

यातील अनंत मालिकेच्या पहिल्या व्याख्यानात विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे आणि त्यानंतरच्या काही व्याख्यानांमध्ये मी अनंत संख्या असलेल्या श्रृंखलांबद्दल बोलणार आहे, ही विश्लेषणातील एक अतिशय महत्त्वाची संकल्पना आहे कारण तुम्हाला आढळेल की आम्ही अनेक कार्यांसाठी मूल्यांची गणना करू शकतो .

x चे दिलेले विशिष्ट मूल्य म्हणजे उदाहरणार्थ $\sin x \cos x$ च्या अनियंत्रित मूल्यासाठी आपण मर्यादित मालिकेतील अनुरूप वापरून गणना करू शकतो उदाहरणार्थ x चिन्ह म्हणजे आपण आतापर्यंत फक्त काही मूल्यांसाठी पाहिले आहे बरोबर म्हणजे शून्य π by three π by चार π बाय सहा किंवा पाई बाय दोन असे काहीतरी पण खरे तर चिन्ह हे एक सतत फंक्शन आहे आणि जर तुम्ही चिन्ह वक्र पाहिले असेल तर ते वास्तविक रेषेवरील x च्या सर्व भिन्न मूल्यांसाठी परिभाषित केले असेल तर प्रश्न येतो की तुम्ही पापाचे मूल्य कसे मोजता? x च्या कोणत्याही अनियंत्रित दिलेल्या मूल्यासाठी x म्हणून हे केवळ $\sin x$ साठीच खरे नाही तर अशी अनेक कार्ये आहेत आणि म्हणून अनंत मालिका आपल्याला अशा मूल्यांची गणना करण्याचा मार्ग देते

अनंत मालिका f च्या मूलभूत गोष्टी किंवा कंप्युटिंग फंक्शनल व्हॅल्यू y स्ट्रेस ऍपॉक्सिमेशन प्रमेय वरून येते जे सूचित करते की जर f हे बंद अंतरावर परिभाषित केलेले निरंतर वास्तविक मूल्य असलेले कार्य असेल

तर प्रत्येक वास्तविक x साठी मध्यांतर a ते b आणि

शून्यापेक्षा मोठे कोणतेही एप्सिलॉन दिले तर बहुपदी p अस्तित्वात आहे.

जसे की fx वजा bx च्या स्वल्पविराम b मोड्युलसशी संबंधित सर्व x हे एप्सिलॉनपेक्षा कमी आहे म्हणून हे फार महत्त्वाचे आहे म्हणून f हे ab मध्ये एक सतत कार्य आहे समजा ही खरी रेषा आहे आणि ही a आहे आणि ही b आणि f अनियंत्रित आहे सतत फंक्शन नंतर कोणत्याही विशिष्ट मूल्यावर x_i बहुपदी सह अंदाजे fx करू शकते आणि तुम्हा सर्वांना माहित आहे की पदवी n चे बहुपदी n

च्या पॉवर n ला शून्य अधिक एक x अधिक anx असे स्वरूप आहे म्हणून एप्सिलॉनच्या मूल्यावर अवलंबून आपण निवडू शकतो.

एक मोठा n जेणेकरून बहुपदीचे मूल्य कार्यात्मक मूल्य fx च्या पुरेसे जवळ असेल दुसऱ्या शब्दांत आपण बहुपदी px द्वारे fx चे अंदाजे अंदाज लावू शकतो म्हणून जर एखाद्यासाठी r bitrary function म्हणजे $\sin x$ जर आपल्याला अंदाजे $\sin x$ चे बहुपदी फंक्शन सापडले

तर आपला प्रश्न आहे की असे बहुपद कसे मिळवायचे ते करण्यासाठी आपल्याला आता मालिका पाहावी लागेल iit pal मधील मालिका काय आहे?

आम्ही अनुक्रम आणि मालिका हाताळलेली व्याख्याने या व्याख्यानांवर पहा, तुम्हाला अनुक्रम आणि मालिका यांचा पाया मिळेल परंतु मर्यादित मालिकेची संकल्पना स्पष्ट करण्यासाठी मी तुम्हाला या दोन संज्ञा अनुक्रम क्रम आणि मालिका आणि काही उदाहरणे यांचा एक छोटासा परिचय देईन.

तुम्ही त्या गोष्टी सहजतेने पुन्हा सांगू शकता ठीक आहे, मग काही विशिष्ट घटकांची किंवा वस्तूंची क्रमवारी क्रमानुसार क्रमानुसार काय आहे, उदाहरणार्थ वर्णमाला, जर आपण इंग्रजी वर्णमाला विचारात घेतली तर आमच्याकडे

abc

पर्यंत z ही 26 अक्षरे

त्या विशिष्ट क्रमाने येतात, कोणीही $czbm$ नाही म्हणत नाही .

हा एक क्रम आहे आणि इंग्रजी वर्णमालामध्ये भिन्न अक्षरे ज्या क्रमाने येतात त्याच क्रमाने इंद्रधनुष्याचे रंग म्हणतात.

e हा देखील एक क्रम आहे व्हायलेट इंडिगो निळा हिरवा पिवळा नारंगी आणि लाल आता एक क्रम संख्यात्मक असू शकतो मूळ संख्या देखील सांगा मूळ संख्या काय आहेत 2 3 5 7 11 13.

म्हणून एक विशिष्ट क्रम आहे ज्यामध्ये मूळ संख्या सम संख्या येत आहेत जर तुम्ही त्यांच्याकडे बघितले तर ते दोन चार सहा आठ दहा आहेत आता आपण पाहू शकतो की आपल्याला दोन गोष्टी पाळायच्या आहेत प्रथम क्रम इंद्रधनुष्य इत्यादिके अमर्याद उजवे वर्णमाला रंग मर्यादित किंवा अमर्याद असू शकतात याचा अर्थ असा होतो की पदांची संख्या आहे मर्यादित अगदी संख्यात्मकदृष्ट्या आपण 0 ते 100 च्या दरम्यानच्या सर्व विषम संख्यांचा विचार करू शकतो आणि आपल्याला माहित आहे की विषम संख्यांची फक्त मर्यादित संख्या आहे म्हणजे एक तीन पाच ते नव्वद पर्यंत मर्यादित अनुक्रम हाताळणे काहीसे सोपे आहे आपण त्यांची कमाल किमान सरासरी सरासरी सहज शोधू शकतो

इत्यादि पण जेव्हा मर्यादित क्रमामध्ये मर्यादित मालिकेचा विचार केला जातो तेव्हा याचा अर्थ शब्दांची संख्या अनियंत्रितपणे मोठी असू शकते याचा अर्थ काय आहे ns तुम्ही क्रमातील संज्ञांच्या संख्येत कोणतीही मोठी संख्या निवडली आहे ती

n पेक्षा मोठी आहे म्हणजे तुम्हाला त्या अनुक्रमातील घटकांची संख्या n पेक्षा जास्त सापडेल

उदाहरण सर्व सम संख्या दोनच्या सर्व शक्ती म्हणतात उदाहरणार्थ दोन चार आठ सोळा बत्तीस तुम्ही मूल्ये वाढवत राहू शकता जी दोनची शक्ती आहे जी k ची कोणतीही शक्ती k वरील क्रमांशी संबंधित आहे , दुसरा मुद्दा हा आहे की अनुक्रमाला मर्यादा आहे की नाही उदाहरणार्थ नैसर्गिक संख्यांचा एक दोन तीन क्रम त्यात आहे का? एक मर्यादा तुम्हा सर्वांना माहित आहे की उत्तर नाही आहे तुम्ही मला कोणतीही संख्या देऊ शकता भांडवल नी दाखवेल की मी त्याहून मोठा पूर्णांक शोधू शकतो त्याचप्रमाणे 2 ते kk च्या बरोबर 1 2 इत्यादींना कोणतीही मर्यादा नाही.

मला कोणतीही मोठी संख्या द्या ni नेहमी k शोधू शकते की 2 ची घात k त्या पेक्षा मोठी आहे n दुसरीकडे 1 अधिक 1 द्वारे kk बरोबर 1 2 3 असे मानले तर काय होईल k वर एक बरोबरीचे मूल्य आहे दोन k समान दोन बरोबर एक अधिक अर्धा एक बिंदू पाच वर k समान दहा आहे कारण आपण समजू शकता की ते एक बिंदू एक k आहे शंभर ते आहे एक बिंदू शून्य एक k बरोबर हजार एक बिंदू शून्य शून्य एक असेल मला काय आढळले की ते नेहमी एकापेक्षा मोठे असेल परंतु k वाढले की ते 1 च्या जवळ आहे

k ची मूल्ये जवळ येत आहेत एक वेगळ्या प्रकारचे उदाहरण खालीलप्रमाणे आहे वजा एक पूर्ण घाताचा विचार करा n जर आपण क्रम लिहिला तर तो खालीलप्रमाणे दिसेल वजा एक घात एक पुढील वजा एक घात दोन पुढील एक वजा एक घात तीन पुढील एक वजा आहे

एक घात चार आणि असेच आणि ते उणे एक अधिक एक वजा एक अधिक एक सारखे आहे म्हणून आपण वजा एक आणि अधिक एकची पर्यायी घटना पाहू शकतो जेणेकरून n अनुक्रमाची मूल्ये कोणत्याही मूल्यात अभिसरण होत नाहीत म्हणून हे योग्य आहे क्रम a ला आता कोणतीही मर्यादा नाही पुढील टर्म जी मला समजावून सांगायची आहे ती एक मालिका आहे जी तुम्हा सर्वांना माहित आहे की एक $1 a 2 a 3$ असा क्रम सांगा जिथे ak ही क्रमाची k th संज्ञा

आहे समेशन a one plus a दोन अधिक एक तीन किंवा सिग्मा ai एक दोन म्हणा सिग्मा akk समान आहे $1 2 3$ इत्यादि दिलेल्या क्रमाशी संबंधित मालिका म्हणतात $a a a a$ two a three etc.

आता जर क्रम मर्यादित असेल आणि संज्ञा संख्यात्मक असतील तर आपण करू शकतो मालिकेचे मूल्य किंवा मालिकेची बेरीज सहजपणे मिळवा खरं तर तुम्ही $apjgp$ इत्यादि पाहिल्या आहेत आणि आम्हाला पहिल्या 10 संज्ञांची बेरीज बरोबर मिळाली आहे, म्हणून आम्हाला माहित आहे की एखादी दिलेली मालिका ap मध्ये असेल तर आम्हाला प्रथम n कसे मिळवायचे हे माहित आहे.

अटी जर दिलेली मालिका gp किंवा भौमितिक प्रगतीमध्ये

असेल तर पहिल्या n पदांची बेरीज कशी मिळवायची हे आम्हाला माहित आहे प्रश्न हा आहे की जर अनुक्रम अनंत असेल तर काय होईल याचा अर्थ त्या क्रमातील पदांची संख्या अनंत आहे

$egak e$ काल टू टू द पॉवर k दुसरे उदाहरण ak समान 5 वजा $2 k$ दुसरे उदाहरण ak समान $2 k$ pi च्या $sine$ च्या बरोबरीचे दुसरे उदाहरण ak समान आहे एक वर दोन k pi बाय दोन किंवा एक वर k pi बाय दोन जर तुम्ही त्या प्रत्येकामध्ये पाहिल्यास अनंत अनेक संज्ञा आहेत बरोबर तुम्ही नेहमी संबंधित क्रमासाठी सूत्रामध्ये k चे मूल्य बदलू शकता आणि आम्ही k th पदाचे मूल्य मिळवू शकतो म्हणून आम्ही त्यांना जोडल्यास आम्हाला एक मालिका मिळेल.

$sigma k$ is equal to one to infinity ak हा प्रश्न येतो की मालिका काही विशिष्ट मूल्यात अभिसरण होईल की नाही हा प्रश्न आहे की मालिका मर्यादित असेल तर ती काही मूल्यापर्यंत एकत्रित होते का किंवा तिचे मर्यादित मूल्य आहे म्हणून आम्ही करू हे खालील प्रकारे समजूया की

k साठी ak वर snb बेरीज एक ते n च्या बरोबर आहे म्हणून याला n th आंशिक बेरीज n वी आंशिक बेरीज ok म्हणतात, म्हणून जर आपण काळजीपूर्वक विचार केला तर आपल्याला समजेल की $s 1 1 s 2$ च्या बरोबरीचा आहे 1 प्लस च्या समान $a 2 s 3$ बरोबर 1 अधिक $a 2$ अधिक $a 3$ an समान 1 अधिक 2 अधिक sn बरोबर एक अधिक एक दोन पर्यंत sn आहे अशा प्रकारे आपण $s one s$ दोन sn असा क्रम तयार करतो आणि जर या क्रमाला मर्यादा असेल तर मालिका a एक अधिक एक दोन अधिक एक n अनंतात जाईल म्हणून एकरूप होईल किंवा मालिका अभिसरण होईल जर आंशिक बेरीज $s one s$ दोन sn ची मर्यादा आहे उदाहरणार्थ

ak समान आहे k नंतर sn हे 1 अधिक 2 अधिक n पर्यंत n आहे जे n मध्ये n अधिक एक बाय दोन उजवीकडे आहे म्हणून n अनंताकडे जाते म्हणून n वी आंशिक बेरीज sn देखील अनंताकडे जाते म्हणून सिग्मा kk ही मालिका 1 ते अनंताच्या समान आहे समान रीतीने अभिसरण करू नका ak हे उणे 1 ते घात k च्या बरोबरीचे आहे म्हणून a एक समान आहे वजा एक a दोन समान बरोबर अधिक एक हे आपण आधीच पाहिले आहे एक तीन समान वजा एक चार आहे आणि आपण अधिक एक इ.

सहज शोधू शकता की s एक वजा एक st समान आहे wo is equal to zero $s 3$ is equal to उजा एक s चार म्हणजे शून्य बरोबर याचा अर्थ असा होतो की मालिका अभिसरण होत नाही म्हणून मालिकेची चर्चा करताना ती मालिका अभिसरण आहे की नाही हे शोधून काढावे लागेल जर ती अभिसरण झाली नाही तर आपल्याला मिळू शकत नाही.

मालिकेचे मूल्य आणि म्हणून जर

एखाद्या फंक्शनचे अंदाजे अंदाजे करण्यासाठी अनियंत्रित पदवीचे बहुपदी वापरायचे असेल तर आम्ही अंदाजे करू शकत नाही की मालिका भिन्न होणार आहे म्हणून आता आपण भौमितिक प्रगतीचा विचार करूया, तुम्ही सर्व कधीही त्या भूमितीय आहात.

प्रथम टर्म a आणि सामान्य गुणोत्तरासह प्रगती या अधिकाराप्रमाणे दिसेल म्हणजे k th टर्म समान आहे AR ते पॉवर k वजा एक आपल्या सर्वांना माहित आहे की आंशिक बेरीज sk म्हणा

त्यामुळे $sksk$ म्हणजे अधिक ar अधिक ar च्या बरोबरीचे आहे स्केअर अधिक ar ते पॉवर k वजा 1 म्हणून r गुणा sk समान आहे ar अधिक ar स्केअर अधिक ar ला पॉवर k वजा एक अधिक ar ची पॉवर k आहे जी sk ची वजा r आहे जसे मी वजा करत आहे ते सर्व रद्द होत आहेत आणि जे उरले आहे ते आहे ar ची पॉवर k ची बरोबरी आहे a इंटू 1 वजा r ची पॉवर k म्हणून आम्हाला आढळले की 1 वजा r गुणा sk बरोबर a गुणा 1 वजा आहे r ची पॉवर k म्हणून sk हे a च्या बरोबरीचे आहे a इंटू एक वजा r ते पॉवर k ला एक वजा r ने भागले तर आम्हाला असे आढळून आले की $gpsk$ साठी a ची 1 वजा r ची पॉवर k वर 1 वजा r आहे किंवा आपण करू शकतो r एक पेक्षा लहान आहे की एक पेक्षा मोठा आहे यावर अवलंबून k ची शक्ती k वजा 1 वर r वजा 1 वर a in r म्हणून लिहा, k अनंतापर्यंत गेल्यास काय होईल यापैकी एक अभिव्यक्ती मिळते याचा अर्थ आपण भौमितिक प्रगती पाहत आहोत जेव्हा पदांची संख्या अनंत असते तेव्हा मर्यादा k ही अनंतता a मध्ये 1 उणे r ला घात k वर 1 वजा r वर जाते जर r चे मॉड्यूलस 1 पेक्षा कमी असेल तर आपल्याला माहित आहे की r ची घात k 0 वर जाते म्हणून ही संज्ञा k म्हणून इन्फिनिटी ला जातो a वर 1 वजा r वर जातो जसे k $infi$ ला जातो दुसरीकडे $nity$ जर r चे मॉड्यूलस 1 पेक्षा मोठे असेल तर r ची घात k ची घात अनंताकडे जाते म्हणून मर्यादा k

ची घात k ला अनंतता ला जाते k वजा 1 वर r वजा 1 अनंत आहे आणि

त्यामुळे मालिका

बरोबर एकत्र होत नाही हा आमच्यासाठी एक महत्त्वाचा धडा आहे जर आपण अरार स्केअरबद्दल बोलत आहोत किंवा जो 1

अधिक r अधिक r स्केअरच्या समतुल्य असेल तर r चे मॉड्यूलस एकापेक्षा कमी असेल तर ते एकत्र होईल आणि हे आपल्याला मनोरंजक मालिका 1 वर घेऊन जाईल.

अधिक r अधिक r चौरस सारखा तो कुठे अभिसरण होईल जर आपण बेरीज a मध्ये एक वजा r ते पॉवर k वर एक वजा r ही

जीपी मालिका होती जी जीपी मालिका होती

तर r चे मॉड्यूलस एकापेक्षा कमी असेल

एक वर एक वजा r पर्यंत बेरीज करेल विशेषतः a ला एक समान ठेवून आपण म्हणू शकतो 1 अधिक r अधिक r वर्ग अधिक r

क्यूब ही मालिका एक वर एक वजा r वर एकत्रित होते उदाहरणार्थ एक अधिक अर्धा अधिक 1 बाय 4 अधिक काय आहे 1 बाय 8

अधिक ही बेरीज आपल्याला माहित आहे की मालिकेत अनेक संज्ञा आहेत म्हणून आपण बेरीज मोजू शकत नाही परंतु हा निकाल

वापरून आपण म्हणू शकतो की ही बेरीज 1 वर 1 वजा अर्धा बरोबर 2 ठीक आहे म्हणून आपण या मालिकेची गणना करू शकतो

मर्यादित संकल्पना की या मालिकेचे मूल्य त्याच प्रकारे दोन होणार आहे म्हणजे एक अधिक एक बाय तीन अधिक एक नऊ अधिक एक

बाय सत्तावीस म्हणजे मी 1 अधिक 1 बाय 3 अधिक 1 बाय 3 चौरस अधिक 1 पहात आहे.
बाय 3 क्यूब म्हणजे मी मालिका बघत आहे 1 वर 3 ते पॉवर k समान आहे 0 म्हणा अनंत म्हणा हे 1 वर 1 वजा 1 बाय 3 बरोबर 3

बाय 2 होणार आहे.

त्यामुळे ही मालिका एकत्र होईल मूल्य तीन बाय दोन उजवे 1 वजा r ते घात वजा 1 समान आहे 1 अधिक r अधिक r चौरस अधिक हे r च्या मॉड्यूलससाठी एक पेक्षा कमी ठीक आहे आता पत्र असा आहे की 1 अधिक r संपूर्ण घात वजा 1 साठी आपण काय करू शकतो? यावरून त्याची सहज गणना करा म्हणजे आपण एक प्लस आर पूर्ण ते पॉवर मिन पाहत आहोत us one आपण ते 1 वजा वजा r संपूर्ण घात वजा 1 असे लिहू शकतो म्हणून r चे मूल्य वजा r बरोबर ठेवल्यास मालिकेच्या विस्तारामध्ये आपल्याला 1 अधिक r संपूर्ण घात वजा 1 बरोबर 1 अधिक वजा r मिळेल.

अधिक वजा r संपूर्ण चौरस अधिक वजा r संपूर्ण घन याप्रमाणे हे 1 वजा r अधिक r चौरस वजा r घन अधिक r ची घात 4 च्या बरोबर आहे, जर r च्या मॉड्यूलसचे मूल्य 1 पेक्षा कमी असेल तर ते असे जाईल अशाच प्रकारे आपण 1 अधिक r संपूर्ण घात वजा एक शोधू शकतो तसेच तुम्ही द्विपदी विस्तार करण्यापूर्वी समान अभिव्यक्ती पाहिली आहेत का,

जर मी तुम्हाला विचारले की एक अधिक r संपूर्ण घात म्हणजे काय तर तुम्हाला माहिती आहे की उत्तर एक अधिक आहे nc one r plus nc 2 r वर्ग

$ncnr$ ते पॉवर n पर्यंत आहे जेथे nck समान आहे n फॅक्टोरियल k फॅक्टोरियल n वजा k येथे n हा समान धन पूर्णांक उजवा आहे म्हणून आपल्याला 1 अधिक r पूर्ण कसे विस्तृत करायचे हे माहित आहे दिलेल्या सकारात्मक पूर्णांकासाठी n शक्ती n we $a1$ तर हे जाणून घ्या की मालिकेत n अधिक 1 संज्ञा आहेत कारण हे मर्यादित आहे म्हणून आपण मोजू शकतो उह आज मी एक अधिक r संपूर्ण ते पॉवर वजा एक पाहिले आहे म्हणून लक्षात घ्या की येथे पॉवर नकारात्मक आहे म्हणून जे घडले ते आपण सकारात्मक पाहिले आहे n मर्यादित बेरीज किंवा मर्यादित मालिका परंतु ऋण n साठी आपल्याला मिळते आणि विशेषतः मर्यादित मालिकेत आपल्याला आढळले की मालिका 1 वजा r संपूर्ण ते घात वजा 1 किंवा 1 अधिक r संपूर्ण ते घात वजा 1 पर्यंत आपण त्यांच्या मूल्यांची गणना करू शकतो जर मॉड्यूलस r आता एकापेक्षा कमी आहे मी इथेच थांबेन पण तुम्हाला काही टास्क देत आहे ते करण्याचा प्रयत्न करा 1 वजा r पूर्ण ते पॉवर वजा 2 किंवा 1 वजा r पूर्ण ते पॉवर वजा 3.

बरोबर ठीक आहे पुढील वर्गातील विद्यार्थी मी करेन या समस्यांपासून सुरुवात करा आणि मी r च्या दिलेल्या मूल्यासाठी अशा संज्ञांची मूल्ये कशी मिळवू शकतो हे मी दाखवतो

ज्याचे मोड मॉड्यूलस एकापेक्षा कमी आहे तोपर्यंत तुम्ही याचा सराव करण्याचा प्रयत्न करा आम्ही तुम्हाला पुढील वर्गात पाहू.

धन्यवाद.

आपण