

દીર્ઘકાલિન વિભાગો પરના પ્રથમ વ્યાખ્યાનમાં સ્વાગત છે, વ્યાખ્યાનોની આગામી શ્રેણીમાં ઘણા વિવિધ શંકુ સંકોચનોના ગુણધર્મો અને સમીકરણોની ચર્ચા કરવામાં આવશે જેમ કે વર્તુળો પેરાબોલાસ એલિપ્સ હાઇપરબોલાસ તેથી આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે વર્તુળોથી શરૂઆત કરીશું તેથી ચાલો જોઈએ કે વર્તુળ શું છે.

એટલે ચાલો આપણે કહીએ કે આપણી પાસે એક નિશ્ચિત બિંદુ o છે જે અહીં જોઈ શકાય છે તેથી વર્તુળ એ તમામ બિંદુઓનો સમૂહ કહેવાય છે જે ચોક્કસ નિશ્ચિત બિંદુથી સમાન અંતર પર હોય છે તેથી ચાલો કહીએ કે આ નિશ્ચિત અંતર r છે.

શું આપણે એક બિંદુ શોધી શકીએ, ચાલો કહીએ કે આ નિશ્ચિત બિંદુથી r અંતરે આવેલા અમુક બિંદુને શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ o તેથી ફરી જ્યારે આપણે અંતરની વાત કરીએ છીએ ત્યારે આપણે ટ્રિ-પરિમાણીય સમતલની વાત કરીએ છીએ તેથી આપણે સપાટીની વાત કરીએ છીએ.

આ રીતે

, આ નિશ્ચિત બિંદુથી r અંતરે આવેલા બિંદુને શોધવા માટે ચાલો પહેલા એક ઊભી રેખા અને એક આડી રેખા દોરીએ જે આ નિશ્ચિત બિંદુને છેદે છે o હવે અંતરે આવેલો બીજો બિંદુ મેળવવા માટે.

ચાલો કહીએ કે આ બિંદુથી અમુક નિશ્ચિત અંતર r o એક રીત એ છે કે આપણે આ બિંદુથી પસાર થતી કોઈપણ સીધી રેખાને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ

તેથી ચાલો કહીએ કે ચાલો કોઈપણ સીધી રેખા દોરીએ, ઉદાહરણ તરીકે ચાલો આ સીધી રેખાને ધ્યાનમાં લઈએ જે સ્પષ્ટપણે આમાંથી પસાર થાય છે.

સીધી રેખા આ આડી રેખાના સંદર્ભમાં અમુક ખૂણા થીટા પર છે

અને પછી બિંદુ r મેળવવું ખૂબ મુશ્કેલ નથી

તેથી આપણે ફક્ત વિચારી શકીએ છીએ કારણ કે જો આપણે આ બિંદુ o થી શરૂ કરીએ અને જો આપણે ફક્ત આ રેખા સાથે ચાલીએ તો જો આપણે આ દિશામાં જઈએ તો આપણે કાં તો આ દિશામાં જઈ શકીએ છીએ, ઉદાહરણ તરીકે ધારો કે જો આપણે અહીંથી અહીં જઈએ તો આપણે થોડું અંતર કાપ્યું છે

તેથી જ્યાં સુધી આપણે ચોક્કસ બિંદુએ પહોંચીએ ત્યાં સુધી આપણે આ અંતર વધારતા રહી શકીએ.

p જે તે નિશ્ચિત અંતર r પર છે જે આપણે શરૂઆતમાં ઇચ્છતા હતા

તેથી ચાલો કહીએ કે

તેથી o થી શરૂ કરીને આપણે આ લીલી સીધી રેખા પર આ દિશામાં જઈએ છીએ અને જ્યારે આપણે વચ્ચેના અંતરથી વધુ દૂર જઈએ છીએ gu જ્યાં સુધી આપણે છીએ અને આ નિશ્ચિત બિંદુ o ત્યાં સુધી વધશે જ્યાં સુધી આપણે બિંદુ p પર ન પહોંચીએ જ્યાં સુધી આ અંતર હવે r છે આ દિશામાં જવાને બદલે આપણે બીજી દિશામાં જઈ શક્યા હોત અને જો આપણે બીજી દિશામાં જઈએ તો દેખીતી રીતે જ કેટલાક અન્ય બિંદુઓ મેળવો ચાલો આ બિંદુ q કહીએ તો આ અંતર પણ r છે

તેથી હવે આપણી પાસે બે બિંદુઓ છે p અને q જે આ નિશ્ચિત બિંદુથી r ના અંતરે છે o આપણને આના જેવા વધુ બિંદુઓ મળે છે અલબત્ત આપણે શોધી શકીએ છીએ કે તે ખૂબ નથી મુશ્કેલ છે કારણ કે આપણે બીજી સીધી રેખા દોરી શકીએ છીએ જે ફરીથી પસાર થાય છે પરંતુ થીટાને બદલે અન્ય કોઈ ખૂણા પર તે કોઈ અન્ય ખૂણો હોઈ શકે છે

તેથી ઉદાહરણ તરીકે આપણી પાસે આ સીધી રેખા છે અને તે આડી રેખાના સંદર્ભમાં કોઈ અન્ય ખૂણા પર છે.

ફરીથી આ સીધી રેખા પર ચોક્કસપણે અમુક બિંદુ હશે જે હું તેને કોલ કરી શકું છું

તેથી હું આ p ને પ્રથમ લાઇન માટે એક q એક કહીશ અને પછી o થી શરૂ કરીને જો હું બીજી લાઇન પર આ દિશામાં જઈશ તો ત્યાં ડી હશે.

finitely exists some point ચાલો આપણે કહીએ p બે જેમ કે op બે r બરાબર છે અને તે જ રીતે આ બાજુ પણ એક બિંદુ q બે મળશે જેમ કે oq બે પણ r છે

તેથી હવે આપણી પાસે ચાર બિંદુઓ છે p એક p બે q એક q બે જે આ નિશ્ચિત બિંદુ o થી r સમાન અંતરે છે અને તે તારણ આપે છે કે આપણે અનંત ઘણી સીધી રેખાઓ બનાવી શકીએ છીએ કારણ કે આ કિસ્સામાં એક સીધી રેખા છે

તેથી આપણે ફક્ત તે જ સીધી રેખાઓને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ જે આ નિશ્ચિત બિંદુ o માંથી પસાર થાય છે પરંતુ ત્યાં અનંતપણે ઘણા છે કારણ કે આપણે આડી વાદળી રેખા અને સીધી રેખા વચ્ચેના કોણ થીટાને બદલવાની જરૂર છે જે આપણે દોરીએ છીએ કારણ કે થીટા સતત બદલાય છે તે તમામ વાસ્તવિક મૂલ્યો 0 થી 360 ડિગ્રી લે છે અને

તેથી શૂન્ય અને વચ્ચેના કોઈપણ સંભવિત કોણ થીટાને અનુરૂપ છે.

આવા કોઈપણ ખૂણાને અનુરૂપ ત્રણ સાઠ જે આપણે પસંદ કરીએ છીએ ત્યાં એક સીધી રેખા હશે ઉદાહરણ તરીકે જો આપણે થીટાને શૂન્ય ડિગ્રીની બરાબર લઈએ તો આપણી પાસે આ રેખા આ આડી લીટી હશે.

ne પોતે અને આડી લીટી પર આપણે કહીએ કે આપણી પાસે આ બિંદુ p છે જેમ કે op બરાબર r છે અને આ બિંદુ q જેમ કે oq પણ r છે જો આપણે થીટા ને નેવું ડિગ્રી બરાબર લઈએ તો આપણે આ ઊભી રેખા પર છીએ અને પછી આપણે ચાલો આપણે આ બિંદુને અહીં p ત્રણ q ત્રણ કહીએ તો આ પણ r છે આ પણ r છે અને પછી આપણે થિટાને એક વીસ જેટલા કોઈપણ સંભવિત ખૂણાની બરાબર લઈ શકીએ છીએ

તેથી શૂન્ય અને ત્રણ સાઠ વચ્ચે અનંત ઘણા ખૂણો હોવાથી તેનો અર્થ શું થાય છે આપણી પાસે અનંત ઘણા બધા બિંદુઓ છે જે આ નિશ્ચિત બિંદુ o થી સમાન અંતરે છે અને હવે જો હું જોડાઈશ તો જો હું આ બધા અનંત ઘણા બધા બિંદુઓને જોડીશ જે હું અહીં આ ડોટેડ વાદળી રેખા સાથે બતાવી રહ્યો છું

હવે ચાલો કહીએ કે આ તે અનંત ઘણા છે પોઈન્ટ બરાબર છે

તેથી જો હું ફક્ત તે બધા બિંદુઓને કાવતરું કરું અને જો હું તેમને જોડું તો આપણને અમારું વર્તુળ મળે છે

તેથી ટૂંકમાં વર્તુળ એ બિંદુઓનો સંગ્રહ છે જે આપેલ નિશ્ચિત બિંદુથી નિશ્ચિત અંતર પર હોય

છે આ કિસ્સામાં નિશ્ચિત બિંદુ એ નિશ્ચિત બિંદુ છે અંતર i sr ઉદાહરણ તરીકે ઉદાહરણ તરીકે અહીં નિશ્ચિત બિંદુ o આપણી સંકલન પ્રણાલીમાં મૂળ હોઈ શકે છે આ બિંદુ o શૂન્ય અલ્પવિરામ શૂન્ય હોઈ શકે છે અને r હોઈ શકે છે આ કિસ્સામાં આપણે કહીએ કે સાડા ત્રણ એકમો પણ આ નિશ્ચિત બિંદુ o કહેવાય છે.

તેને વર્તુળનું કેન્દ્ર કહેવામાં આવે છે

તેથી નિશ્ચિત બિંદુ o વર્તુળનું કેન્દ્ર છે અને આ નિશ્ચિત અંતરને વર્તુળની ત્રિજ્યા કહેવામાં આવે છે હવે જો આપણે વર્તુળ પરના કોઈપણ બે બિંદુઓ લઈએ તો ચાલો આ બિંદુને અહીં કહીએ અને અન્ય કોઈપણ બિંદુ ચાલો આપણે અહીં આ એક કહીએ અથવા આપણે કહીએ નહીં કે ચાલો કહીએ કે આપણે આ બિંદુ અને આ બિંદુ લઈએ છીએ

તેથી આપણે લઈએ છીએ ચાલો આપણે કહીએ p 4 n $q4$ અને ચાલો કહીએ કે આ બે બિંદુઓ તેઓ જે વર્તુળ પર છે તેના સંબંધ છે વર્તુળ અને આપણે તેમને રેખાખંડ વડે જોડીએ છીએ તો આવા રેખાખંડને તાર કહેવામાં આવે છે તેને હોર્ડ કહેવાય છે

તેથી તાર એ

કોઈપણ બેને જોડતો કોઈપણ રેખાખંડ છે

તેથી તાર એ વર્તુળ પરના કોઈપણ બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ છે

તેથી આપણી પાસે છે ખાસ તાર જ્યાં ધારો કે જો આપણે માટે ઉદાહરણ તરીકે જો આપણે r કેસ લઈએ તો ધારો કે આપણે p વન અને q એક લઈએ છીએ તો આપણે કહીએ છીએ કે p એક અને q એક તે બંને

વર્તુળ પર છે અને

તેથી q એક અને p વન વચ્ચેનો આ રેખાખંડ એક ટોળું છે પરંતુ તે એક વિશિષ્ટ ટોળું છે.

એક ખાસ કાર્ડ છે કારણ કે તે વર્તુળના મધ્યમાંથી પસાર થાય છે

તેથી આવા અને આવા ટોળાને એક વિશિષ્ટ નામ આપવામાં આવે છે જેને વ્યાસ કહેવામાં આવે છે વ્યાસ કહેવાય છે

તેથી આ કિસ્સામાં p એક q એક વ્યાસ છે તેવી જ રીતે p બે q બે એ છે વ્યાસ પણ છે અને જેમ તમે જોઈ શકો છો ત્યાં અનંત ઘણા વ્યાસ છે હવે આ અહ વ્યાસ આ રેખાખંડની લંબાઈ કેટલી છે

જો તમે કોઈપણ વ્યાસ જુઓ તો તે બે ત્રિજ્યાથી બનેલો છે ઉદાહરણ તરીકે p one q one ના કિસ્સામાં કારણ કે એક વ્યાસ પસાર થાય છે કેન્દ્ર દ્વારા આ લંબાઈ p one q one એ p one o વત્તા oq one છે કારણ કે p one q one એ સીધી

રેખા છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે બંને p one $onoq$ one r બરાબર છે તો પછી p one q one એ બે ગુણ્યા r છે

તેથી કે આપણે જોઈએ છીએ કે વ્યાસ હંમેશા t છે ત્રિજ્યા કરતા વધારે અત્યાર સુધી આપણે જોયું છે કે કેવી રીતે ચોક્કસ રીતે

વ્યાખ્યાયિત કરવું અથવા આપણે વર્તુળ દ્વારા મૂળભૂત રીતે શું અર્થ કરીએ છીએ પરંતુ ગણિતમાં આપણે હંમેશા સમીકરણોના સંદર્ભમાં વસ્તુઓને ઔપચારિક રીતે વ્યક્ત કરવાની હોય

છે જેમ આપણે સીધી રેખાના સમીકરણને વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ

તેથી જો આપણે પાછા જઈએ સીધી રેખાના સમીકરણ માટે તો ધારો કે આ આપણું છે આ આપણી સંકલન ધરી છે આ બિંદુ મૂળ છે

અને ધારો કે આપણી પાસે આ સીધી રેખા છે

તેથી આ સીધી રેખા આવશ્યકપણે તે બધા દ્વારા વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવી છે તો આપણે કેવી રીતે ઔપચારિક રીતે સીધીને વ્યાખ્યાયિત કરી? લીટી

તેથી સીધી રેખા એ

આ સીધી રેખા પર આવેલા તમામ બિંદુઓના સંગ્રહ સિવાય બીજું કંઈ નથી અને પછી આપણે કહ્યું કે ચાલો કહીએ કે આપણી પાસે અહીં કોઈ મનસ્વી બિંદુ છે જેનો x સંકલન x કહેશે અને જેનો y સંકલન છે તે આપણે કહીએ કે y

તેથી આપણે હવે અહીં એક બિંદુ p છે

પછી અમે શોધવા ગયા પછી અમે શોધવા ગયા કે આ x અને y કઈ મિલકતને સંતોષવા જોઈએ જેથી તે હવે આ સીધી લીટી પર

રહેશે જો તમે અહીં આ સીધું જુઓ તો ine આ બિંદુ x zero y one માંથી પસાર થાય છે જે આ બિંદુ આગળ છે આ ખૂણો અહીં પિસ્તાળીસ ડિગ્રી છે કારણ કે આ રેખાનો ઢોળાવ એક છે અને તે જોવામાં ખૂબ જ સરળ છે કારણ કે આપણે જોઈએ છીએ કે આ

સીધી રેખા પણ આ અન્યમાંથી પસાર થાય છે.

અહીં નિર્દેશ કરો કે જેના કોઓર્ડિનેટ્સ x એક y બે છે તો પછી લીટીનો ઢોળાવ બે ઓછા એક છે

તેથી y બે ઓછા y એક ભાગ્યા x બે ઓછા x એક જે એક ઢોળાવ એક સમાન છે એટલે કે આ સીધી રેખા અને વચ્ચેનો કોણ

આડી અક્ષ હવે 45 ડિગ્રી છે કારણ કે ઢાળ 1 ની બરાબર છે તે હવે ખૂબ જ સરળ બની ગયું છે કારણ કે જો હું પ્રયત્ન કરું કે જો આપણી પાસે આ બિંદુ xy હોય અને જો એવું કહેવામાં આવે કે તે સીધી રેખા પર છે તો તે જ સીધી રેખા છે તો જો હું ગણતરી કરું તો

p અને શૂન્ય એક વચ્ચેના આ રેખાખંડનો ઢોળાવ તો આ રેખાખંડનો ઢોળાવ પણ એક જ હોવો જોઈએ

તેથી જો આ બિંદુ xy સીધી રેખા પર હોય તો જ તે એક જ હશે

તેથી આ રેખાખંડનો ઢોળાવ y મિનિટ છે s એકને x ઓછા શૂન્ય વડે ભાગ્યા અને ઢાળ એક હોવો જોઈએ કારણ કે આપણે ગણતરી કરી છે કે આ સીધી રેખાનો ઢોળાવ એક સમાન છે

તેથી આપણે આ રીતે આ સમીકરણ મેળવીશું અને જો આપણે તેને સરળ બનાવીશું તો આપણને y બરાબર x વત્તા એક મળશે પછી આપણે કહીએ છીએ કે આ સીધી રેખા એ તમામ બિંદુઓનો સંગ્રહ છે જેના માટે y સંકલન x સંકલન કરતાં એક વધુ છે

ઉદાહરણ તરીકે જો કોઈ મને એક બિંદુ આપે તો મને બિંદુ છ અલ્પવિરામ આઠ x છ y છે આઠ હું તરત જ ચકાસી શકું છું આ બિંદુ આ સીધી રેખા સાથે સંબંધિત છે કે નહીં કારણ કે અને કોઈ જોઈ શકે છે કે તે સંબંધિત નથી કારણ કે y આઠ છે અને x વત્તા એક

સાત છે અને આઠ સાત નથી

તેથી હું ફક્ત ah y બરાબર આઠ અને x બરાબર છ અને હું જોઉં છું કે આ સમીકરણ આ બિંદુથી સંતુષ્ટ નથી અને તેથી આ બિંદુ આ સીધી રેખા પર રહેતું નથી અને પછી તે લખવું ખૂબ જ સરળ છે આહ આ જરૂરી છે કે જે આપણી પાસે છે તે સમગ્ર સીધી રેખાનું લક્ષણ છે

તેથી હવે માટે વર્તુળનો કિસ્સો અથવા આપણો ઉદ્દેશ્ય એક સમાન પાત્રાલેખન મેળવવાનો છે અથવા મૂળભૂત રીતે આના જેવો અમુક પ્રકારનો નિયમ છે

જેને વર્તુળ પરના કોઈપણ બિંદુના કોઓર્ડિનેટ્સ સંતોષતા હોવા જોઈએ, યાલો આપણે પાછા જઈએ અને કહીએ કે આ અમારું કોન છે આ સંકલન અક્ષી છે.

આગામી અક્ષ y અક્ષ ધારો કે આપણી પાસે એક વર્તુળ છે જેના કેન્દ્રમાં h અલ્પવિરામ k કોઓર્ડિનેટ છે

તેથી કેન્દ્રનું x સંકલન h છે y સંકલન k છે અને યાલો કહીએ કે ત્રિજ્યા r છે હવે ધારો કે જો આપણે કહીએ કે એક બિંદુ p છે. જેના કોઓર્ડિનેટ્સ x અને y છે અને યાલો કહીએ કે p કેન્દ્ર skn ત્રિજ્યા r ધરાવતા આ વર્તુળ પર આવેલું છે, શું હવે આપણે એક નિયમ બનાવી શકીએ કે જેના માટે આ x અને y સંતોષવા જ જોઈએ જેથી સીધી રેખાના કિસ્સામાં કોઈપણ બિંદુ આપવામાં આવે.

કોઈપણ બિંદુ જો આપણે તેના કોઓર્ડિનેટ્સ જાણતા હોઈએ તો જો આપણે જાણીએ કે આ નિયમ છે, તો આપણે તે બિંદુ વર્તુળ પર આવેલું છે કે નહીં તે તપાસવા અને જણાવવા માટે સમર્થ હોવા જોઈએ, તેથી યાલો પહેલા રેડથી હવે કેન્દ્રને p બિંદુ સાથે જોડીએ.

i us r આ રેખાખંડની લંબાઈ op હશે r યાલો આપણે મધ્ય પંક્તિમાંથી પસાર થતી એક આડી રેખા દોરીએ

તેથી દેખીતી રીતે x અક્ષ અને આ રેખા હવે સમાંતર છે અને આપણે

બિંદુ p પરથી પસાર થતી ઊભી રેખા બનાવીએ છીએ દેખીતી રીતે આ ઊભી રેખા અને y અક્ષ સમાંતર છે અને x અને y અક્ષ નેવું અંશ પર હોવાને કારણે તે જોવાનું સરળ છે કે આ કોણ પણ નેવું અંશનો છે, યાલો આપણે આ બે રેખાઓના આંતરછેદના આ બિંદુને દર્શાવીએ જે મેં q દ્વારા બનાવ્યું છે તો હવે આપણે શું કરીએ? $have$ એ અહીં એક કાટકોણ ત્રિકોણ છે

તેથી આપણી પાસે હવે પાયથાગોરસ પ્રમેયમાંથી કાટકોણ ત્રિકોણ opq છે

પછી તે અનુસરે છે કે op ચોરસ બરાબર બરાબર ચોરસ op ચોરસ બરાબર oq ચોરસ વત્તા pq ચોરસ પણ op ચોરસ r ચોરસ છે oq કેટલો છે જો આપણે જોઈએ તો ચોરસ કારણ કે આ બિંદુ p નો x સંકલન x છે x આ આડું અંતર x

કેન્દ્ર o નું x સંકલન h છે

તેથી આ અંતર જેટલું છે અને

તેથી તે જોવાનું સરળ છે oq ચોરસ પર x માઈનસ h આખો ચોરસ હશે અને તે જ રીતે આ ઊભી અંતર y છે જે આ બિંદુનું y સંકલન છે p આ ઊભી અંતર k છે જે કેન્દ્ર o નું y સંકલન છે અને

તેથી pq ચોરસ y માઈનસ k સંપૂર્ણ છે ચોરસ

તેથી આ તે નિયમ છે જેના વિશે આપણે વાત કરી રહ્યા હતા

તેથી અહીં જેમ વર્તુળોના કિસ્સામાં પણ સીધી રેખાઓના કિસ્સામાં આપણને એક સામાન્ય નિયમ મળે છે જે વર્તુળો પરના કોઈપણ બિંદુના કોઓર્ડિનેટ્સ અને જેના પરના કોઈપણ બિંદુના સંકલન વર્તુળ સંતોષવા જ જોઈએ ઉદાહરણ તરીકે યાલો આપણે કહીએ કે આપણી પાસે એક વર્તુળ છે જેનું કેન્દ્ર બિંદુ એક અલ્પવિરામ બે છે અને ત્રિજ્યા પાંચ એકમ છે તો યાલો કહીએ કે આપણી પાસે એક બિંદુ xy છે જે ઓછા એક અલ્પવિરામ ત્રણની બરાબર છે અને હવે આપણે તપાસવું પડશે કે શું આ બિંદુ ઓછા એક અલ્પવિરામ ત્રણ આ વર્તુળ પર આવેલું છે

તેથી વર્તુળ કેન્દ્ર એક અલ્પવિરામ બે અને ત્રિજ્યા પાંચ દ્વારા સ્પષ્ટ થયેલ છે

તેથી તે તપાસવું બહુ મુશ્કેલ નથી

તેથી આ કિસ્સામાં આ r આ h છે અને આ k છે આ x આ y છે

તેથી પહેલા આપણે આ મૂલ્યો અહીં મૂકવાનો પ્રયત્ન કરીએ અને તપાસ કરીએ કે આપણને સમાનતા મળે છે કે કેમ તે ડાબી બાજુ અલબત્ત પાંચ ચોરસ છે જે જમણી બાજુએ પચીસ છે આપણી પાસે x ઓછા h

તેથી ઓછા એક ઓછા એક જે બાદબાકી બે છે

તેથી ઓછા બે ચોરસ છે ચાર y ઓછા ky ઓછા k ત્રણ ઓછા બે

તેથી એક ત્રણ ઓછા બે આખો ચોરસ એક છે

તેથી જમણી બાજુએ આપણી પાસે પાંચ છે ડાબી બાજુએ આપણી પાસે પચીસ છે અને તે નથી સમાન

તેથી આ બિંદુ ઓછા એક અલ્પવિરામ ત્રણ એક અલ્પવિરામ બે અને ત્રિજ્યા પાંચ પર કેન્દ્ર ધરાવતા વર્તુળ પર રહેતો નથી, વર્તુળના સમીકરણના આ ચોક્કસ આહ સ્વરૂપને

કેન્દ્ર ત્રિજ્યા સ્વરૂપ કહેવામાં આવે છે અને તે સ્પષ્ટ છે કે આપણી પાસે તે નામ કેન્દ્ર ત્રિજ્યા શા માટે છે કારણ કે માત્ર આ

અભિવ્યક્તિને જોઈને આપણે જોઈએ છીએ કે કેન્દ્ર h અલ્પવિરામ k છે અને ત્રિજ્યા r છે જે ડાબી બાજુએ છે ઉદાહરણ તરીકે જો

ah જો હું આપું તો જો હું કહું તો યાલો આપણે અમુક વર્તુળના આ સમીકરણને ધ્યાનમાં લઈએ

તેથી આ સમીકરણ એ કેન્દ્ર ત્રિજ્યા સ્વરૂપમાં વર્તુળનું સમીકરણ છે અને તેને જોઈને આપણે ખૂબ જ સરળતાથી કહી શકીએ કે

વર્તુળનું કેન્દ્ર ત્રણ અલ્પવિરામ સાત છે અને ત્રિજ્યા છે

તેથી આ r ચોરસ છે

તેથી r 8 ત્રિજ્યા છે પરંતુ વર્તુળના સમીકરણને સ્પષ્ટ કરવાની આ એકમાત્ર રીત નથી ત્યાં બીજી કેટલીક રીતો છે

તેથી આવી એક રીતને પેરામેટ્રિક સ્વરૂપ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે

તેથી પેરામેટ્રિક સ્વરૂપમાં આપણી પાસે જે છે તે છે કે યાલો આપણે ફરીથી કોઓર્ડિનેટ અક્ષ દોરીએ આ અલબત્ત છે મૂળ અને ધારો કે આપણી પાસે ફરીથી ધારો કે આપણી પાસે

h અલ્પવિરામ k અને ત્રિજ્યા r પર કેન્દ્ર સાથેનું વર્તુળ છે તો યાલો કહીએ કે આ કેન્દ્રનો અલ્પવિરામ k ત્રિજ્યા છે r હવે આપણે બધા બિંદુઓના બાંધકામ પર પાછા જવાની જરૂર છે એક સીધી રેખા દોરવા પર આધારિત વર્તુળ હવે કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી કોઈપણ સીધી રેખા દોરે છે જો આપણે કોઈ સીધી રેખા દોરીએ તો યાલો આપણે આ રેખાને અહીં કહીએ જેથી આ રેખા જે અલબત્ત વર્તુળ h અલ્પવિરામ k ના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે અને આ સીધી રેખાને યાલો x અક્ષ સાથે થીટાનો એક ખૂણો બનાવ્યો છે તેથી હું અહીં x અક્ષની સમાંતર એક ડોટેડ રેખા દોરું છું અને આ સીધી રેખા થીટાનો કોણ બનાવે છે

તેથી હંમેશા થીટાને ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં માપો જેથી જો હું આના જેવું જઈશ તો મારી પાસે હકારાત્મક થીટા છે જો હું આ રીતે જાઉં તો મારી પાસે નકારાત્મક થીટા છે યાલો આપણે કહીએ કે અહીં એક બિંદુ p છે જેના x અને y કોઓર્ડિનેટ્સ આપણે શોધવાના છે અથવા યાલો કહીએ કે જો તમને યાદ છે કે અમને આ બિંદુ p કેવી રીતે મળ્યો આ ત્રિજ્યા r જોતાં અમે ખસેડવાનું શરૂ કર્યું હતું આ દિશામાં સીધી લીટી પર અને જ્યાં સુધી આપણે આ બિંદુ સુધી ન પહોંચીએ ત્યાં સુધી આપણે આગળ વધીએ છીએ જેમ કે op બરાબર r છે

તેથી જો આપણે આજના લેક્ચરની પ્રથમ અથવા બીજી સ્લાઇડ પર પાછા જઈએ તો આ રીતે આપણે વર્તુળ પર બિંદુઓ શોધવાનું શરૂ કર્યું,

તેથી આ છે r

તેથી જો આ r છે અને જો હું પણ y અક્ષની સમાંતર રેખા દોરું તો તે સ્પષ્ટ છે કે મારા દ્વારા બાંધવામાં આવેલી આ બે રેખાઓ અહીં નેવું અંશના ખૂણા પર q બિંદુએ મળશે અને પછી મારી પાસે આ થોડો અધિકાર છે.

કોણ ત્રિકોણ અહીં op q જ્યાં આપણે જાણીએ છીએ કે op એ r ની બરાબર છે પરંતુ કારણ કે op એ ત્રિકોણમિતિ ગુણોત્તર પરના આપણા જ્ઞાનમાંથી r છે, આપણે જાણીએ છીએ કે oq એ $r \cos \theta$ જે અહીં છે તે બરાબર હશે તેથી આ $r \cos \theta$ છે અને qp એ r પાપ થીટા હશે જે શું આ હવે આના પરથી આપણે અહીં આ બિંદુના બે કોઓર્ડિનેટ્સ શોધી શકીશું જે વર્તુળ પર આવેલું છે તો હવે આપણે શું કરવા જઈ રહ્યા છીએ તે છે કે આપણે આ બિંદુ p ના x અને y કોઓર્ડિનેટ્સને વ્યક્ત કરવા જઈ રહ્યા છીએ જે તેના પર આવેલું છે.

વર્તુળ r અને આ કોણ થીટાની દ્રષ્ટિએ અને તે બહુ મુશ્કેલ નથી કારણ કે આ બિંદુ p નું x સંકલન આ અંતર જેટલું છે તેથી યાલો કહીએ કે આપણી પાસે pxy છે

તેથી x સંકલન આટલું છે આ x છે પણ આ x કંઈ નથી પણ

તેથી હકીકતમાં આ પણ x છે પણ આ x બીજું કંઈ નથી પરંતુ આ અંતર વત્તા આ

તેથી x છે આ અંતર કેન્દ્રના x સંકલન સમાન છે જે h વત્તા છે અને આ અંતર oq આપણે પહેલાથી જ શોધી કાઢ્યું છે કે તે $r \cos \theta$ થીટા એ જ રીતે y કોઓર્ડિનેટ ઓ f આ બિંદુ p જે આ અંતર છે અહીં આ y કંઈ નથી પણ આ વત્તા qp છે પણ આ બીજું કંઈ નથી પણ કેન્દ્ર o ના y સંકલન સમાન છે જે k છે

તેથી y આટલું છે જે k વત્તા qp છે પણ qp છે પહેલાથી જ $r \sin \theta$

તેથી ખરેખર હવે આપણી પાસે આ બિંદુ p ના x અને y કોઓર્ડિનેટ માટે અભિવ્યક્તિ છે વર્તુળના કેન્દ્રના કોઓર્ડિનેટ્સ વર્તુળની ત્રિજ્યા r અને સીધી રેખા અને આડી x અક્ષ વચ્ચેના કોણ થીટા પરંતુ શું આને અમુક પ્રકારના નિયમમાં બનાવી શકાય છે જેમ આપણે કેન્દ્ર ત્રિજ્યા ફોર્મ્યુલેશનમાં હતા અને તે ખૂબ મુશ્કેલ નથી કે આપણે સમગ્ર વર્તુળને તે બધા બિંદુઓ x અને y તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ જ્યાં x એ h વત્તા $r \cos \theta$ y છે k વત્તા $r \sin \theta$ ખરેખર જો આપણે પાછા જઈએ તો આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે x ઓછા h આખો ચોરસ છે

તેથી x ઓછા h છે $r \cos \theta$ થીટા ચોરસ છે તે r ચોરસ \cos ચોરસ થીટા y ઓછા k છે $r \sin \theta$ થીટા ચોરસ છે r ચોરસ છે \sin ચોરસ થીટા હવે આપણે આ બે ઉમેરીશું પછી શું આપણને મળે છે r ચોરસ \cos ચોરસ થીટા વત્તા r ચોરસ પાપ પાપ ચોરસ થીટા જે r ચોરસ સિવાય બીજું કંઈ નથી અને જે નિયમ સિવાય બીજું કંઈ નથી જે આપણે હમણાં આમાં જોયું જ્યારે આપણે કેન્દ્ર ત્રિજ્યા સ્વરૂપની ચર્ચા કરી રહ્યા હતા

તેથી જો આપણે આ બે ઉમેરીએ તો આપણે અંતે આ મેળવો જેનો અર્થ છે કે વર્તુળ પર કોઈપણ બિંદુ p પ્રથમ તો વર્તુળ પર કોઈપણ બિંદુ p ના કોઓર્ડિનેટ્સ લખી શકાય છે હંમેશા આ રીતે લખી શકાય છે જ્યાં થીટા શૂન્ય અને બે પાઈ વચ્ચેનો કોઈ ખૂણો છે આગળ જો કોઈ થીટા માટે આપણે વચ્ચે પસંદ કરીએ તો શૂન્ય અને પાવર ટુ પાઈ શૂન્યથી બે પાઈ જો આપણે એક બિંદુ બનાવીએ જેમાં x અને y કોઓર્ડિનેટ્સ h plus $r \cos \theta$ n ધ y કોઓર્ડિનેટમાં k plus $i \sin \theta$ હોય તો આવા બિંદુ દેખીતી રીતે વર્તુળ પર રહે છે અને તે શું છે અમે અહીં સાબિત કર્યું કે આ બંને દલીલો સાથે આપણે જે તારણ કાઢી શકીએ તે એ છે કે વર્તુળ એ બીજું કંઈ નથી પરંતુ તમામ બિંદુઓ x અને y નો સમૂહ છે જ્યાં x અને y સંકલન આવશ્યકપણે h વત્તા $r \cos \theta$ n k વત્તા $r \sin \theta$ થીટા છે.

અંતરાલ a_1 zero to two pi જેથી આપણે અને તે ખૂબ જ સ્પષ્ટ છે કે આપણે થીટા 0 થી 2 pi માં બદલાતા હોવાથી આપણે આવશ્યકપણે આગળ વધીએ છીએ

તેથી જ્યારે થીટા 0 ની બરાબર હોય ત્યારે આપણો બિંદુ અહીં ક્યાંક હોય છે અને પછી આપણે આ રીતે આગળ વધવાનું શરૂ કરીએ છીએ અને પછી જો તમે આગળ થીટા વધારો અહીં ક્યાંક પહોંચશે

તેથી જો આપણે અહીં પહોંચીએ તો મૂળભૂત રીતે આપણી પાસે થીટા 90 ડિગ્રી સમાન હશે કારણ કે તે ડિસ્સામાં આ સીધી રેખા હશે અને આ કોણ હવે 90 ડિગ્રી હશે અને પછી આપણે થીટા 90 થી આગળ વધી શકીએ છીએ અને પછી એક સંપૂર્ણ ક્રાંતિ પૂર્ણ કરી તેથી જ્યારે આપણે વર્તુળને આ સ્વરૂપમાં વ્યક્ત કરીએ છીએ ત્યારે તે પરિમાણ થીટાના સંદર્ભમાં છે અને

તેથી વર્તુળના આ પ્રકારના સમીકરણને વર્તુળના પેરામેટ્રિક પોઈન્ટ પેરામેટ્રિક સમીકરણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે

તેથી આવશ્યકપણે આપણે જે કહ્યું છે તે છે બે વસ્તુઓ કહી છે જો બિંદુ x અલ્પવિરામ y કેન્દ્ર hk અને ત્રિજ્યા r ધરાવતા વર્તુળનો હોય તો x હોવો જોઈએ પછી આગળ s વત્તા $r \cos \theta$ ની બરાબર હોવી જોઈએ અને y અમુક થીટા સંબંધિત માટે k વત્તા r પાપ થીટાની બરાબર હોવી જોઈએ g થી શૂન્ય ટુ π સુધી અમુક થીટા અસ્તિત્વમાં હોવા જોઈએ જેમ કે x આ છે અને y છે k વત્તા r પાપ થીટા

તેથી આ એક વસ્તુ છે જે આપણે કહી છે તે બીજી વસ્તુ છે જે આપણે કહી છે તે એ છે કે શૂન્ય થી સંબંધિત કોઈપણ કોણ થીટા માટે બે π બિંદુ s plus $r \cos \theta$ અને k plus $r \sin \theta$ તેથી આ ચોક્કસ બિંદુ વર્તુળનો છે જે કેન્દ્રમાં અલ્પવિરામ k અને ત્રિજ્યા r છે તેથી આ બે વસ્તુઓ આપણે બતાવી છે જો આપણે આપણા કેન્દ્ર ત્રિજ્યા સ્વરૂપ પર પાછા જઈએ અને જો આપણે યાદ કરી કે તે આ સ્વરૂપનું હતું પણ જો તમે આ ચોરસ ખોલો તો આપણને મળશે x ચોરસ ઓછા બે hx વત્તા h ચોરસ વત્તા y ચોરસ ઓછા બે ky વત્તા k ચોરસ બરાબર r ચોરસ અથવા x ચોરસ વત્તા y ચોરસ ઓછા બે hx ઓછા બે ky વત્તા ખસ k ચોરસ વત્તા s ચોરસ ઓછા r ચોરસ બરાબર શૂન્ય

તેથી મધ્ય ત્રિજ્યા ફોર્મથી શરૂ કરીને આખરે આપણને આ મળે છે અને અમારો દાવો છે કે વર્તુળનું સમીકરણ સામાન્ય રીતે આ પ્રકારના સ્વરૂપમાં લખી શકાય છે જે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ છે તેથી બંનેનો ગુણાંક x ચોરસ અને y ચોરસ સમાન હશે તો તે એ છે કે ah જે મૂળભૂત રીતે અહીંથી શરૂ થાય છે અને પછી આપણી પાસે એક શબ્દ હશે જેમાં x ફક્ત અમુક ગુણાંક સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે છે તેથી અહીં જેમ આ શબ્દ હતો તે પછી y માં બીજો શબ્દ રેખીય છે.

આ બીજો શબ્દ છે જે y ગણો અમુક સ્થિર વત્તા અચળ c છે આ કિસ્સામાં કેન્દ્ર ત્રિજ્યા સ્વરૂપ c આ $2f$ છે માઈનસ $2k$ $2g$ ઓછા બે h છે

તેથી આ વર્તુળનું સૌથી સામાન્ય સ્વરૂપ છે આ મૂળભૂત રીતે x અને y માં સેકન્ડ ડીગ્રીનું સમીકરણ છે પરંતુ આ જોડી સાથે આ સાથે કેટલાક વિશિષ્ટ ગુણધર્મ છે કે x ચોરસ અને y ચોરસના ગુણાંક સમાન છે અને બીજું કે ત્યાં કોઈ પદ નથી જેમાં આ શબ્દ હોય ત્યાં કોઈ પદ નથી.

જે અમુક સતત વખત xy છે કારણ કે સામાન્ય સેકન્ડ ડીગ્રી સમીકરણ તરીકે સામાન્ય સેકન્ડ ડીગ્રી સમીકરણ આ સ્વરૂપનું છે ax ચોરસ વત્તા બાય સ્ક્વેર વત્તા cxy વત્તા બે dx વત્તા બે ey વત્તા f શૂન્ય બરાબર છે તેથી આ છે a નું સ્વરૂપ

તેથી આ સામાન્ય સેકન્ડ ડીગ્રી સમીકરણનું સ્વરૂપ છે પરંતુ અહીં જો આપણે જોઈએ કે x one અને y ચોરસનો ગુણાંક સામાન્ય રીતે સમાન હોવો જરૂરી નથી અને xy નો આ ગુણાંક શૂન્ય હોવો જરૂરી નથી પરંતુ જો આ બીજા સામાન્યમાં બીજી ડિગ્રીનું સમીકરણ જો આપણી પાસે b અને c બરાબર શૂન્ય હોય તો જો આ બે શરતો સંતુષ્ટ હોય તો આપણને જે મળે છે તે વર્તુળનું સમીકરણ છે કારણ કે જો આપણે અહીં b અને c ની બરાબર શૂન્ય મૂકીશું તો આપણે એક સ્ક્વેર વત્તા ay સ્ક્વેર મેળવો કારણ કે b a છે અને પછી cxy અદૃશ્ય થઈ જશે કારણ કે c θ બે dx વત્તા અને જો આપણે દરેક વસ્તુને a વડે ભાગીએ તો આપણને મળે છે અને આ દેખીતી રીતે x ચોરસ વત્તા y ચોરસ વત્તા બે gx વત્તા બે fy વત્તા c સ્વરૂપ છે શૂન્ય છે

તેથી જ આ વર્તુળના સમીકરણનું સૌથી સામાન્ય સ્વરૂપ છે હવે જ્યારે આપણી પાસે આ સ્વરૂપમાં એક વર્તુળ છે ત્યારે આપણે કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યાને સારી રીતે કેવી રીતે શોધી શકીએ આપણે તેને સરળ બનાવી શકીએ જેથી આપણે આ બે શબ્દોને એકસાથે લાવીએ y ચોરસ અને બે fy થી મેળવો અને પછી અમે આ પૂર્ણ કરીએ તમે વત્તા g સ્ક્વેર અને માઈનસ g સ્ક્વેર મુકો તમે માઈનસ f સ્ક્વેરની નીચે વત્તા f સ્ક્વેર મૂકો તો આપણને જે મળે છે તે x વત્તા g આખો ચોરસ વત્તા y વત્તા f આખો ચોરસ છે g ચોરસ વત્તા f ચોરસ માઈનસ c અને આ આપણને કેન્દ્રના ત્રિજ્યાના સ્વરૂપની યાદ અપાવે છે

જે x ઓછા h આખો ચોરસ વત્તા y ઓછા k આખો ચોરસ બરાબર r ચોરસ છે હવે આ દેખીતી રીતે જ વર્તુળનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે જો અને માત્ર જો આ જમણો હાય r ચોરસ હોય.

હંમેશા બિન-નેગેટિવ હોય છે અને તેથી આ એક વર્તુળનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે જો અને માત્ર જો આ બિન-નેગેટિવ હોય, તો આ સ્થિતિ હંમેશા રાખવી જોઈએ જો આ નકારાત્મક હોય તો જો આપણને સમીકરણ મળે અને જો આપણે d ચોરસ વત્તા f ચોરસ ઓછા c ની ગણતરી કરીએ તો આ છે વર્તુળનું સમીકરણ નથી પરંતુ જો તે બિન-નેગેટિવ હોય તો તે સ્પષ્ટ છે કે તે વર્તુળનું સમીકરણ છે કારણ કે આ અહીં આના જેવું જ છે જે કિસ્સામાં ત્રિજ્યા ફક્ત એટલા માટે છે કારણ કે r વર્ગ આ છે

તેથી ત્રિજ્યા વર્ગ છે g ચોરસ વત્તા f ચોરસ માઈનસ c ના મૂળ છે અને કેન્દ્ર h અલ્પવિરામ k છે પરંતુ h એ માઈનસ g છે કારણ કે આ અને આ સમાન છે અને k ઓછા f છે અને

તેથી આપણે એમ કહીને નિષ્કર્ષ પર આવી શકીએ કે આ સ્વરૂપનું સામાન્ય સમીકરણ એક વર્તુળ છે જો અને માત્ર જો d ચોરસ વત્તા f ચોરસ માઈનસ c બિન-નેગેટિવ um હોય તો તે કિસ્સામાં વર્તુળની ત્રિજ્યા d ચોરસ વત્તા f વર્ગ ઓછા c ના વર્ગમૂળ r બરાબર છે જે અહીંથી છે કારણ કે આ r વર્ગ અને આ પદ માટે સમાન બનો અને વર્તુળનું કેન્દ્ર વર્તુળની મધ્યમાં છે માઈનસ g અલ્પવિરામ માઈનસ f છે તે ફરીથી આપણે અહીંથી જોઈ શકીએ છીએ કારણ કે g એ માઈનસ h ની બરાબર હોવી જોઈએ અને તેથી h એ માઈનસ g છે તેવી જ રીતે k માઈનસ હોવું જોઈએ f

તેથી આપણે વર્તુળના સમીકરણના આ સામાન્ય સ્વરૂપની સમજણ સાથે આ વ્યાખ્યાન સમાપ્ત કરીએ છીએ જ્યાં આપણે જોયું કે આ વર્તુળનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે જો અને માત્ર જો g ચોરસ વત્તા f ચોરસ માઈનસ c બિન નેગેટિવ હોય તો આ કિસ્સામાં આ ત્રિજ્યા છે વર્તુળ અને માઈનસ g અલ્પવિરામ માઈનસ f એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે

તેથી આવશ્યકપણે જો આપણને આ ફોર્મનું કોઈ સમીકરણ આપવામાં આવે તો આપણે તે શોધવા માટે સમર્થ હોવા જોઈએ પહેલા આપણે તે વર્તુળ છે કે નહીં તે તપાસવા માટે સમર્થ હોવા જોઈએ અને પછી આપણે ત્રિજ્યા શોધવા માટે સમર્થ હોવા જોઈએ અને

વર્તુળનું કેન્દ્ર

તેથી અમે આ અને અન્ય પદ્ધતિઓ વિશે વધુ આગળના વર્ગમાં વર્તુળના સમીકરણોના અન્ય પ્રકારો વિશે વધુ વિચારીશું

Prutor@iITK