

পূর্ববর্তী ক্লাসে সীমিত সিরিজের চতুর্থ বক্তৃতায় শিক্ষার্থীদের স্বাগতম।

আমরা দেখেছি টেলর সিরিজের সম্প্রসারণ একটি ফাংশনের জন্য  $f(x)$  হিসাবে  $f(a)$  প্লাস  $f'(a)$  প্রাইম  $a$  থেকে  $x$  বিয়োগ  $a$  এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল  $1$  প্লাস  $f''(a)$  ডাবল প্রাইম  $a$  থেকে  $x$  বিয়োগ একটি পুরো বর্গ উপর ফ্যাক্টোরিয়াল  $2$  যেমন  $k$ th টার্মটি  $x$  বিয়োগ হচ্ছে একটি সম্পূর্ণ শক্তি  $k$ -এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল  $k$ ,

তাই এই অসীম সিরিজ যা  $x$ -এ একটি বহুপদ হল

$x$ -এ ফাংশন মানের একটি আনুমানিক যখন ফাংশনটি বিন্দুতে অসীমভাবে পার্থক্যযোগ্য হয়  $a$  যদি আমরা অসীম সিরিজের পরিবর্তে কিছু  $n$ th শক্তি পর্যন্ত নিই তাহলে আমরা  $f(x)$  এর একটি বহুপদী আনুমানিকতা পাব কিন্তু একটি ত্রুটি শব্দ থাকবে এবং সেই ত্রুটির পদটি  $0$  এ যাবে কারণ  $k$  অসীমে যায় যা উচ্চতর হবে বহুপদীর মাত্রা তত কাছাকাছি হবে শেষ ক্লাসে  $f(x)$ -এর আনুমানিকতা হবে আমরা  $\sin x$   $\cos x$   $\tan x$  এই ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের জন্য টেলর সিরিজের সম্প্রসারণও দেখেছি আমরা তাদের  $co$  ব্যবহার করে আনুমানিক করেছি টেলর সিরিজের রেসপন্ডিং আজকের ক্লাসে কিছু সসীম অনেক টার্ম পর্যন্ত প্রসারিত করে আসুন আমরা একটি বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন দিয়ে শুরু করি যা ট্যান ইনভার্স  $x$

তাই ট্যান ইনভার্স  $x$  এর টেলর সিরিজের আনুমানিকতা খুঁজে

বের করি  $x$  থেকে পাওয়ার ফাইভ পর্যন্ত আমরা এটি করতে পারি।

এর বাইরে কিন্তু এটি আমাদের ধারণা দেবে কিভাবে এই সমস্যাটি সমাধান করা যায়

তাই  $f(x)$  সমান ট্যান ইনভার্স  $x$

তাই শূন্য যদি শূন্যের সমান হয় তবে

এটা পরিষ্কার যে আমরা শূন্য হতে একটি গ্রহণ করেছি অর্থাৎ আমরা শূন্য সম্পর্কে সিরিজটি প্রসারিত করছি  $f'(a)$  প্রাইম  $x$  সমান এক অন  $1$  প্লাস  $x$  বর্গ সমান  $1$  যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের শক্তি বিয়োগ  $1$

তাই  $f''(a)$  শূন্য প্রাইম সমান একের দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ গণনা করা যাক আমি এটা লিখি  $f''(x)$  দুই  $x$  যা এর  $ddx$  এক প্লাস  $x$  বর্গ থেকে পাওয়ার বিয়োগ এক সমান বিয়োগ  $1$  প্লাস  $x$  বর্গ থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $2$   $2x$  সমান বিয়োগ দুই  $x$  এক প্লাস  $x$  বর্গ থেকে পাওয়ার বিয়োগ দুই

তাই ডবল প্রাইম  $x$  সমান হলে  $t = 0$

$x$  এ শূন্য শূন্যের সমান

$f'''(a)$ -এর তৃতীয় ডেরিভেটিভ সমান  $ddx$  এর বিয়োগ দুই  $x$  এর  $1$  প্লাস  $x$  বর্গ পূর্ণ থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $2$  সমান বিয়োগ  $2$  থেকে  $1$  প্লাস  $x$  বর্গ সমগ্রের শক্তি বিয়োগ  $2$  প্লাস বিয়োগ  $2x$  থেকে বিয়োগ  $2$  থেকে  $1$  প্লাস  $x$  বর্গাকার সমগ্র থেকে শক্তি বিয়োগ  $3$  থেকে  $2x$  সমান বিয়োগ  $2$  গুণতে এক যোগ  $x$  বর্গাকার সমগ্রের শক্তি বিয়োগ দুই যোগ বিয়োগ দুই বিয়োগ দুই সমান প্লাস চার  $x$  দুই  $x$  আট  $x$  বর্গক্ষেত্রে এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমগ্রের সাথে পাওয়ার বিয়োগ তিনের সমান

তাই শূন্য তৃতীয় ডেরিভেটিভ সমান আমরা দেখতে পাই যে এই পদটি শূন্য হয়ে যায় যখন আমরা  $x$  এর মান শূন্যের সমান কিন্তু এখানে  $x$  বসানোর মাধ্যমে  $0$ -এর সমান আমরা বিয়োগ  $2$  পাই

তাই  $x$ -এ চতুর্থ ডেরিভেটিভ  $dddx$ -এর সমান দুই বিয়োগ এক যোগ  $x$  বর্গাকার সমগ্র থেকে পাওয়ার বিয়োগ দুই যোগ আট  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমগ্রের শক্তি বিয়োগ তিন সমান চার এক প্লাস  $x$  বর্গাকার সমগ্র থেকে  $p$  ower বিয়োগ  $3$  কে  $2x$  দ্বারা গুণ করা হয় যা দ্বিতীয় পদ থেকে প্রথম পদ থেকে আমরা পাই আসলে এটি দুটি পদের একটি গুণফল

তাই আমরা  $16x$  এক যোগ  $x$  বর্গ পূর্ণ থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $3$  যোগ  $8x$  বর্গ  $1$  পাব প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্র সমগ্র থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $4$  তে দুই  $x$  যা আট  $x$  এক যোগ  $x$  বর্গ পূর্ণের সমান শক্তি বিয়োগ তিন যোগ ষোল  $x$   $1$  প্লাস  $x$  বর্গ পূর্ণ থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $3$  যোগ  $8x$  ঘনক্ষেত্র  $1$  প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্র সমগ্র থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $4$  এর সমান  $24x$   $1$  প্লাস  $x$  স্কোয়ার পুরো থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $3$  যোগ  $8x$  কিউব এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্র পুরো থেকে পাওয়ার বিয়োগ চার

তাই  $f^{(4)}(0)$  এর সমান এখানে  $x$  এর মান  $0$  এর সমান রাখলে আমরা পাই এটি  $0$  এখানেও এটি  $0$

তাই পুরো পদটি  $0$  হয়ে যায়

ডিগ্রী পাঁচের বহুপদীর আনুমানিকতা পেতে আমাদের এটিকে আরও একবার আলাদা করতে হবে

তাই  $f^{(5)}(a)$  পাঁচ  $x$  সমান চব্বিশ  $x$  এর  $dddx$  থেকে এক যোগ  $xs$  পাওয়ার বিয়োগ ত্রি প্লাস আট  $x$  কিউব থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $4$  এর সাথে এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের পুরো ভাগ এবং এটি

$24$  থেকে  $1$  প্লাস  $x$  স্কোয়ার পুরো থেকে পাওয়ার বিয়োগ  $3$  প্লাস  $24x$   $1$  প্লাস  $x$  স্কোয়ার সমগ্র হতে যাচ্ছে পাওয়ার বিয়োগ  $4$  তে  $2x$  প্লাস অন্যান্য পদ এবং আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে যেহেতু এটি  $x$  ঘনক এর ডেরিভেটিভেরও একটি  $x$  থাকবে এবং যেহেতু এটি  $1$  প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্র এর ডেরিভেটিভেরও একটি  $x$  থাকবে

তাই পণ্যের ডেরিভেটিভ সবসময় থাকবে উভয় পদের মধ্যে একটি  $x$  থাকে এবং

তাই  $0$  বসানোর মাধ্যমে এটি অবশ্যই আমাদের  $0$  দেবে।

তাই একমাত্র অ-শূন্য পদ যোটি উৎপন্ন করতে পারে তা চব্বিশের সমান এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের শক্তি বিয়োগ তিনের সমান।

তাই শূন্যে  $f$  পাঁচটি

24 এর সমান যেহেতু আমরা বলেছিলাম যে আমরা এটিকে 5ম ডিগ্রি বহুপদী পর্যন্ত প্রসারিত করব  
তাই আমরা যদি মনে করি তাহলে দেখতে পাব যে  $f(0)$  ছিল 0  $f'(0)$  ছিল 1  $f''(0)$  ছিল 0  $f'''(0)$  ছিল 0  $f^{(4)}(0)$  ছিল 0  $f^{(5)}(0)$  ছিল বিয়োগ  
দুই  $f$  বল শূন্যে শূন্য এবং  $f$  পাঁচ শূন্যে চব্বিশ ছিল  
তাই ট্যান ইনভার্স  $x$ -এর পঞ্চম ডিগ্রি বহুপদী আনুমানিকতা এখন আপনি সহজেই বুঝতে পারবেন এটা  $x$  বিয়োগ 2  $x$   
ঘনক হবে ফ্যাক্টোরিয়াল থ্রি প্লাস চব্বিশ  $x$  থেকে পাওয়ার ফাইভের উপর ফ্যাক্টোরিয়াল ফাইভ যা সরলীকরণ করলে  $x$  হয়  
বিয়োগ  $x$  কিউব বাই 3 প্লাস  $x$  5 বাই 5 যাতে এটি ট্যান ইনভার্স  $x$  এর আনুমানিকতা যখন আমরা 5 তম ডিগ্রি বহুপদীতে  
যাই এখন আপনি এটি একটু বেশি জটিল উপায়ে করতে পারেন যদি আপনি লক্ষ্য করেন যে ট্যান ইনভার্স  $x$  এর  $dx$   
সমান একের উপর এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রে একের উপর এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের প্রসারণ যা এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের পুরো  
পাওয়ার বিয়োগ 1 ছাড়া আর কিছুই নয় এবং এটি হবে 1 বিয়োগ  $x$  বর্গ প্লাস  $x$  থেকে পাওয়ার 4 বিয়োগ  $x$  থেকে পাওয়ার 6  
এর মতো আমরা 1 প্লাস  $x$  পুরো সম্প্রসারণ থেকে পাওয়ার মাইনাস ওয়ান পর্যন্ত জানি এবং এটি হতে চলেছে এক বিয়োগ  $x$   
প্লাস  $x$  প্লাস  $x$  স্কার মাইনাস  $x$  ঘনক্ষেত্র  $x$  দ্বারা  $x$  বর্গক্ষেত্র প্রতিস্থাপন করে আমরা এই সিরিজটি এখন একত্রিত করি।  
**bo** তম বাছ  
তাই 1 এর উপর 1 প্লাস  $x$  বর্গ  $dx$  সমান হয় এই টার্মটি টার্ম দ্বারা ইন্টিগ্রেট করে আমরা পাই  $dx$  এর বিয়োগ ইন্টিগ্রেশন  
এর  $x$  স্কেয়ার  $dx$  প্লাস ইন্টিগ্রেশন এর  $x^4 dx$  ইত্যাদির ইন্টিগ্রেশন প্লাস একটি ধ্রুবক  $c$  এখন বাম দিকে আমাদের ট্যান  
দেবে ইনভার্স  $x$  এবং ডানদিকের দিক আমাদের দেবে  $x$  বিয়োগ  $x$  ঘনক্ষেত্র বাই 3 যোগ  $x$  5 বাই 5 যোগ  $c$  যেখানে  $c$   
বসিয়ে ধ্রুবক হল  $x$  শূন্যের সমান আমরা দেখতে পাই যে  $c$  সমান 0  
তাই ট্যান ইনভার্স  $x$  এর কাঙ্ক্ষিত প্রসারণ  $x$  বিয়োগ  $x$  কিউব বাই থ্রি প্লাস  $x$  থেকে পাওয়ার ফাইভ অন ফাইভ একবার  
আমরা ট্যান ইনভার্স  $x$  দিয়ে করি এটা আমাদেরকে অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের ক্ষেত্রে অনুরূপ কাজ করতে  
অনুপ্রেরণা দেয় উদাহরণ স্বরূপ সাইন ইনভার্স  $x$  বিবেচনা করুন এটা কী হতে চলেছে টেলর সিরিজের সম্প্রসারণ আমরা  
জানি যে  $\sin$  ইনভার্স  $x$  এর  $dx$  1 এর উপর 1 বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের উপরে এটি হল 1 বিয়োগ  $x$  বর্গ সমগ্রের শক্তি  
বিয়োগ অর্ধের সমান এবং আমরা জানি যে  $\cos$  থেকে এক বিয়োগ  $x$  সমগ্রের প্রসারণ  $e^x$  বিয়োগ অর্ধেক এবং সেখান  
থেকে আমরা সাইন ইনভার্স  $x$  এর টাইম সিরিজ প্রসারণ পেতে সক্ষম হব আমরা নিম্নলিখিত উপায়ে এগিয়ে যাই প্রথমে  
আসুন প্রথমে এক বিয়োগ  $x$  বর্গাকার সমগ্র শক্তি বিয়োগের অর্ধেক প্রসারিত করি যা 1 প্লাস বিয়োগ অর্ধেক এর সমান  
বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্র যোগ বিয়োগ অর্ধেক বিয়োগ অর্ধেক বিয়োগ 1 এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল 2 এ বিয়োগ  $x$  স্কেয়ার পুরো বর্গ  
প্লাস বিয়োগ অর্ধেক বিয়োগ অর্ধেক বিয়োগ 1 থেকে বিয়োগ 2 এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল 3 এ বিয়োগ  $x$  বর্গ পুরো ঘনক্ষেত্র এটি  
1 প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান বাই 2 প্লাস 1 এ  
3 আপন 8 এক্স থেকে পাওয়ার 4 প্লাস 1 [মিউজিক ] 3 থেকে 5 আপন 8 ইন ফ্যাক্টোরিয়াল 3  $x$  থেকে পাওয়ার 6 ইত্যাদি যা  
1 প্লাস  $x$  বর্গ বাই 2 প্লাস 3 দ্বারা সমান 8  $x$  থেকে পাওয়ার 4 প্লাস 15 এর উপর 48  $x$  এর ঘাত 6 সুতরাং এখন আমরা উভয়  
পক্ষকে একীভূত করি  
তাই এক বিয়োগ  $x$  বর্গ  $dx$  এর উপর মূলের একীকরণ পদের দ্বারা একত্রিত করে আমরা পাই  $x$  বর্গ বাই দুই  $dx$  যোগ  
তিন বাই আট  $x$  পাওয়ার ফোর ডিএক্স প্লাস ফাই পনের উপর আটচল্লিশ  $x$  থেকে ঘাত ছয়  $dx$  ইত্যাদি প্লাস একটি ধ্রুবক  
 $c$  বা সাইন ইনভার্স  $x$  সমান  $x + x$  কিউব অন ফ্যাক্টোরিয়াল 3 যোগ 3  $x$  এর ঘাত 5 এর 40 যোগ পনেরো আটচল্লিশ বাই  
সাত  $x$  এর শক্তি সাত প্লাস  $c$  নির্বাণ  $x$  শূন্যের সমান আমরা  $c$  পাই শূন্যের সমান  
তাই সাইন ইনভার্স  $x$  এর জন্য টেলর সিরিজের বিস্তৃতি হল  $x$  প্লাস  $x$  ঘনক্ষেত্র দ্বারা ফ্যাক্টোরিয়াল থ্রি প্লাস থ্রি  $x$  থেকে  
পাওয়ার ফাইভ অন চল্লিশ যোগ 5 থেকে 16 থেকে 7  $x$  পাওয়ার 7 এটা আমরা পাই যখন আমি এটিকে  $x$  এর সপ্তম শক্তি  
পর্যন্ত প্রসারিত করছি সুস্পষ্ট প্রশ্ন  
তাই  $\cos$  inverse  $x$  এর সম্প্রসারণ কী হবে  
তাই আমরা  $f'(x) = f$  ডাবল প্রাইম  $f$  কম্পিউট করে প্রথম নীতি থেকে এটি খুঁজে পেতে পারি ট্রিপল প্রাইম ইত্যাদি  
আমরা  
সাইন ইনভার্স  $x$  এর প্রসারণ থেকে এটি খুঁজে পেতে পারি কারণ আমরা জানি যে সাইন ইনভার্স  $x$  এর সমান পাই বাই 2  
মাইনাস  $\cos$  inverse  $x$  বা  $\cos$  inverse  $x$  সমান  $\pi$  বাই 2 মাইনাস  $\sin$  ইনভার্স  $x$   
তাই সন্নিবেশ করার মাধ্যমে ভাল  $\sin$  ইনভার্স  $x$  এর  $dx$  আমরা পেতে পারি যে  $\cos$  ইনভার্স  $x$  পাই এর সমান 2  
বিয়োগ  $x$  বিয়োগ  $x$  কিউব অন ফ্যাক্টোরিয়াল 3 বিয়োগ 3  $x$  এর শক্তি 5 40 বিয়োগ 5 থেকে ষোল থেকে সাত  $x$  এর শক্তি  
সাত এর মতো  
তাই এক থেকে ফলাফল আমরা সহজেই অন্য কিছু ফলাফল পেতে পারি যদি আমরা তাদের পারস্পরিক সম্পর্ক জানি তবে  
আসুন এখন আমরা অন্য কোন ফাংশন দেখি উদাহরণস্বরূপ  
1 প্লাস  $x$  এর লগ বিবেচনা করা যাক  
তাই আসুন এই  $f(x) = 1$  প্লাস  $x$  এর লগের সমান  
তাই  $f'(0)$  দিয়ে শুরু করি 1 এর লগের সমান 0 এর সমান।  
 $f$  প্রাইম  $x$  সমান 1 এর উপর 1 প্লাস  $x$   
তাই  $f$  প্রাইম 0 সমান 1  $f$  ডবল প্রাইম  $x$  এর ডেরিভেটিভের সমান যা বিয়োগ এক যোগ ছয় সমগ্রের সমান শক্তি বিয়োগ  
2 এর জন্য  
তাই  $f$  ডবল প্রাইম 0 এ বিয়োগ 1  $f$  ট্রিপল প্রাইম  $x$  সমান হল বিয়োগ এক প্লাস  $x$  পুরো থেকে পাওয়ার মাইনাস টু এর  
ডেরিভেটিভের সমান যা পাওয়ার বিয়োগ তিনের জন্য দুই এক যোগ  $x$  হতে চলেছে সুতরাং শূন্যে  $f$  ট্রিপল প্রাইম দুই  $f(0)$

এর সমান  $x$  এর  $urth$  ডেরিভেটিভ

বিয়োগ হতে চলেছে বিয়োগ 6 থেকে 1 প্লাস  $x$  সমগ্র শক্তি বিয়োগ 4 সুতরাং  $f$  4 এ 0 সমান বিয়োগ 6

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে 1 প্লাস  $x$  এর লগকে  $x$  বিয়োগ  $x$  বর্গ 2 দ্বারা প্রসারিত করা যেতে পারে ফ্যাক্টোরিয়াল থ্রি মাইনাস সিন্স কিউব অন

ফ্যাক্টোরিয়াল 4 এর সমান  $x$  বিয়োগ  $x$  বর্গ বাই 2 প্লাস  $x$  কিউব বাই 3 মাইনাস  $x$  এর পাওয়ার 4 এর উপর 4 এর মতো  
তাই এটি বিকল্পভাবে বিয়োগ এবং প্লাস এবং এটি যোগফল

তাই সিরিজটি হল সিগমা  $x$  থেকে পাওয়ার  $k$  এর উপর  $k$  থেকে বিয়োগ 1 থেকে পাওয়ার  $k$  বিয়োগ 1 যা নিশ্চিত করবে  
যে প্রতিটি বিকল্প পদ বিয়োগ এবং প্লাস  $k$  একটি অনন্তের সমান

তাই এটি লগের প্রসারণ এক প্লাস  $x$  এর কিন্তু যদি আমরা জানি যে যেহেতু আমরা একের উপর এক প্লাস  $x$  এর সম্প্রসারণ  
জানি আমরা ভিন্ন উপায়ে সমস্যাটির চেষ্টা করতে পারি একের উপর এক প্লাস  $x$  সমান এক প্লাস  $x$  পুরো থেকে পাওয়ার  
বিয়োগ এক সমান এক বিয়োগ  $x$  প্লাসের সমান  $x$  বর্গ বিয়োগ  $x$  কিউব প্লাস  $x$  থেকে পাওয়ার 4 সেরকম

তাই উভয় পক্ষের বিয়োগ  $x dx$  প্লাস  $x$  বর্গ  $dx$  বিয়োগ  $x$  কিউব  $dx$  প্লাস  $x$  এর শক্তি 4  $dx$  প্লাস  $c$  এর সাথে একীভূত  
করে

তাই 1 প্লাস  $x$  এর লগ সমান  $x$  বিয়োগ  $x$  বর্গ বাই 2 প্লাস  $x$  কিউব বাই 3 বিয়োগ  $x$  পাওয়ার 4 বাই 4 প্লাস 6 থেকে  
পাওয়ার 5 বাই 5 ইত্যাদি

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমরা একই উত্তর পেতে পারি

এমনকি এইভাবেও শুধুমাত্র একটি জিনিস বাকী থাকে তা হল  $x$  এ  $c$  এর মান নির্ধারণ করা এক প্লাস  $x$  এর শূন্য লগের  
সমান একের লগের সমান শূন্যের সমান

তাই  $c$  শূন্যের সমান

তাই আমরা উপরের সিরিজটি পাই কারণ

এক প্লাস  $x$  এর লগের প্রসারণ এখন  $x$  বসিয়ে দিলে আমরা 1 বিয়োগ  $x$  এর সমান লগ পাই বিয়োগ  $x$  বিয়োগ  $x$  বর্গাকার  
বাই 2 বিয়োগ  $x$  ঘনক বাই 3 বিয়োগ 6 থেকে শক্তি 4 বাই 4 ইত্যাদি যা এখানে সমস্ত পদ নেতিবাচক চিহ্ন হিসাবে বেরিয়ে  
আসে একবার আমরা লগ ওয়ান প্লাস  $x$  এর জন্য প্রসারিত হয়ে গেলে পরবর্তী সমস্যাটি বিবেচনা করা যাক বিয়োগ পাই এর  
অন্তর্গত  $x$  এর জন্য  $\cos x$  এর  $\cos x$  লগের প্রসারণ কত? 2 থেকে পাই বাই 2 আমরা জানি যে এই রেঞ্জের  $\cos x$   
ধনাত্মক হতে চলেছে

তাই  $\ln \log$  is valid আমি এটা করি প্রথম নীতি থেকে  $x$  এর  $f$  হল  $\cos x$  এর লগের সমান

তাই  $f$  শূন্য লগের সমান one শূন্যের সমান যদি প্রাইম  $x$  সমান হয় এক অন  $\cos x$  এর বিয়োগ  $\sin x$  এর সমান  
হয় বিয়োগ ট্যান  $x$

তাই শূন্য  $f$  প্রাইম শূন্যের সমান  $f$  ডবল প্রাইম  $x$  বিয়োগ ট্যান  $x$  এর  $ddx$  হয় বিয়োগ এক প্লাস ট্যান বর্গ  $x$  অতএব  $f$   
2 এ 0 সমান বিয়োগ 1 তৃতীয় ডেরিভেটিভ সমান বিয়োগ দুই ট্যান  $x$  এক প্লাস ট্যান বর্গ  $x$  সমান বিয়োগ দুই ট্যান  $x$  বিয়োগ  
দুই ট্যান কিউব  $x$

তাই যদি তৃতীয় ডেরিভেটিভ 0 এ 0 এর সমান কারণ যদি আমরা  $x$  রাখি 0 এর সমান তাহলে এটি 0 হয়ে যায় এবং এটি 0  
হয়ে যায়

তাই  $x$  এর চতুর্থ ডেরিভেটিভ

বিয়োগ 2 এর 1 প্লাস ট্যান বর্গ  $x$  বিয়োগ 6 ট্যান বর্গ  $x$  বিয়োগ 1 প্লাস ট্যান বর্গক্ষেত্রের সমান  $x$  সমান বিয়োগ 2 বিয়োগ 2  
ট্যান বর্গ  $x$  বিয়োগ 6 ট্যান বর্গ  $x$  বিয়োগ 6 দশের ঘাত চার  $x$  সমান বিয়োগ দুই বিয়োগ আট ট্যান বর্গ  $x$  বিয়োগ ছয় ট্যান  
চার  $x$

তাই  $f$  চারে শূন্য সমান বিয়োগ দুই একইভাবে  $f$  পাঁচে  $x$  সমান বিয়োগ ষোল আমি এর সাথে পার্থক্য করছি  $x$  এর ক্ষেত্রে  
তাই বিয়োগ ষোল ট্যান  $x$  এক প্লাস ট্যান বর্গ  $x$  বিয়োগ চল্লিশ ট্যান কিউব  $x$  এক প্লাস ট্যান বর্গ  $x$  সমান বিয়োগ ষোল

ট্যান  $x$  বিয়োগ 16 ট্যান কিউব  $x$  বিয়োগ 24 ট্যান কিউব  $x$  বিয়োগ 24 10 পাওয়ার 5  $x$  বা  $f$  পাঁচ  $x$  সমান বিয়োগ ষোল  
ট্যান  $x$  বিয়োগ চল্লিশ ট্যান কিউব  $x$  বিয়োগ 24 তারপর 5  $x$

তাই  $f$  5 এ 0 সমান 0 কারণ এই সবগুলি শূন্য  $x$  শূন্যের সমান হয়ে যায় আমাকে আরও এক ধাপ যেতে দিন  $x$  এর  $f$   
ছয় হতে চলেছে এটি বিয়োগ হতে চলেছে 16 থেকে 1 প্লাস ট্যান বর্গ  $x$  প্লাস অন্যান্য পদ যা আমরা এতক্ষণে জানি যে যখন  
আমরা  $x$  শূন্যের সমান রাখি তখন তাদের সব 0 হয়ে যাবে

তাই শূন্য  $f$  ছয় বিয়োগ 16 হতে চলেছে

তাই আমরা শূন্য

$\cos x$  এর লগের জন্য এটি খুঁজে পাই শূন্য শূন্য  $f$  প্রাইম সমান শূন্যের সমান যদি দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ শূন্যের সমান  
হয় বিয়োগের এক তৃতীয় ডেরিভেটিভ শূন্যের সমান চতুর্থ ডেরিভেটিভ শূন্য বিয়োগ দুই  $f$  পাঁচটি শূন্যের সমান এবং ষষ্ঠ  
শূন্য ডেরিভেটিভ বিয়োগ ষোল এর সমান

তাই সিরিজের বিস্তৃতি হল বিয়োগ  $x$  বর্গ এর উপর 2 বিয়োগ 2 তে  $x$  থেকে শক্তি 4 এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল 4 বিয়োগ 16 তে  
 $x$  থেকে পাওয়ার 6 এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল 6 ইত্যাদি যা 2 দ্বারা বিয়োগ  $x$  বর্গ ছাড়া কিছুই নয় বিয়োগ ফ্যাক্টোরিয়াল 4 24 এর  
সমান

তাই এটি  $x$  এর শক্তি 4 এর উপর 12 বিয়োগ  $x$  এর ঘাত ছয় এর উপর ষোল ষোল এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল ছয় যা সাত বিশ

তাই  $x$  এর শক্তি 6 এর উপর 45 ইত্যাদি

তাই এটি সিরিজ বিস্তৃতি

$\cos x$  এর লগ  $x$  লগের জন্য আপনি এটি অন্যভাবেও করতে পারেন আমরা লিখতে পারি  $\cos x$  এর লগ সমান 1 যোগ  $\cos x$  বিয়োগ 1 এই শব্দটি মাইনাস পাই বাই টু থেকে পাই বাই দুই সবসময় শূন্যের মধ্যে থাকবে এবং এক এবং তাই এই সম্প্রসারণটি বৈধ এবং আমরা ইতিমধ্যেই 1 এর চেয়ে কম mod  $x$  এর জন্য 1 প্লাস  $x$  এর লগের প্রসারণ খুঁজে পেয়েছি এবং

তাই আমি এটিকে শব্দ হিসাবে বিবেচনা করে এবং লগের সম্প্রসারণ ব্যবহার করে এটিকে একটি অনুশীলন হিসাবে রেখে এটিকে প্রসারিত করা যেতে পারে।

আপনার অনুশীলন করার জন্য এখন আসুন গণিতের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ ধারণাগুলির মধ্যে একটিতে আসি যেটি হল ইউলারের ধ্রুবক এবং আপনারা সবাই ই ব্যবহার করছেন কারণ আমরা যে প্রাকৃতিক লগারিদমটি গ্রহণ করি তা  $e$  এর বিপরীতে এবং  $e$  কে সীমা হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়  $n$  অসীম 1 এ যায়।

প্লাস 1 বাই  $n$  সামগ্রিক শক্তি  $n$  আপনি ভাবতে পারেন যে এই শব্দটি কোথা থেকে এসেছে

তাই আমি আপনাকে একটি সংক্ষিপ্ত ধারণা দিই ধরুন একটি সময়কাল আছে যেখানে আপনি এই সময়ে এখানে যে অর্থ জমা করেছেন তা এই সময়ে দ্বিগুণ হয়ে যাবে পয়েন্ট

তাই এই সময়ে যদি আপনি এখানে  $x$  পরিমাণ টাকা রাখেন তাহলে টাকা  $x + 1$  প্লাস 1 এ পরিণত হয় অর্থাৎ এটি দ্বিগুণ হয়ে যায়

তাই এই সময়ের মধ্যে সুদের হার এখন এই টাকা একই থাকবে না যদি আমরা পরিশোধ করি একটি মধ্যবর্তী সময়ে সুদ ধরুন আমরা এই সময়ে কিছু সুদ দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিই এবং মোট পরিমাণ পুনঃবিনিয়োগ করব এবং তারপরে আমরা হিসাব করি যে এই সময়ে মোট টাকার পরিমাণ কত হতে চলেছে

তাই যদি এই বিন্দু পর্যন্ত সুদের মোট পরিমাণ এক হয় সময়ের অর্ধেকের মধ্যে সুদের হার অর্ধেক হতে চলেছে

তাই এই সময়ে অর্থের  $x$  পরিমাণ  $x + 1$  প্লাস অর্ধেক হবে এবং এই পরিমাণ অর্থ এখানে পুনঃবিনিয়োগ করা হবে

তাই এই সময়ের শেষে এটি হতে চলেছে  $x$  হবে 1 প্লাস অর্ধেক পুরো বর্গক্ষেত্রে এটি আপনি অবশ্যই চক্রবৃদ্ধি সুদের গণনা করতে দেখেছেন এখন আসুন আমরা সময়কাল আরও বাড়িয়ে দেই ধরুন আমরা এই সময়ে এক তৃতীয়াংশ সুদ দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিই এখানে এক তৃতীয়াংশ সুদ এবং এখানে এক তৃতীয়াংশ

তাই একই যুক্তি দ্বারা এই বিন্দুতে টাকার পরিমাণ  $x$  হবে 1 যোগ 1 এর উপর 3 যা এই বিন্দুতে  $x$  হবে 1 যোগ 1 এর উপর 3 পুরো বর্গ যা এই বিন্দুতে  $x$  হবে 1 যোগ 1 এর উপর 3 সম্পূর্ণ কিউব এইভাবে আপনি বুঝতে পারবেন যে যেহেতু আমি ভাগ করছি আরও পার্টিশন তৈরি করছি এবং এই সময়ে প্রতিটিতে সুদ পরিশোধ করছি

তখন আমরা যে পরিমাণ পাব তা ভিন্ন,

তাই যদি আমি একই সময়ে এটিকে ভাগ করে নিই তাহলে পরিমাণ কত হবে?

লজিক আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই অর্থ  $x$  হবে 1 যোগ 1 এর উপর  $n$  পুরো  $n$  পাওয়ার  $n$  যাতে এটি আপনাকে একটি ধারণা দেয় যে এই পদগুলি থেকে 1 যোগ 1 আসে  $n$  পুরো  $n$  পাওয়ার  $n$  যাতে  $n$  সময়ের সাথে বৃদ্ধি পায় আমরা কি অসীম পরিমাণ অর্থ পাব যা এটি কোথায় একত্রিত হয় তার উপর নির্ভর করবে

তাই আমি আপনার সুবিধার জন্য কিছু শেষ বিন্দুতে এটির মান গণনা করতে চেয়েছিলাম

উদাহরণস্বরূপ  $n$  এ দুই এর সমান এটি এক যোগ শূন্য পয়েন্ট পাঁচ পুরো বর্গ যা হল  $n$  এ দুই পয়েন্ট দুই পাঁচ এর সমান দশ এটি এক যোগ শূন্য পয়েন্ট এক পূর্ণ শক্তি দশ যা মোটামুটি হতে যাচ্ছে 2.

594 এ  $n$  সমান 100 আমরা 1 যোগ শূন্য পয়েন্ট শূন্য এক পুরো পাওয়ার 1 পাব শত যা যাচ্ছে দুই পয়েন্ট সাত শূন্য 4 8 যদি আপনার কিছু বৈজ্ঞানিক ক্যালকুলেটর অ্যাক্সেস থাকে তবে আপনি এইগুলি গণনা করতে পারেন এবং 4 দশমিক স্থানে যেতে পারেন আপনি দেখতে পাবেন যে মানগুলি  $n$  এর মতো হাজারের সমান হতে চলেছে এটি এক যোগ শূন্য।

পয়েন্ট শূন্য শূন্য এক পূর্ণ শক্তি হাজার যা হতে চলেছে দুই পয়েন্ট সাত এক ছয় নয়টি  $n$  এর সমান দশ হাজার এটি এক যোগ শূন্য পয়েন্ট শূন্য শূন্য এক পুরো থেকে পাওয়ার দশ হাজার যা দুই পয়েন্টের সমান সাত এক আট এক এবং  $n$  সমান এক লাখ এটি এক যোগ শূন্য পয়েন্ট শূন্য শূন্য শূন্য এক থেকে শক্তি এক লাখ যা হতে চলেছে দুই পয়েন্ট সাত এক আট তিন

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি মান বাড়ছে কিন্তু নয় প্রকৃতপক্ষে একটি খুব উচ্চ হারে যখন  $n$  অসীম এক প্লাস ওয়ান অন এন সামগ্রিক শক্তিতে যায়  $n$  একটি ধ্রুবক রূপান্তরিত হবে যা দুই পয়েন্ট সাত এক আট দুই আট এক আট 2 8 4 5 9 0 4 5 আছে এটি একটি অ্যাসিম্পটোটিক হিসাবে কোন শেষ সংখ্যাটি কখনই এই ক্রমটির সমাপ্তিতে আসবে না

এবং লোকেরা 1000 দশমিক স্থান পর্যন্ত গণনা করার চেষ্টা করেছে সেখানে কোন অভিসরণ ছিল না

তাই এই অমূলদ সংখ্যাটিকে ইউলার সংখ্যা বলা হয় এবং যা ই দ্বারা চিহ্নিত করা হয়

তাই আসুন 1 যোগ 1 সম্পূর্ণ  $n$  দ্বারা বিবেচনা করি  $k$ th শব্দটি কি হতে চলেছে তা আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি একটি দ্বিপদ সম্প্রসারণ

তাই একটি প্রদত্ত  $k$ -এর জন্য যদি আমরা  $n$  কে  $k$  এর চেয়ে বড় বিবেচনা করি তাহলে সহগটি  $n$  হতে চলেছে  $n$  বিয়োগ 1 থেকে  $n$  বিয়োগ  $k$  বিয়োগ 1 এর উপর  $nck$

তাই এটি ফ্যাক্টোরিয়াল  $k$  বা অন্য কথায় 1 বাই  $n$  সমগ্র থেকে পাওয়ার  $k$ , সুতরাং এটি  $k$ th টার্ম হতে চলেছে আমরা এটিকে  $nck$  থেকে 1 বাই  $n$  সম্পূর্ণ পাওয়ার  $k$  এখন পেতে পারি আমরা এটি বাতিল করি  $n$  আমরা এটিকে 1 থেকে 1 বিয়োগ 1 দ্বারা  $n$  হিসাবে 1 বিয়োগ 2 দ্বারা  $n - 1$  বিয়োগ  $k$  বিয়োগ 1 দ্বারা  $n$  এর উপর ফ্যাক্টোরিয়াল  $k$  হিসাবে পেয়েছি তাই  $n$  যেহেতু অসীমতে যায়  $k$ th টার্মটি

ফ্যাক্টোরিয়াল  $k$  এর উপর এক

তাই সিরিজ 1 যোগ 1 দ্বারা  $n$  সমগ্র শক্তি  $n - 1$  যোগ 1 যোগ 1 ফ্যাক্টোরিয়াল 2 এ যায় প্লাস 1 অন ফ্যাক্টোরিয়াল থ্রি প্লাস ওয়ান  
অন ফ্যাক্টোরিয়াল  $k$  পরবর্তী ক্লাসে আমি ইউলার ধ্রুবক এবং এর প্রসারণ সম্পর্কিত কিছু সমস্যা সমাধান করব আপনাকে  
অনেক ধন্যবাদ

Prutor@iitk