

છેલ્લા લેક્ચરમાં મર્યાદિત શ્રેણીમાં પાંચમા અને અંતિમ વ્યાખ્યાનમાં વિધાર્થીઓનું સ્વાગત છે  
અમે યુવર નંબરની વિભાવના વિકસાવી છે કારણ કે તમે જાણો છો કે તે e દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે અને અમે ચર્ચા કરી છે કે તે  
મર્યાદા તરીકે મેળવી શકાય  
છે.

અનંત 1 વત્તા 1 n સમગ્ર n ઘાત પર n  
મને આ ફરી એકવાર બતાવવા દો કે તે કેવી રીતે અહ અનંત શ્રેણીમાં કન્વર્જ થાય છે જે સરવાળો  
યુવર કોન્સ્ટન્ટ તરફ દોરી જશે અને

તેથી kth શબ્દમાં એક વત્તા એક ઓવર n સમગ્ર n ને ધ્યાનમાં લો k માટે n કરતાં ઓછા n કરતાં ઓછા n દ્વિપદી  
પ્રમેયમાંથી મેળવી શકાય છે

k માટે kth શબ્દ 0 1 2 સુધી n સુધી nck 1 બાય n સમગ્ર ઘાત k માટે આ સમાન છે કારણ કે k પર કારણદર્શી n માઈનસ  
k માં ફેક્ટોરિયલ માં 1 અપોન n ની ઘાત k જે બરાબર છે આ સાથે રદ કર્યા પછી આપણને n માં n માઈનસ 1 સુધી n માઈનસ  
k માઈનસ 1 મળે છે જે ફેક્ટોરિયલ k થી 1 પર n ની ઘાત k દ્વારા ભાગ્યા હવે ચાલો k પદોમાંથી દરેકને વડે વિભાજીત કરો 1 n  
તો આપણે જે મેળવી રહ્યા છીએ તે 1 1 ઓછા 1 પર n માં 1 ઓછા 2 પર n 1 ઓછા k ઓછા 1 પર n પર n કારણ કે n  
અનંતમાં જાય છે કારણ કે આ સમગ્ર અભિવ્યક્તિ 1 પર ફેક્ટોરિયલ k પર રૂપાંતરિત થાય છે.

નિશ્ચિત k માટે 1 પર n 2 પર n અને k ઓછા 1 પર n માટે 0 પર જાઓ  
તેથી આપણી પાસે જે બાકી છે તે 1 પર કારણદર્શી k છે

તેથી મર્યાદા એક વત્તા એક પર n સમગ્ર n પર n ની શક્તિ n આ સૌપ્રથમ કન્વર્જ થાય છે નોંધ લો કે જો n વધે છે અને n  
અનંત પર જાય છે, તો પછી તમે શ્રેણીમાં જોશો તે પદોની સંખ્યા પણ અનંતમાં જશે અને kth અવધિ 1 પર ફેક્ટોરિયલ k હશે  
તેથી 0મી ટર્મ 0 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 1 પર 1 છે.

1 પર 1 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 1 એ kth ટર્મ પર 1 એ k ફેક્ટોરિયલ છે

તેથી n વધે છે કારણ કે kth ટર્મ એક પર ફેક્ટોરિયલ k પર કન્વર્જ થાય છે

તેથી અનંત સિરીઝ જોઈ શકાય છે કારણ કે તે શૂન્ય ફેક્ટોરિયલ પર એકનો સરવાળો છે જેથી તે એક પર એક વત્તા એક છે એક  
ફેક્ટોરિયલ જે એક વત્તા એક પર છે બે ફેક્ટોરિયલ વત્તા એક પર ત્રણ ફેક્ટોરિયલ વત્તા આને યુવરની સંખ્યા કહેવામાં આવે છે પ્રશ્ન એ  
છે કે તેની કિંમત શું છે આ એક અતાર્કિક સંખ્યા છે

તેથી આપણે બે પૂર્ણાંકોના ગુણોત્તર તરીકે e લખી શકતા નથી પરંતુ આપણે તેની મર્યાદા શોધી શકીએ છીએ જે બે બિંદુ સાત છે  
એક આઠ બે આઠ એક આઠ બે આઠ ચાર પાંચ નવ શૂન્ય ચાર પાંચ બે ત્રણ શૂન્ય ત્રણ છ પાંચ

તેથી મને યાદ છે કે આ સ્થિતિ સુધી તમામ વ્યવહારિક હેતુઓ માટે આપણે સામાન્ય રીતે ત્રણ કે ચાર દશાંશ સ્થાનોનો ઉપયોગ કરીએ  
છીએ અને લોકોએ તેના મૂલ્યની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કર્યો છે કોમ્પ્યુટર પરંતુ કોમ્પ્યુટરમાં પણ તમામ વ્યવહારુ હેતુઓ માટે દશાંશ  
સ્થાનોની સંખ્યાની મર્યાદા હોવાથી આપણે તે એકનો અંદાજ લેવો પડશે અને

તેથી દશાંશ બિંદુ પછી ત્રીજા અથવા ચોથા દશાંશ સ્થાનનો ઉપયોગ કરવો એ આપણા વ્યવહારિક હેતુ માટે પૂરતું સારું છે.

તે શોધવું ખૂબ જ સરળ છે કે આ સંખ્યા 2 કરતા વધારે હોવી જોઈએ કારણ કે પ્રથમ બે પદોને કારણે આ 2 છે અને બાકીનો સરવાળો  
તે અનંત છે.

સરવાળો પરંતુ આ સરવાળોની તમામ શરતો હકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે હકીકતમાં તે હકારાત્મક તર્કસંગત સંખ્યાઓ પર  
એક છે

તેથી તે જોવાનું સરળ છે કે આ ભાગ ધન હશે તે નકારાત્મક હોઈ શકતો નથી

તેથી e તેનાથી મોટો હોવો જોઈએ બે જે ખૂબ જ સ્પષ્ટ છે કે આપણે કેવી રીતે જાણી શકીએ કે તે ત્રણ કરતા વધારે નથી

તેથી આપણે જોવું પડશે કે આ અનંત સરવાળા પર બંધાયેલો એક છે ચાલો આપણે ચકાસીએ કે કારણભૂત બે પર એક વત્તા એક પર  
કારણભૂત ત્રણ વત્તા ચાર પર એક ગણો

વત્તા બરાબર એક બાય 2 વત્તા 1 બાય 2 બાય 3 વત્તા 1 2 બાય 3 3 4 વત્તા 1 બોલ 2 બોન 3 બોટ 4 બોટ 5 એ રીતે હવે બીજી બધી  
સંખ્યાઓને 2 વડે ભદલો એટલે આ 1 બાય 2 આ જથ્થા કરતાં ઓછી છે 1 બાય 2 ટૂ 2 કરતાં ઓછું છે કારણ કે 3 2 કરતાં મોટો છે  
તેથી 1 બાય 3 2 કરતાં નાનો છે.

વત્તા 1 બાય 2 2 ટૂ 2 વત્તા 1 બાય 2 ની ઘાત 4 જેમ કે હવે આ ફોર્મ ડાફની એજીપી શ્રેણી છે વત્તા પેટા ચોરસ વત્તા અડધા ક્યુ તે  
પ્રમાણે ઘાત ચારનો અડધો વત્તા હોવો જોઈએ અને આપણે આ gp શ્રેણીનો સરવાળો કરી શકીએ છીએ કારણ કે n અનંતમાં જાય  
છે આ અડધામાં એક પર એક બાદ અડધામાં કન્વર્જ થાય છે જે એકના બરાબર છે

તેથી આપણે જોવું કે તે 2 કરતા વધારે છે પરંતુ તે ભાગ 2 ઉપર બાકી છે તે 1 કરતા ઓછું છે

તેથી આપણે સરળતાથી કહી શકીએ કે 2 એ બે કરતા ઓછા e કરતાં એક વત્તા એક બરાબર ત્રણ છે

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે તે બે અને ત્રણની વચ્ચે છે અને વાસ્તવિક મૂલ્ય મેં થોડા સમય પહેલા બતાવ્યું હતું.

2.

7 1828 1828 વગેરે હવે ચાલો અમુક વાસ્તવિક અથવા જટિલ x માટે e ની ઘાત x પર વિચાર કરીએ પ્રશ્ન એ છે કે શ્રેણી શું હશે તે  
હું સાબિત કરવાનો નથી પણ હું માત્ર પરિણામ લખી રહ્યો છું કે e ની ઘાત x બરાબર છે 1 વત્તા x વત્તા x ચોરસ 2 વત્તા x ક્યુબ  
પર ફેક્ટોરિયલ 3 વત્તા આ અનંત રકમને e કહેવામાં આવે છે x ઘાત x હું તમને એક સાહજિક વિચાર આપું છું કે તે e ચોરસને કેવી  
રીતે ગણી શકાય અમે જાણીએ છીએ કે e ચોરસ બરાબર e વડે ગુણાકાર થાય છે e

તેથી અમે મર્યાદા n અનંત 1 વત્તા 1 પર n સમગ્ર nી ઘાત 2 n બરાબર છે n અનંત 1 વત્તા 1 બાય n આખો ચોરસ સમગ્ર ઘાત n

એ મર્યાદા  $n$  બરાબર  $n$  અનંત એક વત્તા પર જાય છે તેમ લખી શકી છો બે બાય  $n$  વત્તા એક બાય  $n$  ચોરસ સમગ્ર ઘાત  $n$  માટે તેથી  $k^{\text{th}}$  શબ્દ શૂન્ય કરતાં ઓછા કરતાં  $k$  બરાબર  $n$  કરતાં ઓછા  $n$  માટે  $n^{\text{th}}$  બે બાય  $n$  વત્તા 1 બાય  $n$  ચોરસ આખો ઘાત  $k$  છે કારણભૂત  $n$  ફેક્ટોરિયલ  $k$  ફેક્ટોરિયલ  $n$  માઇનસ  $k$  1 પર  $n$  આખાથી ઘાત  $k$  માં 2 વત્તા 1 બોન  $n$  આખાથી ઘાત  $k$  એ સમાન યુક્તિનો ઉપયોગ કરીને સમાન છે જે આપણે ઇના સંદર્ભમાં થોડા સમય પહેલા કરી હતી આ 1 માં 1 ઓછા 1 પર બની રહ્યું છે  $n$  સુધી 1 ઓછા  $k$  ઓછા 1 પર  $n$  પર  $n$  પર ફેક્ટોરિયલ  $k$  2 વત્તા 1 પર  $n$  સમગ્ર ઘાત  $k$  માટે

તેથી જ્યારે આપણે નિશ્ચિત  $k$  માટે મર્યાદા લઈએ છીએ ત્યારે આ મર્યાદા એક થાય છે કારણ કે  $k$  બે ની ઘાત  $k$  માટે તેથી  $e$  ચોરસ ખરેખર છે સરવાળો કે જેની  $k^{\text{th}}$  ટર્મ 2 માટે ઘાત  $k$  પર કારણભૂત  $k$  છે  $e$  તે 0મી ટર્મ 2 ની ઘાત 0 પર 0 પર 0 વત્તા 2 ની ઘાત 1 ની ઘાત 1 પર 1 વત્તા 2 ની ઘાત  $k$  પર ફેક્ટોરિયલ  $k$  અથવા આપણને આ પ્રમાણે શ્રેણી મળે છે કારણ કે એક વત્તા બે પર ફેક્ટોરિયલ એક વત્તા બે ચોરસ પર ફેક્ટોરિયલ બે બે ઘાત  $k$  પર ફેક્ટોરિયલ  $k$  આ સાબિતી નથી પરંતુ આ બતાવે છે કે કેવી રીતે  $e$  ચોરસને અનંત શ્રેણી તરીકે લખી શકાય છે જેમાં એક વત્તા બે પર ફેક્ટોરિયલ એક વત્તા બે ચોરસ પર ફેક્ટોરિયલ બે વગેરે અનંત સુધીનો સમાવેશ થાય છે

તેથી આ એક વિચાર આપે છે કે  $e$  ઘાત  $x$  માટે એક વત્તા  $x$  વત્તા  $x$  ચોરસ છે કારણભૂત બે  $x$  ક્યુબ પર ફેક્ટોરિયલ ત્રણ વગેરે અનંત સુધી

તેથી ઘાત ઓછા  $x$  માટે  $e$  શું છે  $x$  ને ઓછા  $x$  સાથે બદલીને આપણે સરળતાથી મેળવી શકીએ છીએ કે તે 1 ઓછા  $x$  વત્તા  $x$  છે કારણભૂત 3 પર વર્ગ 2 ઓછા  $x$  ધન વત્તા આ અનંત સરવાળો જ્યાં વૈકલ્પિક શબ્દો ધન અને ઋણ બહાર આવશે, ચાલો હવે આપણે જટિલ સંખ્યાને સંપૂર્ણ કાલ્પનિક ગણીએ અને ઘાત  $ix$  માટે તમે બધા  $ii$  વિશે જાણો છો માઇનસ 1 પર રુટ છે અને અમે તેનો ઉપયોગ જટિલ સંખ્યાઓ દર્શાવવા માટે કરીએ છીએ હકીકતમાં એક વત્તા  $ib$  તમે બધા ખૂબ જ પરિચિત છો તે જ રીતે વિસ્તરણ કરીને આપણે મેળવીએ છીએ કે આ 1 વત્તા  $ix$  વત્તા  $ix$  ચોરસ પર ફેક્ટોરિયલ 2 વત્તા  $ix$  ક્યુબ પર ફેક્ટોરિયલ છે 3 વત્તા  $ix$  ની ઘાત 4 પર 4 વત્તા  $ix$  ની ઘાત 5 પર કારણદર્શી વત્તા  $ix$  ની ઘાત 6 પર કારણદર્શી છ વગેરે આપણે જાણીએ છીએ કે  $i$  ચોરસ એ માઇનસ એક છે

તેથી આને 1 વત્તા  $ixi$  ચોરસ બરાબર તરીકે લખી શકાય.

બાદબાકી 1

તેથી બાદબાકી 2 પર બાદબાકી  $x$  ચોરસ

તેથી  $i$  ક્યુબ બરાબર છે બાદબાકી  $ix$  ક્યુબ પર ફેક્ટોરિયલ ત્રણ  $i$  ની ઘાત ચાર એક સમાન છે

તેથી તે  $x$  ફોર ફેક્ટોરિયલ ચાર વત્તા  $ix$  ની ઘાત પાંચ પર ફેક્ટોરિયલ પાંચ વગેરે ચાલો જોઈએ હવે વાસ્તવિક પદો અને કાલ્પનિક પદોને અલગ કરો

તેથી આપણને જે મળે છે તે છે એક બાદબાકી  $x$  ચોરસ બાય ફેક્ટોરિયલ બે વત્તા  $x$ નો ઘાત ચાર પર ફેક્ટોરિયલ ચાર ઓછા  $x$ નો ઘાત 6 પર ફેક્ટોરિયલ 6 વગેરે વત્તા  $i$  ગુણ્યા  $x$  ઓછા  $x$  ક્યુબ ફેક્ટોરિયલ 3 વત્તા  $x$  પર ઘાત 5 પર ફેક્ટોરિયલ 5 વગેરે હવે શું તમે આ બે શ્રેણીને અલગથી ઓળખો છો શું તમે બે વર્ગો વિશે પાછા અમે ચર્ચા કરી છે કે આ  $\cos x$  સિવાય બીજું કંઈ નથી અને આ સાઇન  $x$  છે

તેથી આપણે તે જોઈ શકીએ છીએ  $e$  to the power  $ix$  વાસ્તવમાં  $\cos x$  plus  $i \sin x$  OK તરીકે લખી શકાય, ચાલો આપણે આગળ વધીએ, ચાલો હું એક ઉદાહરણ ઉકેલું, એક ની કિંમત ફેક્ટોરિયલ એક વત્તા બે પર ફેક્ટોરિયલ બે વત્તા ત્રણ પર ફેક્ટોરિયલ ત્રણ વગેરે તે શું થવાનું છે.

શું આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે  $e$  માટે જે લખ્યું છે તે બરાબર નથી કારણ કે  $e$  માટે તે એક પર ફેક્ટોરિયલ બે પર એક ફેક્ટોરિયલ ત્રણ વગેરે છે, પરંતુ આપણે શું કરી શકીએ આપણે તેને એક પર એક ફેક્ટોરિયલ વત્તા એક પર એક ફેક્ટોરિયલ તરીકે લખી શકીએ છીએ.

ત્રણ સાથે બે વત્તા ત્રણ રદ એ એક બાય બે ફેક્ટોરિયલ વત્તા એક બાય ત્રણ ફેક્ટોરિયલ વત્તા સમાન છે

તેથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આ પણ  $e$  ની બરાબર છે જો આપણી પાસે  $x$  હોય તો આગળની સમસ્યાનું શું થશે એક ફેક્ટોરિયલ વત્તા બે એક્સ પર બે ફેક્ટોરિયલ વત્તા ત્રણ એક્સ પર ત્રણ ફેક્ટોરિયલ અનંત સુધી આપણે સરળતાથી જોઈ શકીએ છીએ કે તેને એક્સ લેવામાં આવ્યો છે તે 1 બોટ 1 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 2 બોટ 2 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 3 બોટ 3 ફેક્ટોરિયલ બરાબર છે હું થોડી અલગ સમસ્યા કરું છું તે શું છે  $n$  એ શૂન્યની બરાબર છે તે અનંત એક પર  $n$  માઇનસ વન ફેક્ટોરિયલ છે આપણે જાણીએ છીએ કે  $n$  એ શૂન્ય બરાબર છે અને છેદ ઓછા એક અવયવ સમાન છે અને માઇનસ વન ફેક્ટોરિયલનો કોઈ અર્થ નથી

તેથી આપણે તેને લખી શકીએ છીએ કે  $n$  એ  $n$  માઇનસ વન ફેક્ટોરિયલ પર એક અનંત એક છે

અને હવે આપણે સરળતાથી જોઈ શકીએ છીએ કે આ સિગ્માની બરાબર છે એમ કહો કે  $m$  એ 0 થી અનંત 1 પર  $m$  ફેક્ટોરિયલ છે જ્યાં  $m$  બરાબર  $n$  માઇનસ છે 1

તેથી જો આપણે 1 પર  $n$  માઇનસ 1 ફેક્ટોરિયલનો સરવાળો કરીએ છીએ તો  $n$  માંથી એકથી અનંતની સમાન છે તો આપણને મળે છે કે તે પણ  $e$  બરાબર છે જો આપણે વધુ આગળ વધીએ અને ધારો કે આપણે  $n$  માઇનસ 2 ફેક્ટોરિયલ  $n$  પર સિગ્મા 1 શું છે તે જાણવા માગીએ છીએ.

0 થી અનંતની બરાબર છે જો તે સમસ્યા છે તો આ પહેલાની જેમ વાસ્તવમાં  $n$  બરાબર બે ટૂ અનંત એક પર  $n$  માઇનસ બે ફેક્ટોરિયલ જે  $n$  પર છે તે બે પર છે તે  $n$  પર શૂન્ય ફેક્ટોરિયલ પર એક છે  $n$  બરાબર ત્રણ આ આપણને એક આપે છે એક ફેક્ટોરિયલ પર અને  $n$  એ ચાર બરાબર છે તે બે ફેક્ટોરિયલ પર એક છે

તેથી તે પણ  $e$  ની બરાબર છે

તેથી આપણે એક અભિવ્યક્તિ શોધી શકીએ છીએ જે  $e$  ના પ્રમાણભૂત વિસ્તરણથી દેખીતી રીતે અલગ છે પરંતુ અમે કેટલાક બીજગણિત મેનિપ્યુલેશન કરી શકીએ છીએ તેને  $e$  અથવા તેના કેટલાક ફંક્શનમાં રૂપાંતરિત કરો ઉદાહરણ તરીકે સિગ્મા  $i$  ચોરસ

શું છે

ફેક્ટોરિયલ  $i!$  પર 0 થી અનંતની બરાબર છે આ બરાબર છે કારણ કે તમે સરળતાથી જોઈ શકો છો કે  $i!$  શૂન્ય બરાબર છે તે શૂન્ય છે આ આપણે  $i!$  લખી શકીએ છીએ એક થી અનંત  $i!$  યોરસ એ  $i!$  ફેક્ટોરિયલ પર બરાબર છે તો  $k!$  શબ્દ  $k!$  યોરસ પર ફેક્ટોરિયલ  $k!$  શું છે જે  $k!$  પર  $k!$  ઓછા 1 ફેક્ટોરિયલ છે જે  $k!$  ઓછા 1 વત્તા 1 પર  $k!$  ઓછા 1 ફેક્ટોરિયલ જે બરાબર છે  $k!$  માં  $n!$  અપોન  $k!$  ઓછા 1 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 1 ઓન  $k!$  બાદ 1 ફેક્ટોરિયલ જે 1 બોન

$k!$  બાદ 2 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 1 ઓન  $k!$  બાદ 1 ફેક્ટોરિયલ હવે હમણાં જ આપણે જોયું છે કે આ જ્યારે  $k!$  નો સરવાળો 2 ની બરાબર છે અનંતતા  $e!$  હશે અને આ જ્યારે આપણે 1 થી અનંત સુધીનો સરવાળો કરીશું ત્યારે આ  $e!$  હશે

તેથી આખો સરવાળો  $e!$  વત્તા  $c!$  બમણા બરાબર થશે અને

તેથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે  $i!$  યોરસનો સરવાળો  $i!$  ફેક્ટોરિયલ છે બે વારની બરાબર અને થોડી વધુ કઠણ સમસ્યા માટે સિગ્મા  $n!$  ક્યુબનું મૂલ્ય શોધો  $n!$  ફેક્ટોરિયલ  $n!$  બરાબર એકથી  $n!$  એ શૂન્યથી અનંતની બરાબર છે

તેથી આને આપણે સમીકરણ તરીકે લખી શકીએ

$n!$  એ એકથી અનંતની બરાબર છે.

સ્કવેર ઓન  $n!$  માઈનસ 1 ફેક્ટોરિયલ જે સિગ્મા  $n!$  બરાબર છે 1 થી અનંત  $n!$  માઈનસ 1 આખો યોરસ જે  $n!$  યોરસ ઓછા બે  $n!$  વત્તા એક છે

તેથી આપણે તેની ભરપાઈ કરવાની જરૂર છે જેથી તે વત્તા બે  $n!$  ઓછા એક ભાગ્યા  $n!$  માઈનસ વન ફેક્ટોરિયલ આ બરાબર  $n!$  બરાબર એક છે અનંત સુધી  $n!$  બાદબાકી એક આખો યોરસ ભાગ્યા  $n!$  બાદ એક અવયવપૂર્ણ

તેથી એક  $n!$  બાદબાકી એક રદ થાય છે

તેથી તે  $n!$  ઓછા એક પર  $n!$  બાદ 2 અવયવવત્તા વત્તા 2 ગુણ્યા

સમીકરણ  $n!$  પર  $n!$  ઓછા 1 અવયવપૂર્ણ બાદબાકી સરવાળો 1 પર  $n!$  ઓછા 1 અવયવપૂર્ણ છે 1 થી અનંતની બરાબર અહીં ફરીથી આપણે મેનીપ્યુલેશન કરીએ છીએ

તેથી તે સિગ્મા ઓવર  $n!$  માઈનસ 2 વત્તા 1 માં  $n!$  માઈનસ 2 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 2 માં સિગ્મા  $n!$  માઈનસ 1 વત્તા 1 પર  $n!$  માઈનસ 1 ફેક્ટોરિયલ ઓછા સિગ્મા 1 પર  $n!$  આ માઈનસ 1 ફેક્ટોરિયલ

તેથી સિગ્મા 1 પર  $n!$  માઈનસ 3 ફેક્ટોરિયલ વત્તા સિગ્મા 1 પર  $n!$  ઓછા બે ફેક્ટોરિયલ વત્તા બે વખત સિગ્મા  $n!$  માઈનસ વન  $n!$  માઈનસ વન સાથે રદ થાય છે

તેથી  $n!$  ઓછા બે ફેક્ટોરિયલ વત્તા 2 સિગ્મા 1 પર  $n!$  ઓછા 1 ફેક્ટોરિયલ ઓછા માઈનસ વન ફેક્ટોરિયલ થોડા સમય પહેલા

આપણે જોયું છે કે સિગ્મા 1 પર  $n!$  માઈનસ 1 ફેક્ટોરિયલ કે જે ઈ સિગ્મા 1 ને  $n!$  માઈનસ 2 પર વધારો આપે છે જે ઈને પણ વધારો આપે છે

તેથી તે જ રીતે આપણે તે સિગ્મા 1 પર  $n!$  માઈનસ 3 ફેક્ટોરિયલ સિગ્મા શોધી શકીએ છીએ 1 પર  $n!$  માઈનસ 3 ફેક્ટોરિયલ એક  $e!$  આપશે

તેથી આપણે  $e!$  વત્તા

શોધીશું આ આપણને  $2e!$  આપે છે આ આપણને  $2e!$  ઓછા  $e!$  આપે છે

તેથી આપણી પાસે જે બાકી છે તે  $e!$  વત્તા  $e!$  વત્તા બે  $e!$  વત્તા બે  $e!$  ઓછા  $ee!$  વત્તા  $e!$  વત્તા  $2e!$  વત્તા  $2e!$  ઓછા  $e!$  તો શું છે કે આ પાંચ  $e!$  ની બરાબર છે

તેથી સિગ્મા  $n!$  ક્યુબ ઓન  $n!$  ફેક્ટોરિયલ બરાબર પાંચ  $e!$  વધુ એક સમસ્યા ધ્યાનમાં લો એક પર એક ફેક્ટોરિયલ વત્તા એક વત્તા બે પર બે ફેક્ટોરિયલ વત્તા એક વત્તા બે વત્તા ત્રણ ત્રણ ફેક્ટોરિયલ પર આ શ્રેણીનું મૂલ્ય શું છે આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે  $k!$  શબ્દ સિગ્મા  $i!$  1 થી  $k!$  ભાગ્યા  $k!$  ફેક્ટોરિયલ જે  $k!$  માં  $k!$  વત્તા 1 બે ભાગ્યા  $k!$  ફેક્ટોરિયલ જે  $k!$  પર  $k!$  પર અડધો ગુણ્યા બરાબર છે ફેક્ટોરિયલ વત્તા  $k!$  વત્તા એક ઓન  $k!$  ફેક્ટોરિયલ જે અડધા ગુણ્યા 1 બોન  $k!$  ઓછા 1 ફેક્ટોરિયલ વત્તા 1 બોન  $k!$  ઓછા 1 ફેક્ટોરિયલ વત્તા એક ઓન  $k!$  ફેક્ટોરિયલ બરાબર છે

તેથી જો આપણે સરવાળો લઈએ તો  $k!$  માઈનસ 1 પર હાફ સિગ્મા 1 લખી શકાય.

ફેક્ટોરિયલ વત્તા સિગ્મા 1 ઓન  $k!$  ઓછા 1 factorial plus sigma 1 on k factorial અને આપણે પહેલેથી જ જોયું છે કે આ  $e!$  માં કન્વર્જ થાય છે આ  $e!$  માં કન્વર્જ થાય છે અને આ  $e!$  માં કન્વર્જ થાય છે

તેથી આખી સીરીઝ ત્રણ બાય બે માં કન્વર્જ થાય છે અને ચાલો હવે થોડી અલગ સમસ્યા જોઈએ ધારો કે તમને પૂછવામાં આવે તો એક વત્તા બે  $x!$  વત્તા ત્રણ  $x!$  યોરસની ઘાતમાં  $x!$  ની ઘાત યાર અને  $e!$  માં ઘાત ઓછા  $x!$  માટે  $x!$  નો ગુણાંક શોધો

તેથી આપણે નીચેની રીતે આગળ વધીએ છીએ આપણે એક  $e!$  ની શ્રેણીના વિસ્તરણને ઘાત ઓછા  $x!$  સુધી લઈએ છીએ અને તેનો ગુણાકાર કરીએ છીએ બીજી ડિગ્રી બહુપદી એક વત્તા બે  $x!$  વત્તા ત્રણ  $x!$  યોરસ  $e!$  ની ઘાત માઈનસ  $x!$  છે એક બાદબાકી  $x!$  વત્તા  $x!$  યોરસ પર ફેક્ટોરિયલ બે માઈનસ  $x!$  ક્યુબ પર ફેક્ટોરિયલ ત્રણ વત્તા  $x!$  માટે ઘાત યાર પર ઘટક યાર વગેરે હવે આપણે શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ છીએ  $x!$  ની ઘાત યાર કેટલી અલગ અલગ રીતે બની શકે છે

તેથી ઘાત યાર માટે  $x!$  દ્વારા એકનો ગુણાકાર કરવામાં આવે તો તે ઘાત યારને  $x!$  આપશે

અને અનુરૂપ ગુણાંક એક છે કારણ કે યાર પર આ  $x!$ નો ગુણાકાર થાય છે  $x!$  ક્યુબ દ્વારા  $x!$  ની ઘાત યારમાં વધારો થશે અને

તેથી અનુરૂપ ગુણાંક બે પર ફેક્ટોરિયલ ત્રણ પર બે બાદબાકી થશે, કારણ કે ત્રણ પર ત્રણ અને ત્રણ  $x!$  યોરસમાં  $x!$  યોરસ પર

ફેક્ટોરિયલ બે હશે, કારણ કે બે પર અમને ત્રણ મળશે એક બાદ યોવીસ ઓછા બે પર છ વત્તા ત્રણ બરાબર બરાબર આ બરાબર છે તેથી તે 1 ઓછા 8 વત્તા 36 છે જે 24 બાય 29 બરાબર છે.

ચાલો હું થોડી અલગ સમસ્યા કરું જ્યાં  $\ln$  ફુદરતી લોગ છે  $\ln$  એ બેઝ  $e!$  પર લોગ કરવા બરાબર છે

તેથી અનંત શ્રેણીની કિંમત શું હશે જે આ સ્વરૂપની છે આપણે સરળતાથી જોઈ શકીએ છીએ કે તે  $e$  ની ઘાત  $5 \ln 3$  છે કારણ કે વિસ્તરણ પેટર્ન  $e^{5 \ln 3}$  જેવી છે પાવર  $x$  તેથી આ  $e$  ની ઘાત પાંચ  $\ln 3$  ત્રણની બરાબર છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે આ બરાબર છે અને  $e$  ની ત્રણની ઘાત પાંચની ઘાત પાંચની ત્રણની બરાબર છે તેથી આ અનંત શ્રેણી ઉમેરે છે 3 થી ઘાત 5 તેથી મને આ વિષય પર અંતિમ સમસ્યા કરવા દો  $e$  નું પાવર  $x \cos x$  માટેનું વિસ્તરણ આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ  $e$  નું પાવર  $x$  સુધીનું વિસ્તરણ આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે  $\cos x$  માટેનું વિસ્તરણ પણ  $e^{5 \ln 3}$  માટે વિસ્તરણ શું થશે? આવી સમસ્યાઓ માટે  $\cos x$  દ્વારા પાવર  $x$  ની નીચેની રીતે આપણે અનુરૂપ શ્રેણીને  $c$  શૂન્ય વત્તા  $c$  એક  $x$  વત્તા  $c$  બે  $x$  ચોરસ વત્તા  $c$  ત્રણ  $x$  ઘન આને મર્યાદિત બહુપદીમાં જોઈએ અને આપણે વ્યક્તિગત શોધવાની જરૂર છે.

સહગુણાંકો  $c$  શૂન્ય  $c$  એક  $c$  બે અનંત સુધી તેથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે  $e$  ની ઘાત  $x$  આ બહુપદી  $\cos x$  સમયના ગુણાંક તરીકે લખી શકાય છે તેથી આપણી પાસે  $e$  ની ઘાત  $x$  છે  $\cos x$  માં  $c$  શૂન્ય વત્તા  $c$  એક  $x$  વત્તા  $c$  બે  $x$  ચોરસ વત્તા  $c$  ત્રણ  $x$  ક્યુબ હવે  $e$  ની ઘાત  $x$  બરાબર એક વત્તા  $x$  વત્તા  $x$  ચોરસ પર ફેક્ટોરિયલ બે વત્તા  $x$  ક્યુબ પર ફેક્ટોરિયલ ત્રણ અને કારણ કે બે વત્તા પર કોસ  $x$  એક ઓછા  $x$  ચોરસ બરાબર છે  $x$  ની ઘાત ચાર પર ફેક્ટોરિયલ ચારનો ગુણાકાર  $c$  શૂન્ય વત્તા  $c$  એક  $x$  વત્તા  $c$  બે  $x$  ચોરસ  $c$  ત્રણ  $x$  ક્યુબ દ્વારા જેથી આપણે બે બહુપદીઓના ગુણાંકમાંથી  $x$  ની વ્યક્તિગત શક્તિઓના ગુણાંક શોધી શકીએ અને પછી તેને  $e$  ના વિસ્તરણમાં અનુરૂપ ગુણાંક સાથે સરખાવી શકીએ પાવર  $x$  આપણે  $c$  શૂન્ય  $c$  એક  $c$  બે વગેરેની કિંમતો મેળવી શકીએ છીએ તેથી મને પ્રથમ થોડા પાવર પ્રત્યય માટે કરવા દો જ્યારે તે  $x$  ની ઘાત શૂન્ય હોય ત્યારે આપણે શોધીએ છીએ કે આ બાજુનો ગુણાંક આ બાજુ એક છે તે એકમાં  $c$  શૂન્ય છે તેથી તે સૂચવે છે કે  $c$  શૂન્ય 1 બરાબર છે હવે ચાલો  $x$  ની ઘાત 1 ધ્યાનમાં લઈએ તેનો ગુણાંક આ બાજુ એક છે આ બાજુએ  $x$  નો ગુણાંક એક ઘાત  $c$  છે એકનો એક વડે ગુણાકાર થાય છે તે સૂચવે છે કે  $c$  એક એક સમાન છે આ બાજુ  $x$  ચોરસ  $x$  ચોરસનો ગુણાંક શું છે આ બાજુ આપણી પાસે એક પર બે છે આપણે  $x$  ચોરસ તરીકે  $c$  બે ગુણ્યા એક ઓછા  $c$  શૂન્ય બાય બે મેળવી શકીએ છીએ તે શું સૂચવે છે તે સૂચવે છે કે  $c$  શૂન્ય ઓછા અડધા અડધા બરાબર છે  $c$  બે ઓછા અર્ધ બરાબર અડધા ત્યાં આગળ  $c$  બે બરાબર એક છે, ચાલો હું આ બાજુ  $x$  ક્યુબ માટે વધુ એક પગલું લઈએ, આ બાજુ અમારી પાસે એક છે કારણભૂત ત્રણ આ બાજુ અમારી પાસે છે  $c$  ત્રણ ઓછા  $c$  એક બાય બે એટલે એક બાય છ એટલે  $c$  ત્રણ ઓછા અડધા તેથી  $c$  ત્રણ બરાબર અડધા વત્તા એક બાય છ જે બે બાય ત્રણ બરાબર છે તમે મેળવી રહ્યા છો કે ગુણાંક  $e$  ની ઘાત  $x$  પર  $\cos x$  પર  $\cos x$  શૂન્ય બરાબર એક  $c$  એક બરાબર એક  $c$  બે બરાબર એક  $c$  ત્રણ બે બાય ત્રણ બરાબર છે હકીકતમાં તમે એ જાણવાનો પ્રયાસ કરી શકો છો કે  $c$  ચાર બરાબર અડધા  $c$  પાંચ બરાબર ત્રણ બાય દસ વગેરે તેથી બે શ્રેણીના ગુણાંકની સરખામણી કરીને જ્યારે એક જાણીતી હોય ત્યારે આપણે બીજી શ્રેણીના ગુણાંક મેળવી શકીએ છીએ જેના માટે ગુણાંક અજાણ્યા છે બરાબર વિદ્યાર્થીઓ, હું ઘાતાંકીય શ્રેણી પરના મારા પ્રવચનો સમાપ્ત કરું છું આશા છે કે મેં વિવિધ પ્રકારની સમસ્યાઓનું ધ્યાન રાખ્યું છે અને તે તમને શ્રેણીના વિસ્તરણ પર સમસ્યાઓ હલ કરવામાં મદદ કરશે આભાર તમારો