



کے بارے میں اس طرح کی کثیر الجہتی  $a$  دیا گیا ہے۔ ایک نقطہ  $f$  کا ایک فنکشن  $x$  اس طرح کا قیاس کرتے ہیں کہ

توسیع ممکن ہے

$x$  ماننس ایک پورا مربع جمع ایک تین انچ  $x$  جمع  $a$  2  $x$  جمع  $a$  1  $x$  میں  $xm$  کے برابر ہے  $a$  ایک  $\theta$  جمع  $x$  کا  $f$  تو آئیے لکھتے ہیں

کا  $n$  ماننس ایک مکمل مکعب وغیرہ کا فائدہ یہ ہے کہ اگر یہ ڈگری

جمع ایک بار میں تفریق کیا جاسکتا ہے اور اگر ہم لامحدود کثیر الثانی کو لیں  $n$  تو اسے

کے لیے کثیر الجہتی  $fxfx$  تو ہم محدود تعداد میں اس میں فرق کر سکتے ہیں لہذا اس مفروضے کے ساتھ ہم یہ جاننے کی کوشش کریں گے کہ

ماننس  $x$  میں  $a$  3 ماننس ایک مکمل مربع جمع  $x$  2  $a$  ماننس ایک جمع  $x$  1  $a$  توسیع کے برابر ہے جو ہم نے فرض کیا ہے  $\theta$  جمع کے اس طرح  $fa$  برابر  $\theta$  کے برابر ہے کیونکہ دیگر تمام اصطلاحات  $\theta$  بن جائیں گی لہذا  $a$   $\theta$  پر  $f$  ایک مکمل مکعب وغیرہ اس لیے مستقل اصطلاح ایک نقطہ پر فنکشنل ویلیو آئے گی جس کے بارے میں ہم

$x$  کے طور پر لکھ رہا ہوں جس کا مطلب ہے کہ میں  $f$  کا پہلا مشتق کیا ہے لہذا میں اسے اوپری اسکرپٹ کے  $a$  توسیع کر رہے ہیں۔ کثیر نام

ماننس ایک مکمل مربع  $x$  کے برابر ہے  $a$  3 جمع  $a$  3 ماننس  $x$  میں  $a$  2 کو فرق کر رہا ہوں ایک بار یہ  $1$  جمع  $2$   $f$  کے حوالے سے

ماننس  $x$  کا دوسرا مشتق دوسرا مشتق کیا ہے دو ایک دو جمع تین میں دو تین میں  $x$  ماننس ایک مکمل مکعب اس طرح اس طرح  $x$  4  $a$  جمع  $4$

دو کے  $f$  پر دو برابر ہے دو بار کے دو کے برابر ہے یا ایک دو برابر ہے  $a$  ماننس ایک پورا مربع وغیرہ اگر  $x$  میں  $a$  4 ایک جمع  $4$  میں  $3$

ماننس اے پلس کی  $x$  جمع  $4$  میں  $3$  میں  $2$   $a$  3 تین برابر ہے  $3$  میں  $2$  میں  $1$   $f$  کا تیسرا مشتق  $x$  اسی طرح  $a$  by two برابر ہے

برابر ہے تین فیکٹوریل گنا تین کے  $a$  کی زیادہ طاقتیں ہیں لہذا اگر تین پر  $a$  ماننس  $x$  اصطلاحات جس میں

کی  $f$  4 پر  $x$  پر تین فیکٹوریل اسی طرح ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اگر میں اسے ایک بار پھر فرق کروں مجھے  $a$  تین  $f$  تو ایک تین برابر ہے

کے  $x$  کی جمع طاقتیں اس لیے چار فیکٹوریل چار سے تقسیم ہونے پر  $a$  ماننس  $x$  کے برابر  $4$  کے برابر تین میں دو میں  $x$  اصطلاح ملے گی

کا دوسرا  $f$  کے طور پر لکھا جائے۔ ماننس اے پلس  $f$  کر سکتا ہے۔  $f$  کا  $x$  چوتھے مشتق کے برابر ہے لہذا ہم تلاش کر سکتے ہیں کہ

ماننس ایک مکمل مکعب پر فیکٹوریل تین جمع  $x$  کا ایک انٹ  $f$  ماننس ایک مکمل مربع پر فیکٹوریل دو جمع تیسرا مشتق  $x$  کا ایک انٹ  $f$  مشتق

چوتھا مشتق ایک انٹو ایکس ماننس ایک مکمل سے پاور فور پر فیکٹوریل چار یہ لازمی نہیں ہے کہ آپ کو انٹینٹی تک جانا پڑے گا ہم ہمیشہ اسے ایک

کے برابر ہے اور پھر بقیہ اصطلاح قربت میں غلطی کی اصطلاح ہوگی لیکن اگر  $k$  4 مقررہ طاقت تک پہنچا کر ایک تخمینہ لگا سکتے ہیں کہو کہ

بہت چھوٹا ہے پھر جیسے جیسے پاور بڑھے گی  $a$  اور  $x$  درمیان فرق

تو ایبر ٹرم صفر پر چلا جائے گا اس لیے اس

مسلسل ہے اور محدود تعداد میں اس پوائنٹ پر آپ کو مزید مطالعہ کرنا ہوگا۔ آپ کی  $f$  کی ٹیلر سیریز ایکسپینشن کہا جاتا ہے جب  $fx$  توسیع کو

ریاضی کی اعلیٰ کلاسوں میں ٹیلر سیریز لیکن اس کلاس میں ہم دیکھیں گے کہ یہ کس طرح کچھ مسائل کو حل کرنے میں ہماری مدد کرتا ہے آئیے

کا پہلا مشتق ماننس  $2$  میں  $1$   $f$   $x$  کے برابر ہے پاور ماننس  $2$   $x$  ماننس  $1$   $fx$  پورے کو پاور ماننس  $2$  پر غور کریں لہذا  $x$  ہم  $1$  ماننس

کا سیکنڈ مشتق ماننس  $3$  میں  $2$  میں  $1$   $x$  کے لیے پاور ماننس  $3$  کے برابر ہے پاور ماننس  $3$  میں ماننس  $1$  برابر ہے  $2$  میں  $1$  ماننس  $x$  ماننس

کا تیسرا مشتق اسی طرح  $f$   $x$  کے لیے پاور ماننس چار  $x$  ماننس ایکس کے برابر ہے پاور ماننس  $4$  کے برابر ہے فیکٹوریل  $3$  میں ایک ماننس

پورے کے برابر ہے پاور ماننس  $5$  اس لیے اگر صفر پر ایک پرائم ہے  $x$  فیکٹوریل  $4$  میں  $1$  ماننس

تو صفر پر پرائم دو کے برابر ہے اگر صفر پر دوسرا مشتق فیکٹوریل تین کے برابر ہے اور اگر صفر پر چوتھا مشتق فیکٹوریل چار کے برابر ہے

ماننس  $\theta$  پورے مربع پر فیکٹوریل دو  $x$  ماننس  $\theta$  جمع فیکٹوریل  $3$  میں  $x$  پر صفر جمع دو میں  $f$  برابر ہے  $x$  کا  $f$  تو ہم حاصل کرتے ہیں

کے برابر ہے اگر پہلا مشتق  $f$  ایک جمع پر  $fx$  ماننس صفر پورے مکعب پر فیکٹوریل تھری اس لیے ہم لکھ سکتے ہیں  $x$  جمع فیکٹوریل چار میں

ایکانڈ ڈیریویٹیو پر ایک انٹ ایکس ماننس ایک مکمل اسکوائر پر فیکٹوریل  $2$  پلس ایف تیسرا ڈیریویٹیو ایک ان  $s$  ماننس ایک پلس میں اگر  $x$  پر  $a$

ایکس ماننس ایک مکمل مکعب پر فیکٹوریل  $3$  کے علاوہ ایک چوتھا مشتق ایک انٹو ایکس ماننس ایک مکمل پر پاور فور پر فیکٹوریل چار اس طرح ڈالنا

پلس پر اگر سیکنڈ ڈیریویٹ  $x$  پرائم پر  $\theta$  انٹ  $f$  پلس  $f$   $\theta$  پوری طاقت کے ماننس دو کے برابر ہے  $x$  ایک ماننس  $f$  کی قدریں  $x$  اور ڈالنا

$f$   $\theta$  پر فیکٹوریل  $4$  کے برابر ہے  $4$   $x$  کیوب  $4$  پر  $\theta$  میں  $x$  مربع پر فیکٹوریل  $\theta$  پر ایف کا تیسرا مشتق صفر پر فیکٹوریل  $3$  پر  $x$  صفر پر

ماننس صفر پورے مکعب پر فیکٹوریل  $x$  ماننس صفر پورے مربع پر فیکٹوریل دو جمع فیکٹوریل چار میں  $x$  جمع فیکٹوریل تین میں  $x$  جمع  $2$  گنا

مکعب پلس کے برابر ہے اور یہ وہ اصطلاحات ہیں جو ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں ہم پہلے  $x$  مربع جمع  $4$   $x$  جمع تین  $x$  تین وغیرہ ایک جمع دو

تھری ایکس مربع پلس چار ایکس  $s$   $plu$  کے برابر  $x$  پوری طاقت ماننس  $\theta$  کے برابر ہے ایک جمع دو  $x$  ہی دیکھ چکے ہیں کہ  $1$  ماننس

کیوب اس طرح اس طرح ٹیلر سیریز کی

پورے سے پاور ماننس  $2$  تک کام کرتی ہے میں چاہتا ہوں کہ آپ اس کی تصدیق دیگر کثیر الاضلاع  $x$  توسیع  $1$  ماننس

توسیعات کے ساتھ کریں جو ہم اس کلاس میں پہلے ہی کر چکے ہیں اور میں کثیر ناموں سے آگے بڑھوں گا۔ اگر میں آپ سے پوچھتا ہوں کہ

کی مختلف اقدار کے لیے آسانی سے مختلف ہیں جو میرے ذہن میں  $x$  دوسرے کون سے فنکشنز ہیں جو آپ بہت آسانی سے یاد رکھ سکتے ہیں جو

کو دیکھتے ہیں۔ ہم دیکھتے ہیں کہ کیا ہم ٹیلر سیریز کی  $\tan x$   $\cos x$  سب سے پہلے آتا ہے وہ ہے مثلثی فنکشنز خاص طور پر ہم سائن

وغیرہ کی گنتی کرنے کا طریقہ تلاش  $x$  کے  $\tan$  یا  $x$  کے  $\cos$  کی سائن یا  $x$  توسیع کا استعمال کرتے ہوئے اس کو بڑھا سکتے ہیں اور

کر سکتے ہیں کیونکہ اگر آپ کو کلاسوں میں یاد ہے

$\pi$  by  $6$  وغیرہ کی قدریں صرف ایک مقررہ کے لیے ہیں۔ اقدار کے سیٹ کو ہم نے صفر ڈگری کے لیے  $\cos x$   $x$  تو ہم دیکھتے ہیں کہ سائن

کے لیے دیکھا ہے اور عام طور پر ہم ان کے ملٹیلز کے ساتھ یا شاید  $\pi$  by  $4$   $\pi$  by  $3$   $\pi$  by  $2$  اور  $\pi$  کے لیے  $\pi$  by  $6$  کے ساتھ کام کرتے ہیں۔ ہم  $15$  ڈگری  $18$  ڈگری وغیرہ کے لیے حاصل کر سکتے ہیں ٹھیک ہے  $\pi$  by  $4$   $\pi$  by  $3$   $\pi$  by  $2$  کے لیے

اگر میں آپ سے پوچھوں کہ ایک ڈگری کی علامت کیا ہے یا پانچ ڈگری کی علامت کیا ہے ان اقدار کو شمار کرنا آسان نہیں ہے جب تک کہ ہم ٹیلر

سیریز کی

توسیع کا استعمال نہ کریں اسی وجہ سے یہ تجزیہ کے لیے فارمولہ بہت اہم ہے لہذا مثال کے لیے غور کریں کہ سائن ایکس ایف ایکس سائن

صفر کے برابر  $\cos$  کے برابر ہے لہذا صفر پر پہلا مشتق  $\cos x$  کا پہلا مشتق  $x$  صفر صفر کے برابر ہے  $f$  ایکس کے برابر ہے لہذا

کا تیسرا مشتق  $x$  کے برابر ہے لہذا صفر پر دوسرا مشتق صفر کے برابر ہے  $\sin x$  کا دوسرا مشتق ماننس  $x$  ہے جو ایک کے برابر ہے

$x$  کے برابر ہے لہذا صفر پر تیسرا مشتق ماننس  $0$  کے برابر ہے میں اس کے چوتھے مشتق کے چند مزید کے لیے جاؤں گا۔  $\cos x$  ماننس

کے برابر ہے لہذا صفر پر پانچواں مشتق ایک  $\cos x$  کا پانچواں مشتق  $x$  کے برابر ہے لہذا صفر پر چوتھا مشتق صفر کے برابر ہے  $x$  سائن

کے برابر ہے

$x$  پرائم پر  $\theta$  انٹ  $f$  کے برابر ہے  $\theta$  پلس  $f$   $x$  کا  $f$  تو آئیے یہاں رکتے ہیں اور ہم جان سکتے ہیں کہ ٹیلر کے تھیوریم سے ٹیلر کی سیریز

$f$  برابر ہے  $x$  کا  $x$  سے  $f$  ماننس ایک مکمل مربع پر فیکٹوریل دو وغیرہ اس لیے ٹیلر سیریز  $x$  سیکنڈ ڈیریویٹیو پر  $\theta$  میں  $f$  ماننس  $\theta$  پلس

$x$  ماننس ایک مکمل مربع پر فیکٹوریل  $2$  جمع ماخوذ پر  $\theta$  میں  $x$  سیکنڈ مشتق پر  $\theta$  میں  $f$  ماننس  $\theta$  جمع  $\theta$  پرائم پر  $\theta$  میں  $f$  پر صفر جمع

ماننس ایک مکعب پر فیکٹوریل 3 جمع 0 کا چوتھا مشتق ایکس ماننس میں پوری سے پاور 4 پر فیکٹوریل چار جمع صفر کا پانچواں مشتق ایکس صفر کے برابر ہے  $f$  ماننس مکمل پانچ پر فیکٹوریل پانچ جمع اس طرح ہم جائیں گے میں مزید نہیں جا رہا ہوں اُنہی ہم قدروں کو تبدیل کریں صفر پر پہلا مشتق ایک کے برابر ہے اگر صفر پر دوسرا مشتق صفر کے برابر ہے اگر صفر پر تیسرا مشتق ماننس ون کے برابر ہے اور صفر پر یہ وہی ہے جو ان اقدار کو  $e$  چوتھا مشتق صفر کے برابر ہے اور صفر پر پانچواں مشتق صفر کے برابر ہے ماننس کے برابر ہے پلس ان ماننس 0 پورا مربع حقیقت پر 2 ماننس 1  $x$  ماننس 0 جمع 0 بار  $x$  کا سائن برابر سائن کے برابر ہے 0 جمع 1 گنا  $x$  ڈالنے سے ہمیں ملتا ہے ماننس صفر پورے پانچ پر  $x$  ماننس 0 پوری سے پاور 4 پر فیکٹوریل 4 جمع ایک گنا  $x$  ماننس 0 مکمل مکعب فیکٹوریل 3 پلس پر 0 گنا  $x$  ضرب پانچ پر فیکٹوریل پانچ اگر ہم آگے چلتے ہیں ہم  $x$  مکعب پر فیکٹوریل تین جمع  $x$  ماننس  $x$  فیکٹوریل پانچ اس طرح یہ برابر ہے ایک گنا سے پاور 7 پر فیکٹوریل 7 اس طرح  $x$  کا پاور 5 پر فیکٹوریل 5 ماننس  $x$  مکعب پر فیکٹوریل 3 پلس  $x$  ماننس  $x$  دیکھیں گے کہ یہ برابر ہے پر ایک  $k$  کے لئے عدد فیکٹوریل  $k$  سے پاور  $x$  وہاں موجود ہیں اور  $x$  کے  $x$  ہمیں ایک کثیر الثانی ملے گا جہاں صرف تمام طاقتیں ہوں گی۔ کے لئے کام کر سکتے ہیں اور مجھے  $\cos x$  ہے اور ان کے نشانات پلس ماننس پلس ماننس ہونے والے ہیں متبادل طریقے سے اسی طرح ہم اسکوائر پر فیکٹوریل 2 پلس ایکس پر پاور 4 پر فیکٹوریل 4  $\cos x$  1 میل کے برابر ہے۔ پسند ہے کہ آپ اس کی تصدیق کریں۔

کو دیکھتے ہیں  $\cos x$  ماننس ایکس پر پاور 6 پر فیکٹوریل 6 اس طرح جب ہم کی طاقتیں ملتی ہیں اور دوبارہ علامت کی طرح ہمیں متبادل طور پر مثبت ملتا ہے اور منفی علامات اگلی ہم ٹین ایکس کو دوبارہ  $x$  تو ہمیں صرف کے برابر ہے  $ddx$  برابر ہے ٹین ایکس کے  $x$  دیکھتے ہیں ہم تقریباً 0 ایف 0 کو پھیلاتے ہیں 10 کے برابر ہے 0 صفر کے برابر ہے اگر ایک پر کا دوسرا مشتق  $x$  کے بارے میں کیا ہے جو  $x$  دو  $f$  ایک ایک کے برابر ہے  $f$  اس لئے صفر پر  $x$  برابر ہے 1 جمع ٹین مربع  $x$  مربع 6 کے برابر ہے ایک جمع ٹین مربع کے  $x$  کے برابر ہے دو ٹین  $x$  کے چھ مربع  $x$  کے برابر ہے 2 ٹین  $ddx$  کے  $x$  ہے 1 جمع ٹین مربع پر 0 دوبارہ 0 ہے لیکن ہمیں اس  $f$  2 کے دائیں اس لئے  $x$  جمع 2 ٹین مکعب  $x$  برابر ہے 2 ٹین  $x$  برابر ہے میں 1 جمع  $x$  جمع 6 ٹین مربع  $x$  برابر ہے 2 سے 1 جمع ٹین مربع  $x$  3  $f$  توسیع کی ضرورت ہے تاکہ ہم تیسرے مشتق پر جا سکیں اس لئے اس  $x$  پر 0 برابر دو کے برابر ہے اگر چار 3  $f$  لہذا  $x$  جمع 6 ٹین 4  $x$  جمع 6 ٹین مربع  $x$  برابر ہے 2 جمع 2 ٹین مربع ہیں  $x$  ٹین مربع جمع 6 ٹین 4  $x$  کے برابر ہے مربع  $ddf$  کے  $\tan$  ایک  $x$  4  $x$  8  $x$  over کے برابر ہے کیونکہ مستقل کا مشتق 0 ہے  $ddx$  کے پر 0 صفر کے برابر 4  $f$  لہذا  $x$  میں 1 جمع ٹین مربع  $x$  جمع 24 ٹین مکعب  $x$  جمع 16 ٹین مکعب  $x$  کے برابر ہے 16 ٹین  $x$  طاقت 4 پانچ  $f$  کے ساتھ اس لئے  $\tan x$  جمع اصطلاحات  $x$  برابر ہے 16 میں 1 جمع ٹین مربع  $x$  ہے اسی طرح ہم حاصل کر سکتے ہیں اگر پانچ کے برابر  $x$  صفر جمع ایک پر ایک فیکٹوریل  $x$  صفر پر سولہ کے برابر ہے اس لئے اس مقام تک پھیلانے سے ہم یہ حاصل کر سکتے ہیں کہ ٹین کا پاور 5 پر فیکٹوریل  $x$  پر فیکٹوریل 4 جمع 16 گنا  $x$  4  $x$  مکعب فیکٹوریل 3 جمع 0 گنا  $x$  ہے۔ پلس 0 ٹائم ایکس مربع پر فیکٹوریل 2 جمع 2 گنا کیوب  $x$  مربع جمع 2 فیکٹوریل 3 جمع پر  $x$  جمع 0 گنا  $x$  کا ٹین برابر ملتا ہے 0 جمع  $x$  کی زیادہ طاقتیں آسان بنانے پر ہمیں  $x$  کے علاوہ 5 مکعب تین جمع سولہ پر فیکٹوریل پانچ ایک بیس  $x$  جمع  $x$  کا پاور پانچ پر فیکٹوریل پانچ اب یہ برابر ہے  $x$  کا پاور 4 جمع سولہ گنا  $x$  میں 0 گنا کے برابر ہے

کی پانچویں طاقت تک کثیر  $x$  کی طاقت پانچ جمع زیادہ طاقتیں اس طرح ہمیں  $x$  تو یہ چار پر تیس ہے دو کے برابر پندرہ برابر ہے دو پر پندرہ گنا کا تخمینہ ملتا ہے ٹھیک ہے طلباء میں آج اگلی کلاس میں یہاں رکنا ہوں میں دیکھتا ہوں خاص طور پر کچھ اور  $\tan x$  الاضلاع کی شکل میں مسائل پر میں دیکھوں گا کہ ٹین انورس ایکس کے لیے ٹیلر سیریز ایکسپینشن کو کیسے حاصل کیا جا سکتا ہے لوگارتھمک فنکشنز کے لیے خاص کی پاور ایکس تک  $e$  طور پر 1 پلس ایکس کے لاگ میں اور اس سے بھی اہم بات یہ ہے کہ توسیع جو کہ تجزیہ میں بہت اہم ہے ٹھیک ہے آپ