

ક્રમ અને શ્રેણી પરના આ આઠમા વ્યાખ્યાનમાં તમારું સ્વાગત છે.

એક ક્રમ કે જેમાં કોઈપણ બે અનુગામી પદો વચ્ચેનો તફાવત સમાન રહે છે અને આ સ્થિરાંકને સામાન્ય તફાવત અને અંકગણિત પ્રગતિ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને પ્રથમ પદ સાથે  $a$  તરીકે અને સામાન્ય તફાવત તરીકે  $d$  ને  $aa$  વત્તા  $da$  વત્તા  $2d$  તરીકે રજૂ કરી શકાય છે

તેથી આ એપીમાં  $n$ મો શબ્દ સૂત્ર  $a$  વત્તા  $n$  માર્ઇનસ 1 માં  $d$  દ્વારા આપવામાં આવે છે, આપણે  $n$  શબ્દને  $a$  અથવા ક્યારેક  $tn$  દ્વારા સૂચવીશું અને  $sn$  દ્વારા સૂચવવામાં આવેલ  $ap$  ના પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો પ્રથમ પદમાં  $n$  બાય 2 ની બરાબર સૂત્ર ધરાવે છે.

વત્તા છેલ્લી મુદત કે જે વૈકલ્પિક રીતે  $n$ મી પદ છે

$sn$  પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો ફોર્મ્યુલા  $sn$  મેળવે છે  $n$  બરાબર  $n$  બાય 2 માં  $2a$  વત્તા  $n$  ઓછા 1 માં  $d$  સામાન્ય હતા  $a$  એ પ્રથમ પદ છે અને  $d$  છે અહીં સંબંધિત એપીનો સામાન્ય તફાવત એ તમારી આગળની સમસ્યા છે જે નીચે પ્રમાણે વાંચે છે જો  $s$  1 એ એપીની પ્રથમ  $n$  શરતોનો સરવાળો છે

$n$  વિષમ છે અને  $s$  બે આ શ્રેણીના શબ્દોનો સરવાળો છે ક્રમમાં ગુણોત્તર શોધવા માટે  $s_1$  બાય  $s_2$  આ સમસ્યા અંકગણિતની પ્રગતિની  $n$  શરતોના સરવાળાને લગતી છે કારણ કે તમે વધુ વિલંબ કર્યા વિના જોઈ શકો છો ચાલો આ સમસ્યાને હલ કરીએ એક એક બે અને

તેથી આગળ  $b$  અંકગણિતની પ્રગતિ ચાલો તેના સામાન્ય તફાવતને

$d$  દ્વારા દર્શાવીએ.

નોંધ કરો કે

વિચારણા હેઠળની અંકગણિત પ્રગતિમાં પ્રથમ પદ  $a_1$  અને સામાન્ય તફાવત છે  $d$  હવે ચાલો આ સરળ ઉપયોગ કરીને આપેલ માહિતીનો અનુવાદ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જે તમને

આપવામાં આવે છે તે આ એપીની પ્રથમ  $n$  શરતોનો સરવાળો છે અને તે આપવામાં આવે છે કે  $n$  બાકી છે આમ 1 વત્તા એ 2 વત્તા વગેરે વત્તા  $an$  એ  $s_1$  તરીકે આપવામાં આવે છે.

અમારી પાસે એપીની પ્રથમ  $n$  શરતોના સરવાળા માટે તૈયાર સૂત્ર છે તે  $n$  દ્વારા 2 ગુણ્યા 2 માં પ્રથમ ટર્મ વત્તા  $n$  બાદ 1 સામાન્ય  $d$  માં આપવામાં આવે છે.

તફાવત જે આપણે  $d$  દ્વારા દર્શાવ્યો છે આમ  $s_1$  આ સૂત્ર મેળવે છે

તે જુઓ કે સ્પષ્ટતા માટે  $s_2$  આ શ્રેણીના શબ્દોનો સરવાળો છે જે વિષમ સ્થળોએ થાય છે, મારે કહેવું જોઈએ કે  $s_2$  એ આ શ્રેણીના શબ્દોનો સરવાળો છે જે પ્રથમ પદોનો સરવાળો છે.

જૂના સ્થળોએ આ શ્રેણીના પ્રથમ થોડા શબ્દો

તેથી  $s_2$  એ 1 વત્તા 3 વત્તા 5 વત્તા વગેરે વત્તા છે, કારણ કે  $n$  એ વિચારણા હેઠળની રકમ સાથે સમાપ્ત થાય છે

તેથી  $s_2$  એ બનતી શરતોનો સરવાળો છે વિચિત્ર સ્થળોએ આપણે નોંધ કરીએ કે  $s_2$  એટલે કે  $a_1$   $a_3$   $f_5$  અને

તેથી વધુમાં સામેલ ક્રમ એ ફરીથી એક અંકગણિત પ્રગતિ છે જે આ નોંધને સ્થાપિત કરવા માટે છે કે 3 ઓછા  $a$  1 એ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને 3 ઓછા  $a$  2 વત્તા  $a_2$  ઓછા  $a_1$  તરીકે લખી શકાય છે.

$a_1$   $a_2$   $a_3$

તેથી આગળ એક  $ap$   $a_3$  ઓછા  $a_2$  છે સામાન્ય તફાવત  $d$  સમાન છે 2 ઓછા  $a$  1 સાથે સમાન છે

તેથી  $a_3$  ઓછા  $a$  1 છે  $2d$  તેવી જ રીતે  $f_5$  ઓછા  $a_3$  છે  $f_5$  ઓછા  $a_4$  વત્તા  $f_4$  ઓછા  $a$  3 સાથે થોડી મેનીપ્યુલેશન જે આપણે ઉપર કર્યું તેના જેવું જ છે તે  $2d$  આ રીતે આગળ વધતા આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે

$a_1$   $a_3$   $a_5$  અને

તેથી આગળની પ્રગતિના અનુગામી પદો વચ્ચેનો તફાવત એ જ રહે છે જે  $2d$  છે

તેથી  $a_1$   $a_3$   $f_5$

તેથી આગળનો પ્રશ્ન એ 1 સામાન્ય તફાવત  $2d$  સાથે અંકગણિતની પ્રગતિ છે.

આ અંકગણિત પ્રગતિ  $a_1$   $a_3$   $a_5$  માં કેટલા પદો છે અને

તેથી વધુ એ જોવું મુશ્કેલ નથી કે આ સમીકરણના પદોની સંખ્યા

$n$  વત્તા 1 બાય 2 છે આમ  $s_2$

એ એપીના  $n$  વત્તા 1 બાય 2 પદોનો સરવાળો છે  $2d$  સમાન સામાન્ય તફાવત સાથે  $s_2$  બરાબર વત્તા  $n$  વત્તા 1 બાય 2 ઓછા 1

ગણા સામાન્ય તફાવત  $n$  વત્તા 1 બાય 2 એ આ સમેશનમાં સામેલ સમન્સની સંખ્યા છે અને 2  $a$  1 હતા  $a$  1 એ પ્રથમ શબ્દ છે તે

$ap$  અને 2  $d$  એ સામાન્ય તફાવત છે કારણ કે આપણે આ  $s_2$  ને  $n$  વત્તા 1 બાય 4 2  $a$  1 વત્તા  $n$  ઓછા 1 ગુણ્યા  $d$  ને સરળ

બનાવવાનું અવલોકન કર્યું છે આમ અમારી પાસે પ્રશ્નમાં  $s_1$  અને  $s_2$  માટેનું સૂત્ર સામેલ છે જે આપણે ઉકેલને પૂર્ણ કરી શકીએ છીએ.

માત્ર  $ra$  શોધીને  $tio$   $s$  1 બાય  $s$  2 એટલે કે  $n$  બાય 2 ગુણ્યા 2  $a$  1 વત્તા  $n$  ઓછા 1 ગુણ્યા  $d$  જે  $s$  1 ને  $n$  વત્તા 1

વડે 4 ગુણ્યા 2  $a$  1 વત્તા  $n$  ઓછા 1 ગુણ્યા  $d$  જે વધુ સરળીકરણ પર 2  $n$  બાય  $n$  છે વત્તા 1 આ જૂના સ્થાનો પર બનતા

શબ્દોના સરવાળા સાથે પ્રથમ  $n$  પદોના સરવાળાનો ગુણોત્તર છે આ ઉકેલને પૂર્ણ કરે છે તે જ રીતે હું તમને યાદ અપાવી દઉં કે  $gp$

એ એક એવો ક્રમ છે જ્યાં બે અનુગામી પદોનો ગુણોત્તર સ્થિર રહે છે અને આ સ્થિરાંકનો ઉલ્લેખ કરવામાં આવે છે.

સામાન્ય ગુણોત્તર તરીકે પ્રથમ ટર્મ  $a$  અને સામાન્ય ગુણોત્તર  $r$  સાથેના લઘુગણિત જીપીને અરાર ચોરસ તરીકે દર્શાવી શકાય છે

અથવા સૂચિબદ્ધ કરી શકાય છે અને

તેથી ચાલો આપણે યાદ કરીએ કે આ જીપીનો  $n$ મો શબ્દ સૂત્ર  $a$  દ્વારા  $r$  ઘાત  $n$  માર્ઇનસ 1 માં આપવામાં આવ્યો છે તે આપણે

સૂચવીશું આ  $gp$  ની પ્રથમ  $n$  શરતોનો સરવાળો  $n$ th શબ્દ છે  $gp$  સતત ક્રમ  $aaa$  સુધી ઘટે છે અને તેથી પ્રથમનો સરવાળો  $n$  શરતો  $n$  ગણી વધુ હશે યાલો આપણે યાદ કરીએ કે અનંત  $gp$  નો સરવાળો એટલે કે  $ar$   $ar$   $ar$  સ્કેલર વત્તા વગેરે એ બાય 1 ઓછા  $r$  છે જો  $mod\ r\ 1$  કરતા ઓછો હોય તો જો સામાન્ય ગુણોત્તર 0 અને ની વચ્ચેનું ચોક્કસ મૂલ્ય ધરાવે છે.

1 પછી અનુરૂપ ભૌમિતિક શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે જે સરવાળો છે અને તેનો સરવાળો ફોર્મ્યુલા  $a$  બાય 1 બાદ  $r$  મેળવે છે અન્ય કિસ્સાઓમાં જે  $mod\ r\ 1$  શ્રેણી કરતાં વધારે અથવા બરાબર છે  $a$  વત્તા  $ar$   $ar$   $ar$  ચોરસ વત્તા વગેરે એ કન્વર્જન્ટ નથી અમે તેના વિશે વાત કરી શકતા નથી સરવાળો આ યાદ કર્યા પછી યાલો આપણે અનુક્રમ અને શ્રેણી પરની કેટલીક સમસ્યાઓને વધુ વિશિષ્ટ રીતે એપી અને જીપીના ખ્યાલ પર હલ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, અહીં તમારી પ્રથમ સમસ્યા એ છે કે એપીની પીએફ ટર્મ એ સમાન સમયગાળામાં  $q$  અને  $q$  દ્વારા એક છે.

$ap$  એ  $p$  દ્વારા એક છે તે સાબિત કરો કે પ્રથમ  $pq$  પદોનો સરવાળો 1 બાય 2 ગણો  $pq$  વત્તા 1 છે તે પણ આપેલ છે કે  $p$   $q$  ની બરાબર નથી આ તમારો પ્રશ્ન છે અવલોકન કરો કે સમસ્યા માં  $ap$  ની  $n$ મી મુદત માટેના સૂત્રો યાદ કરે છે.

સોલ્યુશન માટે  $ap$  ની પ્રથમ  $n$  શરતોનો  $ap$  અને સરવાળો એ પ્રથમ ટર્મ અને  $db$  સામાન્ય તફાવતને યાદ કરીએ કે પ્રથમ ટર્મ  $a$  અને સામાન્ય તફાવત સાથે  $d$   $n$ મી ટર્મ એ વત્તા  $n$  માઈનસ 1 માં સૂત્ર દ્વારા આપવામાં આવે છે  $d$  વધુમાં યાદ કરો કે  $n$  પદોનો સરવાળો જે આપણે  $sn$  દ્વારા દર્શાવીશું તે સૂત્ર  $n$  દ્વારા 2 ગુણ્યા 2 વત્તા  $n$  માઈનસ 1 માં  $d$  અથવા  $n$  દ્વારા 2 વખત પ્રથમ ટર્મ વત્તા છેલ્લી મુદત દ્વારા આપવામાં આવે છે, આ સૂત્ર નોંધ્યા પછી પ્રશ્નમાં આપેલ માહિતી એક વત્તા  $p$  માઈનસ 1 ને  $d$  માં અનુવાદિત કરે છે જે  $ph$  શબ્દ સમાન છે 1 બાય  $q$  એ જ રીતે  $qth$  શબ્દ કે જે સૂત્ર  $a$  વત્તા  $q$  માઈનસ 1 માં  $d$  દ્વારા આપવામાં આવે છે તે 1 બાય  $p$  લેટ આપવામાં આવે છે.

અમે આ બે સમીકરણોને 1 અને 2 તરીકે નિયુક્ત કરીએ છીએ.

યાદ કરો કે જરૂરી રકમ માટે આપણને પ્રથમ પદ  $a$  અને સામાન્ય તફાવત  $d$  જોઈએ છે યાલો આપણે આ પ્રથમ પદ અને આ બે સમીકરણોમાંથી સામાન્ય તફાવત શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ તમારી પાસે બે સમીકરણો છે અને બે અજ્ઞાત એટલે કે  $a$   $the\ fi$  પ્રથમ શબ્દ અને  $d$  સામાન્ય તફાવત યાલો આપણે બીજા સમીકરણને પ્રથમમાંથી બાદ કરીએ જે  $p$  માઈનસ 1 ઓછા  $q$  ઓછા 1 ગુણ્યા  $d$  બરાબર 1 બાય  $q$  માઈનસ 1 બાય  $p$  મેળવે છે જે  $p$  ઓછા  $q$  ગુણ્યા  $d$  બરાબર  $p$  ઓછા  $q$  સુધી ઉકળે છે.

$qp$  દ્વારા કે સરળીકરણ પર  $d$  બરાબર 1 બાય  $qp$  છે અને આનો ઉપયોગ કરીને આપણા  $ap$  માટે સામાન્ય તફાવત આપે છે અને આ બે સમીકરણોમાંથી એક આપણે પ્રથમ શબ્દની નોંધને અલગ કરીએ કે પ્રથમ સમીકરણ 1 બાય  $q$  ની બરાબર આપે છે.

માઈનસ  $p$  માઈનસ 1 માં  $d$  જે 1 બાય  $q$  માઈનસ  $p$  માઈનસ 1 વખત  $d$  છે જે આપણને 1 બાય  $qp$  હોવાનું જાણવા મળ્યું છે આ  $q$  બાય 1 માટે સરળ બનાવે છે અને પ્રથમ ટર્મ 1 બાય  $pq$  ની બરાબર છે આમ આપણું  $ap$   $pq$  દ્વારા પ્રથમ પદ 1 અને  $pq$  દ્વારા સામાન્ય તફાવત 1 આ બે માહિતી  $spq$  નો ઉપયોગ કરીને પ્રથમ  $pq$  પદોનો સરવાળો  $pq$  દ્વારા 2 થી 2 વખત આપવામાં આવે છે

જે પ્રથમ પદ જે 1 બાય  $pq$  વત્તા  $pq$  બાદ એક વખત  $d$  છે જે ફરીથી છે  $pq$  દ્વારા એક આ  $n$  ને ખગ કરીને મેળવવામાં આવે છે  $pqa$  બરાબર 1 બાય  $pq$  અને  $d$  બરાબર 1 બાય  $pq$  અંકગણિત પ્રગતિના પ્રથમ  $n$  શરતોના સરવાળા માટે આ  $pq$  ને 2 બાય 2 સરળ બનાવે છે  $pq$  આ કૌંસને વિસ્તારવાથી તે  $p$  ક્યુબ દ્વારા એક ઓછા એક થશે જેના પર વધુ સરળીકરણ  $pq$  બાય 2 2 બાય  $pq$  ઓછા 1 બાય  $pq$  આપે છે 1 બાય  $pq$  વત્તા એક યાલો આગળ  $p$  ક્યુબને બે દ્વારા સરળ કરીએ આ એક વત્તા  $pq$  બાય  $pq$  હવે  $pq$  રદ થાય છે અને  $pq$  બાય 2 જે જરૂરી ઉકેલ સ્થાપિત કરે છે આપણે આગળની સમસ્યા તરફ આગળ વધીએ છીએ  $ab$  અને  $c$  એ  $gp$  ના સતત ત્રણ પદ છે આગળ  $a$  પાવર 1 બાય  $x$  બરાબર  $b$  પાવર 1 બાય  $y$  બરાબર  $c$  પાવર 1 બાય  $z$  સાબિત કરો કે  $xyz$

એ એપીમાં છે તમે જોઈ શકો છો કે સંબંધિત સમસ્યા એક  $gp$  અને  $ap$  ના સળંગ પદો અહીં યાદ કરો કે ત્રણ સંખ્યાઓ  $mn$  અને  $p$   $gp$  માં છે એ અન્ય બે પદોના ગુણાંકના મૂળ સમાન મધ્યમ પદ  $n$  સૂચિત કરે છે બીજા શબ્દોમાં મધ્યમ પદ એ અન્ય બે પદોની સમાનતાનો ભૌમિતિક સરેરાશ છે.

$nly$  યાદ કરો કે ત્રણ પદો  $ap$  માં છે એટલે મધ્યમ પદ એ અન્ય બે પદોનો અંકગણિત સરેરાશ છે હવે ઉકેલ તાત્કાલિક આપેલ છે એક ઘાત 1 બાય  $x$  બરાબર  $b$  ઘાત 1 બાય  $y$  બરાબર  $c$  ઘાત 1 બાય  $z$  યાલો આપણે આ સમાન ધારીએ જથ્થાઓ  $k$  હોવી જોઈએ આમ એક ઘાત  $x$  બાય  $kb$  ઘાત એક  $y$  બાય  $k$  અને  $c$  ઘાત એક બાય  $z$  પણ  $k$  છે  $x$  બંને બાજુની ઘાત લે છે આનો અર્થ  $k$  ઘાત  $x$  સમાન છે તે જ રીતે એકને  $b$  બરાબર મળશે  $k$  ઘાત  $y$  અને  $c$  એ  $k$  ઘાતની બરાબર છે શું એ નોંધ કરો કે  $abc$   $gp$  માં હોવાથી મધ્યમ પદ  $b$  એ અન્ય બે પદોના ભૌમિતિક સરેરાશ જેટલો છે જે કહે છે કે  $b$  ચોરસ એ  $ac$  ની બરાબર છે એટલે  $b$  એ  $k$  ઘાત  $y$  ચોરસ છે  $a$  અને  $ck$  ની ઘાત  $x$  ની  $k$  ઘાતમાં સમાન છે તે  $k$  ઘાત

2  $y$  બરાબર  $k$  ઘાત  $x$  વત્તા  $z$  આ સૂચકાંકોના કાયદા દ્વારા અનુસરે છે આ સમાનતા સૂચવે છે કે 2  $y$  બરાબર  $x$  વત્તા શું તે  $y$  બરાબર વાંચે છે  $x$  વત્તા  $z$  બાય 2 એટલે કે  $y$  એ  $x$  અને  $yz$  નો અંકગણિત સરેરાશ છે જે  $xy$  અને  $z$  કહેવા સમાન છે અંકગણિત પ્રગતિના સળંગ ત્રણ પદો છે આ હકીકત આપણે આપણા સિદ્ધાંતના વ્યાખ્યાનોમાં સ્થાપિત કરી છે, યાલો આપણે આપણી આગલી સમસ્યા સાથે આગળ વધીએ અને આગળની સમસ્યા નીચે પ્રમાણે વાંચે છે, યાલો  $m$  અને  $n$  હકારાત્મક વાસ્તવિકતાઓ માની લઈએ કે  $m$  અને  $n$  નો અંકગણિત સરેરાશ મૂડી  $a$  અને ભૌમિતિક છે.

$m$  અલ્પવિરામ  $n$  નો અર્થ મૂડી  $g$  છે પછી બતાવો કે યતુર્ભુજ જેના મૂળ  $m$  અને  $n$  છે  $x$  ચોરસ ઓછા 2 અક્ષ વત્તા  $g$  ચોરસ બરાબર 0 છે અગાઉની સમસ્યાની જેમ આ

અંકગણિત પ્રગતિ અને ભૌમિતિક પ્રગતિના સતત ત્રણ પદ સાથે સંબંધિત છે.

આપણે તેને ઉકેલીએ છીએ ત્રણ સંખ્યાઓ  $abc$  એ  $ap$  માં છે જો  $b$  એક વત્તા  $c$  બાય 2 અને  $a$  વત્તા  $c$  બાય 2 એ  $a$  નો અંકગણિત સરેરાશ કહેવાય છે અને  $c$  એ જ રીતે  $abc$   $gp$  માં હોય છે એનો અર્થ એ થાય છે કે  $b$  વર્ગ એ  $ac$  ની બરાબર છે જે  $b$

છે વર્ગમૂળ  $ac$  ના  $ac$  અને  $ac$  ના વર્ગમૂળને  $a$  અને  $c$  ના ભૌમિતિક સરેરાશ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે, અમને આપવામાં આવ્યું છે કે  $m$  અને  $n$  નો અંકગણિત સરેરાશ એ છે જે  $m$  વત્તા  $n$  બાય 2 છે  $a$  જે  $m$  વત્તા  $n$  બરાબર  $2a$  આપે છે એ જ રીતે આપણને એમ આપવામાં આવ્યું છે કે  $m$  અને  $n$  નો ભૌમિતિક સરેરાશ એ  $g$  છે જે  $m$  નું વર્ગમૂળ છે અને  $n$  એ  $g$  છે જે સૂચવે છે કે ઉત્પાદન  $mn$  બરાબર  $g$  ચોરસ છે આમ આપણી પાસે  $m$  વત્તા  $n$  બરાબર  $2a$  છે અને  $mn$  બરાબર  $g$  ચોરસ લેટ છે.

આપણે તેને હવે બાજુએ રાખીએ છીએ મૂળ  $m$  અલ્પવિરામ  $n$  એ  $x$  બાદ  $m$  દ્વારા આપવામાં આવે છે  $x$  ઓછા  $n$  બરાબર 0 વિસ્તરતા આપણને  $x$  ચોરસ ઓછા  $m$  વત્તા  $n$  ગુણ્યા  $x$  વત્તા  $mn$  બરાબર 0 મળે છે.

જે જાણીતું છે હકીકત એ છે કે મૂળ  $m$  અને  $n$  સાથેનો યતુર્ભુજ એ  $x$  ચોરસ ઓછા સરવાળો દ્વારા મૂળના  $x$  વત્તા ગુણાંકમાં શૂન્યના સમાન ગુણાંક આપવામાં આવે છે તે આપેલ માહિતી સાથે આપણી પાસે  $m$  વત્તા  $n$  એ બે  $a$  અને  $mn$  બરાબર  $g$  ચોરસ છે યાલો આપણે આગળ વધીએ પ્રશ્ન નીચે પ્રમાણે વાંચે છે જો  $a$  અંકગણિત સરેરાશ છે અને  $g$  એ

બે ધન સંખ્યાઓનો ભૌમિતિક સરેરાશ છે તો બતાવો કે સંખ્યાઓ

ચોરસ માઈનસ  $g$  ચોરસનું વત્તા અથવા ઓછા મૂળ છે તે અગાઉની સમસ્યા જેવી જ છે અને તે અંકગણિત સરેરાશ અને ભૌમિતિક સરેરાશ સાથે સંબંધિત છે બે હકારાત્મક સંખ્યાઓ યાદ કરીએ ફરીથી એ કે બે સંખ્યાઓ  $a$  અને  $b$  નો અંકગણિત સરેરાશ એ બે વત્તા  $b$  છે અને બે સંખ્યાઓ  $a$  અને  $b$  નો ભૌમિતિક સરેરાશ એ  $ab$  નું વર્ગમૂળ છે વધુમાં યાદ કરો કે બે સંખ્યાઓનો અંકગણિત સરેરાશ હંમેશા ભૌમિતિક સરેરાશ કરતા મોટો અથવા સમાન હોય છે અને બંને એકરૂપ થાય છે જો સંખ્યાઓ સમાન હોય કારણ કે અંકગણિત સરેરાશ  $g$  કરતા મોટો અથવા બરાબર છે ચોરસ માઈનસ  $g$  ચોરસનું ભૌમિતિક સરેરાશ મૂળ એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે તમે બિન-નકારાત્મક સંખ્યાના વર્ગમૂળ વિશે વાત કરી રહ્યા છો

તેથી તેનો અર્થ થાય છે અમને કોલ કરીએ સંશોધિત સંખ્યાઓને ધન સંખ્યાઓ  $b$   $m$  અને  $n$  ગણવા દો તો પછી આપણને જે આપવામાં આવે છે તે  $m$  અને  $n$  નો અંકગણિત સરેરાશ છે આમ  $m$  વત્તા  $n$  બાય 2 એ કેપિટલ તરીકે આપવામાં આવે છે  $a$  જે બે અજાણી સંખ્યાઓનો સરવાળો આપે છે જેને આપણે  $m$  અને  $n$  ના  $2a$  ભૌમિતિક સરેરાશ તરીકે શોધી રહ્યા છીએ જે મૂળ  $mn$  છે તે  $g$  માનવામાં આવે છે જે અજ્ઞાત સંખ્યાઓનું ઉત્પાદન આપે છે  $m$  અને  $n$  જે આપણે શોધી રહ્યા છીએ તે  $g$  વર્ગ છે આમ સમસ્યા બે સંખ્યાઓ શોધવામાં ઘટે છે જેનો સરવાળો છે  $2a$  અને ઉત્પાદન એ  $g$  ચોરસ છે જે તમે યતુર્ભુજ સમીકરણોમાં પરિચિત હોઈ શકો છો

જો કે યાલો આપણે આપેલ વિગતો લાગુ કરીએ  $m$  વત્તા  $n$  બરાબર  $2a$  અને  $mn$  બરાબર  $g$  ચોરસ આ બે સાથે આપણે  $m$  અને  $n$  શોધવાનું છે યાલો યાદ કરીએ.

$m$  ઓછા  $n$  આખો ચોરસ એ  $m$  વર્ગ ઓછા  $2mn$  વત્તા  $n$  ચોરસ છે જેને  $m$  વત્તા  $n$  આખા ચોરસ માઈનસ  $4mn$  તરીકે ગણી શકાય આમ આપેલ સરવાળો અને બે સંખ્યાના ગુણાંકથી આપણે તે બે સંખ્યાઓનો તફાવત શોધી શકીએ છીએ અમારા માટે ઉપલબ્ધ મૂલ્ય આ  $4a$  ચોરસ ઓછા  $4g$  ચોરસ છે અત્યાર સુધી અમારું અવલોકન એ છે કે તેથી એક બાદબાકી  $n$  એ

ચોરસ ઓછા  $g$  ચોરસના ચાર ગણા વત્તા અથવા ઓછા મૂળના બરાબર છે જે ચોરસ ઓછા  $g$  નું વત્તા અથવા ઓછા  $2$  મૂળ છે ચોરસ આ  $m$  માઈનસ  $n$  છે હવે આપણી પાસે  $m$  વત્તા  $n$  અને  $m$  ઓછા  $n$  છે જેમાંથી આપણે  $m$  અને  $n$  ને અલગ કરી શકીએ છીએ, યાલો આપણે આ બેને ઉમેરીએ જેથી બે  $m$  બરાબર બે  $a$  વત્તા અથવા ઓછા બે ગુણ્યા ચોરસ માઈનસ  $g$  ચોરસનું મૂળ મળે.

$m$  ને અલગ કરવાથી  $m$  એ વત્તા બરાબર મળે છે અથવા ચોરસ માઈનસ  $g$  ચોરસનું માઈનસ રુટ આમ  $m$  ની એક ચોક્કસ કિંમત લેતા  $m$  ની બે સંભવિત કિંમતો છે

એટલે કે ચોરસ માઈનસ  $g$  ચોરસનું વત્તામૂળ તમે આ સમીકરણમાંથી એકનો ઉપયોગ કરીને  $n$  મેળવી શકીએ છીએ બીજું આપણે બીજું શક્ય લઈ શકીએ છીએ  $m$  ની કિંમત અને  $n$  શોધી કાઢો અને અમને મળશે કે  $n$  ની સંભવિત કિંમતો એક વર્ગ ઓછા  $g$  ચોરસના  $a$  વત્તા અથવા ઓછા મૂળ સમાન છે, યાલો હું તમને વિગતો આપવા દો, યાલો આપણે યાલુ રાખીએ  $f$  એ  $x$  પ્લસના  $f$  સંતોષકારક કાર્ય છે  $n$  માં પ્રત્યેક  $xy$  માટે

$y$  ની  $f$  ની  $f$  માં  $y$  ની બરાબર અને કુદરતી સંખ્યાઓ માટે  $f$  નું મૂલ્યાંકન કરીએ તો એક છે ત્રણ જો

$xx$  નો સરવાળો  $f$  1 થી  $n$  ની બરાબર 120 છે  $n$  નું મૂલ્ય શોધો કારણ કે આવી સમસ્યા જણાતી નથી  $ap$   $gp$  વગેરે સાથે જોડાયેલા રહો જો કે નોંધ કરો કે તેમાં

120 ની  $x$  1 થી  $nf$  ની બરાબરીનો સરવાળો સમાવેશ થાય છે જે વિસ્તૃત સ્વરૂપમાં આપે છે  $f$  નું 1 વત્તા  $f$  નું 2 વત્તા  $f$  નું 3 વત્તા વગેરે વત્તા  $n$  નું  $f$  બરાબર છે 120 પ્રશ્ન શ્રેણી સાથે સંબંધિત છે યાલો આપણે  $s$  પર આગળ વધીએ ઓલ્વ એ નોંધ કરો કે  $f$  એ દરેક  $x$  માટે  $x$  વત્તા  $y$  ના  $f$  ના  $f$  માં  $f$  ની  $f$  ની બરાબર છે

અને આ  $f$  2 સાથે  $y$  કુદરતી સંખ્યાઓને 1 વત્તા 1 ના  $f$  તરીકે ગણી શકાય છે જે 1 ના  $f$  સાથે એકરૂપ છે 1 ના  $f$  માં જે બે નો  $f$  છે તે એક ચોરસ ના  $f$  બરાબર છે તેવી જ રીતે 3 નો  $f$

2 વત્તા 1 નો  $f$  ની ગુણધર્મ દ્વારા 2 વત્તા 1 આપવામાં આવેલ  $f$  2 નો  $f$  2 ના 1  $f$  2 છે 1 ચોરસના  $f$  તરીકે ગણવામાં આવે છે તેથી અંતે આપણને 3 નું  $f$  1  $q$  નું  $f$  મળે છે અને આ રીતે આગળ વધતા  $f$  નું મૂલ્યાંકન  $n$  પર થાય છે  $f$  નું મૂલ્યાંકન 1 લેવામાં આવે છે  $n$ મી ઘાત પર આ અવલોકન છે  $f$  ના ગુણધર્મનું અવલોકન હવે આપણને આપવામાં આવે છે તે સમીકરણ  $x$  બરાબર 1 થી  $nf$  નું  $x$  બરાબર 120 આ આપેલ છે કે  $f$  નું 1 વત્તા  $f$  નું 2 વત્તા વગેરે વગેરે  $n$  નું  $f$  120 છે જે બે નું  $f$  1 વત્તા  $f$  એક ચોરસ વત્તાનું  $f$  છે વગેરે વત્તા  $n$  નો  $f$  એ એક ઘાત  $n$  એ એક વીસ છે  $f$  ની કિંમત 1 પર 3 છે આ મૂલ્ય 3 વત્તા 3 ચોરસ વત્તા વગેરે 3 ઘાત સુધી  $n$  120 છે.

આમ પ્રશ્નમાં આપેલી તમામ માહિતી એકઠી કરીને આપણે આ સમીકરણ 3 વત્તા 3 ચોરસ વત્તા વગેરે વત્તા 3 ઘાત  $n$  બરાબર 120 સાથે સમાપ્ત કરીએ છીએ, આપણે આ સમીકરણમાંથી  $n$  મેળવવાનું છે નોંધ કરો કે આ સમીકરણની ડાબી બાજુએ મર્યાદિત સરવાળો આવે છે.

ભૌમિતિક પ્રગતિના શબ્દોનો સરવાળો છે શું તમે જુઓ છો કે પદો 3 3 ચોરસ 3 ઘન છે અને તેથી તે પ્રથમ પદ 3 અને સામાન્ય ગુણોત્તર 3 સાથેની ભૌમિતિક પ્રગતિ છે, ડાબી બાજુ પ્રથમ સાથે જીપીના શબ્દોનો સરવાળો દર્શાવે છે.

શબ્દ 3 અને સામાન્ય ગુણોત્તર 3.

યાવો આપણે  $gp$  ની દ્રષ્ટિએ પ્રથમ સરવાળો કરવા માટેનું સૂત્ર યાદ કરીએ તે  $sn$  બરાબર છે  $a$   $in$   $r$  ઘાત  $n$  માઈનસ 1 બાય  $r$  માઈનસ 1 આ  $gp$  નો ઉપયોગ કરીને સરવાળો 2 પ્રથમ  $n$  શરતો છે આ આપણી પાસે સમીકરણની ડાબી બાજુ છે કારણ કે 3 ઘાત  $n$  માઈનસ 1 બાય 3 ઓછા 1 આ બરાબર 120 છે

તેથી 3 ઘાત  $n$  માઈનસ 1 બરાબર 120 ઘાત 2 જે 240 છે

તેથી 3 ઘાત  $n$  માઈનસ 1 240 બાય 3 બરાબર છે જે 80 છે

તેથી 3 ઘાત  $n$  બરાબર 81 આમ 3 ઘાત  $n$  બરાબર 81 છે જેને હું 3 ની ઘાતની દ્રષ્ટિએ વ્યક્ત કરી શકું છું 81 9 માં 9 છે જેનો 3 ગુણ્યા 4 વખત થાય છે અને તે  $n$  બરાબર 4 આપે છે જે પ્રશ્નનો ઉકેલ લાવે છે, યાવો આપણે

નીચેના ક્રમના કેટલાક શબ્દો શોધવાનું યાવુ રાખીએ આપેલ ક્રમ 7 77 777 777 છે અને

તેથી  $n$  પદો સુધી કોઈ સરળતાથી અવલોકન કરી શકે છે કે આપેલ ક્રમ એટલે કે 7 77 777 અને

તેથી વધુ ન તો અંકગણિત પ્રગતિમાં છે કે ન તો ભૌમિતિક પ્રગતિમાં છે

તેથી આપણે તૈયાર સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકતા નથી.

એપી અથવા જીપીની  $n$  શરતોના સરવાળા માટે ઉપલબ્ધ છે જો કે અમે આ સમસ્યાને નીચે પ્રમાણે હલ કરીશું, યાવો આપણે  $sn$  સાત વત્તા સિતર સાત વત્તા સાત સાત ડી સાત વત્તા વગેરે  $n$  શરતો સુધી યાદ રાખવા માટે જરૂરી રકમ સૂચવીએ.

કન્વર્જન્સની કલ્પના એટલે કે તે સરવાળો છે કે નહીં હકીકતમાં જો તમે આ સરવાળાને અનંત પદો સાથે ધ્યાનમાં લો તો આપણી પાસે મર્યાદિત મૂલ્ય હોઈ શકતું નથી કારણ કે  $n$ મો શબ્દ મનસ્વી રીતે વધે છે કારણ કે  $n$  મોટો થાય છે પરંતુ આપણે નથી અનંત સુધીનો સરવાળો શોધવા માટે પૂછવામાં આવ્યું કે આપણે ફક્ત પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો કરવો પડશે કારણ કે મેં અગાઉ દર્શાવ્યું હતું કે અહીં મુશ્કેલી એ છે કે દેખીતી રીતે તે  $n$  તો અંકગણિત પ્રગતિ છે કે ન તો ભૌમિતિક પ્રગતિ છે જેના સરવાળાથી આપણે પરિચિત છીએ યાવો આપણે 7 બહાર કાઢીએ.

તે 7 માં 1 વત્તા 11 વત્તા 1 1 1 વત્તા વગેરે હશે જ્યારે હું અહીં વગેરે કહું છું ત્યારે મારો મતલબ માત્ર  $n$  શરતોનો સરવાળો છે જો કે કૌંસની અંદરનો સરવાળો એપી અથવા જીપીની શરતોનો સરવાળો નથી

તેથી મુદ્દો રહે છે યાવો લખીએ યાવો આપણે આયન દ્વારા ગુણાકાર કરીએ અને અસરોને રદબાતલ કરીએ આમ આપેલ સરવાળો 7 બાય 9 માં 9 વત્તા 99 વત્તા વગેરે સ્વરૂપ લે છે, આખો મુદ્દો એ છે કે અહીં એપી અથવા જીપી રજૂ કરવાનો છે તે ધ્યાનમાં રાખીને યાવો લખીએ.

9 તરીકે 10 ઓછા 1 99 100 ઓછા 1 તરીકે અને

તેથી જ્યારે હું આવું કહું ત્યારે અમારો મતલબ માત્ર  $n$  શરતો સુધીનો છે હવે આ 7 બાય 9 માં 10 વત્તા 100 વત્તા 1000 વત્તા વગેરે  $n$  શરતો સુધી અને બાદબાકી 1 ઓછા 1 વગેરે ઉમેરવામાં આવે છે.

$n$  વખત જે માઈનસ  $n$  ની રકમ છે હવે તમે જોઈ શકો છો કે એક  $gp$

દસ  $p$  દેખાયો છે  $1us$  સો વત્તા હજાર વત્તા વગેરે એ ભૌમિતિક પ્રગતિને અનુલક્ષે છે જેમાં પ્રથમ પદ દસ છે અને સામાન્ય ગુણોત્તર દસ છે

તેથી તે  $gp$  ના પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો સાત પાછ નવ છે તે  $gp$  માટે સંબંધિત છે તે એક ગણો  $r$  પાવર  $nr$  છે અહીં દસ છે માઈનસ વન એક બાય  $r$  માઈનસ 1 અને પછી બીજો ડર્મ માઈનસ  $n$  આ સરવાળો માટે જરૂરી સૂત્ર છે

તેથી તમે જોશો કે આપેલ રકમ જીપી અથવા એપીને અનુરૂપ ન હોવા છતાં

તે અમુક રીતે અથવા બીજી રીતે જીપીમાં કન્વર્ટિબલ છે.

જેણે અમને આ સમસ્યાનું નિરાકરણ કરવામાં મદદ કરી છે અમે આગામી લેક્ચરમાં પણ વધુ સમસ્યાઓ સાથે યાવુ રાખીશું તમારો આભાર