই বৃত্তের একটি কেন্দ্র আছে উহ তিনটি কমা শূন্য

তাই যা এখানে রয়েছে এবং একটি ব্যাসার্ধ একটির সমান

তাই এটি অন্য বৃত্ত c দুই যাতে আপনি দেখতে পারেন যে এই দুটি বৃত্ত একে একে স্পর্শ করতে যাচ্ছে অন্য এই বিন্দুতে যা দুটি কমা শূন্য বলা হয় যে একটি স্পর্শক pt একটি বিন্দু p এ প্রথম বৃত্তের দিকে টানা হয় যা তিনটি কমা একটির বর্গমূল

তাই p বিন্দুটি 3 কমা 1 এর বর্গমূল

তাই দেখা যাক কোথায় এই বিন্দুটি

তাই এই বিন্দুর y স্থানাঙ্ক 1

তাই এবং x স্থানাঙ্ক

তাই এটি এই বিন্দু হওয়া উচিত কারণ এটিই একমাত্র বিন্দু এই বিন্দুটি প্রথম চতুর্ভুজে রয়েছে এবং 1 এর সমান ay স্থানাঙ্ক রয়েছে

তাই y স্থানাঙ্ক 1 এর সমান

তাই একমাত্র বিন্দু হল এটি

তাই এটি আমাদের p এবং

প্রথম বৃত্ত c 1 এ p এ স্পর্শকটি এরকম কিছু দেখাবে

তাই এটি স্পর্শক pt হতে চলেছে

তাই এটি আমাদের বলা যাক এটি d

তাই এটি এই লাল রেখা হল স্পর্শক pt প্রথম বৃত্ত c এক এবং তারপর এটি i s বলেছে যে একটি সরল রেখা l

pt-এর লম্ব এই অন্য বৃত্তের একটি স্পর্শক

তাই এটি শুধু বলেছে যে সরল রেখা l pt এর লম্ব

তাই

ah বের করতে এবং তারপর অবশ্যই বলা হয় যে এটি এটিরও একটি স্পর্শক অন্য বৃত্ত

তাই কিভাবে আমরা সত্যিই এই স্পর্শক এর সমীকরণ খুঁজে বের করতে হবে উত্তরটি আসলেই তা নয় কারণ আমরা

কেবলমাত্র pt সম্পর্কে একমাত্র তথ্য যা ব্যবহার করা হচ্ছে তা হল এই সরল রেখা l pt এর লম্ব

তাই কি বিষয় হল এই স্পর্শক pt এর ঢাল

তাই আপনি যদি এই স্পর্শক pt এর দিকে তাকান তাহলে এই স্পর্শক pt এর ঢাল খুঁজে পাওয়া খুব কঠিন নয় কিন্তু তারপর বলা হয় যে সরলরেখা l pt এর লম্ব

তাই যখন আমরা বলি যে এটি  $pt$ -এর সাথে লম্ব হল এর মানে হল যে আমরা বলি  $o$  হল উৎপত্তি  $e1f$  এবং তারপরে তারা বলে যে সরলরেখা  $l$  ও  $pt$ -এর লম্ব

তাই এর মানে হল যে সরলরেখা  $l$  মূলত এই রেখার অংশের সমান্তরাল হবে

তাই সরলরেখা  $l$   $op$ -এর সমান্তরাল

তাই এই সোজার জন্য রেখা  $l$  এখন ঢাল খুঁজে পাওয়া খুব সহজ

তাই সরলরেখার ঢাল  $l$  সরলভাবে  $op$  এর ঢালের সমান হবে যা সমান

তাই এটি হবে এক বিয়োগ শূন্যের সমান হবে তিন বিয়োগ শূন্যের বর্গমূল দিয়ে ভাগ করলে যা তিনের বর্গমূল দ্বারা একের সমান কারণ এই বিন্দু  $p$ টি আসলে তিনটি কমা একের বর্গমূল এবং  $o$  এর উৎপত্তি

তাই ঢাল খুঁজে পাওয়া খুব সহজ এবং

তাই  $l$  এর সমীকরণটি  $y$  ধরনের হবে সমান  $mx$  প্লাস  $c$  এর জন্য

তাই এটি হবে  $x$  ভাগ  $x$  ঢাল যোগ  $c$  দ্বারা গুণিত যেখানে  $c$  একটি ধ্রুবক

তাই এটি সরলরেখা  $l$  এর সমীকরণ এবং কারণ প্রশ্নটি আমাদের জিজ্ঞাসা করছে যে এই চারটি সম্ভাবনার মধ্যে কোনটি বৈধ  $l$  জন্য সমীকরণ যেমন এটি আসলে এই রেখাটি  $l$  এই বৃত্ত থেকে এই ছোট বৃত্তের কাছে একটি স্পর্শক হতে হবে এখন যদি এই সরলরেখাটিকে একটি স্পর্শক হতে হয় তাহলে এর অর্থ হল একটি মাত্র বিন্দু যেখানে সরলরেখা অবশ্যই থাকতে হবে বৃত্ত  $c2$  স্পর্শ করুন

তাই ধরুন যদি একটি বিন্দু থাকে তাহলে ধরুন যে  $l$  কোনো বিন্দুতে  $c$  দুই স্পর্শ করে  $x$  কমা  $y$  তাহলে আমরা বলি যে  $l$  কোনো বিন্দুতে  $c$  দুই স্পর্শ করে  $x$  কমা  $y$  তাহলে এটা পরিষ্কার যে এই বিন্দুর স্থানাঙ্ক যেখানে  $l$  এবং  $c$  দুটি পরস্পরকে স্পর্শ করে এই বিন্দুর স্থানাঙ্কগুলি অবশ্যই এই সমীকরণের পাশাপাশি এই সমীকরণটিকেও সন্তুষ্ট করবে

তাই এই দুটি সমীকরণকেই সন্তুষ্ট করতে হবে এবং

তাই যদি আমরা এই দুটি সমীকরণ একসাথে সমাধান করার চেষ্টা করি তবে আমরা যা করতে পারি তা হল আমরা এটি প্রতিস্থাপন করতে পারি  $y$  দ্বারা  $x$  দ্বারা রুট থ্রি প্লাস  $c$  তাহলে আমরা পাই

তাই আমাদের কাছে মূলত এই দুটি সমীকরণ রয়েছে যা বৃত্ত  $c$  দুই এর সাথে  $l$  সরলরেখার ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $x$  এবং  $y$  দ্বারা সন্তুষ্ট হতে হবে

তাই আমরা সহজভাবে এই সমীকরণে এই  $y$  এর সমান রাখুন এবং আমরা এখানে এই সমীকরণটি পেয়েছি এখন বলা হচ্ছে যে যেহেতু  $l$  বলা হয়েছে যে প্রশ্নে  $l$  অবশ্যই একটি হতে হবে

তাই বলা হয় যে  $l$  অবশ্যই এই বৃত্তের একটি স্পর্শক হতে হবে  $c$  দুটি

তাই যদি  $l$  এই বৃত্তের একটি স্পর্শক  $c$  দুই তাহলে সরলরেখা  $l$  এবং  $c$  দুটির মধ্যে ছেদ করার শুধুমাত্র একটি বিন্দু থাকা উচিত যার মানে এই সমীকরণের শুধুমাত্র একটি সমাধান থাকা উচিত যদি আপনি এখানে দেখতে পান যে এই সমীকরণটি আসলে দ্বিঘাতিক এই সমীকরণটি  $x$ -এ চতুর্ভুজ

তাই সম্ভাব্যভাবে  $c$  এর মানের উপর নির্ভর করে আপনি জানেন যে সাধারণভাবে  $x$  এর দুটি সমাধান হতে পারে তার চেয়ে বেশি হতে পারে কিন্তু তারপর ধারণা হল যে আমাদের এই  $c$  এমনভাবে নির্বাচন করা উচিত যাতে শুধুমাত্র একটি থাকে এই সমীকরণে এখানে  $x$  এর সমাধান বা মূলত উভয় মূলই সমান হতে হবে

তাই যদি আমরা এই ধরনের  $ac$  নির্বাচন করি তাহলে সংশ্লিষ্ট রেখাটি মূলত একটি স্থানে  $c$  দুই বৃত্তকে স্পর্শ করবে

তাই এই সমীকরণটি খুললে আমরা যা পাই তা হল এবং  $t$  হেন যদি আমরা পদগুলিকে পুনর্বিन্যাস করি তাহলে আমরা এখানে এই সমীকরণটি পেয়ে যাব

তাই মূলগুলি সমান হওয়ার জন্য শর্তটি হল যে বৈষম্যকারীটি  $0$  হওয়া উচিত

তাই এখানে বৈষম্যকারীটি  $2$  গ হবে মূল দ্বারা  $3$  বিয়োগ  $6$  পুরো বর্গ বিয়োগ  $4$  বার  $4$  বাই  $3$  ষোল যা ষোল বাই তিন গুণ আট যোগ  $c$  বর্গ

তাই এই সমীকরণটি এই দ্বিঘাত সমীকরণের সমান মূল আছে যদি এবং শুধুমাত্র যদি এই দ্বিঘাত সমীকরণের বৈষম্য শূন্যের সমান হয় এবং তারপরে আমরা এই সমীকরণটিকে আরও সরল করতে পারি

তাই আমরা এটি পাব এখানে প্রথম টার্ম এবং তারপরে আমাদের এই সমীকরণটি রয়েছে যেহেতু আমরা দেখতে পাচ্ছি  $c$  তে চতুর্ভুজ

তাই আমরা পাই

তাই যদি আমরা এই সমস্তটি ডান দিকে নিই তাহলে আমরা  $4c$  বর্গ বিয়োগ  $8$  গুণ মূল  $3$  দুঃখিত প্লাস আট বার পাব  $a$  গুণ রুট তিন এ  $c$  যোগ বিশ বাই তিন সমান শূন্য এবং তারপর  $c$  এর দুটি মান  $c$  এর সমান বিয়োগ মূল তিন যোগ বিয়োগ তিন বিয়োগ পাঁচ বাই তিন

তাই  $c$  এর দুটি মান হল এই  $n$  এবং যদি আমরা তাদের সরলীকরণ করি  $er$  তারপর এই অন্য দুটি মান

তাই এই দুটি মান যা আমরা  $c$  এর জন্য পাই এবং তারপরে আমরা এই মানগুলিকে সমীকরণে আবার রাখি

তাই সমীকরণটি  $l$  এর ছিল

তাই সরলরেখার সমীকরণটি  $l$  এর সমীকরণটি রুট তিন দ্বারা  $x$  এর সমান প্লাস  $c$

তাই প্রথম ক্ষেত্রে যেখানে  $c$  রুট তিন দ্বারা বিয়োগ এক হয় লাইন  $l$  এর সমীকরণ  $x$  হয় রুট তিন দ্বারা বিয়োগ এক রুট তিন দ্বারা যা  $x$  বিয়োগ রুট  $3y$  সমান  $1$  হয় এবং এটি একটি ওভারের সম্ভাবনার সাথে মেলে এখানে  $a$  সঠিক

তাই আসুন আমরা অন্য সম্ভাবনাটি দেখি যেখানে  $c$  মূল তিন দ্বারা বিয়োগ পাঁচ,

তাই যদি আমরা সেখানে রাখি তাহলে যদি আমরা  $C$  রাখি তাহলে মূল তিন দ্বারা বিয়োগ পাঁচের সমান আমরা  $x$  বিয়োগ রুট

তিন  $y$  সমান পাঁচ এবং এটি দুর্ভাগ্যবশত এই সমীকরণটি

চারটি বিকল্পের কোনোটির মধ্যে নেই

তাই বিকল্পটি সঠিক পছন্দ, আসুন এখন আরেকটি সমস্যা নেওয়া যাক এই সমস্যাটিতে বলা হয়েছে যে  $pq$  এবং  $rs$  কে  $r$  ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের  $pr$  ব্যাসের প্রান্তে স্পর্শক হতে দিন আমাদের যা আছে তা হল আমরা  $ha$   $ve$  একটি বৃত্ত এবং  $p$  বৃত্তের ব্যাসার্ধের একটি হল  $r$  এবং বলা হয় যে

তাই এটি  $rs$

তাই  $pq$  এবং  $rs$  উভয়ই এই বৃত্তের স্পর্শক বলা হয় যে যদি  $ps$  এবং  $rq$  হয় তবে এটি সরলরেখা  $ps$  এবং এখানে আমাদের  $rq$  সরলরেখা রয়েছে

তাই বলা হয় এই দুটি বিন্দু  $q$  এবং  $s$  এমন যে  $ps$  এবং  $rq$  একটি বিন্দুতে ছেদ করে যা এখানে থাকে

তাই তারা এখানে ছেদ করে এবং  $q$  এবং  $s$  এমন যে এই বিন্দুটি ছেদ করে  $ps$  এবং  $rq$  বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত

তাই যদি তা হয় তবে আমরা  $pq$  এবং  $rs$  দৈর্ঘ্যের পরিপ্রেক্ষিতে বৃত্তের দুই  $r$  ব্যাস সম্পর্কে কী বলতে পারি কারণ সেখানে সম্পর্ক থাকতে হবে

তাই আমরা এই বোঝাটিকে অন্যের দিকে নিয়ে যাই পরের স্লাইডে আমাদের কাছে একটি বৃত্ত আছে এইরকম একটি বৃত্ত আছে আমরা বলি এটিকে কেন্দ্র  $o$  আমাদের একটি ব্যাস আছে  $pr$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $r$  এবং তারপর বলা হয় যে আমাদের দুটি স্পর্শক আছে  $rs$  এবং  $pq$  কিন্তু এটি হল বলেছেন যে এই দৈর্ঘ্য

তাই এই দুটি স্পর্শক  $rs$   $an$   $dpq$  হল বৃত্তের স্পর্শক কিন্তু তারপরে তাদের দৈর্ঘ্য এই দুটি স্পর্শকের দৈর্ঘ্য এমন যে আমি যদি  $p$  কে  $s$  এর সাথে সংযোগ করি এবং যদি আমি  $r$  কে  $q$  এর সাথে সংযুক্ত করি তাহলে লাল এবং সবুজ রঙে আঁকা সরল রেখাগুলো ঠিক একটি বিন্দুতে ছেদ করবে বৃত্তের পরিধি যা এই বিন্দু

তাই আমি উদ্দেশ্যপ্রণোদিতভাবে উদ্দেশ্যপ্রণোদিতভাবে আমি আঁকেছিলাম এই বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাওয়ার জন্য আমি কি এই সবুজ রেখাটি আঁকেছিলাম এবং  $r$  কারণ এটিই প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করছে যে কী

তাই আমাদের এইগুলি কীভাবে বেছে নেওয়া উচিত দুটি বিন্দু  $q$  এবং  $s$

তাই আমাদেরকে এই ফাঁকা  $pqnrs$  এর পরিপ্রেক্ষিতে ব্যাসের অভিব্যক্তি খুঁজে বের করতে বলা হয়েছে

যাতে এই দুটি সরল রেখা যা একটি আঁকা হয় এই স্পর্শকের এই বিন্দু  $p$  এর বিন্দু  $p$  থেকে বিন্দুর  $s$  পর্যন্ত।

অন্য স্পর্শক এবং অন্য সরলরেখাটি এই অন্য স্পর্শকটির যোগাযোগের বিন্দু থেকে বৃত্তে যা প্রথম স্পর্শকের বিন্দু  $r$  থেকে  $q$  বিন্দুতে ছেদ করছে

তাই এই দুটিকে ছেদ করছে বলা হয় যে আমি এক হায় করব এই দৈর্ঘ্যটিকে এমনভাবে বেছে নিতে হবে যাতে এই দুটি রেখা একটি বিন্দুতে ছেদ করে এবং সেই বিন্দুটি অবশ্যই পরিধির উপর হতে হবে যাতে এটি গুরুত্বপূর্ণ শর্ত যে এটি অবশ্যই বৃত্তের পরিধির উপর

থাকবে এবং অবশ্যই এই ছেদ বিন্দুটি  $x$  বলা হয়

তাই এখানে আমরা এই সমস্যাটি সমাধান করার জন্য  $ah$  ব্যবহার করব আমরা নির্ভর করি আমরা বুঝতে পারি যে এখানে সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ সত্য হল যে এই দুটি রেখা বৃত্তের পরিধির একটি বিন্দুতে ছেদ করে

তাই এটি সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ সত্য যা কাজে লাগবে আমরা এবং উচ্চ বিদ্যালয় থেকে

তারা পরিধির একটি বিন্দুতে ছেদ করে বলে আমরা জানি যে এই কোণটি নব্বই ডিগ্রির সমান হবে যদি এই দুটি রেখার ছেদ বিন্দুটি বৃত্তের পরিধিতে না হয় তবে এই কোণটি 90 ডিগ্রি নাও হতে পারে এখন কারণ এটি 90 আমরা বলি যে এই কোণটি এখন থিটা কারণ এই কোণটি থিটা এবং এটি একটি সরল রেখা

তাই এটি 90 ডিগ্রি

তাই যদি আমরা এই সমকোণ ত্রিভুজ দেখি  $1e$   $px$  কিউব তাহলে আমাদের থিটা এবং নাইন টি আছে

তাই এই কোণটি অবশ্যই  $pi$  বাই দুই বিয়োগ থিটা হতে হবে যেহেতু  $pq$  একটি স্পর্শক এই কোণ  $opq$  90 এটি 90 এবং সেই কোণের এই অংশটি পাই বাই 2 বিয়োগ থিটা মানে এটি অনুসরণ করে যে এটি কোণটি অবশ্যই থিটা হতে হবে এবং

তাই এখন আপনি যদি এই ত্রিভুজটি  $rsp$  দেখেন যা একটি সমকোণ ত্রিভুজও এটি সমকোণ  $r$  এর কোণ  $rsp$  হতে

চলেছে কারণ এটি থিটা এটি 2 বিয়োগ থিটা দ্বারা পাই হবে এবং তারপরে এখন দেখলে এটা স্পষ্ট যে এই সমকোণ ত্রিভুজের 3টি কোণ হল  $ps$  এবং  $rpq$ -এর তিনটি কোণ একই কারণ একটি কোণ হল 90 ডিগ্রি অন্যটি থিটা এবং তৃতীয় কোণটি উভয় ক্ষেত্রেই 2 বিয়োগ থিটা দ্বারা পাই।

ক্ষেত্রে কারণ ত্রিভুজ  $rpq$  এর জন্য এই কোণটি হতে চলেছে কারণ এটি 90 এবং এটি থিটা এই কোণটি স্পষ্টতই পাই দ্বারা দুই বিয়োগ থিটা হবে এবং যেহেতু এই দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ একই এই দুটি ত্রিভুজ একই রকম

তাই আমি করছি শুধু এই টি অঙ্কন  $wo$  ত্রিভুজ আলাদাভাবে

তাই আমি প্রথমে এই ত্রিভুজটি  $rps$  আঁকছি

তাই এটি  $r$ -এ সমকোণ কোণ হল  $p$ -এ কোণ হল থিটা এবং তারপর আমি  $rpq$ ও আঁকছি যা  $p$ -এ সমকোণ যখন  $rpq$ -এ এই কোণ  $pqr$  হল থিটা যেহেতু এই দুটি ত্রিভুজ হল সাদৃশ্য অনুপাত থেকে আমাদের কাছে রয়েছে যে  $rp$  দ্বারা বিভক্ত  $rs$  অবশ্যই সমান হতে হবে এটি

দ্বারা ভাগ করা  $rp$  কে  $pq$  দ্বারা ভাগ করা হয় এবং এখান থেকে এটি অনুসরণ করে যে  $rp$  বর্গ হল  $pq$  গুণ  $rs$  এবং

তাই  $rp$  হল  $pq$  বার  $rs$  এর বর্গমূল কিন্তু  $rp$  ব্যাস দুই  $r$  ব্যতীত কিছুই নয়

তাই এটি মূলত দেখায় যে ব্যাসটি এই দুটি স্পর্শকের দৈর্ঘ্যের গুণফলের বর্গমূল ছাড়া আর কিছুই নয় এবং এটি মূলত বিকল্প একটি

তাই পরবর্তীতে দেখা যাক এর শক্তি বলতে কী বোঝায় একটি বৃত্তের সাপেক্ষে একটি বিন্দু

তাই দ্বিতীয়ত আসুন আমরা এখানে এই বৃত্তটি বিবেচনা করি যার কেন্দ্র হল  $o$  এবং ধরুন আমাদের এখানে একটি বিন্দু  $p$  আছে এবং আমরা এই বৃত্তের সাপেক্ষে  $p$  বিন্দুর শক্তিকে সংজ্ঞায়িত করি এই বিন্দু থেকে এই বৃত্ত পর্যন্ত স্পর্শকের বর্গাকার দৈর্ঘ্য

তাই আমরা বলি যে  $pt$  হল স্পর্শক  $pt$  হল একটি স্পর্শক এই বিন্দু  $p$  থেকে বৃত্তে তারপর এই বৃত্তের সাপেক্ষে একটি বিন্দু  $p$  এর শক্তি ধরা যাক  $c$  এর সমান  $pt$  এই দৈর্ঘ্যের  $pt$  এর বর্গকে বর্গ করুন এবং তারপরে আমরা একটি খুব আকর্ষণীয় ফলাফলও প্রমাণ করব যে ধরুন আমরা এখন  $p$  থেকে শুরু করে যেকোন সরল রেখা তৈরি করি যা এই বৃত্তটিকে  $a$  এবং  $b$  দুটি বিন্দুতে কেটে দেয়

তাই এটি যেকোন সরল রেখা হতে পারে

তাই যেকোনো নির্বিচারে সরলরেখা

তাই এখানে এই সরলরেখাটি বলি এবং এই সরলরেখাটি  $a$  এবং  $b$  বিন্দুতে বৃত্ত কাটে এবং তারপর আমরা দেখাব যে  $pa$  বার  $pb$  সমান  $pt$  বর্গক্ষেত্র এবং এটি এই বিন্দু  $p$  এর শক্তি

তাই এর গুণফল এই দুটি দৈর্ঘ্য

তাই এইগুলি হল  $p$  বিন্দু থেকে দুটি বিন্দু পর্যন্ত দৈর্ঘ্য

যেখানে সরল রেখা বৃত্তটিকে কেটে দিয়েছে এবং এটি যেকোন সরল রেখার জন্য সত্য

তাই যদি আমি আঁকতাম তাহলেও এইরকম আরেকটি রেখা বলি এবং আমি  $fa$  এবং  $b$  এরকম ছিল তাহলে  $pa$  বার  $pb$  এখনও আমাকে  $pt$  বর্গক্ষেত্রের একই মান দেবে কারণ মনে রাখবেন এই মান  $pt$  বর্গক্ষেত্রটি শুধুমাত্র এই বিন্দু  $p$  এর স্থানাঙ্কের উপর নির্ভর করে এবং তারপর আমি দাবি করছি যে যদি আমি  $p$  থেকে কোন সরল রেখা আঁকতাম তাহলে আমি শুধু যেকোনো নির্বিচারে সরলরেখা আঁকলাম তারপর এই দুটি দৈর্ঘ্যের গুণফল এই বিন্দু  $p$  এবং বিন্দুর মধ্যে যেখানে এই নির্বিচারে আঁকা সরলরেখা বৃত্তটিকে কেটে দেয়

তাই আমি যদি সেই দুটি দূরত্বের গুণফল গ্রহণ করি তাহলে এটি হবে এর শক্তির সমান এই বিন্দু  $p$  বৃত্তের সাপেক্ষে

তাই আসুন আমরা এই সত্যটি প্রমাণ করি

তাই এটি প্রমাণ করতে আসুন প্রথমে এখানে বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে এই দুটি বিন্দু  $a$  এবং  $b$

সংযোগ করি এবং আমরা এই বিন্দু  $pb$  কে এই বিন্দু  $t$  এর সাথে সংযুক্ত করি তারপর আমরা এছাড়াও  $a$  এর সাথে  $a$  এবং  $t$  সংযোগ করবে এখন আমরা বলি যে এই কোণটি খিটা তাহলে উচ্চ বিদ্যালয়ের জ্যামিতি থেকে আমরা জানি যে কোণটি যদি একটি চাপ দ্বারা কোণটি একটি চাপ দ্বারা প্রবর্তিত হয় তাহলে এই কোণটি একটি চাপ দ্বারা চাপানো কোণটি বলা যাক কেন্দ্র

তাই আমি এই কোণের কথা বলছি পরিধির যে কোন বিন্দুতে একই চাপ দ্বারা চাপানো কোণের দ্বিগুণ কোণ

তাই যদি আমরা এই বিন্দুটি  $t$  নিই তবে পরিধির এই বিন্দুতে  $t$  এই চাপ  $ab$  দ্বারা উপস্থিত কোণটি খিটা এবং

তাই কেন্দ্রে একই একই চাপ দ্বারা উপস্থাপিত কোণটি একইভাবে দুটি খিটা হতে চলেছে

এখন এই বৃত্তের পরিধিতে  $b$  এই বিন্দুতে এই চাপ দ্বারা উপস্থাপিত কোণে এই অন্য চাপটিকে বিবেচনা করুন, আসুন আমরা এটিকে  $\phi$  দ্বারা চিহ্নিত করি তারপর আবার একই ফলাফল থেকে যে কোণটি আমরা আগে ব্যবহার করেছি বৃত্তের কেন্দ্রে এই চাপ দ্বারা সাবটেন্ড করা কোণটি এই কোণটির দ্বিগুণ হতে চলেছে যা দুই ফাই এবং এখন আমরা যদি দেখি এই কোণটি স্পষ্টতই খিটা প্লাস ফাই এর সমান কারণ এটি এর বাহ্যিক কোণ।

ত্রিভুজ ত্রিভুজ ব্যাটের কোণও যদি আমরা এই ত্রিভুজ বটটি দেখি এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কারণ এই দৈর্ঘ্য এবং এই দৈর্ঘ্য এই বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান এবং

তাই এই এবং এই কোণটি আবার সমান এবং তারা নব্বই ডিগ্রী বিয়োগ খিটা প্লাস ফাই এর সমান

তাই 90 ডিগ্রী বিয়োগ খিটা প্লাস ফাই এখন যেহেতু এই  $pt$  এই বিন্দুতে এই বৃত্তের একটি স্পর্শক  $t$  কোণ  $pto$  90 ডিগ্রী এবং

তাই এই কোণ  $atp$  90 এর সমান হতে হবে ডিগ্রী বিয়োগ খিটা প্লাস এই অন্য কোণটি যা ফাই এর সমান

তাই এখন আমরা যদি দেখি এই ত্রিভুজটি  $apt$  এই কোণটি খিটা প্লাস ফাই এই কোণটি হল  $\phi$  একইভাবে আরেকটি ত্রিভুজ হল  $bpt$   $bpt$

তাই  $b$  এ কোণটিও ফাই হল দুঃখিত আমাদের আসুন ত্রিভুজ বিটিপি টিপি বিবেচনা করুন কোণটি বিটিপি হল খিটা প্লাস ফি তাই আমরা এই দুটি ত্রিভুজ দেখে বলতে পারি যে ত্রিভুজ ট্যাপ ত্রিভুজ বিটিপির অনুরূপ কারণ এই দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণই সমান এবং যেহেতু তারা একই সাদৃশ্য অনুপাত থেকে সাদৃশ্য থেকে আমরা পাই যে

$pt$  দ্বারা  $ap$  ভাগ করা  $pv$  দ্বারা ভাগ করা  $pt$  এর সমান হতে হবে এবং তারপরে এখন থেকে এটি পরিষ্কার যে  $pt$  বর্গ হল  $pa$  গুণগুলি  $pb$  সুতরাং এটি এই বিবৃতিটি প্রমাণ করে

তাই আহ আমরা এখানে একটি ছোট্ট উদাহরণ দেওয়ার চেষ্টা করব

এই সত্যটি বোঝানোর জন্য যে আমরা এইমাত্র

পূর্ববর্তী স্লাইডে প্রমাণ করেছি যেটি  $pb$  এ  $pt$  বর্গক্ষেত্রের সমান

তাই এটি স্থানাঙ্ক অক্ষ

তাই  $x$  এবং  $y$  অক্ষটি দেখানো হয়েছে আমাদের এখানে উৎপত্তি আছে এবং আমরা বলি যে আমাদের একটি বৃত্ত আছে যার কেন্দ্র এখানে পাঁচটি কমা তিনটি শুধুমাত্র একটি নির্বিচারে বৃত্ত এবং আমরা বলি এটির ব্যাসার্ধ দুটি

তাই এটি এরকম কিছু এবং যাক আমরা এখন একটি বিন্দু  $p$  বিবেচনা করি যার স্থানাঙ্ক  $r$  যার স্থানাঙ্ক দুটি বিয়োগ দুই

তাহলে স্পষ্টভাবে এই বিন্দু  $p$  এর শক্তি এই বৃত্তের সাপেক্ষে এই বিন্দু  $p$  থেকে এই বৃত্ত পর্যন্ত স্পর্শকের বর্গ দৈর্ঘ্য হবে

তাই সম্ভবত এটি হবে স্পর্শক

তাই এই বিন্দুর শক্তি  $p$  এই দৈর্ঘ্যের  $pt$  এর বর্গক্ষেত্র এখন এই  $pt$  খুঁজে বের করা খুব কঠিন নয় আসুন আমরা  $p$  কে এই বৃত্তের কেন্দ্রের সাথে  $o$  তে যোগ করি আমরা দেখতে পাই যে এই ত্রিভুজ পটি একটি সমকোণ ত্রিভুজ এবং সেখানে পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে অরে  $pt$  বর্গ প্লাস ওটি বর্গ সমান  $op$  বর্গক্ষেত্র এখন স্পষ্টভাবে এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ দুটি এবং তাই  $ot$  বর্গ 4 কারণ  $ot$  হল বৃত্ত  $op$  বর্গক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ কারণ আমরা উভয়ের স্থানাঙ্ক জানি পপ বর্গ হল পাঁচ বিয়োগ দুই পুরো বর্গ প্লাস তিন বিয়োগ বিয়োগ দুই পুরো বর্গ এবং এটি ত্রিশ চৌত্রিশ হবে এবং

তাই যখন আমরা এই দুটি মান এই সমীকরণে ব্যবহার করি তখন আমরা  $pt$  বর্গ ত্রিশের সমান পাই

তাই এই বিন্দুর শক্তি  $p$  দুই এই বৃত্তের সাপেক্ষে কমা বিয়োগ বিয়োগ দুই এখন ত্রিশ এখন আসুন আমরা অন্য কোন পয়েন্ট বিবেচনা করি আহ নাইন কমা ফাইভ বলি

তাই এই নয়টি কমা ফাইভ এবং এই পিএন নাইন কমা ফাইভকে একটি সরল রেখা দিয়ে যোগ করি এবং বলি যে এই সোজা রেখা স্পষ্টতই বৃত্তটিকে  $a$  এবং  $b$  দুটি বিন্দুতে কেটে দেয় এখন আমরা এই দৈর্ঘ্য  $pa$  খুঁজে বের করার চেষ্টা করব এবং  $pb$  তাদের পণ্য নেবে এবং যাচাই করবে যে পণ্যটি 30 এর সমান বা না কারণ এটি হল  $t$  আমরা আগের স্লাইডে দেখিয়েছিলাম এখন যদি আমরা এই সরলরেখাটি এখানে দেখি তাহলে সরলরেখার সমীকরণ হল যে যদি কোনো বিন্দু থাকে তাহলে বলুন  $x$  কমা  $y$  সরলরেখায় তাহলে  $y$  বিয়োগ বিয়োগ 2 ভাগ  $x$  বিয়োগ দুইটি অবশ্যই এই রেখার ঢালের সমান হতে হবে যা পাঁচ বিয়োগ বিয়োগ দুই ভাগ নয় বিয়োগ দুই দ্বারা

তাই এই লাইনের সমীকরণটি সহজ করলে  $y$  সমান  $x$  বিয়োগ 4  $y$  সমান  $x$  বিয়োগ 4 এখন সমীকরণ

তাই এখন আমাদের মূলত

এই লাল রেখা এবং বৃত্তের মধ্যে ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক খুঁজে বের করতে হবে সমীকরণ এবং বৃত্তের এই সমীকরণ এখন যেহেতু  $y$  সমান  $x$  বিয়োগ 4 যদি আমরা এই  $y$ টিকে  $x$  বিয়োগ 4 দিয়ে প্রতিস্থাপন করি তবে আমরা  $x$  বিয়োগ পাবো পাঁচ পুরো বর্গ প্লাস  $x$  বিয়োগ সাত পুরো বর্গ চার এবং আমরা দেখতে পাব যে আমরা এখন যা পেয়েছি হয়  $x$  এর দ্বিঘাত সমীকরণ

তাই আমরা  $x$  এর দুটি ভিন্ন মান পাব যা এই দুটি ছেদ বিন্দুর  $x$  স্থানাঙ্কের সাথে মিলে যাবে

তাই  $x$  এর প্রথম মান যা আমরা স্পষ্টতই পাই  $x$  এর সমান পাঁচ কারণ আমরা  $x$  এর সমান পাঁচটি রাখি বাম হাত সমান হবে বাম হাতের পাশ চারটি গণনা করবে

তাই একটি সমাধান  $x$  সমান পাঁচ এবং  $x$  যখন পাঁচের সমান  $y$  স্থানাঙ্কটি এক হওয়া উচিত

তাই এটি একটি বিন্দু যা এই বিন্দুটি এবং অন্য সমাধান এই সমীকরণের  $x$  সমান সাতটি কারণ যখন  $x$  সাতের সমান এই পদটি শূন্য হয় এবং এটি চার হলে  $x$  সাত হলে  $y$  হয় তিন এবং এটি ছেদটির অন্য বিন্দু এখন আমরা সহজেই এই দূরত্ব  $p$  এবং  $pb$   $pa$  হয় খুঁজে পেতে পারি বর্গমূলের সমান যার বর্গমূল বের হয় আঠারটির বর্গমূল এবং  $pb$  হল তিন বিয়োগের বর্গমূল বিয়োগ দুই পুরো বর্গ প্লাস সাত বিয়োগ দুই পুরো বর্গ যা পঞ্চাশ  $p$  এর বর্গমূলে  $pb$  হয় এখন আঠার বর্গমূল  $n$  গুণ পঞ্চাশ যা ত্রিশের সমান

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে প্রকৃতপক্ষে  $pa$  এবং  $pb$ -এর গুণফল এই বিন্দুর শক্তির সমান  $p$

তাই আমরা এই লেকচারটি শেষ করে পরের লেকচারে একটি নতুন বিষয় শুরু করব দুটি বৃত্তের সাধারণ স্পর্শক আপনাকে ধন্যবাদ আপনাকে