

ଏଥିରେ ଅସୀମ ଶୃଙ୍ଖଳାର ପ୍ରଥମ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ସ୍ୱାଗତ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ବକ୍ତୃତା ମୁଁ ଅସୀମ ଶବ୍ଦ ସହିତ ସିରିଜ୍ ବିଷୟରେ କହିବି ଏହା ବିଶ୍ଳେଷଣରେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାରଣା କାରଣ ଆପଣ ପାଇବେ ଯେ ଆମେ ଅନେକ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କରିପାରିବା |  $x$  ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ କୁହନ୍ତୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ  $\sin x \cos x$  ର ଇଚ୍ଛାଧୀନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଆମେ ସୀମିତ କ୍ରମରେ ଅନୁରୂପ ବ୍ୟବହାର କରି ଗଣନା କରିପାରିବା ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ସାଇନ୍  $x$  ଆପଣ ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କେବଳ କିଛି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଦେଖୁଥିବେ ଠିକ୍ ଶୂନ୍ୟ ପି ପାଇଁ ତିନୋଟି ପାଇଁ | ଚାରୋଟି ପାଇଁ  $\sin$  ାରା ଛଅ କିମ୍ବା ଦୁଇଟି  $\cos$  ାରା ଏହିପରି କିଛି କିଛି ପ୍ରକୃତରେ ଚିହ୍ନ ହେଉଛି ଏକ ନିରନ୍ତର କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ସଙ୍କେତ ବକ୍ତବ୍ୟ ଦେଖୁଥିବେ ତେବେ ଏହା ପ୍ରକୃତ ରେଖା ପ୍ରଶ୍ନରେ  $x$  ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥାଏ, ଆପଣ କିପରି ପାପର ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କରିବେ |  $x$  ର ଯେକ  $\arbit$  ଶସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ  $x$  ତେଣୁ ଏହା କେବଳ ପାପ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ  $x$  ଅନେକ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଛି ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଅସୀମ ଶୃଙ୍ଖଳା ଆମକୁ ଅସୀମ ଶୃଙ୍ଖଳାର ମ  $ics$  ଲିକ ଗଣନା କରିବାର ମାର୍ଗ ଦେଇଥାଏ | କିମ୍ବା କମ୍ପ୍ୟୁଟିଙ୍ଗ୍ ଫଙ୍କସନାଲ ଭାଲ୍ୟୁଗୁଡ଼ିକ  $y$  ଷ୍ଟେସ୍ ଆନୁମାନିକ ଥିବାରୁ ଆସିଥାଏ ଯାହା ସୂଚାଏ ଯେ ଯଦି  $f$  ହେଉଛି ବନ୍ଦ ବ୍ୟବଧାନରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥିବା ଏକ ପ୍ରକୃତ ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟବାନ କାର୍ଯ୍ୟ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକୃତ  $x$  ପାଇଁ ବ୍ୟବଧାନରେ  $a$  ରୁ  $b$  ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ଅଧିକ ଯେକ  $any$  ଶସି ଏପସିଲନ୍ ଦିଆଯାଏ ସେଠାରେ ଏକ ବହୁଭୂତ  $p$  ଅଛି | ଯେହେତୁ  $fx$  ମାଲନ୍ସ  $bx$  ର କମା  $b$  ମତୁ୍ୟଲସ୍ ସହିତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସମସ୍ତ  $x$  ପାଇଁ ଏପସିଲନ୍  $O$ ରୁ କମ୍

ତେଣୁ ଏହା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ

ତେଣୁ  $f$  ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକୃତ କାର୍ଯ୍ୟ ବୋଲି ମନେକରନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରକୃତ ରେଖା ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି  $a$  ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି  $b$  ଏବଂ  $f$  ଇଚ୍ଛାଧୀନ | କ୍ରମାଗତ କାର୍ଯ୍ୟ ଚାପରେ ଯେକ  $any$  ଶସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟରେ  $x_i$  ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ସହିତ  $fx$  କୁ ଆନୁମାନିକ କରିପାରେ ଏବଂ ଆପଣ ସମସ୍ତେ ଜାଣନ୍ତି ଯେ ତିନିଗ୍ରାମ  $n$  ର ପଲିନୋମିଆଲ୍ ହେଉଛି ଏକ ଶୂନ୍ୟ ପ୍ଲସ୍ ଏବଂ ଏକ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଆକ୍ସକୁ ପାଖାନ୍ତ  $n$  କୁ କୁହନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଏପସିଲନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଆମେ ବାଛି ପାରିବା | ଏକ ବୃହତ  $n$  ଯାହା  $\text{pol}$  ାରା ପଲିନୋମିଆଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଫଙ୍କସନାଲ ଭାଲ୍ୟୁ  $fx$  ର ଯଥେଷ୍ଟ ନିକଟତର ହେବ ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ ଆମେ  $fx$  କୁ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍  $px$  ଦ୍ୱାରା ଆନୁମାନିକ କରିପାରିବା

ତେଣୁ ଯଦି  $a$  ପାଇଁ  $rbitrary$  ଫଙ୍କସନ୍ କହୁଛି  $\sin x$  ଯଦି ଆମେ ସାଇନ୍  $x$  କୁ ଆନୁମାନିକ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ପାଇ ପାରିବା ତେବେ ଆମେ ପ୍ରଶ୍ନ କରିଥାଉ କି ଏପରି ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କିପରି ପ୍ରାପ୍ତ ହେବ ତାହା କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସିରିଜ୍ ଦେଖିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯାହା  $iit$   $pal$  ରେ ଏକ ସିରିଜ୍ ଅଛି | ବକ୍ତୃତାଗୁଡ଼ିକ ଆମେ କ୍ରମ ଏବଂ ସିରିଜ୍ ସହିତ ମୁକାବିଲା କରିଛୁ ଏହି ବକ୍ତୃତାଗୁଡ଼ିକରେ ତୁମେ କ୍ରମ ଏବଂ କ୍ରମର ଏକ ମୂଲ୍ୟୁଆ ପାଇବ କିଛି ସୀମିତ କ୍ରମରେ ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା ପାଇଁ ମୁଁ ତୁମକୁ ଏହି ଦୁଇଟି ଶବ୍ଦ କ୍ରମ କ୍ରମ ଏବଂ କ୍ରମ ଏବଂ କିଛି ଉଦାହରଣ ସହିତ ଏକ ଛୋଟ ପରିଚୟ ଦେବି ଯାହା  $\text{so}$  ାରା ତୁମେ ସେହି ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକୁ ସହଜରେ ପୁନ  $ap$  ଅନୁକରଣ କରିପାରିବ

ତେଣୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ କ୍ରମ  $k$  ଶ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ବସ୍ତୁର ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ବର୍ଣ୍ଣମାଳା ଯଦି ଆମେ ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାକୁ ବିଚାର କରୁ ତେବେ ଏହି 26 ଟି ଅକ୍ଷର ସେହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଆସେ ଠିକ୍ କେହି  $czbm$  ନାହାନ୍ତି | ଏହା ଏକ କ୍ରମ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି କ୍ରମ ଯେଉଁଥିରେ ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାରେ ବିଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଭାବରେ ଇଚ୍ଛାଧୀନ ରଙ୍ଗ ଅର୍ କୁହନ୍ତି |  $e$  ମଧ୍ୟ ଏକ କ୍ରମ ବାଲଗଣୀ ଇଣ୍ଡିଗୋ ନୀଳ ସବୁଜ ହଳଦିଆ କମଳା ଏବଂ ଲାଲ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ କ୍ରମ ସଂଖ୍ୟକ ହୋଇପାରେ ପ୍ରାଇମ ନମ୍ବର ମଧ୍ୟ  $k$  ଶ ପ୍ରାଇମ ନମ୍ବର 2 3 5 7 11 13.

ତେଣୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମ ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ ମୂଖ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଘଟୁଛି | ଯଦି ତୁମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ, ସେଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇଟି ଚାରି ଛଅ ଆଠ ଦଶ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁପାରୁ ଯେ ଦୁଇଟି ଜିନିଷ ଆମକୁ ପ୍ରଥମ କ୍ରମକୁ ପାଲନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ , ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଇତ୍ୟାଦିର ଅସୀମ ତାହାଣ ବର୍ଣ୍ଣମାଳା ରଙ୍ଗ ସୀମିତ କ୍ରମ ଅଟେ ଏହାର ଅର୍ଥ  $k$  ଶ ଶବ୍ଦ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି | ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ପ୍ରତୀକ ସହିତ ଅକ୍ଷର ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି।  $etcetera$  କିଛି ଯେତେବେଳେ ଏହା ସୀମିତ କ୍ରମରେ ସୀମିତ କ୍ରମରେ ଆସେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଶବ୍ଦର ସଂଖ୍ୟା ମନଇଚ୍ଛା ବଡ଼ ହୋଇପାରେ ଏହାର ଅର୍ଥ  $k$  ଶ?  $ns$  ଯେ ଆପଣ କ୍ରମରେ ଶବ୍ଦ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯେକ  $any$  ଶସି ବୃହତ ସଂଖ୍ୟା ବାଛନ୍ତୁ  $n$  ଠାରୁ ଅଧିକ ଅଟେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆପଣ ସେହି କ୍ରମର ଉଦାହରଣର  $n$  ସଂଖ୍ୟାରୁ ଅଧିକ ଉପାଦାନ ପାଇପାରିବେ , ଏପରିକି ଦୁଇଟିର ସମସ୍ତ ଶକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଦୁଇ ଚାରି ଆଠ ଷୋହଳ ଚିରିଶ ଦୁଇ | ତୁମେ ମୂଲ୍ୟ ବ  $increasing$  ାଇବାରେ ଲାଗିବ ଯାହା ଦୁଇଟିର ଶକ୍ତି ଅଟେ ଯାହାକି ପାଖାନ୍ତ  $k$  କୁ ଯେକ  $any$  ଶସି  $k$  2 ଦିଆଯାଇଥିବା ଉପରୋକ୍ତ କ୍ରମର  $\text{second}$  ିତୀୟ ପ୍ରସଙ୍ଗଟି ହେଉଛି କ୍ରମର ଏକ ସୀମା ଅଛି କି ନାହିଁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ପ୍ରାକୃତିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଦୁଇଟି ତିନୋଟି କ୍ରମ ଅଛି କି? ଏକ ସୀମା ତୁମେ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଛ ଯେ ଉତ୍ତରଟି ନାଁ ତୁମେ ମୋତେ କ  $number$  ଶସି ନମ୍ବର କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ଦେଇପାରିବ ନାହିଁ ଦର୍ଶାଇବ ଯେ ମୁଁ ଏକ ଇଣ୍ଡିଜର ପାଇପାରିବି ଯାହା ପାଖାନ୍ତ  $kk$  ଠାରୁ ସମାନ ଅଟେ 2 ଇକେଟେରାର ତୁମ ପରି କ  $limit$  ଶସି ସୀମା ନାହିଁ | ମୋତେ ଯେକ  $any$  ଶସି ବଡ଼ ନମ୍ବର ଦିଅ, ସର୍ବଦା  $k$  କୁ ଖୋଜି ପାରିବ ଯେପରି 2 ରୁ ପାଖାନ୍ତ  $k$  ଠାରୁ ବଡ଼ , ଅନ୍ୟ ପଟେ 1 ପ୍ଲସ୍ 1 କୁ  $kk$  ଦ୍ୱାରା ବିବେଚନା କରାଯାଏ 1 2 3 ଇକେଟେରା ସହିତ ସମାନ ହେବ  $k$  ରେ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ , ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି ଦୁଇଟି  $k$  ସମାନ ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଗୋଟିଏ ପଏଣ୍ଟ ସହିତ ସମାନ,  $k$  ରେ ଦଶଟି ସମାନ ଯେହେତୁ ଆପଣ କୁ  $can$  ିପାରିବେ ଏହା ଗୋଟିଏ ପଏଣ୍ଟ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଗୋଟିଏ  $k$  ଶହେ ସହିତ ସମାନ | ଗୋଟିଏ ପଏଣ୍ଟ ଶୂନ୍ ହେବାକୁ ଯାଉଛି  $k$   $k$  ସହସ୍ର ଏକ ପଏଣ୍ଟ ଶୂନ୍ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ମୁଁ ଜାଣେ ଯେ ଏହା ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏରୁ ଅଧିକ ହେବ କିଛି  $k$  ବ  $increases$  ିବା ସହିତ ଏହା 1 ତାହାଣ ପାଖାପାଖି ହେବ ଯେହେତୁ  $k$  ମୂଲ୍ୟ ବ  $increases$  ିବା ସହିତ ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ନିକଟତର ହେଉଛି | ଗୋଟିଏ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ନିମ୍ନଲିଖିତକୁ ପାଖାନ୍ତ  $n$  କୁ ମାଲନ୍ସ ଗୋଟିଏ ପୁରା ବିଚାର କର ଯଦି ଆମେ କ୍ରମ ଲେଖିବା ତେବେ ଏହା ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାଲନ୍ସ ଗୋଟିଏ ପାଖାନ୍ତ ପରି ଦେଖାଯିବ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୋଟିଏ ମାଲନ୍ସ ଗୋଟିଏ ପାଖାନ୍ତ ଦୁଇଟି ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାଲନ୍ସ ଗୋଟିଏ ପାଖାନ୍ତ ତିନୋଟି ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାଲନ୍ସ | ଗୋଟିଏ ପାଖାନ୍ତ ଚାରି ଇତ୍ୟାଦି ଏବଂ ଏହା ମାଲନ୍ସ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ଗୋଟିଏ ମାଲନ୍ସ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ମାଲନ୍ସ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ପ୍ଲସ୍ ର ବିକଳ୍ପ ଘଟଣା ଦେଖିପାରିବା ଯେପରି  $n$  କ୍ରମର ମୂଲ୍ୟ ବ  $increases$  ିଏ ଯେପରି କ  $value$  ଶସି ମୂଲ୍ୟ  $r$  କୁ ଠିକ୍ ନୁହେଁ | କ୍ରମ  $a$   $iso$  ର ବର୍ତ୍ତମାନ କ  $limit$  ଶସି ସୀମା ନାହିଁ ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶବ୍ଦ ଯାହାକୁ ମୁଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ପସନ୍ଦ କରେ ତାହା ହେଉଛି ଏକ ସିରିଜ୍ ଯାହା ଆପଣ ସମସ୍ତେ ଜାଣନ୍ତି ଯେ ଏକ କ୍ରମକୁ ଏକ 1  $a$  2  $a$  3 କୁହନ୍ତୁ ଯେଉଁଠାରେ  $ak$  ହେଉଛି କ୍ରମର  $k$  ଠମ୍ ଯାହା ସମୀକରଣ ଶବ୍ଦ ଏକ ପ୍ଲସ୍ | ଏକ ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ ଏକ ତିନି କିମ୍ବା ସିଗମା  $ai$  ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି କୁହନ୍ତି ସିଗମା ଆକ୍ 1 2 3 ଇକେଟେରାକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା କ୍ରମକୁ ଅନୁରୂପ ସିରିଜ୍ କୁହାଯାଏ ଯଦି ଗୋଟିଏ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ସୀମିତ ଏବଂ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ସଂଖ୍ୟକ ତେବେ ଆମେ କରିପାରିବା | ସହଜରେ ସିରିଜର ମୂଲ୍ୟ କିମ୍ବା ସିରିଜର ରାଶି ହାସଲ କରନ୍ତୁ ବାସ୍ତବରେ ଆପଣ  $apjgp$   $etcetera$  ଦେଖୁଛନ୍ତି ଏବଂ ଆମେ ପ୍ରଥମ  $e$  ଠି ଶବ୍ଦର ସମସ୍ତ ପାଇଛୁ

ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ଦିଆଯାଇଥିବା ସିରିଜ୍ ଆପ୍ ରେ ଅଛି ତେବେ ଆମେ ପ୍ରଥମ  $n$  କିପରି ପାଇବୁ ତାହା ଜାଣୁ | ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ଯଦି ପ୍ରଦତ୍ତ ସିରିଜ୍  $gp$  କିମ୍ବା ଜ୍ୟାମିତିକ ପ୍ରଗତିରେ ଅଛି ତେବେ ଆମେ ଜାଣୁ କିପରି ପ୍ରଥମ  $n$  ଶବ୍ଦର ରାଶି କିପରି ମିଳିବ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଯଦି କ୍ରମ ଅସୀମ ଅଟେ ତେବେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ସେହି କ୍ରମରେ ଶବ୍ଦ ସଂଖ୍ୟା ଅସୀମ  $egak$  ଅଟେ | ପାଖାନ୍ତ କୁ ଦୁଇରୁ ଯୋଗ୍ୟତା  $k$  ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ  $ak$  5 ମାଲନ୍ସ 2  $k$  ସହିତ ସମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ  $ak$  2  $k$   $pi$  ର ସାଇନ୍ ସହିତ ସମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ  $ak$  ଦୁଇଟି  $k$   $pi$  ଉପରେ ଦୁଇ କିମ୍ବା ଗୋଟିଏ  $k$   $pi$  ଦ୍ୱ  $two$  ାରା ସମାନ | ଯଦି ଆପଣ ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏହାକୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ସେଠାରେ ଅସୀମ ଅନେକ ଶବ୍ଦ ଅଛି, ଆପଣ ସର୍ବଦା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କ୍ରମ ପାଇଁ ସୂତ୍ରରେ  $k$  ର ମୂଲ୍ୟକୁ ବଦଳାଇ ପାରିବେ ଏବଂ ଆମେ  $k$  ଠ ଶବ୍ଦର ମୂଲ୍ୟ ହାସଲ କରିପାରିବା

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିବା ତେବେ ଆମେ ଏକ ସିରିଜ୍ ପାଇପାରିବା | ସିଗମା  $k$  ଏକ ଅସୀମତା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ପ୍ରଶ୍ନଟି ଆସେ କି ସିରିଜ୍ କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟରେ ପରିଣତ ହେବ କି ନାହିଁ ତାହା ହେଉଛି ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଯଦି ସିରିଜ୍ ସୀମିତ ଅଛି ତେବେ ଏହା କିଛି ମୂଲ୍ୟରେ ପରିଣତ ହୁଏ କିମ୍ବା ଏହାର ଏକ ସୀମିତ ମୂଲ୍ୟ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମେ କରୁ | ଏହାକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ  $k$  ପାଇଁ  $ak$  ଉପରେ  $snb$  ସମୀକରଣକୁ ଗୋଟିଏ ରୁ  $n$  ସହିତ ସମାନ ହେବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ  
ତେଣୁ ଏହାକୁ  $n$  ଠ ଆଂଶିକ ରାଶି  $n$  ଠ ଆଂଶିକ ରାଶି କୁହାଯାଏ  
ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଯତ୍ନ ସହ ଚିହ୍ନା କରିବା ତେବେ  $s$  1 1  $s$  2 ସହିତ ସମାନ | 1 ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ସମାନ | ଏକ 2  $s$  3 ଏକ 1 ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ସମାନ 2 ପ୍ଲସ୍  $a$  3

ଏକ 1 ପୁସ୍ତକ ସହିତ ସମାନ 2 ପୁସ୍ତକ ଦୁ sorry ଶୁଣ sn ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ ସହିତ ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ଅଟେ  
ତେଣୁ ପ୍ରକୃତରେ ଆମେ ଏକ କ୍ରମର ଦୁଇଟି s ଏବଂ ଯଦି ଏହି କ୍ରମର ଏକ ସୀମା ଥାଏ ତେବେ ସିରିଜ୍ ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ ଦୁଇଟି ପୁସ୍ତକ ଏବଂ n ଯେପରି ଅସୀମତାକୁ ଯିବ  
କିମ୍ବା ସିରିଜ୍ ଏକତ୍ର ହେବ ଯଦି ଆଂଶିକ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ଅନୁରୂପ କ୍ରମର ଏକ ଦୁଇଟି ସ୍ୱର ଏକ ସୀମା ଅଛି ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ak ସମାନ ହେବ | k ତାପରେ sn 1  
ପୁସ୍ତକ 2 ପୁସ୍ତକ ସହିତ n ସହିତ ସମାନ, ଯାହା n ରେ n ପୁସ୍ତକ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଡାହାଣ  
ତେଣୁ n ଯେପରି ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ nth ଆଂଶିକ ରାଶି sn ମଧ୍ୟ ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ  
ତେଣୁ ସିମା kk ସିରିଜ୍ ଅସୀମତା ସହିତ ସମାନ | ସମାନ ଭାବରେ ବିବେଚନା କର ନାହିଁ ak କୁ ପାଖର k ସହିତ ମାଇନସ୍ 1 ସହିତ ସମାନ  
ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ, ଦୁଇଟି ପୁସ୍ତକ ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଆଗରୁ ଦେଖିଛେ ତିନୋଟି ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ, ଚାରିଟି ପୁସ୍ତକ ଗୋଟିଏ  
ଇଟେଟେରା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆମେ | ସହଜରେ ଖୋଜି ବାହାର କରିପାରିବ ଯେ ଗୋଟିଏଟି ମାଇନସ୍ ଓ ସହିତ ସମାନ | wo ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ତିନୋଟି  
ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ, ଚାରିଟି ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଏକ ସିରିଜ୍ ଆଲୋଚନା ହୁଏ ନାହିଁ  
ତେଣୁ ଏକ ସିରିଜ୍ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବାବେଳେ ଆମକୁ ଜାଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯେ ସିରିଜ୍ ଏକତ୍ର ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ଯଦି ଏହା ଏକତ୍ର ନହୁଏ ତେବେ ଆମେ ପାଇ  
ପାରିବୁ ନାହିଁ | ଶୁଙ୍ଖଳାର ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଯଦି ଆମେ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ fx ର ଆନୁମାନିକ କରିବା ପାଇଁ ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଡିଗ୍ରୀର ବହୁତ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଚାହୁଁ,  
ଆମେ ଅନୁମାନ କରିବାକୁ ସମର୍ଥ ହେବୁ ନାହିଁ ଯେହେତୁ ସିରିଜ୍ ଭିନ୍ନ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଜ୍ୟାମିତିକ ପ୍ରଗତି ବିଷୟରେ ବିଚାର କରିବା | ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ a  
ସହିତ ଅଗ୍ରଗତି ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ ଏହି ଅଧିକାର ପରି ଦେଖାଯିବ ଯାହାକି kth ଶବ୍ଦଟି ପାଖର k ମାଇନସ୍ ସହିତ ar ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ସମସ୍ତେ ଜାଣୁ  
ଆଂଶିକ ରାଶି sk  
ତେଣୁ sksk କ'ଣ ଏକ ପୁସ୍ତକ ଆରୁ ପୁସ୍ତକ ସହିତ ସମାନ | ବର୍ଗ ପୁସ୍ତକ ଆରୁ ପାଖର k ମାଇନସ୍ 1  
ତେଣୁ r times sk ar ପୁସ୍ତକ ଆରୁ ବର୍ଗ ପୁସ୍ତକ ଆରୁ ସହିତ ପାଖର k ମାଇନସ୍ ଏକ ପୁସ୍ତକ ଆରୁ ସହିତ ପାଖର k ସହିତ sk ର ମାଇନସ୍ r ସହିତ ସମାନ |  
କୁକୁଡ଼ା ଯେହେତୁ ମୁଁ ବିଚ୍ଛିନ୍ନ କରୁଛି ସେମାନେ ସମସ୍ତେ ବାଟିଲ୍ ହୋଇଯାଉଛନ୍ତି ଏବଂ ଯାହା ବାକି ଅଛି ତାହା ପାଖର k କୁ 1 ମାଇନସ୍ r ସହିତ ପାଖର k ସହିତ  
ସମାନ  
ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ 1 ମାଇନସ୍ r times sk 1 ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ | r କୁ ପାଖର k  
ତେଣୁ sk ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ r ରେ ସମାନ, ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ r ଦ୍ୱି-ଦିଗ୍ଠ ପାଖର k ସହିତ ସମାନ  
ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ gpsk ପାଇଁ 1 ମାଇନସ୍ r ରେ ପାଖର k ସହିତ 1 ମାଇନସ୍ r ଉପରେ ସମାନ କିମ୍ବା ଆମେ କରିପାରିବା | ଏହାକୁ r ରେ ପାଖର k  
ମାଇନସ୍ 1 ରେ r ରେ ମାଇନସ୍ 1 ଉପରେ ଲେଖିବୁ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ r ଗୋଟିଏରୁ ଛୋଟ କିମ୍ବା ଏକରୁ ଅଧିକ, ଆମେ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଥାଉ ଯଦି k  
ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ ତେବେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆମେ ଜ୍ୟାମିତିକ ପ୍ରଗତିକୁ ଦେଖୁଛୁ | ଯେତେବେଳେ ଶବ୍ଦର ସଂଖ୍ୟା ଅସୀମ ବିବେଚନା କରେ ସୀମା k ଅସୀମତାକୁ 1  
ମାଇନସ୍ r ରେ ପାଖର k କୁ 1 ମାଇନସ୍ r ଉପରେ ଯାଏ ଯଦି r ର ମୂଲ୍ୟ 1 ରୁ କମ୍ ତେବେ ଆମେ ଜାଣୁ r କୁ ପାଖର k କୁ 0 କୁ ଯାଏ  
ତେଣୁ ଏହି ଶବ୍ଦଟି k ଭାବରେ | ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ 1 ମାଇନସ୍ r କୁ ଯାଏ ଯେପରି k infi କୁ ଯାଏ | ଅନ୍ୟ ପଟେ nity ଯଦି r ର ମୂଲ୍ୟ 1 ରୁ ଅଧିକ  
ତେବେ r କୁ ପାଖର kୁ ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ  
ତେଣୁ ସୀମା k କୁ ଅସୀମତାକୁ ଯାଏ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 ଉପରେ r ମାଇନସ୍ 1 ଅସୀମତା ଏବଂ  
ତେଣୁ ସିରିଜ୍ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଏକତ୍ର ହୁଏ ନାହିଁ | ଏହା ଆମ ପାଇଁ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଶିକ୍ଷା ଅଟେ ଯଦି ଆମେ ଆୟାର ବର୍ଗ ବିଷୟରେ କହୁଛୁ କିମ୍ବା ଏହା 1 ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ  
ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ଯଦି ଏହା r ର ମୂଲ୍ୟ 1 ରୁ କମ୍ ତେବେ ଏହା ଆମକୁ ଆକର୍ଷଣୀୟ ସିରିଜ୍ 1 କୁ ଆଣିବ | ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ ବର୍ଗ ପରି ସେହି ପରି ଏହା  
କେଉଁଠାରେ ମିଶିଯାଏ ଯଦି ଆମେ ରାଶି କୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ r ରେ ପାଖର k କୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ r ଉପରେ ଦେଖିବା, ଯାହା gp ସିରିଜ୍ ଥିଲା, ଯଦି r ର  
ମୂଲ୍ୟ ଏହାଠାରୁ କମ୍ ଥାଏ ଏକ ମାଇନସ୍ r ଉପରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ଏକ ସମାନ ରଖିବା ସହିତ ଆମେ ସମାନ ଭାବରେ କହିପାରିବା 1 ପୁସ୍ତକ  
r ପୁସ୍ତକ ବର୍ଗ ପୁସ୍ତକ କୁ ଏହି ସିରିଜ୍ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ r ରେ ଗୋଟିଏରେ ପରିଣତ ହୁଏ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ ଅଥା ପୁସ୍ତକ 1 ରୁ 4 ପୁସ୍ତକ କ'ଣ? 1 ରୁ  
8 ପୁସ୍ତକ | ଏହି ରାଶି ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ କ୍ରମରେ ଅସୀମ ଅନେକ ଶବ୍ଦ ଅଛି  
ତେଣୁ ଏହିପରି ଆମେ ରାଶି ଗଣନା କରିପାରିବୁ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଏହି ରାଶି 1 ରୁ 1 ମାଇନସ୍ ଅଥା 2 ok ସହିତ  
ସମାନ  
ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ସିରିଜ୍ ଗଣନା କରିପାରିବା | ସୀମାର ଧାରଣା ଯେ ଏହି ସିରିଜ୍ ମୂଲ୍ୟ ସମାନ two ଙ୍ଗରେ ଦୁଇଟି ହେବାକୁ ଯାଉଛି, ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ ଗୋଟିଏରୁ ତିନି  
ପୁସ୍ତକ ଗୋଟିଏ ନଅ ପୁସ୍ତକ ଗୋଟିଏ ବାଲିଶ ସାତ ଯାହା ମୁଁ 1 ପୁସ୍ତକ 1 ରୁ 3 ପୁସ୍ତକ 1 ରୁ 3 ବର୍ଗ ପୁସ୍ତକ 1 କୁ ଦେଖୁଛି | 3 କୁ ଏବଂ that ାରା ଯାହା ମୁଁ ସିରିଜ୍ 1 ରୁ 3 କୁ  
ପାଖର kk କୁ ଦେଖୁଛି 0 କହିବାକୁ ଅସୀମତା ଏହା 1 ରୁ 1 ମାଇନସ୍ 1 ରୁ 3 କୁ 3 ରୁ 2 ସହିତ ସମାନ ହେବ  
ତେଣୁ ଏହି ସିରିଜ୍ ଏକତ୍ର ହେବ | ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 କୁ ତିନିଟି ଦ୍ୱି-ଦିଗ୍ଠ ଡାହାଣ 1 ମାଇନସ୍ r ର ମୂଲ୍ୟ 1 ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ  
ଏହା ଏକ ଓକରୁ କମ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 କୁ 1 ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ କ'ଣ? ଏଥିରୁ ଏହାକୁ ସହଜରେ ଗଣନା କରନ୍ତୁ  
ତେଣୁ ଆମେ ପାଖର ମିନିଟ୍ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ r କୁ ଦେଖୁ | ଆମକୁ ଗୋଟିଏ ଆମେ ଏହାକୁ 1 ମାଇନସ୍ ମାଇନସ୍ r ଭାବରେ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 ଭାବରେ  
ଲେଖିପାରିବା  
ତେଣୁ କ୍ରମର ବିସ୍ତାରରେ r ର ମୂଲ୍ୟ ମାଇନସ୍ r ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 ରେ 1 ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ 1 ପୁସ୍ତକ ମାଇନସ୍ r ସହିତ ସମାନ | ପୁସ୍ତକ ମାଇନସ୍  
r ପୁସ୍ତକ ବର୍ଗ ପୁସ୍ତକ ମାଇନସ୍ r ପୁସ୍ତକ କୁ ଏପରି ଏହା 1 ମାଇନସ୍ r ପୁସ୍ତକ ବର୍ଗ ମାଇନସ୍ r କୁ ଏବଂ ପୁସ୍ତକ ସହିତ ପାଖର 4 ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି r ର  
ମୂଲ୍ୟ 1 ରୁ କମ୍ ତେବେ ଏହା ଯିବ | ସମାନ way ଙ୍ଗରେ ଆମେ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 କୁ 1 ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ ପାଇଁ ପାଇପାରିବା ଏବଂ ହିଁ ପୂର୍ବରୁ ଆପଣ ସମାନ  
ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଦେଖୁଥିବେ ଯଦି ଆପଣ ବିପାକ୍ଷିକ ବିସ୍ତାର କରିଥିଲେ ଯଦି ମୁଁ ଆପଣଙ୍କୁ ପଚାରିଥିଲି ପାଖର ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ କ'ଣ ଆପଣ ଜାଣନ୍ତି ଏହାର ଉତ୍ତର  
ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ | nc ଗୋଟିଏ r ପୁସ୍ତକ nc 2 r ବର୍ଗ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ncnr ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପାଖର n ଯେଉଁଠାରେ nck ଫ୍ୟାକ୍ଟୋରିଆଲ୍ n ଫ୍ୟାକ୍ଟୋରିଆଲ୍ k  
ଫ୍ୟାକ୍ଟୋରିଆଲ୍ n ମାଇନସ୍ k ସହିତ ସମାନ ଅଟେ n ଏଠାରେ d ସମାନ ପଞ୍ଚିତ୍ୱ ଲଞ୍ଜିନ୍ ଠିକ୍  
ତେଣୁ ଆମେ 1 ପୁସ୍ତକ r କୁ ପୁସ୍ତକ ବିସ୍ତାର କରିବାକୁ ଜାଣୁ | ପ୍ରବନ୍ଧ ପଞ୍ଚିତ୍ୱ ଲଞ୍ଜିନ୍ n ପାଇଁ ଆମେ ପାଖର n |  
ତେଣୁ ଜାଣନ୍ତୁ ଯେ କ୍ରମରେ n ପୁସ୍ତକ 1 ଶବ୍ଦ ଅଛି କାରଣ ଏହା ସୀମିତ ଥିବାରୁ ଆମେ ଆଜି ଗଣନା କରିପାରିବା ମୁଁ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 କୁ ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ r ଦେଖୁଛି  
ତେଣୁ ଧାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ଏଠାରେ ଶକ୍ତି ନକାରାତ୍ମକ  
ତେଣୁ ଯାହା ଘଟିଛି ଆମେ ସକରାତ୍ମକ ପାଇଁ ଦେଖୁଛୁ | n ସୀମିତ ରାଶି କିମ୍ବା ସୀମିତ ସିରିଜ୍ କିନ୍ତୁ ନକାରାତ୍ମକ n ପାଇଁ ଆମେ ପାଇଥାଉ ଏବଂ ବିଶେଷ ଭାବରେ  
ସୀମିତ କ୍ରମରେ ଆମେ ପାଇଲୁ ଯେ ସିରିଜ୍ 1 ମାଇନସ୍ r ପୁସ୍ତକ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 କିମ୍ବା 1 ପୁସ୍ତକ r ପୁସ୍ତକ ପାଖର ମାଇନସ୍ 1 କୁ ଆମେ ସେମାନଙ୍କ ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା  
କରିପାରିବା | r ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକରୁ କମ୍ ମୁଁ ଏଠାରେ ଅଟକି ଯିବି କିନ୍ତୁ ଆପଣଙ୍କୁ କିଛି ଚାହୁଁ ଦେବା ପାଇଁ ପାଖର ମାଇନସ୍ 2 କିମ୍ବା 1 ମାଇନସ୍ r ପୁସ୍ତକ ପାଖର  
ମାଇନସ୍ 3 କୁ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତୁ ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଠିକ୍ ଛାଡ଼ି ମୁଁ କରିବି | ଏହି ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତୁ ଏବଂ ମୁଁ ଦେଖାଇବି ଯେ r ର ଏକ  
ପ୍ରବନ୍ଧ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଆମେ କିପରି ଏହିପରି ଶବ୍ଦର ମୂଲ୍ୟ ହାସଲ କରିପାରିବା ଯାହାର ମୋଡ୍ ମୂଲ୍ୟ ଏକରୁ କମ୍ ଅଟେ ସେପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆପଣ ଏହାକୁ ଅଭ୍ୟାସ କରିବାକୁ  
ଚେଷ୍ଟା କରିବେ ଆମେ ଆପଣଙ୍କୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଦେଖିବା ଆପଣଙ୍କୁ ବହୁତ ଧନ୍ୟବାଦ | ତୁମେ