

अनुक्रम और श्रृंखला इस व्याख्यान का उद्देश्य इन विषयों पर कुछ और समस्याओं का पता लगाना है, या तीन अंकों की संख्याओं का योग क्या है जो तीन से विभाजित होने पर दो की याद दिलाता है, आइए हम निम्नलिखित अवलोकन करते हैं आइए प्लस 1 ए प्लस 2 ए प्लस 3 बी लगातार सकारात्मक पूर्णांक आगे यदि ए तीन से विभाज्य है तो एक प्लस एक अनुस्मारक 1 छोड़ देगा जब 3 से विभाजित किया जाएगा जबकि एक प्लस 2 एक अनुस्मारक 2 छोड़ देगा जब इसे तीन से विभाजित किया जाएगा यह एक तुच्छ लेकिन उपयोगी अवलोकन है अगर मैं दोहराता हूँ आपके पास एए प्लस 1 ए प्लस 2 आदि लगातार सकारात्मक पूर्णांक होने के लिए 3 से विभाज्य है जिसका अर्थ है कि यह अनुस्मारक 0 छोड़ देता है जब 3 से विभाजित होता है तो एक प्लस 1 अनुस्मारक 1 छोड़ देगा ए प्लस 2 अनुस्मारक 2 छोड़ देगा फिर अगला नंबर ए प्लस 3 फिर से 3 से विभाज्य होगा और इसी तरह दूसरी ओर यदि a 3 से विभाज्य नहीं है, लेकिन 3 से विभाजित होने पर एक रिमाइंडर 1 छोड़ देता है तो एक प्लस 1 रिमाइंडर 2 छोड़ देगा जब 3 से विभाजित किया जाएगा रीस ए प्लस 2 3 से पूरी तरह से विभाज्य होगा और इसलिए इस अवलोकन को ध्यान में रखते हुए आइए हम दी गई समस्या के समाधान के साथ आगे बढ़ते हैं, आपको तीन अंकों की कुछ संख्याओं को खोजने के लिए कहा जाता है जो तीन से विभाजित होने पर दो की याद दिलाती हैं।

अंक संख्या अर्थात् सौ से

1 याद आता है जब तीन से विभाजित किया जाता है

इसलिए अगली तीन अंकों की संख्या तीन से विभाजित होने पर दो अनुस्मारक छोड़ती है जो हमारा अवलोकन है कि पहली तीन अंकों की संख्या जो शेष 2 छोड़ती है जब 3 से विभाजित होती है 1 नहीं 1 फिर अगला संख्या अर्थात् 1 या 2, 3 से विभाज्य होगा एक नहीं तीन तीन से विभाजित होने पर एक रिमाइंडर छोड़ देगा

जबकि एक नहीं चार मान रिमाइंडर 2 जब 3 से विभाजित किया जाता है, इस प्रकार संख्याएँ अधिक विशेष रूप से 3 अंकों की संख्याएँ जो रिमाइंडर 2 को 3 से विभाजित करने पर छोड़ देती हैं, एक हैं एक नहीं एक नहीं चार एक नहीं सात वगैरह आइए हम अंतिम तीन अंकों की संख्या को खोजने का प्रयास करें जो 3 से विभाजित होने पर अनुस्मारक 2 छोड़ देता है ध्यान दें कि अंतिम तीन अंकों की संख्या 3 अंकों की संख्या या उच्चतम 3 अंकों की संख्या 999999 है जो 3 से विभाज्य है,

इसलिए अगली पूर्ववर्ती संख्या 9 9 8, 3 से विभाजित करने पर एक रिमाइंडर 2 छोड़ेगी इसलिए

संख्याओं के इस क्रम में अंतिम संख्या 9 9 8 है।

फलस्वरूप प्रश्न

क्रम के सभी पदों का योग ज्ञात करने के लिए कम हो जाता है एक नहीं एक नहीं चार एक नहीं सात आदि 998 तक क्या आप देख सकते हैं कि यह अनुक्रम सामान्य अंतर तीन के साथ अंकगणितीय प्रगति में है

इसलिए हमें कुछ परिमित खोजने के लिए कहा जाता है

एपी के पहले पदों की संख्या एक नहीं एक और सामान्य अंतर 3 उस सूत्र को याद करें जो किसी एपी के पहले n पदों के योग के लिए उपलब्ध है, दो सूत्र उपलब्ध हैं

एक एपी के पहले n शब्दों का योग n के बराबर है 2 को पहले पद और अंतिम पद के योग से गुणा करने पर एक और सूत्र मिलता है, लेकिन ध्यान दें कि इन दोनों में से किसी भी सूत्र के लिए n पदों की संख्या की आवश्यकता होती है,

इसलिए आप पहले t को जोड़ रहे हैं।

पूछना है कि एपी में 101 से शुरू होने वाले और 998 के साथ समाप्त होने वाले कितने शब्द हैं, दूसरे शब्दों में इससे निपटने के लिए यहां क्या शामिल है

998 को nth होने दें तो 998 प्लस एन माइनुस 1 गुना के बराबर होगा d हम जानते हैं पहला पद a एक नहीं एक है और सामान्य अंतर 3 है इस समीकरण को सरल करते हुए हमें n घटा 1 बराबर 998 घटा 1 शून्य 1 को 3 से विभाजित किया जाता है जो 2 99 है इसलिए n 300 के बराबर होगा इस प्रकार दिए गए क्रम में 1.

1 104 आदि 998 जो एक अंकगणितीय प्रगति है, वास्तव में 300 पद हैं

इसलिए हमें एक अंकगणितीय प्रगति के पहले 300 पदों का योग खोजने के लिए कहा जाता है

इसलिए आवश्यक योग n बटा दो गुणा पहले पद के बराबर है और अंतिम पद 300 गुणा 2 के बराबर है 101 जमा 998 के साथ थोड़ी गणना के साथ एक छह चार आठ पांच शून्य एक लाख चौंसठ हजार आठ पचास के रूप में उत्तर प्राप्त कर सकते हैं यह दी गई समस्या को हल करता है आइए हम

इसी तरह की समस्या के साथ आगे बढ़ें हजार तक का योग या धनात्मक पूर्णांक जो phi से विभाज्य हैं

और दो से विभाज्य नहीं हैं, यह फिर

से एक एपी के पहले n पदों के योग से निपटने में एक समस्या है जैसा कि कोई देख सकता है कि आइए हम औपचारिक रूप से इस नोट को हल करें कि सकारात्मक पूर्णांक हजार तक फाई से विभाज्य हैं 5 10 15 आदि हजार नोट करें कि 1000, 5 से विभाज्य है।

5 से विभाज्य संख्या 995 होगी।

इस सूची में ध्यान दें कि 10 20 और इसी तरह 2 से विभाज्य हैं।

इसलिए हमें 10 20 पर विचार नहीं करना चाहिए।

और इसी तरह सकारात्मक पूर्णांकों को सूचीबद्ध करते समय जो 5 से विभाज्य हैं लेकिन 2 से विभाज्य नहीं हैं।

अनुक्रम 5 15 के पदों के योग को खोजने के लिए समस्या उबलती है,

इसलिए 995 तक कोई भी आसानी से देख सकता है कि यह अनुक्रम एक अंकगणितीय प्रगति है जिसमें प्रथम पद फाई और सामान्य अंतर 10 है।

जैसा कि पिछली समस्या हमें याद दिलाती है कि किसी एपी के पहले एन शब्दों के योग में दो सूत्र होते हैं, हालांकि दोनों को शब्दों की संख्या की आवश्यकता होती है,

इसलिए अगले चरण के रूप में हम पाएंगे कि इस एपी में 5 से शुरू होकर कितने शब्द हैं 995 इस छोर तक 995 को n वें पद के लिए सूत्र का उपयोग करते हुए n वें पद के लिए हमें मिलता है 995 एक प्लस एन माइनस 1 गुना डी के बराबर है जो कि 5 प्लस एन माइनस 1 गुना 10 आइसोलेटिंग एन है, हमें एन के बराबर 995 माइनस 5 बटा 10 मिलता है।

प्लस 1।

इसका मतलब है कि $n = 100$ के बराबर है, इस प्रकार दी गई सूची में 995 वास्तव में इस आवश्यक राशि का उपयोग करते हुए 100 वं है जो पहले पद 5 के साथ एपी के पहले 100 शब्दों का योग है

और सामान्य अंतर 10 पहले पद में $n = 2$ होगा प्लस लास्ट टर्म हम इस फॉर्मूले पर भरोसा करेंगे क्योंकि लास्ट टर्म हमें ज्ञात है यह 100 बटा 2 है पहले टर्म 5 है और आखिरी टर्म 995 है कुछ सरल गणना के साथ कोई भी 50 000 का उत्तर प्राप्त कर सकता है यहां आपकी अगली समस्या है यदि $a = 5$ को 2 घात 65 और .

दिया जाता है $b = 2$ को 2 घात 64 जमा 2 घात 63 जमा आदि जमा 2 घात 0 दिया गया है तो $b = 2$ से बड़ा है इस समस्या में आपको a और b की तुलना समाधान के लिए करने के लिए कहा जाता है पहले आइए हम देखें कि $b = 2$ दिया गया है पावर 64 प्लस 2 पावर 63 प्लस आदि प्लस 2 पावर 0 वास्तव में एक जीपी के पहले कुछ शब्दों का योग है जिसमें पहला टर्म 2 पावर 0 और कॉमन रेशियो 2 है। बी एजीपी की शर्तों का योग है

जिसमें पहले टर्म a के बराबर 2 पावर 0 है।

जो 1 है और सामान्य अनुपात 2 देखें कि 2 शक्ति 0 अंतिम शब्द है, लेकिन एक होगा 2 शक्ति 1 आगे बढ़ने पर 2 वर्ग होगा और इसी तरह 2 शक्ति तक 64 यदि आप दूसरी तरफ से पढ़ते हैं तो

आप देख सकते हैं कि पहला पद 1 है और सामान्य अनुपात 2 है।

अब आइए हम gp के पदों के योग के सूत्र का उपयोग करें

याद रखें कि agp के पहले n पदों का योग पहले पद a और सामान्य अनुपात r के साथ sn बराबर a गुणा r है पावर एन माइनस 1 बटा आर माइनस 1 मानते हुए आर 1 के बराबर नहीं है

इसलिए पिछली दो समस्याओं के समान है पहला काम यह पता लगाना होगा कि इस श्रृंखला में कितने पद हैं यह पता लगाने के लिए मान लें कि 2 घात 64 n वाँ पद है जब हम दूसरी तरफ से पढ़ते हैं तो 2 घात 64 को n वें पद के सूत्र का उपयोग करके n वाँ पद माना जाता है $a = 2$ गुणा $r = 2$ घात n माइनस 1 2 घात 64 के बराबर है।

ध्यान दें कि $a = 1$ है और $r = 2$ है।

याद रखें कि पूर्णाकों का नियम यहां आधार समान दो है और संख्याएं समान हैं

इसलिए घातांक की तुलना करने पर $n = 65$ प्राप्त होता है।

$n = 65$ के बराबर 65 को अलग करने से यह निष्कर्ष निकलता है कि वास्तव में योग 2 घात 0 प्लस आदि में 2 घात 64 तक 65 पद हैं। इसका उपयोग करके आइए हम पाते हैं कि bb बराबर है a गुणा r शक्ति n घटा 1 बटा r माइनस 1 एक जीपी के एन पदों का योग है जो कि a के बराबर है 1 गुना आर 22 है

इसलिए 2 पावर 65 माइनस 1 बटा 2 माइनस 1 जो 2 पावर 65 माइनस 1 है

इसलिए हमें बी 2 पावर 65 माइनस 1 रिकॉल मिलता है वह 2 घात 65 a का मान है

इसलिए $b = 2$ एक ऋण 1 है जो कहता है कि a बराबर b जोड़ 1 फलस्वरूप a महान है एर बी से अधिक ध्यान दें कि एबी सकारात्मक हैं इस प्रकार प्रश्न का उत्तर है हां ए बी से बड़ा है यहां आपके लिए अगली समस्या है उपकरण के एक टुकड़े की कीमत एक निश्चित कारखाने की लागत 6 लाख रुपये है यदि यह उपकरण

पहले वर्ष 15 प्रतिशत मूल्य में मूल्यहास करता है 13.

5 प्रतिशत अगले वर्ष 12 प्रतिशत तीसरे वर्ष और इसी तरह 10 वर्षों के अंत में इसका मूल्य क्या होगा

पर लागू होने वाले सभी प्रतिशत मूल्य लागत आपके पास कुछ लागतों के साथ उपकरण का एक टुकड़ा है जो हर साल मूल्य में मूल्यहास करता है हम हैं 10 साल के अंत में मूल्य खोजने के लिए कहा गया है क्योंकि

सादगी के लिए सभी मूल्यहास प्रतिशत में दिए गए हैं आइए मान लें कि लागत 100 है उस स्थिति में एक दो तीन साल के अंत में मूल्यहास का प्रतिशत दिया गया है सूची 15 13.

5 12 वगैरह, मूल्यहास के प्रतिशत की इस सूची को अंकगणितीय प्रगति में देखा जा सकता है जिसमें पहला पद 15 के बराबर और सामान्य अंतर है संदर्भ d माइनस 1.

5 के बराबर है, यह दूसरा टर्म माइनस फर्स्ट टर्म या थर्ड टर्म माइनस सेकेंड टर्म का अंतर है और इसलिए इस ऑब्जर्वेशन को रखने पर आइए जानें कि 10 साल के अंत में प्रतिशत मूल्यहास क्या है

इसलिए दसवें वर्ष में मूल्यहास का प्रतिशत

इस बस

इस एपी के दसवें कार्यकाल के लिए पूछ रहा है, परिणामस्वरूप 10 वें वर्ष में मूल्यहास का प्रतिशत सूत्र a से प्राप्त किया जा सकता है a और d के मूल्य को प्रतिस्थापित करते हुए हम 10 वें वर्ष में प्रतिशत मूल्यहास प्राप्त करते हैं 1.

5

इसलिए क्रमिक मूल्यहास में पहले 10 वर्ष 15 13.

5 12 आदि होंगे 1.

5 तक इस कुल मूल्य का उपयोग करते हुए 10 वर्षों में मूल्यहास किया जाता है, यह मानते हुए कि लागत 100 है 15 प्लस 13.

5 प्लस आदि प्लस 1.

5 क्या आप देख सकते हैं कि यह राशि वास्तव में पहले 10 शतों का योग है एक अंकगणितीय प्रगति इसलिए इसका मान 10 बटा 2 10 होगा, इस योग में पदों की संख्या को 15 प्लस 1.

5 से गुणा किया जाएगा जो कि 82.

5 है अयस्क मानते हुए कि मूल्य 100 है , 10 वर्षों में मूल्यहास कुल मूल्य 82.

5 है, जिसके परिणामस्वरूप

10 वर्षों के अंत में उपकरण का मूल्य 100 घटा कुल मूल्यहास 82.

5 होगा इस प्रकार 10 वर्षों के बाद उपकरण का मूल्य 17.

5 होगा।

क्या मामला है अगर लागत 100 रुपये है तो अब हम इसे वास्तविक लागत के साथ मापते हैं 6 लाख 10 साल के अंत में इसका मूल्य 6 लाख होगा 17.

5 गुणा 100 ऐसा

इसलिए है क्योंकि 17.

5 मूल्यहास है अगर लागत 100 है

इसलिए 17.

5 ब 100 मूल्यहास है यदि लागत 1 रुपये है तो इसे 60000 से गुणा करें वास्तविक लागत इसे एक लाख और पांच हजार तक सरल बनाया जा सकता है यह समाधान पूरा करता है आइए हम कुछ और समस्याओं के साथ आगे बढ़ें यदि लॉग 2 लॉग 2 पावर x माइनस 1 और 2 पावर x प्लस 3 का लॉगरिदम एपी में हैं x का मान ज्ञात कीजिए यह अंकगणितीय प्रगति पर आधारित एक दिलचस्प समस्या है और इसके लिए पहले चरण निर्धारित करने के लिए लॉगरिदम की अवधारणा है।

मैं आपको लघुगणक पर कुछ मूल बातें

याद दिला दूँ कि लघुगणक घातांक की प्रक्रिया का विलोम है अधिक सटीक रूप से एक सकारात्मक वास्तविक संख्या का लघुगणक x वह घातांक है जिसके लिए एक सकारात्मक वास्तविक संख्या के सरल लघुगणक में x प्राप्त करने के लिए एक और सकारात्मक वास्तविक संख्या को उठाया जाना चाहिए।

x से आधार b जहां b 1 के अलावा एक सकारात्मक वास्तविक संख्या है, y है यदि b शक्ति y

xi है, तो एक सकारात्मक वास्तविक संख्या x का लघुगणक आधार b से दोहराएं जहां b एक निश्चित सकारात्मक वास्तविक संख्या है जो 1 के बराबर नहीं है, कहा जाता है y यदि y के साथ घातांक x देता है, उदाहरण के लिए, हम जानते हैं कि 2 शक्ति 3 8 है, लघुगणक भाषा में हम कहते हैं कि 8 से आधार 2 का यह लघुगणक 3 है, एक अन्य उदाहरण के रूप में हम जानते हैं कि वास्तविक के लघुगणक की भाषा में phi वर्ग 25 है संख्या 25 से आधार 5 है 2 है।

हम जानते हैं कि 25 घात 1 25 है

इसलिए आधार 25 से 25 का लघुगणक 1 है।

कृपया 25 के लघुगणक की तुलना आधार से करें फी 2 के रूप में 5 है जब वर्ग एसए पर 25 देता है दूसरे आधार के लिए 25 का मेरा समय लघुगणक अर्थात् 25 है।

मैं आपको कुछ विशिष्ट उदाहरण देने के लिए एक और तत्काल देता हूँ, हम कहते हैं कि आधार 3 से 9 का लघुगणक 2 है, ऐसा इसलिए है क्योंकि 3 जब वर्ग 9 देता है।

मैं आपसे आग्रह करता हूँ कि घातांक और इसकी व्युत्क्रम प्रक्रिया लघुगणक के साथ अधिक अभ्यास करें, मुझे केवल यह टिप्पणी करने दें कि हालांकि मैंने एक सकारात्मक वास्तविक संख्या x के लघुगणक को एक सकारात्मक वास्तविक संख्या b के संबंध में परिभाषित किया है जो 1 के बराबर नहीं है।

या अधिक विशेष रूप से आधार b के साथ 1 के बराबर नहीं है, यह है बी को संख्या ई के रूप में लेने के लिए प्रथागत उस मामले में हम लॉगरिदम को प्राकृतिक लॉगरिदम के रूप में कहते

हैं x से आधार ई को प्राकृतिक लॉगरिदम कहा जाएगा, यह याद रखने योग्य है कि कैलकुस में

प्राकृतिक लॉगरिदम के साथ काम करना पसंद किया जाता है।

एक मनमाना आधार के लिए लघुगणक b और प्राकृतिक लघुगणक को सरल ln द्वारा निरूपित किया जाता है,

मुझे दो धनात्मक वास्तविक संख्याओं x और y के गुणनफल के लघुगणक लघुगणक के दो मूल गुणों को एक निश्चित आधार पर याद करने दें बी एक उत्पाद के व्यक्तिगत लॉगरिदम के लॉगरिदम का योग है

जो वास्तव में कुछ लॉगरिदम में परिवर्तित हो जाता है वास्तव में यह गणना को सरल

बनाता है और यह संपत्ति लॉगरिदम को परिभाषित करने के लिए प्रेरणाओं में से एक है, गुणा की जटिल प्रक्रिया को

अपेक्षाकृत सरल प्रक्रिया में बदला जा सकता है लॉगरिदम लेकर और लॉगरिदम की अगली संपत्ति के रूप में मुझे याद रखना चाहिए कि किसी आधार के लिए पावर x पावर पी का लॉगरिदम 1 के बराबर नहीं है, बेस बी के संबंध में एक्स का लॉगरिदम सरल भाषा में रखने के

लिए लॉगरिदम उत्पाद को कुछ में बदलता है लॉगरिदम और लॉगरिदम की संख्या को ध्यान में रखते हुए उत्पाद में शक्ति बदल जाती है आइए हम उस समस्या पर वापस आते हैं जो लॉग 2 लॉग 2 पावर x माइनस 1 और लॉग 2 पावर x प्लस 3 एपी में है क्योंकि ये 3 नंबर

एपी नंबर में हैं बीच में दिखाई देना अर्थात् लॉग 2 पावर x माइनस 1 पहले और तीसरे स्थान पर आने वाली संख्याओं का अंकगणितीय माध्य होगा जो कि t है 2 पावर x माइनस 1 का वाईस लॉगरिदम लॉग 2 प्लस लॉग 2 पावर x प्लस 3 है अब हम 2 के लॉगरिदम

लॉगरिदम की संपत्ति का उपयोग करते हैं $2^{\text{पावर } x} \text{ प्लस } 3$ के लॉगरिदम को उत्पाद 2 के $2^{\text{पावर } x}$ के लॉगरिदम के रूप में लिखा जा सकता है प्लस 3 .

इसी तरह बाएं हाथ की तरफ $2^{\text{पावर } x} \text{ माइनस } 1$ का 2 गुना लॉगरिदम

$2^{\text{पावर } x} \text{ माइनस } 1$ पूरे वर्ग के लॉगरिदम के रूप में लिखा जा सकता है इस प्रकार दी गई जानकारी $2^{\text{पावर } x} \text{ माइनस } 1$ के लॉगरिदम में अनुवाद करती है, पूरा वर्ग बराबर होता है 2 गुना 2 घात x जमा 3 का लघुगणक अब घातांक लेते हुए और उस लघुगणक और घातांक को व्युत्क्रम प्रक्रिया मानते हैं, हमें 2 घात x ऋण 1 प्राप्त होता है पूरा वर्ग 2 गुना 2 घात x जमा 3 के बराबर होता है आइए हम 2 घात उत्पन्न करने के लिए इसका विस्तार करें x वर्ग माइनस दो बार $2^{\text{पावर } x} \text{ प्लस } 1$ दो बार के बराबर है $2^{\text{पावर } x} \text{ प्लस } 6$ साधारण हेरफेर के साथ यह $2^{\text{पावर } x} \text{ पूरे वर्ग माइनस } 4$ गुना $2^{\text{पावर } x} \text{ माइनस } 5$ बराबर 0 में बदल जाता है।

यदि आप $2^{\text{पावर } x}$ को होने देते हैं y यह देखा जा सकता है कि पूर्व vious समीकरण एक द्विघात समीकरण है y वर्ग माइनस $4y$ माइनस ϕ बराबर 0 हल करने पर हमें y बराबर 5 या y बराबर माइनस 1 मिलता है, y को 2 घात के बराबर प्रतिस्थापित करने पर x यह 2 घात x के बराबर 5 या 2 घात x बराबर हो जाता है वास्तविक x के लिए माइनस 1 नोट करें कि $2^{\text{पावर } x} \text{ माइनस } 1$ नहीं हो सकता है

इसलिए $2^{\text{पावर } x} = 5$ के बराबर होगा, लॉगरिदम की परिभाषा को याद करते हुए यह कहने के समान है कि x आधार 2 के लिए ϕ के लॉगरिदम के बराबर है, आइए हम इसके साथ समाप्त करें समस्या धन्यवाद