

पुढील व्याख्यानांच्या मालिकेतील क्रॉनिक विभागांवरील पहिल्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, मंडळे पॅराबोलस लंबवर्तुळ हायपरबोलस सारख्या विविध शंकूच्या संमतीचे गुणधर्म आणि समीकरणांवर चर्चा करणार आहे, त्यामुळे या व्याख्यानात आपण वर्तुळापासून सुरुवात करू, तर आपण वर्तुळ काय ते पाहू.

म्हणजे आपण असे म्हणू या की आपल्याकडे एक निश्चित बिंदू आहे o येथे पाहिल्याप्रमाणे वर्तुळ हा एका निश्चित बिंदूपासून समान अंतरावर असलेल्या सर्व बिंदूंचा संच आहे असे म्हणूया, म्हणून आपण असे म्हणू की हे निश्चित अंतर r इतके आहे.

आपण एक बिंदू शोधू शकतो का आपण असे म्हणू या की आपण या निश्चित बिंदूपासून काही अंतरावर असलेला काही बिंदू शोधण्याचा प्रयत्न करूया o पुन्हा जेव्हा आपण अंतराबद्दल बोलतो तेव्हा आपण द्विमितीय समतल समतलतेबद्दल बोलत आहोत म्हणून आपण पृष्ठभागाबद्दल बोलत आहोत याप्रमाणे, या स्थिर बिंदूपासून r अंतरावर असलेला बिंदू शोधण्यासाठी आपण प्रथम एक उभी रेषा आणि एक आडवी रेषा काढू या जी या निश्चित बिंदूला छेदते o आता अंतरावर असलेला दुसरा बिंदू मिळविण्यासाठी.

या बिंदूपासून काही निश्चित अंतर r म्हणूया o एक मार्ग असा आहे की आपण या बिंदूपासून जाणारी कोणतीही सरळ रेषा मानतो o म्हणून आपण म्हणू या की आपण कोणतीही सरळ रेषा काढू या, उदाहरणार्थ o वरून जाणाऱ्या या सरळ रेषेचा विचार करू या.

या क्षैतिज रेषेच्या संदर्भात सरळ रेषा काही कोनात थीटा आहे आणि नंतर r बिंदू मिळवणे फार कठीण नाही म्हणून आपण फक्त विचार करू शकतो कारण जर आपण या बिंदूपासून सुरुवात केली तर o आणि जर आपण फक्त या रेषेने चाललो तर जर आपण या दिशेने गेलो तर आपण एकतर या दिशेने जाऊ शकतो

, उदाहरणार्थ समजा आपण येथून पुढे गेलो तर आपण काही अंतर कापले आहे म्हणून आपण एका विशिष्ट बिंदूपर्यंत पोहोचपर्यंत हे अंतर वाढवत राहू शकतो.

p जे त्या निश्चित अंतरावर आहे r जे आपल्याला सुरुवातीला हवे होते म्हणून आपण असे म्हणूया की o पासून सुरू करून आपण या हिरव्या सरळ रेषेवर या दिशेने जातो आणि जेव्हा आपण o मधील अंतरापासून पुढे जातो तेव्हा en आपण जिथे आहोत आणि p बिंदूवर पोहोचपर्यंत हा स्थिर बिंदू o वाढले की हे अंतर आता r आहे या दिशेने जाण्याऐवजी आपण दुसऱ्या दिशेने जाऊ शकलो असतो आणि जर आपण दुसऱ्या दिशेला गेलो तर नक्कीच आपण करू.

आणखी काही बिंदू मिळवा हा बिंदू q म्हणू या म्हणजे हे अंतर देखील r आहे म्हणून आता आपल्याकडे p आणि q हे दोन बिंदू आहेत जे या स्थिर बिंदूपासून r च्या अंतरावर आहेत o आपल्याला यासारखे आणखी बिंदू सापडतील अर्थातच आपल्याला ते फारसे नाही.

अवघड आहे कारण आपण दुसरी सरळ रेषा काढू शकतो जी पुन्हा जाते परंतु ती थीटा ऐवजी इतर कोनात उजवीकडे असू शकते, उदाहरणार्थ आपल्याकडे ही सरळ रेषा आहे आणि ती क्षैतिज रेषेच्या संदर्भात इतर कोनात आहे.

पुन्हा या सरळ रेषेवर निश्चितपणे काही बिंदू अस्तित्वात असेल मी त्याला कॉल करू शकतो म्हणून मी पहिल्या ओळीसाठी या p एक q एक म्हणून आणि नंतर o पासून सुरू करून जर मी दुसऱ्या ओळीवर या दिशेने गेलो तर तेथे डी होईल.

finitely अस्तित्वात आहे काही बिंदू आपण p दोन असे म्हणू या की op दोन r च्या बरोबरीचे आहेत आणि त्याचप्रमाणे या बाजूला देखील एक बिंदू q दोन मिळेल जसे की oq दोन देखील r आहे

त्यामुळे आता आपल्याकडे चार गुण आहेत p एक p दोन q एक q दोन जे या स्थिर बिंदूपासून r समान अंतरावर आहेत o आणि असे दिसून आले की या प्रकरणात एक सरळ रेषा असल्यामुळे आपण अमर्यादपणे अनेक सरळ रेषा बनवू शकतो म्हणून आपण फक्त त्या सरळ रेषांचा विचार करत आहोत जे या स्थिर बिंदूतून जात आहेत o पण तिथे अनंतपणे अनेक आहेत कारण आडव्या निळ्या रेषा आणि सरळ रेषा मधील कोन थीटा बदलणे आवश्यक आहे कारण थीटा सतत बदलत असताना सर्व वास्तविक मूल्ये 0 ते 360 अंशांपर्यंत घेतात आणि

त्यामुळे शून्य आणि मधील कोणत्याही संभाव्य कोन थीटाशी संबंधित असतात.

आपण निवडलेल्या अशा कोणत्याही कोनाशी संबंधित तीन साठ म्हणजे एक सरळ रेषा असेल, उदाहरणार्थ जर आपण शून्य अंशाच्या समान थीटा घेतला तर आपल्याकडे ही रेषा ही क्षैतिज li आहे.

ne स्वतः आणि क्षैतिज रेषेवर आपण असे म्हणू या की आपल्याकडे हा बिंदू p आहे म्हणजे op r च्या बरोबरीचा आहे आणि हा बिंदू q असा आहे की oq देखील r आहे जर आपण $theta$ बरोबर नव्द अंश घेतले तर आपण या उभ्या रेषेवर आहोत आणि मग आपण चला हा बिंदू p तीन q तीन येथे सांगू या म्हणजे हा देखील r हा देखील r आहे आणि मग आपण एक वीस कोणत्याही संभाव्य कोनाच्या बरोबरीने थीटा घेऊ शकतो म्हणून शून्य आणि तीन साठ मध्ये अनंत कोन असल्याने याचा अर्थ काय आहे आमच्याकडे असीम अनेक बिंदू आहेत जे या स्थिर बिंदूपासून समान अंतरावर आहेत आणि आता मी सामील झालो तर मी या सर्व अमर्याद अनेक बिंदूंमध्ये सामील झालो जे मी येथे या ठिपके असलेल्या निळ्या रेषेने दाखवत आहे आता आपण असे म्हणूया की हे असीम अनेक आहेत.

बिंदू बरोबर म्हणून जर मी फक्त ते सर्व बिंदू प्लॉट केले आणि जर मी त्यांना जोडले तर आपल्याला आपले वर्तुळ मिळेल

त्यामुळे थोडक्यात वर्तुळ हे बिंदूंचा संग्रह आहे जे दिलेल्या निश्चित बिंदूपासून निश्चित अंतरावर

असतात या प्रकरणात निश्चित बिंदू हा निश्चित आहे अंतर i sr एक उदाहरण म्हणून उदाहरण म्हणून येथे स्थिर बिंदू o आपल्या

समन्वय प्रणालीमध्ये मूळ असू शकतो हा बिंदू o शून्य स्वल्पविराम शून्य असू शकतो आणि r असू शकतो या प्रकरणात आपण साडेतीन एकके म्हणू या या स्थिर बिंदूला o म्हणतात याला वर्तुळाचे केंद्र म्हटले जाते म्हणून निश्चित बिंदू o हा वर्तुळाचा केंद्र आहे आणि या निश्चित अंतराला वर्तुळाची त्रिज्या असे म्हणतात आता जर आपण वर्तुळावरील कोणतेही दोन बिंदू घेतले तर आपण हा बिंदू येथे आणि इतर कोणताही बिंदू म्हणू या बिंदू आपण हे येथे एक म्हणू या किंवा असे म्हणू नका की आपण हा बिंदू आणि हा बिंदू घेऊ असे म्हणू या म्हणून आपण p 4 n $q4$ म्हणू आणि असे म्हणू या की हे दोन बिंदू ते ज्या वर्तुळावर आहेत त्या वर्तुळाचे आहेत.

वर्तुळ आणि आपण त्यांना एका रेषाखंडाने जोडतो मग अशा रेषाखंडाला जीवा म्हणतात जीवा म्हणजे कोणत्याही दोन

बिंदूना जोडणारा कोणताही रेषाखंड असतो

त्यामुळे जीवा हा वर्तुळावरील कोणत्याही दोन बिंदूना जोडणारा रेषाखंड असतो

त्यामुळे आपल्याकडे एक आहे.

विशेष जीवा जेथे समजा आम्ही साठी उदाहरण जर आपण r केस घेतले तर समजा आपण p एक आणि q एक घेतो, तर आपण म्हणतो p एक आणि q एक ते दोन्ही

वर्तुळावर आहेत आणि म्हणून q एक आणि p वन मधील हा रेषाखंड एक हॉर्ड आहे परंतु तो एक विशेष समूह आहे हे एक विशेष कार्ड आहे कारण ते वर्तुळाच्या मध्यभागातून जाते म्हणून अशा आणि अशा टोळीला व्यास असे एक विशेष नाव दिले जाते ज्याला व्यास म्हणतात व्यास म्हणतात

त्यामुळे या प्रकरणात p एक q एक व्यास आहे त्याचप्रमाणे p दोन q दोन a आहे व्यास देखील आहे आणि जसे आपण पाहू शकता की तेथे अमर्यादपणे अनेक व्यास आहेत आता या आहे व्यासाची लांबी किती आहे या रेषाखंडात जर तुम्हाला कोणताही व्यास दिसला तर तो दोन त्रिज्यांचा बनलेला आहे उदाहरणार्थ p one q one च्या बाबतीत कारण एक व्यास जातो मध्यभागी ही लांबी p one q one ही p one o अधिक oq one आहे कारण p one q one ही सरळ रेषा आहे आणि आम्हाला माहित आहे की p one $onoq$ one दोन्ही r च्या बरोबर आहेत तर p one q one हे दोन पट r इतके आहे की आपण पाहतो की व्यास नेहमी t असतो त्रिज्येच्या

पलीकडे आतापर्यंत आपण वर्तुळाची नेमकी व्याख्या कशी करायची किंवा आपल्याला मुळात वर्तुळाचा अर्थ काय आहे हे पाहिले आहे परंतु गणितात आपल्याला नेहमी समीकरणांच्या संदर्भात गोष्टी औपचारिकपणे व्यक्त कराव्या लागतात

ज्याप्रमाणे आपण सरळ रेषेचे समीकरण परिभाषित करतो म्हणून आपण मागे गेलो तर सरळ रेषेच्या समीकरणासाठी म्हणून समजा हा आपला हा आपला समन्वय अक्ष आहे हा बिंदू मूळ आहे आणि समजा आपल्याकडे ही सरळ रेषा आहे, तर ही सरळ रेषा सर्वांनी अनिवार्यपणे परिभाषित केली आहे, तर आपण औपचारिकपणे सरळ कसे परिभाषित केले? रेषा म्हणजे सरळ रेषा म्हणजे काहीही नसून या सरळ रेषेवर असलेल्या सर्व बिंदूंचा संग्रह आहे आणि मग आपण म्हणालो की येथे कोणताही अनियंत्रित बिंदू आहे ज्याचा x समन्वय x म्हणू देईल आणि ज्याचा y समन्वय आहे तो आपण y म्हणू या म्हणून आपण आता येथे एक बिंदू p आहे मग आम्ही शोधायला गेलो मग आम्ही शोधत गेलो की या x आणि y ने कोणत्या गुणधर्माचे समाधान करावे जेणेकरून ते आता या सरळ रेषेवर पडेल जर तुम्हाला येथे हा सरळ l दिसला तर ine या बिंदूतून जातो x शून्य y one जो हा बिंदू पुढे आहे हा कोन इथे पंचेचाळीस अंश आहे कारण या रेषेचा उतार एक आहे आणि तो पाहणे खूप सोपे आहे कारण ही सरळ रेषा या दुसऱ्या बिंदूतूनही जाते.

येथे बिंदू करा ज्याचे निर्देशांक x एक y दोन आहेत तर रेषेचा उतार दोन वजा एक आहे म्हणून y दोन वजा y एक भागिले x दोन वजा x एक म्हणजे एक उतार एक समान आहे म्हणजे या सरळ रेषेतील कोन आणि क्षैतिज अक्ष आता 45 अंश आहे कारण उतार 1 च्या बरोबरीचा आहे तो आता खूप सोपे आहे कारण जर मी प्रयत्न केला तर आपल्याकडे हा बिंदू xy असेल आणि जर तो सरळ रेषेवर आहे असे म्हटले तर त्याच सरळ रेषेची गणना केली तर या रेषाखंडाचा उतार p आणि शून्य एक दरम्यान असेल तर या रेषाखंडाचा उतार देखील एकच असावा

त्यामुळे हा बिंदू xy सरळ रेषेवर असेल तरच तो एक असेल

त्यामुळे या रेषाखंडाचा उतार y मिनिट आहे s एक ला x उणे शून्य ने भागले आणि उतार एक असावा कारण आपण मोजले की या सरळ रेषेचा उतार एक बरोबर आहे म्हणून आपल्याला हे समीकरण कसे मिळेल आणि नंतर आपण ते सोपे केले तर आपल्याला x अधिक एक बरोबर y मिळेल मग आपण म्हणतो की ही सरळ रेषा त्या सर्व बिंदूंचा संग्रह आहे ज्यासाठी y समन्वय x समन्वयापेक्षा एक अधिक आहे उदाहरणार्थ जर कोणी मला एक बिंदू दिला तर मला बिंदू सहा स्वल्पविराम दिला तर आठ x सहा y आठ आहे मी लगेच तपासू शकतो हा बिंदू या सरळ रेषेचा आहे की नाही कारण आणि कोणी पाहू शकतो की तो संबंधित नाही कारण y आठ आहे आणि x अधिक एक सात आहे आणि आठ सात नाही म्हणून मी फक्त ah y बरोबर आठ आणि x बरोबर सहा असे ठेवले आणि मला असे दिसते की हे समीकरण या बिंदूने समाधानी नाही आणि म्हणून हा बिंदू या सरळ रेषेवर बसत नाही आणि मग हे लिहिणे खूप सोपे आहे अह हे मूलतः आपल्याकडे जे आहे

ते संपूर्ण सरळ रेषेचे वैशिष्ट्य आहे म्हणून आता वर्तुळाचे प्रकरण किंवा आपले उद्दिष्ट एक समान वैशिष्ट्य प्राप्त करणे आहे किंवा मुळात असा काही प्रकारचा नियम आहे

जो वर्तुळावरील कोणत्याही बिंदूच्या निर्देशांकांनी पूर्ण केला पाहिजे, चला आपण मागे जाऊया आणि म्हणूया की हे आपले कोन आहे हे समन्वय अक्ष आहेत पुढील अक्ष y अक्ष समजा आपल्याकडे एक वर्तुळ आहे ज्याच्या केंद्रामध्ये h स्वल्पविराम k समन्वय आहे त्यामुळे केंद्राचा x समन्वय h आहे y समन्वय k आहे आणि आपण म्हणू की त्रिज्या r आहे आता समजा जर आपण म्हटले की एक बिंदू p आहे.

ज्यांचे निर्देशांक x आणि y आहेत आणि आपण असे म्हणूया की p या वर्तुळावर मध्य skn त्रिज्या r आहे, आता आपण असा नियम तयार करू शकतो ज्यासाठी या x आणि y चे समाधान करणे आवश्यक आहे जेणेकरून सरळ रेषेच्या बाबतीत कोणताही बिंदू दिला जाईल.

कोणताही बिंदू जर आपल्याला त्याचे निर्देशांक माहित असतील तर आपल्याला हा नियम माहित असेल तर तो बिंदू वर्तुळावर आहे की नाही हे आपण तपासू आणि सांगू शकू, म्हणून आपण प्रथम rad पासून केंद्र p बिंदूशी जोडू या.

ius r या रेषाखंडाची लांबी op असेल r आपण मध्यभागी ओळीतून जाणारी एक क्षैतिज रेषा काढू या

त्यामुळे स्पष्टपणे x अक्ष आणि ही रेषा आता समांतर आहेत आणि आपण p बिंदू मधून जाणारी एक उभी रेषा बनवू.

अर्थात ही उभी रेषा आणि y अक्ष समांतर आहेत आणि x आणि y अक्ष नव्वद अंशांवर असल्यामुळे हे पाहणे सोपे आहे की हा कोन सुद्धा नव्वद अंशाचा आहे, या दोन रेषांच्या छेदनबिंदूचा हा बिंदू आपण q ने बनवला आहे, तर आता आपण काय करू? **have** येथे

काटकोन त्रिकोण आहे म्हणून आपल्याकडे पायथागोरसच्या प्रमेयावरून आता एक काटकोन त्रिकोण opq आहे, त्यानंतर op वर्ग ओके स्केअर समान आहे op स्केअर ओक्यू स्केअर अधिक pq स्केअर आहे पण op स्केअर r स्केअर आहे oq किती आहे चौरस जर आपण पाहिला कारण या बिंदूचा x समन्वय p हा x आहे x हे आडवे अंतर x आहे x केंद्राचा x समन्वय o h आहे म्हणून हे अंतर तितके आहे आणि म्हणून ते पाहणे सोपे आहे.

oq स्केअरवर x वजा h संपूर्ण चौरस असेल आणि त्याचप्रमाणे हे उभे अंतर y आहे जे या बिंदूचे y समन्वय आहे p हे उभे अंतर k आहे जे o केंद्राचा y समन्वय आहे आणि म्हणून pq वर्ग y वजा k संपूर्ण आहे चौरस म्हणून आपण ज्या नियमाबद्दल बोलत होतो त्याप्रमाणेच येथे सरळ रेषांच्या बाबतीत देखील वर्तुळांच्या बाबतीत आपल्याला एक सामान्य नियम मिळतो जो वर्तुळावरील कोणत्याही बिंदूचा समन्वय आणि कोणत्या बिंदूचा समन्वय असतो.

वर्तुळाचे समाधान होणे आवश्यक आहे, उदाहरणार्थ आपण असे म्हणू की आपल्याकडे एक वर्तुळ आहे ज्याचा केंद्रबिंदू एक स्वल्पविराम दोन आणि त्रिज्या पाच एकके आहे, म्हणून आपण म्हणू या की आपल्याकडे एक बिंदू xy आहे जो उणे एक स्वल्पविराम तीन आहे आणि आता आपल्याला तपासावे लागेल की नाही हा बिंदू वजा एक स्वल्पविराम तीन या वर्तुळावर आहे त्यामुळे वर्तुळ केंद्र एक स्वल्पविराम दोन आणि त्रिज्या पाच द्वारे निर्दिष्ट केले आहे म्हणून हे तपासणे फार कठीण नाही म्हणून या प्रकरणात हा r हा h आहे आणि हा k आहे हा x हा y आहे म्हणून प्रथम आपण ही मूल्ये येथे ठेवण्याचा प्रयत्न करू आणि आपल्याला समानता मिळते का ते तपासू.

एक जो वजा दोन आहे तर वजा दोन चौरस आहे चार y वजा ky वजा k तीन वजा दोन तर एक तीन वजा दोन पूर्ण चौरस एक आहे तर उजव्या हाताला पाच आहेत डाव्या बाजूला पंचवीस आहेत आणि ते नाहीत समान म्हणून हा बिंदू वजा एक स्वल्पविराम तीन केंद्र असलेल्या वर्तुळावर एक स्वल्पविराम दोन आणि त्रिज्या पाच नसतो वर्तुळाच्या समीकरणाच्या या विशिष्ट ah स्वरूपाला केंद्र त्रिज्या फॉर्म म्हणतात आणि आपल्याला हे नाव केंद्र त्रिज्या का आहे हे अगदी स्पष्ट आहे.

कारण फक्त ही अभिव्यक्ती पाहून आपण पाहतो की केंद्र हा h स्वल्पविराम k आहे आणि त्रिज्या r आहे जी डाव्या बाजूला आहे उदाहरणार्थ ah जर मी दिले तर मी ते सांगितले तर आपण काही वर्तुळाच्या या समीकरणाचा विचार करू या त्यामुळे हे समीकरण हे मध्य त्रिज्या स्वरूपातील वर्तुळाचे समीकरण आहे आणि ते पाहून आपण अगदी सहज म्हणू शकतो की वर्तुळाचे केंद्र तीन स्वल्पविराम सात आहे आणि त्रिज्या आहे म्हणून हा r चौरस आहे तर r 8 त्रिज्या आहे पण वर्तुळाचे समीकरण निर्दिष्ट करण्याचा हा एकमेव मार्ग नाही तर इतरही काही मार्ग आहेत

त्यामुळे असा एक मार्ग पॅरामेट्रिक फॉर्म म्हणून ओळखला जातो

त्यामुळे पॅरामेट्रिक फॉर्ममध्ये आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे आपण पुन्हा समन्वय अक्ष काढू या.

मूळ आणि समजा आपल्याकडे पुन्हा एक वर्तुळ आहे ज्याचे केंद्र h स्वल्पविराम k आणि त्रिज्या r आहे तर आपण म्हणू या की हे केंद्र आहे स्वल्पविराम k त्रिज्या r आहे आता आपल्याला ऑन च्या सर्व बिंदूंच्या त्या बांधकामाकडे परत जावे लागेल सरळ रेषा काढण्यावर आधारित वर्तुळ आता केंद्रातून जाणारी कोणतीही सरळ रेषा काढत असेल तर आपण ही रेषा इथे म्हणू या म्हणजे ही रेषा जी अर्थातच वर्तुळाच्या मध्यभागातून जाते h स्वल्पविराम k आणि ही सरळ रेषा करू x अक्षासह थीटाचा एक कोन बनवला आहे म्हणून मी येथे x अक्षाच्या समांतर एक ठिपकेदार रेषा काढतो आणि ही सरळ रेषा थीटाचा कोन बनवते

त्यामुळे नेहमी घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने थीटाचे मोजमाप करा

त्यामुळे मी असे गेलो तर माझ्याकडे सकारात्मक थीटा असेल जर मी असे गेलो तर माझ्याकडे नकारात्मक थीटा आहे असे म्हणूया की येथे एक बिंदू p आहे ज्याचा x आणि y समन्वय आपल्याला शोधायचा आहे किंवा आपण

या त्रिज्या r मुळे p हा बिंदू शोधण्याचा मार्ग आपल्याला आठवत असेल तर सांगूया या दिशेने सरळ रेषेवर आणि p या बिंदूपर्यंत पोहोचेपर्यंत आम्ही पुढे सरकलो जसे की op r बरोबर आहे, अशा प्रकारे आम्ही आजच्या व्याख्यानाच्या पहिल्या किंवा दुसऱ्या स्लाइडवर परत गेलो तर वर्तुळावर बिंदू शोधण्यास सुरुवात केली.

r म्हणून जर हे r असेल आणि मी y अक्षाच्या समांतर रेषा काढली तर हे स्पष्ट आहे की मी बांधलेल्या या दोन रेषा q येथे कधीतरी नव्वद अंशाच्या कोनात भेटतील आणि मग मला हा थोडासा अधिकार आहे.

कोन त्रिकोण येथे op q जिथे आपल्याला माहित आहे की op हे r च्या बरोबरीचे आहे परंतु op हे त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांवरील आपल्या माहितीवरून r असल्याने आपल्याला माहित आहे की oq हा $r \cos \theta$ च्या बरोबरीचा असेल जो येथे आहे म्हणून हा $r \cos \theta$ आहे आणि qp हा $r \sin \theta$ असेल आता यावरून आपण वर्तुळावर असलेल्या या बिंदूचे दोन समन्वय शोधू शकू

तर आता आपण काय करणार आहोत या p वर असलेल्या या बिंदूचे x आणि y निर्देशांक व्यक्त करणार आहोत.

वर्तुळ r आणि हा कोन थीटा आणि ते फार कठीण नाही कारण p या बिंदूचा x समन्वय या अंतराच्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपण म्हणू की आपल्याकडे pxy आहे म्हणून x समन्वय इतका आहे हा x आहे पण हा x आहे काहीही नाही पण खरं तर हे देखील x आहे पण हे x हे अंतर काही नाही पण हे अंतर अधिक आहे म्हणून x हे अंतर केंद्राच्या x समन्वयाच्या बरोबरीचे आहे जे h अधिक आहे आणि हे अंतर oq आम्हाला आधीच r असल्याचे आढळले आहे.

$\cos \theta$ त्याचप्रमाणे y coordinate o f हा बिंदू p कोणता हे अंतर येथे आहे हे y आहे पण हे अधिक qp आहे पण हे काहीच नाही पण केंद्र o च्या y समन्वयाच्या समान आहे जे k आहे

त्यामुळे y इतके आहे जे k अधिक qp आहे पण qp आहे आधीच $r \sin \theta$

त्यामुळे खरंच आता आपल्याकडे या बिंदू p च्या x आणि y समन्वयासाठी अभिव्यक्ती आहे वर्तुळाच्या मध्यभागी असलेल्या समन्वयांच्या संदर्भात वर्तुळाची त्रिज्या r आणि सरळ रेषा आणि क्षैतिज x अक्ष यांच्यामधील कोन थीटा पण हे एखाद्या नियमात बनवता येऊ शकते जसे आपल्याकडे मध्य त्रिज्या सूत्रीकरणात होते आणि आपण संपूर्ण वर्तुळ हे सर्व बिंदू x आणि y म्हणून परिभाषित करू

शकतो जेथे $x = h \cos \theta$ अधिक $r \cos \theta = y$ आहे $k + r \sin \theta$ खरंच जर आपण मागे गेलो तर आपण पाहू शकतो की x उणे h संपूर्ण चौरस आहे म्हणजे $x = h \cos \theta$ चौरस त्याचा $r \cos \theta = y$ वजा k आहे $r \sin \theta$ चौरस त्याचा r वर्ग आहे $\sin^2 \theta$ आता आपण हे दोन जोडू मग काय आपल्याला मिळते r स्केअर \cos स्केअर थीटा अधिक r स्केअर \sin स्केअर थीटा जो r स्केअर शिवाय दुसरे काहीही नाही आणि जो नियमाशिवाय काहीही नाही जो आपण आताच या मध्ये पाहिला होता जेव्हा आपण केंद्र त्रिज्या फॉर्मवर चर्चा करत होते त्यामुळे जर आपण हे दोन जोडले तर आपण शेवटी हे मिळवले म्हणजे वर्तुळावरील कोणताही बिंदू p प्रथम वर्तुळावरील कोणत्याही बिंदू p चे निर्देशांक नेहमी असे लिहिले जाऊ शकतात जेथे थीटा शून्य आणि दोन π मधला काही कोन आहे पुढे जर आपण कोणत्याही थीटा साठी निवडतो.

शून्य आणि घात दोन π शून्य ते दोन π जर आपण h अधिक $r \cos \theta = y$ समन्वयामध्ये k अधिक $r \sin \theta = x$ असा x आणि y समन्वय असलेला बिंदू तयार केला तर असा बिंदू निश्चितपणे वर्तुळावर असेल आणि तेच आम्ही येथे सिद्ध केले आहे की या दोन्ही युक्तिवादांसह आपण निष्कर्ष काढू शकतो की वर्तुळ हे सर्व बिंदू x आणि y चा संच आहे जेथे x आणि y समन्वय मूलतः h अधिक $r \cos \theta = k$ अधिक $r \sin \theta = y$ संबंधित आहेत.

मध्यांतर 0 ते 2π म्हणून आपण आणि हे अगदी स्पष्ट आहे की आपण थीटा 0 ते 2π पर्यंत बदलतो म्हणून आपण मूलतः हलवत आहोत म्हणून जेव्हा थीटा 0 च्या बरोबरीचा असतो तेव्हा आपला बिंदू येथे कुठेतरी असतो आणि मग आपण अशा प्रकारे हलवू लागतो आणि नंतर जर आपण पुढे वाढीव थीटा इथे कुठेतरी पोहोचेल म्हणून जर आपण इथे पोहोचलो तर आपल्याकडे मुळात थीटा 90° अंश असेल कारण अशावेळी ही सरळ रेषा असेल आणि हा कोन आता 90° अंश असेल आणि मग आपण थीटा 90° अंशाच्या पुढे जाऊ शकतो आणि मग संपूर्ण क्रांती पूर्ण करा म्हणून जेव्हा आपण वर्तुळ या फॉर्ममध्ये व्यक्त करतो तेव्हा ते पॅरामीटर थीटाच्या संदर्भात असते आणि म्हणून वर्तुळाच्या या प्रकारच्या समीकरणाला वर्तुळाचे पॅरामीट्रिक पॉइंट पॅरामीट्रिक समीकरण म्हणून ओळखले जाते म्हणून आपण जे म्हटले आहे ते असे आहे की आपण दोन गोष्टी सांगितल्या आहेत जर बिंदू x स्वल्पविराम y हा केंद्र h, k आणि त्रिज्या r असलेल्या वर्तुळाचा असेल तर x असणे आवश्यक आहे नंतर पुढील s अधिक $r \cos \theta = x$ च्या समान असणे आवश्यक आहे आणि y काही थीटा संबंधित साठी k अधिक $r \sin \theta = y$ समान असणे आवश्यक आहे g ते शून्य दोन π पर्यंत काही थीटा अस्तित्वात असावी जसे की x हा आहे आणि y आहे k अधिक $r \sin \theta$ म्हणून ही एक गोष्ट आहे जी आपण म्हटली आहे ती दुसरी गोष्ट जी आपण म्हटली आहे ती म्हणजे शून्याशी संबंधित कोणत्याही कोन थीटासाठी दोन π बिंदू $s + r \cos \theta$ आणि $k + r \sin \theta$

त्यामुळे हा विशिष्ट बिंदू वर्तुळाचा आहे ज्याचे केंद्र स्वल्पविराम h, k आणि त्रिज्या r आहे म्हणून या दोन गोष्टी आपण दाखवल्या आहेत जर आपण आपल्या केंद्र त्रिज्या फॉर्मवर परत गेलो आणि जर आपण ते या फॉर्मचे होते हे आठवा पण जर तुम्ही हे चौरस उघडले तर आम्हाला $x = h + r \cos \theta$ अधिक h चौरस अधिक $y = k + r \sin \theta$ अधिक k वर्ग समान r वर्ग किंवा $x = h + r \cos \theta$ वर्ग वजा दोन h वजा दोन ky अधिक k वर्ग अधिक s वर्ग वजा r वर्ग शून्य बरोबर आहे म्हणून मध्य त्रिज्या फॉर्मपासून सुरू करून शेवटी आपल्याला हे प्राप्त होते आणि आमचा दावा आहे की वर्तुळाचे समीकरण सर्वसाधारणपणे या प्रकारात लिहिले जाऊ शकते जे $x = h + r \cos \theta$ अधिक $y = k + r \sin \theta$ आहे म्हणून दोन्हीचा गुणांक x स्केअर आणि y स्केअर सारखेच असतील, कारण ah जे मुळात इथून सुरू होत आहे आणि नंतर आपल्याकडे x फक्त काही गुणांकाने गुणाकार केलेले एक पद असेल, म्हणून इथे जसे आपल्याकडे ही संज्ञा होती तशीच दुसरी संज्ञा y मध्ये रेखीय असेल.

हे आणखी एक पद आहे जे y गुणिले काही स्थिर अधिक एक स्थिर c आहे या प्रकरणात केंद्र त्रिज्या फॉर्म c आहे हे $2f$ आहे वजा $2k + 2g$ वजा दोन h आहे म्हणून हे वर्तुळाचे सर्वात सामान्य रूप आहे हे मुळात x आणि y मधील द्वितीय श्रेणीचे समीकरण आहे परंतु या जोडीसह ah सह काही विशेष गुणधर्म आहेत की x चौरस आणि y वर्गाचे गुणांक समान आहेत आणि दुसरे म्हणजे असे कोणतेही पद नाही ज्यामध्ये संज्ञा आहे तेथे कोणतीही संज्ञा नाही जे काही स्थिर वेळा xy आहे कारण सर्वसाधारण द्वितीय अंश समीकरणात सामान्य द्वितीय अंश समीकरण $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$ स्केअर अधिक बाय स्केअर अधिक cxy अधिक दोन dx अधिक दोन ey अधिक f शून्य आहे म्हणून हे आहे a चे रूप म्हणजे हे सर्वसाधारण द्वितीय अंशाच्या समीकरणाचे स्वरूप आहे परंतु येथे आपण पाहिल्यास $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ आणि y वर्गाचा गुणांक सर्वसाधारणपणे समान असणे आवश्यक नाही तसेच xy चा गुणांक शून्य असणे आवश्यक नाही परंतु जर या द्वितीय सामान्यमध्ये दुस-या पदवीचे समीकरण जर आपल्याकडे b आणि c समान शून्य असेल तर या दोन अटी पूर्ण झाल्या तर आपल्याला वर्तुळाचे समीकरण मिळेल कारण जर आपण येथे b आणि c समान शून्य ठेवले तर आपण $ax^2 + ay^2 + dx + ey + f = 0$ मिळवा कारण $b = a$ आहे आणि नंतर cxy गायब होईल कारण $c = 0$ दोन dx अधिक आणि जर आपण प्रत्येक गोष्टीला a ने विभाजित केले तर आपल्याला मिळेल आणि हे स्पष्टपणे $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c/a = 0$ स्केअर अधिक y स्केअर अधिक दोन gx अधिक दोन fy अधिक c/a या स्वरूपाचे आहे.

शून्य आहे

त्यामुळे

वर्तुळाच्या समीकरणाचे हे सर्वात सामान्य स्वरूप आहे

आता जेव्हा आपल्याकडे या स्वरूपात वर्तुळ आहे तेव्हा आपण केंद्र आणि त्रिज्या चांगल्या प्रकारे कसे शोधू शकतो आपण हे सोपे करू शकतो म्हणून आपण या दोन संज्ञा एकत्र आणू.

y चौरस आणि दोन fy ते मिळवा आणि मग आम्ही हे पूर्ण करतो तुम्ही एक अधिक g स्केअर आणि एक वजा g स्केअर तुम्ही वजा f स्केअरच्या खाली एक अधिक f स्केअर ठेवता म्हणजे आम्हाला $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ अधिक g पूर्ण स्केअर अधिक $y^2 + f$ पूर्ण स्केअर म्हणजे g स्केअर अधिक f स्केअर वजा c आणि हे आपल्याला केंद्र त्रिज्या स्वरूपाची आठवण करून देते

जे x उणे h पूर्ण चौरस अधिक y वजा k पूर्ण चौरस r चौरस आहे आता हे स्पष्टपणे वर्तुळाचे प्रतिनिधित्व करते फक्त जर आणि

फक्त जर हा उजवा हात r चौरस असेल तरच नेहमी नकारात्मक नसतात आणि म्हणूनच हे वर्तुळ दर्शवते जर आणि फक्त हे नकारात्मक असेल तर ही स्थिती नेहमी धरली पाहिजे जर हे ऋण असेल तर जर आपल्याला समीकरण मिळाले आणि जर आपण d वर्ग अधिक f वर्ग वजा c हे ऋण मोजले तर हे आहे वर्तुळाचे समीकरण नाही परंतु जर ते नकारात्मक नसले तर ते वर्तुळाचे समीकरण आहे हे स्पष्ट आहे कारण हे येथे सारखेच आहे अशा परिस्थितीत त्रिज्या फक्त r वर्ग आहे म्हणून त्रिज्या squ आहे g वर्ग अधिक f वर्ग वजा c चे मूळ आहेत आणि केंद्र h स्वल्पविराम k आहे परंतु h वजा g आहे कारण हे आणि हे समान आहेत आणि k वजा f आहे आणि म्हणून आपण असे सांगून निष्कर्ष काढू शकतो की या स्वरूपाचे सामान्य समीकरण एक वर्तुळ आहे.

जर आणि फक्त जर d चौरस अधिक f वर्ग वजा c हा नकारात्मक um

असेल तर वर्तुळाची त्रिज्या d चौरस अधिक f वर्ग वजा c च्या वर्गमूळाच्या r बरोबर असेल ती येथून येते कारण हा r वर्ग आणि ही संज्ञा समान असू द्या आणि वर्तुळाचे केंद्र वर्तुळाच्या मध्यभागी आहे वजा g स्वल्पविराम वजा f आहे ते पुन्हा आपण येथून पाहू शकतो कारण g वजा h समान असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून h वजा g आहे त्याचप्रमाणे k वजा आहे

त्यामुळे वर्तुळाच्या समीकरणाचे हे सामान्य स्वरूप समजून घेऊन आपण हे व्याख्यान संपवतो, जिथे आपण पाहिले की हे वर्तुळाचे प्रतिनिधित्व करते जर आणि फक्त जर g वर्ग अधिक f वर्ग वजा c नॉन- ऋण असेल तर या प्रकरणात ही त्रिज्या आहे.

वर्तुळ आणि वजा g स्वल्पविराम वजा f हे वर्तुळाचे केंद्र आहे

त्यामुळे मूलतः जर आपल्याला या स्वरूपाचे कोणतेही समीकरण दिले गेले तर आपण प्रथम ते वर्तुळ आहे की नाही हे तपासण्यास सक्षम असले पाहिजे आणि नंतर त्रिज्या शोधण्यास सक्षम असावे आणि वर्तुळाचे केंद्र म्हणून आपण पुढील वर्गात वर्तुळाच्या समीकरणांचे इतर प्रकार या आणि इतर पद्धतींबद्दल अधिक जाणून घेऊ