

पहिल्या व्याख्यानात वर्तुळांवरील दोन व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, या व्याख्यानात आपण वर्तुळाच्या समीकरणांची वेगवेगळी रूपे काढली आहेत, आपण सुरुवातीस तेच करत राहू

त्यामुळे आपण प्रथम वर्तुळाचे समीकरण कसे काढायचे यावर चर्चा करू.

दिलेल्या तीन नॉन-समरेखीय बिंदूंद्वारे मग आपण वर्तुळाचे समीकरण शोधण्यासाठी पुढे जाऊ ज्यासाठी कोणत्याही व्यासाचे दोन टोक दिलेले बिंदू दिलेला बिंदू एखाद्याच्या अंतर्गत भागाशी संबंधित आहे की नाही हे कसे तपासायचे ते देखील आपण पाहू.

वर्तुळ

हे  $x$  आणि  $y$  दोन्ही अक्षांवर वर्तुळाचे व्यत्यय शोधण्यासाठी सूत्रे देखील मिळवेल आणि त्या दरम्यान आपण या व्युत्पत्तीचे स्पष्टीकरण देण्यासाठी काही समस्या देखील सोडवू.

म्हणून आपण खालील  $ah$  ने सुरुवात करूया म्हणून समजा आपल्याला तीन नॉन-कॉनिलियर बिंदू दिले आहेत.

तीन बिंदू एका सरळ रेषेत नाहीत तर हायस्कूलपासून आपल्याला माहित आहे की जर आपल्याकडे तीन बिंदू असतील आणि ते सरळ रेषेत नसतील तर एक अद्वितीय वर्तुळ अस्तित्वात आहे जे त्यातून जाते.

हे तीन बिंदू किंवा मुळात एक अद्वितीय वर्तुळ ज्यावर हे तिन्ही बिंदू असतील आपण नेहमीच एक अद्वितीय वर्तुळ शोधू शकतो परंतु जोपर्यंत हे तीन बिंदू समरेख नसलेले असतात

त्यामुळे ते एका विधानात सरळ रेषेत नसावेत म्हणून आपण असे म्हणूया की आपण या तीन बिंदूंचे निर्देशांक  $x$  एक  $y$  एक  $x$  दोन  $y$  दोन  $nx$  तीन  $y$  तीन आहेत जे वर्तुळ

या तीनही बिंदूंमधून जाते ते वर्तुळ शोधण्यासाठी आपल्याला मुळात त्या वर्तुळाचे केंद्र आणि त्रिज्या देखील शोधणे आवश्यक आहे.

वर्तुळ म्हणून जर आपण त्या वर्तुळाचे केंद्र आणि त्रिज्या अनन्यपणे शोधू शकलो तर आपल्याला मुळात वर्तुळाचे समीकरण माहित आहे, हायस्कूलमधून पुन्हा एक साधा निकाल आला की आपल्याकडे वर्तुळ असल्यास आणि उदाहरणार्थ आपण कोणतेही समूह घेतल्यास येथे कठीण आहे आणि आपण असे म्हणूया की ही रेषा जीवा  $ab$  चा लंबदुभाजक आहे तर हायस्कूलपासून आपल्याला माहित आहे की वर्तुळाचे केंद्र नेहमी या लंबदुभाजकावर कुठेतरी असेल  $ct$  बऱ्याच वेळा विद्यार्थ्यांना प्रश्न विचारला जातो की समजा एक वर्तुळ आहे किंवा तुम्हाला वर्तुळ दिले आहे आणि तुम्हाला वर्तुळाचे केंद्र शोधण्यास सांगितले आहे

त्यामुळे केंद्र येथे दाखवले जात नाही तर तुम्ही या वर्तुळाचे केंद्र कसे शोधात? या गुणधर्माचा वापर करण्याचा एक मार्ग म्हणजे आपण काय करतो ते म्हणजे आपण कोणत्याही दोन अनियंत्रित जीवा बांधू शकतो म्हणजे ही एक जीवा आहे ही दुसरी जीवा आहे आणि नंतर आपण

या दोन्ही जीवांसाठी लंबदुभाजक तयार करतो

त्यामुळे ही काळी ठिपके असलेली रेषा आहे.

$horde ab$  चा लंबदुभाजक आहे आणि ही दुसरी निळी ठिपके असलेली रेषा जीवा  $cd$  चा लंबदुभाजक आहे आता या गुणधर्मावरून आपल्याला कळते की वर्तुळाचे केंद्र कोणत्याही टोळीच्या लंबदुभाजकावर असले पाहिजे म्हणून केंद्रावर असणे आवश्यक आहे.

हे कुठेतरी जीवेच्या या लंबदुभाजकावर वर्तुळाच्या मध्यभागी देखील या निळ्या ठिपक्याच्या रेषेवर असले पाहिजे जे या गरम  $cd$  चा लंबदुभाजक आहे.

$e$  केंद्र ही काळी ठिपके असलेली रेषा आणि निळी ठिपके असलेली रेषा या दोन्हीवर असणे आवश्यक आहे आणि या दोन रेषा एकाच ठिकाणी तंतोतंत छेदतात जे येथे आहे आम्हाला खात्री आहे की छेदनबिंदू हा या वर्तुळाचा केंद्र आहे म्हणून ही मूळ कल्पना आहे की आपण आहोत प्रथम वर्तुळाचे केंद्र शोधण्यासाठी येथे वापरणार आहे

त्यामुळे या तीनही बिंदूंमधून जाणारे वर्तुळ असेल तर समजा या तीन बिंदूंमधून जाणारे वर्तुळ असेल

तर  $p_1$  आणि  $p_2$  ला जोडणारी सरळ रेषा येईल या वर्तुळाची जीवा बनवा त्याचप्रमाणे  $p$  दोन आणि  $p$  तीन ला जोडणारी सरळ रेषा त्याच वर्तुळाची दुसरी जीवा असेल आणि नंतर आपण आत्ताच पाहिलेला आहे परिणाम वापरून आपण या वर्तुळाचे केंद्र सहज शोधू शकतो कारण आता आपल्याकडे दोन जीवा आहेत आपल्याला फक्त बांधायचे आहे म्हणून ही रेषा शिंग  $p_1$  दोन चे लंबदुभाजक असू द्या आणि ही रेषा कॉर्ड  $p_1$  दोन  $p_2$  ची लंबदुभाजक असू द्या आणि नंतर अर्थातच छेदनबिंदू असू द्या या दोन्ही लंबदुभाजकांचे केंद्र वर्तुळाचे केंद्र असेल, त्रिज्या शोधणे खूप सोपे आहे, आपण फक्त हे केंद्र आणि यापैकी कोणत्याही तीन बिंदूंमधील अंतर मोजू शकतो, त्यामुळे हे  $op_1$  समान असेल  $op_2$  हे  $op_3$  च्या बरोबरीचे असेल ते सर्व या वर्तुळाच्या त्रिज्याएवढे असतील आणि एकदा आपल्याला केंद्राचे समन्वय आणि वर्तुळाची त्रिज्या कळली की आपण वर्तुळाचे समीकरण लिहू शकतो, तर आपण ते थोडेसे करूया.

आता तपशीलवार केंद्राचे निर्देशांक मिळविण्यासाठी येथे एक मार्ग आहे की या दोन लंबदुभाजकांचे समीकरण लिहून घ्या आणि नंतर छेदनबिंदूचे निराकरण करा म्हणून दुभाजकांपासून सुरू करून हे दुभाजक  $b_1$  आहे हे दुभाजक  $b_2$  आहे म्हणून हे दुभाजक  $b$  एक जीवाच्या या मध्यबिंदूतून जाईल आणि मध्यबिंदूचे समन्वय या जीवेच्या मध्यबिंदूचे समन्वय आहेत  $x$  एक अधिक  $x$  दोन वर दोन  $y$  एक अधिक  $y$  दोन वर दोन समान आहेत

या इतर हॉट  $p$  दोन  $p$  तीनच्या मध्यबिंदूचे समन्वय  $x$  दोन अधिक  $x$  तीन ओव्हर दोन  $ny$  दोन अधिक  $y$  तीन ओव्हर दोन म्हणून आता या  $ah$  बायस लंबदुभाजक  $b$  एक चे समीकरण लिहिणे फार कठीण नाही कारण समजा आपल्याकडे ए.

येथे कोणताही बिंदू बिंदू करा आपण म्हणू या की या लंबदुभाजक  $b_1$  वर  $x$  आणि  $y$  समन्वय असलेले बिंदू आहेत तर या लंबदुभाजक  $b_2$  चा उतार  $y$  वजा  $y$  एक अधिक  $y$  दोन वर दोन भागिले  $x$  उणे  $x$  एक असेल अधिक  $x$  दोन वर दोन पुढे आपण पाहतो की ही जीवा आणि हा लंबदुभाजक  $d$  कॉर्नपैकी एक  $90$  अंशांनी छेदला आहे म्हणून या दोन रेषांच्या उतारांचा गुणाकार वजा एक असेल म्हणून या जीवाच्या लंबदुभाजक गुणा उताराचा उतार

जो आहे  $y$  दोन वजा  $y$  एक भागिले  $x$  दोन वजा  $x$  एक वजा एक बरोबर आहे म्हणून जर आपण हे छान लिहिले तर आपल्याला मुळात या लंबदुभाजकाचे समीकरण मिळेल कारण  $x$  आणि  $y$  चे समन्वय या लंबदुभाजकावरील कोणत्याही बिंदूला या समीकरणाचे समाधान

करावे लागेल आणि जर आपण हे थोडेसे परिष्कृत केले तर आपल्याला या वेळा प्राप्त होतील म्हणून आपण हे परिष्कृत केल्यावर आपल्याला हेच मिळते म्हणून हे

लंबदुभाजक  $b$  एक च्या पहिल्या समीकरणाचे समीकरण आहे

hot p one p two अशाच पद्धतीने  $p$  दोन  $p$  तीन च्या लंबदुभाजकाचे समीकरण बनणार आहे आणि ते आपण सरळ लिहू शकतो कारण ते समान अभिव्यक्ती  $y$  वजा गुणाकार शून्य असेल आणि आता आपण फक्त ही दोन समीकरणे एकाच वेळी सोडवणे आवश्यक आहे कारण आपल्याला माहित आहे की वर्तुळाचा केंद्र हा या दोन लंबदुभाजकांच्या छेदनबिंदूचा बिंदू आहे ज्याची समीकरणे या दोन समीकरणांनी दिली आहेत म्हणून या वर्तुळाचे केंद्र शोधण्यासाठी आपल्याला फक्त या दोन समीकरणांची आवश्यकता आहे समीकरणे एकाच वेळी आणि  $x$  आणि  $y$  जे या दोन समीकरणांचे निराकरण आहे ते दर्शवू या  $x$  naught  $y$  nought

so  $y$  naught आणि  $x$  naught तर  $x$  nought  $y$  naught हे वर्तुळाचे केंद्र आहे

जे  $p$  one  $p$  दोन आणि  $p$  श्रीमधून जाते आता एकदा आम्हाला या वर्तुळाच्या केंद्राचे निर्देशांक  $x$  शून्य  $y$  शून्य किंवा  $x$  शून्य  $y$  शून्य सापडले आहेत

म्हणून त्रिज्या  $r$  द्वारे दिली जाईल

$x$   $\theta$  वजा  $x$   $2$  पूर्ण वर्ग अधिक  $y$   $\theta$  वजा  $y$   $2$  पूर्ण वर्गाच्या वर्गमूळाच्या समान आणि मी आधी म्हटल्याप्रमाणे त्रिज्या सारखीच असेल मग आपण हे अंतर घेतले किंवा हे अंतर घेतले किंवा हे अंतर घेतले तर अर्थातच एकदा मिळाले की त्रिज्या आणि केंद्र आपण या वर्तुळाचे समीकरण केंद्राच्या त्रिज्यामध्ये सहज लिहू शकतो, दुसरी महत्त्वाची गोष्ट म्हणजे या तीन बिंदूंच्या समरेखता नसलेल्या स्थितीची आपल्याला खरोखर आवश्यकता का आहे आणि हे पाहणे फार कठीण नसावे कारण चला आपण असे म्हणतो की हे तीन बिंदू समरेखित असतील तर काय, जर हे तीन बिंदू फक्त समरेषीय असतील म्हणजे ते एकाच सरळ रेषेवर असतील तर आपण दाखवू की ते एकाच वर्तुळावर कधीही आडवे येऊ शकत नाहीत .

$y$  जर ते एखाद्या वर्तुळावर पडलेले असतील तर त्या वर्तुळाचे केंद्र या जीवा आणि या जीवेच्या लंबदुभाजकाच्या छेदनबिंदूवर असले पाहिजे

आणि हे आपण आधी पाहिले आहे परंतु आपण येथे लंबदुभाजक पाहिल्यास गरम  $p_1$   $p_2$  चा  $b_1$  असा आहे आणि जीवा  $p$  दोन  $p$  तीनचा दुभाजक लंबदुभाजक आहे जी  $b$  दोन आहे ही दुसरी निव्व्या ठिपक्याची रेषा आहे परंतु  $p$  एक  $p$  दोन  $p$  तीन एकाच सरळ रेषेवर असल्याने ते करणे खूप सोपे आहे.

हे पहा की दोन्ही लंबदुभाजक एकमेकांना समांतर आहेत कारण आपल्या येथे एक सरळ रेषा आहे आणि ही आहे आणि हे देखील नव्वद आहे आणि म्हणूनच हे दोन लंबदुभाजक समांतर आहेत आणि म्हणून ते कधीही छेदणार नाहीत आणि ते कधीही छेदणार नाहीत याचा अर्थ असा की तिथे कोणतेही वर्तुळ असू शकत नाही कारण मग तेथे आपल्याला एक बिंदू सापडणार नाही जिथे हे दोन एकमेकांना छेदतात कारण ते समांतर आहेत आणि म्हणून कोणते वर्तुळ असणार नाही  $ich$  हे तिन्ही पार होतील कारण जर एखादे वर्तुळ असेल जेथून हे तिघे जातील तर लंबदुभाजकांनी त्या वर्तुळाच्या मध्यभागी छेदले पाहिजे परंतु ते एकमेकांना छेदत नसल्यामुळे हे दोन लंबदुभाजक एकमेकांना छेदत नाहीत अशा स्थितीत बिंदू आहेत.

collinear हे खालीलप्रमाणे आहे की असे कोणतेही वर्तुळ अस्तित्वात नाही ज्यावर हे तीनही बिंदू असतील.

या आह प्रक्रियेचे स्पष्टीकरण देण्यासाठी आपण एक लहान उदाहरण घेऊ, म्हणून या उदाहरणात आपल्याला चार गुण दिले आहेत आणि ते चक्रीय कोन आहेत हे दाखवण्यास सांगितले आहे.

चक्रीय म्हणजे हे चारही बिंदू एकाच वर्तुळावर आहेत

त्यामुळे ते दाखवण्याचा एक मार्ग म्हणजे आपण पहिले तीन बिंदू घेऊ आणि ते समरेषीय आहेत की नाही हे आपण तपासू की ते समरेख नसले तरी आपण समीकरण शोधू शकतो.

या तीन बिंदूमधून जाणाऱ्या वर्तुळाच्या वर्तुळाचे समीकरण आल्यावर हा बिंदू येथे चौथा बिंदू  $t$  वर आहे की नाही हे आपण सहज तपासू शकतो.

टोपी वर्तुळ आहे किंवा नाही म्हणून पहिली पायरी म्हणजे प्रथम एका वर्तुळाचे समीकरण शोधणे ज्यामधून या तीन बिंदूमधून जाते, म्हणून जर आपण येथे उत्पत्तीसह समन्वय अक्ष काढू तर त्यातील एक बिंदू

म्हणजे आपण येथे बिंदू एक शून्य संपला आहे म्हणून आपण म्हणू या की येथे प्रत्येक चौरस एक एकक लांबीचा आहे बिंदू दोन वजा सात या उभ्या रेषेवर कुठेतरी असेल तर तो येथे कुठेतरी आहे कारण हे सात एकक आहे आणि तिसरा बिंदू आठ एक आहे जे म्हणजे हे तीन बिंदू आहेत म्हणून चर्चा केल्याप्रमाणे जर एखाद्या वर्तुळाला या तीन बिंदूमधून जावे लागत असेल तर आपण त्यांना  $p$  one  $p$  दोन  $p$  तीन असे नाव देऊ या नंतर आपण या दोन सरळ रेषांचा विचार करू शकतो ज्या स्पष्टपणे त्यांच्या जीवा असतील .

$p$  1  $p$  2 आणि  $p$  3 मधून जाणारे वर्तुळ आणि आपण या दोन शिंगांच्या लंबदुभाजकांचे समीकरण शोधून काढू या दुभाजक  $b$  एक आणि दुभाजक  $b$  दोन असे समजू आणि नंतर ते कुठे छेदतात ते पाहू म्हणजे  $i$  चा हा बिंदू छेदनबिंदू हे वर्तुळाचे केंद्र  $x$  शून्य  $y$  शून्य असेल जे  $p$  one  $p$  दोन आणि  $p$  तीन मधून जाते आणि अर्थातच या प्रकरणात आपण भूमितीयदृष्ट्या पाहू शकतो की हे तीन बिंदू समरेखीय नाहीत आणि म्हणूनच आम्ही शोधण्यासाठी पुढे गेलो.

प्रथम लंबदुभाजक ज्या बिंदूवर आहेत त्या वर्तुळात  $b$  one वर  $xy$  समन्वय असलेल्या कोणत्याही बिंदूचा उतार समान असेल म्हणून  $b$  one वरील  $xy$  बिंदूने खालील समीकरण पूर्ण केले पाहिजे म्हणून येथे या टोळीचा मध्यबिंदू एक बिंदू पाच आणि उणे तीन बिंदू पाच आहे आणि म्हणून या लंबदुभाजकाचा उतार  $y$  उणे उणे 3.

5 आहे जो  $y$  अधिक 3.

5 प्रती  $x$  उणे 1.

5 आहे आणि हा दुभाजक लंबदुभाजक आणि जीवा 90 अंशांवर असल्याने उताराचा गुणाकार आहे.

लंबदुभाजकाची जी ही अभिव्यक्ती आहे कॉर्डचा उतार  $p \text{ one } p$  दोन जो असेल वजा 7 वजा 0 भागिले दोन वजा एक जो  $mi$  आहे  $nus$  सात गुणाकार वजा एक असणे आवश्यक आहे

आणि म्हणून या  $ah$  चे समीकरण या जीवा  $p \text{ one } p$  दोन च्या या लंबदुभाजकाचे समीकरण आहे म्हणून हे  $b \text{ one}$  या रेषेचे समीकरण आहे जे  $p \text{ one } p$  दोन मध्ये लंबदुभाजक आहे तशाच प्रकारे आपण या इतर गरम  $p \text{ one } p$  तीन च्या लंबदुभाजकाचे समीकरण शोधू या जीवाच्या मध्यबिंदूचा समन्वय 4.

5 स्वल्पविराम 0.

5 असेल आता आपल्याकडे या जीवेच्या दुभाजकावर  $x$  आणि  $y$  समन्वय असलेले कोणतेही बिंदू आहेत

जीवेचा हा लंबदुभाजक  $p \text{ one } p$  तीन नंतर या लंबदुभाजक  $b$  दोन चा उतार  $y$  उणे शून्य बिंदू पाच भागिले  $x$  उणे 4.

5 आहे कारण हा लंबदुभाजक आणि लोकसमुदाय 90 अंशांवर असल्याने त्यांच्या उताराचा गुणाकार वजा एक असेल म्हणून या वेळी कॉर्डचा उतार जो एक वर सात समान आहे वजा एक आहे आपल्याकडे  $y$  वजा शून्य बिंदू पाच समान वजा सात  $x$  अधिक तीस बिंदू पाच आहे म्हणून हे समतुल्य आहे दुभाजक  $b$  दोन चे आयन जी ही ठिपके असलेली हिरवी रेषा आहे आणि आता हे केंद्र केंद्र आहे या दोन लंबदुभाजकांच्या छेदनबिंदूच्या बिंदूवर आहे येथे थोडे दुरूस्ती आहे हे 31.

5 असेल

त्यामुळे मागील स्लाइडवरून आपल्याला निर्देशांक आढळतात या वर्तुळाच्या मध्यभागी ही दोन समीकरणे पूर्ण करतात आणि नंतर या दोन समीकरणांमधून आपण जे पाहतो ते म्हणजे  $x$  शून्याने सात म्हणून मी या बाजूला तीन गुण चार घेतो या समीकरणात मला येथे फक्त  $y$  शून्य आहे म्हणून  $y$  शून्य आहे मुळात याच्या समानतेने दुसऱ्या समीकरणातून जर मी पॉइंट पाच या बाजूने घेतला तर माझ्याकडे  $y$  शून्य आहे वजा सात  $x$  शून्य अधिक एकतीस गुण पाच अधिक शून्य गुण पाच जे बत्तीस आहे

त्यामुळे हे दोन्ही  $y$  शून्य आहेत आणि म्हणून त्यांच्याकडे आहे समान असणे आणि नंतर आपल्याला ते  $50 \times 1$  बाय 7 समान मिळू शकते म्हणून आपल्याला हे या बाजूला घ्यावे लागेल म्हणून आपल्याला जिथून मिळेल तेथून आपल्याला मिळेल की वर्तुळाच्या केंद्राचा  $x$  समन्वय पाच आहे आणि म्हणून या समीकरणावरून किंवा मुळात या समीकरणावरून आपल्याला  $y$  शून्य समान वजा सात  $x$  शून्य अधिक बत्तीस समान वजा सात गुणिले पाच अधिक बत्तीस फक्त उणे तीन वर्तुळाचे केंद्र पाच वजा तीन आहे आणि आता आपल्याला त्याचे केंद्र माहित आहे वर्तुळ म्हणजे हे पाच स्वल्पविराम वजा तीन आहे तुम्ही त्रिज्या सहज शोधू शकता ते हे अंतर असेल म्हणून त्रिज्या  $r$  म्हणजे पाच एकके निघतात आणि नंतर वर्तुळाचे समीकरण लिहिणे खूप सोपे आहे

त्यामुळे ते  $x$  वजा असेल  $x$  शून्य पूर्ण चौरस अधिक  $y$  उणे  $y$  शून्य संपूर्ण वर्ग हा  $r$  वर्ग आहे कारण  $x$  शून्य  $y$  शून्य आहे पाच वजा तीन आपल्याला हे मिळते कारण  $r$  वर्तुळाचे समीकरण पाच आहे म्हणून  $r$  वर्ग पंचवीस आहे म्हणून हे वर्तुळाचे समीकरण आहे जे हे तीन बिंदू खोटे बोलतात आणि आता हा चौथा बिंदू या वर्तुळावर आहे की नाही हे तपासायचे आहे, म्हणून जर आपण डाव्या बाजूला  $x$  समान नऊ  $y$  बरोबर उणे सहा ठेवले तर आपल्याला मिळेल म्हणजे 16 अधिक 9 म्हणजे 25 आहे.

ट त्याच्या डाव्या हाताची बाजू समान आहे म्हणून डाव्या हाताची बाजू आम्ही मोजली की  $xy$  बरोबर 9 आणि वजा 6 बरोबर आपण पाहतो की डाव्या हाताची बाजू 25 आहे जी वर्तुळाच्या समीकरणात उजव्या बाजूच्या समान आहे आणि म्हणून हा बिंदू खरोखरच या वर्तुळावरील वर्तुळावर आहे जो पहिल्या तीन बिंदूंमधून जातो आणि म्हणून सर्व चार बिंदू त्या वर्तुळावर आहेत म्हणून मागील समस्येच्या संदर्भात जिथे आम्हाला तीन बिंदू देण्यात आले होते जे नॉन कॉनिलियर होते आणि आम्हाला विचारले होते या तीनही बिंदूंमधून जाणाऱ्या वर्तुळाचे समीकरण शोधा म्हणून आपण ज्या पद्धतीची चर्चा केली त्या पद्धतीशिवाय दुसरी पद्धत खालीलप्रमाणे आहे, तर या इतर पद्धतीमध्ये आपण वर्तुळाच्या समीकरणाचे सामान्य रूप वापरतो जे या समीकरणाने दिलेले आहे आणि आपण हे आधीच्या व्याख्यानात पाहिले आहे कारण हे तीन बिंदू या वर्तुळावर आहेत कारण हे समीकरण या तीनही बिंदूंच्या समन्वयाने समाधानी असले पाहिजे कारण हे समीकरण समाधानी असणे आवश्यक आहे.

$y$  पहिल्या बिंदूचे  $p$  वन चे समन्वय  $x$  आणि  $y$  च्या जागी  $x$  एक आणि  $y$  एक ने केले तर  $p \text{ one}$  पासून उजव्या बाजूला शून्य मिळाले पाहिजे म्हणून  $p \text{ one } c$  वर असल्याने हे  $c$  वर्तुळाचे भांडवल आहे की  $x$  एक वर्ग अधिक  $y$  एक वर्ग अधिक दोन  $gx$  एक अधिक दोन  $fy$  वन अधिक  $c$  समान शून्य आणि त्याचप्रमाणे  $p$  दोन आणि  $p$  तीन देखील या वर्तुळावर असल्याने आपल्याला इतर दोन समीकरणे मिळतात

त्यामुळे  $p$  दोन साठी आपल्याला हे समीकरण मिळेल आणि  $p$  तीन साठी हे तिसरे समीकरण आपल्याला मिळालेल्या वर्तुळाचे पूर्णपणे वर्णन करण्यासाठी आपल्याला तीन अज्ञात आहेत आणि ते  $gf$  आणि  $c$  आहेत आणि आपण येथे पाहिल्यास आपल्याकडे तीन समीकरणे आहेत ती सर्व  $gf$  आणि  $c$  मध्ये रेखीय आहेत म्हणून येथे आपल्याकडे समीकरणांची एक रेखीय प्रणाली आहे तीन अज्ञात तीन समीकरणे आणि म्हणून आपण ती सोडवू शकलो पाहिजे

त्यामुळे सोडवताना आपल्याला  $gf$  आणि  $c$  ची मूल्ये मिळतील आणि जेव्हा आपण ही मूल्ये या समीकरणात परत ठेवतो तेव्हा आपल्याला सामान्य स्वरूपात वर्तुळाचे संपूर्ण समीकरण मिळते ज्याचा

आपण दुसरा विचार करतो वा वर्तुळाच्या समीकरणाचे वर्णन करताना समजा की आपल्याकडे एक वर्तुळ आहे जिथे आपल्याला फक्त त्या वर्तुळाच्या काही व्यासाचे दोन टोकाचे बिंदू  $x$  एक  $y$  एक आणि  $x$  दोन  $y$  दोन दिले आहेत आणि नंतर आपल्याला याचे समीकरण शोधण्यास सांगितले जाईल वर्तुळ बनवण्याचा एक मार्ग म्हणजे जर आपण पुन्हा आपल्या हायस्कूल भूमितीकडे गेलो तर आपल्याला कव्हेल की वर्तुळाच्या परिघावरील वर्तुळावर  $xy$  बिंदू

असल्यास आणि जर आपण हा बिंदू या व्यासाच्या दोन टोकांच्या बिंदूशी जोडला असेल तर

मग आपल्याला माहित आहे की येथे हा कोन नेहमी 90 अंश असतो म्हणून आपण सर्किटचे समीकरण काढण्यासाठी या गुणधर्माचा वापर करू

कारण येथे कोन 90 अंश आहे या दोरीच्या उताराचा गुणाकार गुणाकार या वक्राचा उतार वजा एक असावा .

या कॉर्नचा उतार  $y$  दोन वजा  $y$  प्रती  $x$  ते उणे  $x$  पट आहे या जीवाचा उतार  $y$  एक वजा  $y$  वर  $x$  एक वजा  $x$  असेल तर हे उत्पादन वजा एक असावे आणि नंतर आपण ते पुन्हा लिहिल्यास आपल्याला काय मिळेल.

$x$  उणे  $x$  एक मध्ये  $x$  उणे  $x$  दोन अधिक  $y$  वजा  $y$  एक मध्ये  $y$  उणे  $y$  दोन बरोबरीचे शून्य म्हणजे आपण हे पाहू शकतो जर आपण हे आणखी विस्तारित केले तर

आपल्याला हे समीकरण  $x$  चौरस अधिक  $y$  वर्ग वजा  $x$  एक अधिक  $x$  दोन पट  $x$  वजा  $y$  एक मिळेल असे दिसेल.

अधिक  $y$  दोन वेळा  $y$  अधिक  $x$  एक  $x$  दोन अधिक  $y$  एक  $y$  दोन समान शून्य आणि हे अगदी सामान्य वर्तुळाच्या रूपात आहे जे  $x$  चौरस अधिक  $y$  वर्ग अधिक दोन  $gx$  अधिक दोन  $fy$  अधिक  $c$  शून्य होते आणि ते पाहून आपण केंद्राचे निर्देशांक आणि वर्तुळाची त्रिज्या देखील शोधू शकतो

त्यामुळे केंद्र उणे  $g$  आहे आणि उणे  $g$  असेल  $x$  एक अधिक  $x$  दोन वर दोन स्वल्पविराम  $y$  एक अधिक  $y$  दोन वर दोन म्हणून केंद्र उणे  $g$  स्वल्पविराम वजा आहे  $f$  आणि  $g$  ची तुलना करून या दोन  $g$  चा उणे  $x$  एक अधिक  $x$  दोन पेक्षा दोन  $f$  म्हणजे वजा  $y$  एक अधिक  $y$  दोन पेक्षा दोन आणि त्याचप्रमाणे आपण त्रिज्या देखील शोधू शकतो शेवटी आपण ही समस्या कशी तपासायची याचा विचार करूया .

वर्तुळाच्या संदर्भात अनियंत्रित बिंदूच्या बिंदूची स्थिती म्हणून समजा आपल्याला दिले आहे काही बिंदू ते निर्देशांक  $a$  आणि  $b$  आहेत म्हणून आपल्याकडे  $c$  आणि  $b$  सह समन्वय बिंदू  $p$  आहे आणि आपल्याकडे एक वर्तुळ आहे ज्याचे सामान्य रूपात समीकरण  $x$  चौरस अधिक  $y$  चौरस अधिक दोन  $gx$  अधिक दोन  $fy$  अधिक  $c$  समान शून्य आहे तर आता कसे करू शकता आपण सांगतो की हा बिंदू  $p$  वर्तुळाच्या आत आहे की तो वर्तुळाच्या बाहेर आहे म्हणून भौमितीयदृष्ट्या जर आपण हे वर्तुळ पाहिले तर आपल्याला दिसेल की वर्तुळाचे केंद्र वजा  $g$  वजा  $f$  आणि त्रिज्या  $g$  वर्गाच्या वर्गमूळाच्या बरोबर  $f$  वर्ग वजा  $c$  आता आहे.

जर हा बिंदू स्वल्पविराम  $b$  या समतलावर कुठेतरी असेल तर हा बिंदू स्वल्पविराम  $b$  वर्तुळाच्या आत असेल तर हे स्पष्ट आहे की हा बिंदू  $p$  आणि केंद्र यांच्यातील अंतर  $r$

$so$   $p$  च्या त्रिज्यापेक्षा कमी असेल.

वर्तुळाच्या आत आहे जर आणि फक्त जर बिंदू  $p$  आणि वर्तुळाच्या मध्यभागी हे अंतर त्रिज्यापेक्षा कमी असेल तर त्रिज्या आहे आणि जर आपण हे आणखी सोपे केले तर ही स्थिती मूलतः एक चौरस अधिक समान असेल  $b$  चौरस अधिक दोन  $ag$  अधिक दोन  $bf$  अधिक  $c$  शून्यापेक्षा कमी आहे परंतु जर तुम्हाला ही डाव्या बाजूची बाजू काही नसून दुसरी पदवी समीकरण असेल तर  $x$  बरोबर  $b$  च्या कोणत्याही समान बरोबर असेल तर बिंदू आत आहे की नाही हे तपासण्यासाठी आत आपण फक्त  $x$  आणि  $y$  चे स्थान अनुक्रमे  $a$  आणि  $b$  ने बदलतो आणि नंतर आपण तपासतो की आपल्याला मिळणारे मूल्य शून्यापेक्षा कमी असल्यास  $x$  आणि  $y$  ची जागा  $anb$  ने घेतल्यावर जर आपण मोजलेले मूल्य शून्यापेक्षा कमी असेल तर मग याचा अर्थ असा की बिंदू वर्तुळाच्या आत आहे त्याचप्रमाणे जर बिंदू वर्तुळाच्या बाहेर असेल तर अंतर  $r$  पेक्षा जास्त असेल आणि नंतर आपल्याला जी अट मिळेल ती अशी आहे की येथे पुन्हा हे मूल्य शून्यापेक्षा मोठे असावे आणि नंतर नक्कीच जर हा बिंदू  $p$  वर्तुळावर आहे मग हे शून्याच्या अगदी बरोबरीचे असेल म्हणून ही तीन परिस्थिती आहेत एक बिंदू  $a$  स्वल्पविराम  $b$  आणि एक वर्तुळ  $c$  हे समीकरण असलेले आपण प्रथम या अभिव्यक्तीची गणना  $po$  च्या समन्वयांसह करू.

$int$   $p$  म्हणजे आपल्याला स्केअर अधिक  $b$  स्केअर अधिक दोन  $ga$  अधिक दोन  $fb$  अधिक  $c$  समान मिळतात म्हणून जर आपण या डाव्या बाजूला  $x$  च्या जागी  $a$  आणि  $y$  ने  $b$  ने बदलले तर आपल्याला हे मूल्य येथे मिळेल आणि नंतर आपण हे मूल्य तपासा कारण हे मूल्य एकतर धन किंवा ऋण असेल किंवा शून्य असेल आता जर हे मूल्य शून्य असेल तर  $f$  शून्य असेल तर ते पुढे येईल की  $pp$  हे  $c$  वर्तुळावर आहे जर हे मूल्य शून्यापेक्षा कमी असेल तर ते अनुसरण करेल  $p$   $c$  च्या आत आहे आणि शेवटी जर हे मूल्य  $0$  पेक्षा मोठे असेल तर ते त्या बिंदूचे अनुसरण करेल  $p$  वर्तुळ  $c$  च्या बाहेर आहे म्हणून जर हे खरे असेल तर  $p$  वर्तुळ  $c$  च्या बाहेर आहे त्यामुळे आपण पुढील लेक्चरमध्ये हे व्याख्यान पूर्ण करू या सारख्या इतर विषयांसह पुढे चालू ठेवू दोन्ही अक्षावर असलेल्या अक्षावर वर्तुळाने बनवलेले इंटरसेट शोधून काढल्याने

रेषा वर्तुळातून जाते की नाही किंवा ती वर्तुळाच्या मधोमध जाते की नाही हे तपासण्यासाठी देखील परिस्थिती निर्माण

होईल आणि काही समस्या देखील येतील धन्यवाद.

आपण आपण