اس لیکچر میں ترتیب اور سلسلہ ہم نمبروں کے ریاضی کے وسط اور ہندسی وسط پر مزید دریافت کریں
ریاضی کا b اور a گے مزید ہم ریاضی کی ترقی اور ہندسی ترقی پر کچھ مسائل سے نمٹنے کی کوشش کریں گے کہ دو نمبر دیے گئے ہیں
کے ہندسی وسط کی وضاحت اس طرح کی گئی ہے کہ b کو دیے گئے کوما b اور a کے مختصر کے لیے مثبت اعداد b اور a مطلب
کے مثبت مربع جڑ آئیے چند مثالوں کو دیکھتے ہیں نمبر 1 اور 2 کا ریاضی کا مطلب 1 جمع 2 ہے جس کو 2 سے تقسیم کیا گیا ہے۔ ab مصنوع
ہے اور 1 اور 2 کا ہندسی مطلب 2 کا مربع جڑ ہے۔ 1 اور 4 کا ریاضی کا مطلب 1 جمع 4 بذریعہ 2 ہے جو 2.5 ہے اور نمبر 1 اور 4 کا 1.5
ہندسی اوسط 4 کا مثبت مربع جڑ ہے جو 2 ہے۔ ریاضی 2 اور 8 کا مطلب 2 جمع 8 بذریعہ 2 ہے جو 5 ہے اور جیومیٹرک مطلب دو اور آٹھ کے
کا موازنہ کر سکتے ہیں؟ یہ gm اور am درمیان چار ہے آپ ان مثالوں سے مزید نمبروں کے ساتھ کھیل سکتے ہیں کیا آپ دو نمبروں کی قدر
سمجھیں کہ کون سا بڑا ہے آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ کم از کم اس مثال میں ریاضی کا مطلب ہندسی اوسط سے بڑا یا اس کے برابر ہے ان
معاملات میں سختی سے زیادہ کیا ہم اس عدم مساوات کا خواب عام صورت میں دیکھ سکتے ہیں کہ کیا یہ سچ ہے کہ ریاضی کا مطلب دو مثبت کے
دو مثبت حقیقی b اور a درمیان ہے؟ حقیقی اعداد ہمیشہ ہندسی مطلب سے بڑا یا اس کے برابر ہوتا ہے ہم اس سوال کو آگے طے کریں گے کہ
نمبر ہوں
ہے ہمیشہ جی سے بڑا یا اس کے برابر ہوتا am ہے ہم سوال پوچھیں گے کہ آیا ab جڑ gm ہے 2 اور b تو کیا ریاضی کا مطلب ایک جمع
سے بڑا ہے یا اس کے برابر ab بذریعہ 2 جڑ b سے بڑا یا اس کے برابر ہے کہ ہم یہ جاننا چاہیں گے کہ کیا ایک جمع gn ہے کیا یہ معاملہ
غیر منفی ہے am minus gm کے برابر ہے اگر فرق c ہے یہ سوال ہے کہ یہ
ہے ab مائنس دو گنا جڑ b ایک سادہ ہیرا پھیری کے ساتھ یہ ایک جمع a plus b by 2 minus root ab تو آئیے فرق پر غور کریں
am minus پورے مربع کا 2 اس طرح فرق b مائنس جڑ ہے a عدد کو مربع میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہندسہ جڑ e دو مکمل کرنے سے
ہیں حقیقی نمبر ان کا فرق ایک حقیقی b اور جڑ a کے پورے مربع کو 2 سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ نوٹ کریں کہ جڑ b مائنس جڑ a جڑ gm
am minus مکمل مربع غیر منفی ہے جو کہتا ہے کہ فرق b نمبر ہے اور حقیقی نمبر کا مربع ہمیشہ غیر منفی ہوتا ہے لہذا جڑ ایک مائنس جڑ
اس سے بڑا ہے یا مساوی جی ایم اے جمع بی 2 بذریعہ روٹ اے بی سے بڑا یا مساوی ہے اس طرح ہم نے ایک عام am غیر منفی ہے لہذا gm
عدم مساوات قائم کی جو کہتی ہے کہ دو مثبت نمبروں کا ریاضی کا مطلب ہمیشہ ان کے درمیان ہندسی اوسط سے بڑا یا am gm عدم مساوات
کے برابر ہوں پھر فرق صفر gm برابر ہوتا ہے کوئی سوال پوچھ سکتا ہے کہ کب ایکویلٹی ہولڈز آئیے ہم اپنی تحقیقات کی طرف واپس چلتے ہیں
ہے
مکمل مربع صفر کے ساتھ ملتی ہے اور جواب یہ ہے کہ جب جڑ بی کے برابر جڑیں b تو سوال یہ کم ہو جاتا ہے کہ جب جڑ ایک مائنس جڑ
کیونکہ ہم مثبت نمبروں کے ساتھ معاملہ کرتے ہیں
کے برابر b کے برابر کہنے کے مترادف ہے اس طرح مشاہدہ یہ ہے کہ برابری برقرار رہتی ہے اگر اور صرف اس صورت میں جب b تو یہ
دو نمبروں کے درمیان ریاضی کا مطلب نکالا جائے ہمیشہ یا سے بڑا ہو۔ ہندسی وسط کے برابر ان کے درمیان مزید ریاضی کا مطلب اور جیومیٹرک
وسط اسی وقت موافق ہوتا ہے جب دو نمبر برابر ہوں آئیے ہم اس ریاضی کے ہندسی وسط کے تعلق کو جیومیٹری طور پر ایک مستطیل پر غور کریں
ہے b اور a جس کی طرف کی لمبائی
ہے اب آئیے اس مستطیل کے رقبہ کے برابر رقبہ کے ab ہے اور رقبہ b جمع دو a تو مستطیل کا دائرہ مجموعہ ہوگا تمام اطراف جو کہ دو
کے ساتھ مربع ہونا چاہیں گے نوٹ کریں کہ مربع کے فارمولے کے لیے رقبہ کا مربع ہے سائیڈ اس ab ساتھ مربع پر غور کریں یعنی ہم رقبہ
کے رقبے پر سائیڈ ob کا مربع درکار ہے آئیے ہم اس مربع ab کے ساتھ مربع رکھنے کے لیے ہمیں تمام سائیڈ کی لمبائی جڑ ab لیے رقبہ
ہے تمام اطراف کی لمبائی کا مجموعہ ab چار گنا جڑ perimeter ہے اور ab کے مربع پر غور کریں واضح طور پر ab کی لمبائی جڑ
عدم مساوات b am gm اور a عدم مساوات کا اطلاق کرتے ہیں جو سائیڈ کی لمبائی am gm اس بات کو ذہن میں رکھیں آئیے ہم ان نمبروں پر
کہنے کے مترادف ہے دونوں طرف 4 سے b کے مساوی جو کہ 2 بار جمع 2 بار ab بذریعہ 2 زیادہ ہے یا روٹ b کہتے ہیں کہ ایک جمع
عدم مساوات کو دائرہ کے لحاظ سے تشریح کرتے ہوئے ہم مشاہدہ کرتے am gm سے بڑا یا مساوی ہے اس طرح ab ضرب دے کر 4 گنا جڑ
ہیں کہ برابر کے ساتھ تمام مستطیلوں میں رقبہ مربع کا دائرہ کسی دوسرے مستطیل کے دائرہ کے مقابلے میں کم سے کم ہے جس کا رقبہ ایک ہی
عدم amgm ہے اس عدم مساوات کا دائیں ہاتھ مربع کا دائرہ ہے اور اس عدم مساوات کا بائیں ہاتھ ایک مستطیل کے دائرہ کی نمائندگی کرتا ہے لہذا
مساوات کا فوری ترجمہ ہوتا ہے۔ ایک ہندسی حقیقت یعنی تمام مستطیلوں میں برابر رقبہ کے ساتھ مربع کا کم سے کم دائرہ ہوتا ہے اگلا میں ایک
تبصرہ کرتا ہوں ریاضی کا مطلب اور ہندسی مطلب ہم دو مثبت حقیقی اعداد کی وضاحت کی ہے ہم اس کو عام کر سکتے ہیں اور حقیقی نمبروں کی
وغیرہ اور a 2 حقیقی اعداد ایک 1 n محدود تعداد کے عین مطابق ہونے کے لیے ریاضی کے وسط اور ہندسی وسط کی وضاحت کر سکتے ہیں
کے طور پر بیان کیا گیا ہے۔ ایک 2 وغیرہ ایک 1 جمع ایک 2 جمع وغیرہ کے برابر ہے ایک جمع am ان نمبروں کے ریاضی کے اوسط کو 1 کے
دیا ہے a 2 پوزیٹوریلز کو 1 n ہم تمام اعداد کو شامل کرتے ہیں اور حقیقی نمبروں کی تعداد سے تقسیم کرتے ہیں ہم نے اسی طرح n
مصنوعات کے برابر ہے gm of a1 a2 etc an تو ان اعداد کا ہندسی وسط ہے مندرجہ ذیل کے طور پر وضاحت کی گئی a 1 a 2 a
کے برابر ہوتا ہے 2 n ویں جڑ نمبروں کی پیداوار کا مشاہدہ کریں کہ جب 3 etcetera a power 1 by n n
عدم am gm تو یہ اس فارمولے تک کم ہوجاتا ہے جو ہمارے پاس تھا دو نمبروں کے درمیان ہندسی وسط کے لیے میں بغیر ثبوت کے بتاتا ہوں کہ
مثبت حقیقی کے ایک سیٹ کے لیے رکھتی ہے جو کہ مثبت حقیقی ایک ایک دو میں دیا جاتا ہے اور اسی طرح ان نمبروں کا ریاضی کا n مساوات
ہوتا ہے۔ جیومیٹرک کے مقابلے یا اس کے برابر کھانے والے کا مطلب یہ ہے کہ اس عدم مساوات کو قائم کرنا ایک اچھی مشق gr مطلب ہمیشہ
ہوگی کہ ہمارے پاس یہ عدم مساوات دو حقیقی نمبروں کے مثبت حقیقی اعداد کی صورت میں ہے جو ایک بہت ہی معمولی حقیقت سے نکلی ہے کہ
عدم مساوات کو بنیاد کے طور پر استعمال کرتے ہوئے صفر کے am gm کسی بھی حقیقی نمبر کا مربع بڑا ہوتا ہے۔ دو حقیقی نمبروں کے لیے
مثبت حقیقی کے لیے قائم کرنے کی کوشش کر سکتا ہے اس کے بعد آئیے ایک لامحدود سیریز کی n مقابلے یا اس کے برابر اور کوئی بھی اسے
طرف واپس جائیں جیسا کہ میں نے پچھلے لیکچرز میں بتایا تھا کہ ایک محدود رقم کے برعکس ایک لامحدود رقم یا ایک لامحدود سلسلہ کو سیدھے
آگے نہیں بڑھایا جاسکتا ہے کہ ہم کیا کرتے ہیں ہم جزوی رقم کی ترتیب تلاش کرتے ہیں اس کے بعد ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ جزوی رقم کی ترتیب
کا کیا ہوتا ہے کیونکہ اگر جزوی رقم کی ترتیب قریب آتی ہے
بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے ہم کہتے ہیں کہ سلسلہ سمیبل یا کنورجنٹ n بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے۔ ایک مقررہ حقیقی عدد کے لیے جیسے ہی n تو
کو اس تناظر میں سیریز کے مجموعہ کے طور پر سمجھا جاتا e ہو گی۔ b ہے اور وہ مقررہ عدد جس کے جزوی رقم کی ترتیب قریب آتی ہے
ہے ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ ایک ہندسی سیریز لامحدود ہندسی سیریز کا خلاصہ ہے اگر مشترکہ تناسب مائنس 1 اور 1 کے درمیان ہے دونوں کو
دوسری صور r کنورجنٹ کی صورت میں مزید خارج کر دیا گیا ہے جس میں ایک بذریعہ 1 مائنس کا فارمولہ دیا گیا ہے۔
توں میں یعنی 1 سے زیادہ یا اس کے برابر مشترک تناسب کا ماڈیولس ہندسی سیریز کا رخ موڑتا ہے کوئی ایک لامحدود ہندسی سیریز سے ملتا جلتا
d so جمع ڈا جمع 2 دیا گیا ہے؟ aa پوچھ سکتا ہے کہ ہم ایک لامحدود ریاضی کی سیریز پر غور کیوں نہیں کرتے جس کو ریاضی کی ترقی

on a جمع n 1 مائنس d
کے بارے میں بات کر سکتے ہیں کیا ہم ریاضی کی ترقی کی تمام d مائنس n 1 جمع a to infinity کے برابر sum n 1 تو کیا ہم
شرائط کے مجموعے کے بارے میں بات کر سکتے ہیں کہ آیا یہ سلسلہ اس کا جواب دینے کے لیے جمع ہے؟ سب سے پہلے ہمیں مندرجہ ذیل
جمع اسی طرح متضاد ہونے کا مطلب ہے کہ a 1 جمع a2 جمع a3 برابر ہے 1 سے لامحدود سیریز ann مشاہدہ کرنے دیں آئیے سمیشن
آپ ان تمام اصطلاحات کو شامل کر سکتے ہیں اور ایسی صورت میں ایک محدود قدر کے ساتھ ختم کریں آپ جانتے ہیں کہ جزوی رقم کی متعلقہ
بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے n کنورجنٹ ہے جو کہ an پلس وغیرہ پلس a1 جمع a2 برابر sn ترتیب جو کہ جزوی رقم کی ترتیب ہے یعنی
جزوی کی ترتیب رقم ایک مقررہ تعداد کے کافی قریب ہو جاتی ہے آئیے ہم اسے ہاں کہتے ہیں اس طرح اس مفروضے کے ساتھ کہ دی گئی سیریز
بڑا اور بڑا n سمیبل یا کنورجینٹ ہے ہمارے پاس جزوی رقم کی اسی ترتیب ہے کنورجنسی ہے اس سے آپ کو یہ بتانا چاہیے کہ جیسے جیسے
بڑا ہوتا ہے n کے قریب ہے یاد رکھیں جب s مائنس دونوں sn 1 اور sn ہوتا جائے گا
کے درمیان کوئی بڑا فرق نہیں ہوتا ہے اور ایک ترتیب کے ہم آہنگی سے ہمارا مطلب یہ ہے کہ جب ہم ترتیب کے اختتام کی n مائنس 1 اور n تو
طرف بڑھتے ہیں
سے متصل ہو جائے sn yes تو تمام اصطلاح ایک مقررہ تعداد کے قریب ٹھہر جاتی ہے۔ ہاں اس لیے ایک بار جب
بڑا ہو n کے بہت قریب ہو گا جب s مائنس 1 اس مقررہ sn اور sn تو
کا مجموعہ ہے۔ 2 جمع وغیرہ جمع اس وجہ سے a جمع a 1 اصطلاحات n پہلی sn تو نوٹ کریں کہ an is sn minus sn
minus 1 nth term اور sn مائنس 1 ٹرم کے درمیان فرق جزوی رقم کی ترتیب کی ہے نوٹ کریں کہ n ٹرم اور nth وہی ہے جو sn
کی طرف م am لامحدود n بڑا ہو جاتا ہے اس لیے بدیہی طور پر یہ واضح ہونا چاہئے کہ حد n کے قریب ہیں جب s مائنس 1 دونوں
بڑا ہو جائے گا آئیے ہم ترتیب n کے قریب ہیں فرق 0 کے قریب ہو جائے گا جب s مائنس ون دونوں sn اور sn توجہ ہونا صفر ہے کیونکہ
کے قریب ہوں گے s مائنس sn 1 اور sn کی حد کی قطعی تعریف میں داخل نہ ہوں اور اسی طرح پر لیکن ایک بدیہی احساس ہے کہ جب
لامحدودیت کی طرف جھکاؤ اور صفر ہے n تو فرق صفر کے قریب ہو جائے گا لہٰذا حد
تو ہمارے پاس کیا ہے ہم نے اس حقیقت کے ساتھ آغاز کیا کہ لامحدود سلسلہ متضاد ہے لامحدود سلسلہ آخر میں ایک محدود حقیقی نمبر کی
کے برابر ہوتا ہے اس صورت میں ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ اصطلاحات s جمع وغیرہ کچھ a 3 جمع a 2 جمع a 1 نمائندگی کرتا ہے
انفینٹی کی طرف n کی طرف جاتا ہے جیسا کہ n 0 a کا مطلب ہے an convergent کو 0 کے قریب ہونا چاہئے اس طرح خلاصہ
ہوشیار رہو p کا مطلب نہیں q یہ منطقی طور پر مساوی ہے q کا مطلب ہے p رجحان رکھتا ہے یاد کریں کہ اگر آپ کے پاس ایک بیان ہے
ہماری مشاہداتی سیریز کے خلاصے پر واپس نہیں جانا ہے۔ ایک p کے مترادف ہے اس کا مطلب q منطقی طور پر نہیں q کا مطلب ہے p
بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے لہٰذا اس منطقی مساوات کو لاگو کرنے سے n متضاد ہے کا مطلب یہ ہے کہ اصطلاحات 0 کے قریب ہو جاتی ہیں کیونکہ
ویں اصطلاح صفر کی طرف نہیں جاتی ہے n کے بڑے اور بڑے ہونے پر n کسی کو یہ مشاہدہ کرنے کے قابل ہونا چاہئے کہ اگر
تو ہم یہ
کے قریب نہیں آتا ہے کیونکہ لامحدودیت کی طرف مائل ہوتا ہے an 0 توقع نہیں کر سکتے کہ متعلقہ سیریز ہے کنورجنٹ اگر
متضاد نہیں ہے دوسرے لفظوں میں کہ خلاصہ ایک محدود قدر کی نمائندگی نہیں کرسکتا ہے یہ خلاصہ نہیں ہے یہ دیکھنے کے an تو خلاصہ
لئے طاق
تور ٹیسٹوں میں سے ایک ہونے والا ہے کہ آیا سیریز ہے متنوع معنی متضاد نہیں اگر آپ دیکھتے ہیں کہ سیریز کی اصطلاحات 0 کے قریب نہیں
فوری طور پر بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے n ہو رہی ہیں کیونکہ
پلس aa تو آپ یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں اس مشاہدے کو مدنظر رکھتے ہوئے متعلقہ سیریز کا خلاصہ نہیں ہے، آئیے ایک ریاضی کی پیشرفت
مائنس 1 میں n جمع a سے لامحدود n 1 وغیرہ کے پیش نظر سوال کی طرف واپس چلتے ہیں کیا لامحدود سیریز کا خلاصہ d جمع da 2
میں ایک جمع d ٹرم nth کنورجنٹ ہے لامحدود سیریز آخر میں ایک عدد حقیقی قدر کی نمائندگی کرتی ہے نوٹ کریں کہ اس سیریز کے لیے d
کا مشترکہ فرق d اور a کا ایک بار ap متعین حقیقی اعداد ہیں جو بالترتیب پہلی ٹرم ہیں اور d اور a مائنس 1 ہے ذہن نشین کر لیں کہ n
طول n بڑا ہو جاتا ہے جب d مائنس 1 میں n کے برابر نہیں ہے ہم دیکھتے ہیں کہ ایک جمع 0 d ہے۔ یہ فرض کر کے طے کیا جاتا ہے کہ
مثبت نمبر ہے d و عرض میں بڑا ہو جاتا ہے اگر
بڑا ہو جائے n کیونکہ d مائنس 1 میں n تو
بڑا ہو جاتا ہے n جب d مائنس 1 میں n منفی ہے d تو لامحدودیت کے قریب آتا ہے اور اگر
میں جمع انفینٹی یا مائنس انفینٹی جو ہم نے d مائنس 1 کو n کو محدود کریں لامحدودیت کی طرف پلس n تو مائنس انفینٹی کے قریب آتا ہے لہٰذا
بڑا ہو جاتا ہے لہٰذا n ویں اصطلاح ہے اس سلسلے کی جس میں ہمیں دلچسپی ہے یعنی ریاضی کی سیریز 0 کے قریب نہیں آتی جب n دیکھا وہ
برابر 1 سے لامحدود نہیں ہے چونکہ سیریز dn مائنس n 1 پچھلے مشاہدے کے مطابق ہمارے پاس متعلقہ سیریز جمع نہیں ہے اس لیے جمع
بڑا ہو جائے n ویں اصطلاح 0 کے قریب نہیں آتی ہے جبn کی
کے برابر ہو d کے برابر نہ ہو اور اگر d 0 تو متعلقہ سلسلہ متضاد نہیں ہوتا ہے اگر
لامحدود کی 0 ویں اصطلاح کے برابر ہو جس سلسلے میں ہماری دلچسپی ہے وہ ایک تک کم ہو جاتی ہے جو طے شدہ ہے اس d تو دوبارہ جب
انفینٹی کی طرف n صفر کی حد نہیں ہوتی a ویں اصطلاح صفر کے قریب نہیں ہو جاتی جب n لامحدودیت کی طرف مائل ہونے سے n لیے
نہیں ہے a 0 ویں اصطلاح ہے 0 نہیں ہوتی ہے اگر n جو کہ a مائل ہوتی ہے
تو کیا ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ اگر مشترکہ فرق 0 ہے اور پہلی اصطلاح 0 نہیں ہے
جمع اے پی a ہے اور اسی طرح یہاں نویں اصطلاح صفر کے قریب نہیں آرہی ہے لہٰذا متعلقہ سیریز aaa تو ریاضی کی ترقی lus a
کے برابر ہے اس صورت میں d محدود نہیں ہے یا یہ متضاد نہیں ہے صرف اس صورت میں باقی ہے جو 0 کے برابر ہے اور plus soon
ریاضی کی ترقی 0 0 0 ہے اور اسی حساب کی سیریز 0 جمع 0 جمع ہے اور جو ظاہر ہے کہ خلاصہ ہے اور رقم 0 ہے۔ معمولی صورت کے
میں متضاد نہیں d مائنس 1 کو n جمع a علاوہ نتیجہ اخذ کرنے کے لیے جو سلسلہ ریاضی کی پیشرفت سے مطابقت رکھتا ہے یعنی سمیشن
کی کچھ قدروں کے لیے متضاد ہے زیادہ r ہے یہ جیومیٹرک سیریز کے برعکس ہے ہندسی سیریز جو ایک سیریز ہے۔ ہندسی ترقی کے مطابق
کے لیے مائنس 1 اور 1 دونوں کے درمیان پڑے ہوئے جیومیٹرک سیریز کو چھوڑ کر کنورجنٹ ہے مجھے اس مشاہدے پر زور r واضح طور پر
سے لامحدود کے برابر ہے ann 1 دینے دو اگر ہم نے کیا تھا اگر سمیشن
لامحدودیت کی n ریاضی کے لحاظ سے بڑا ہو جاتا ہے کیونکہ حد n کے قریب ہے کیونکہ an 0 تو [موسیقی] جس کا مطلب یہ ہے کہ
بیان کے متضاد کو لیتے ہوئے یعنی اگر آپ کے y ہے b طرف جاتا ہے اور صفر کے برابر ہوتا ہے ہم اس نتیجہ کو کیسے استعمال کرتے ہیں
کے برابر ہے اور اگر آپ یہ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک اصطلاح اور اصطلاح 0 کے قریب نہیں ہے an کے لامحدود n 1 پاس سیریز کا خلاصہ
فوراً بڑا ہو جاتا ہے n کیونکہ
بڑا ہو جاتا ہے جو n ویں اصطلاح 0 کے قریب ہو جاتی ہے کیونکہ n تو ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ سیریز ہے متضاد نہیں تاہم اگر

کے 1 کے لامحدود ہونے کے بارے میں کسی بھی چیز کی ضمانت نہیں دیتا ہے اور ذہن میں رکھیں کہ اگر کوئی n لامحدود سیریز کے مجموعے
[موسیقی] من مانی طور پر بڑھتا ہے۔ بڑے n کے قریب ہو جاتا ہے جیسا کہ 0
متضاد بہت اہم تبصرہ ہے اور اس تبصرہ کو بڑھانے کے لئے میں آپ کو ایک مثال an تو [موسیقی] ہم یہ نتیجہ اخذ نہیں کر سکتے کہ خلاصہ
پر غور کریں 3 by 1 2 by دیتا ہوں آئیے ہم ترتیب 1 1
یعنی 1 جمع 1 بذریعہ 2 جمع 1 بذریعہ 3 جمع وغیرہ یاد کرتے ہیں کہ ہم نے n پر اسی طرح کی سیریز ہوگی۔ خلاصہ 1 بذریعہ n by تو 1
سے 2 2 پاور سے بڑا یا اس کے برابر ہے۔ n جمع 1 n پاور 2 s ثابت کیا کہ اس سیریز کے جزوی مجموعہ میں یہ خاصیت ہے کہ
سے 2 سے زیادہ یا اس کے برابر ہے۔ لہذا جزوی رقم کی ترتیب پابند نہیں ہے یہ بڑھتی ہی جارہی ہے لہذا ہم یہ n جزوی رقم 1 جمع nth
توقع نہیں کرسکتے ہیں کہ جزوی رقم کی ترتیب ایک مقررہ تعداد کے قریب رہے گی جو کہ کہنے کے برابر ہے۔ سیریز دوسرے لفظوں میں
ویں اصطلاح یعنی 1 بذریعہ 0 n0 متضاد نہیں ہے 1 جمع 1 از 2 جمع 1 بذریعہ 3 جمع وغیرہ کسی محدود حقیقی عدد کی نمائندگی نہیں کرتا تاہم
لامحدودیت کی n کے قریب آتا ہے کیونکہ 0 n کنورجنٹ نہیں ہوتا ہے لیکن 1 بذریعہ n سگما 1 بذریعہ n کے قریب ہو جاتا ہے کیونکہ
صفر اختتام کے قریب نہیں آتی ہے an ویں اصطلاح n طرف جاتا ہے اس طرح جب آپ کے پاس سیریز کا خلاصہ ہوتا ہے اور جب
ویں اصطلاح 0 پر جاتی ہے n تو یہ سلسلہ متضاد نہیں ہوتا ہے جبکہ اگر
تو ہم نہیں کر سکتے۔ سیریز کے بارے میں کچھ بھی دعویٰ کریں یہ زیادہ واضح ہو جائے گا اگر میں ایک اور مثال دیتا ہوں
مائنس 1 اور متعلقہ سیریز n تو میں 1 جمع 1 از 2 جمع 1 بذریعہ 4 جمع 1 بذریعہ 8 پلس وغیرہ پر غور کرتا ہوں جو کہ ترتیب 1 بذریعہ 2 پاور
مائنس 1 یہ دیکھنا مشکل نہیں ہے کہ یہ ایک ہندسی سیریز ہے جس کی پہلی n سے لامحدود 1 کے برابر ہے 2 پاور 1 n کا مجموعہ ہے۔
اصطلاح 1 ہے اور اسی ہندسی ترقی کے لئے مشترکہ تناسب 1 بائی 2 ہے جو 1 سے کم ہے۔ مشاہدہ ہمارے پاس پہلے تھا کہ یہ سلسلہ متضاد
by اصطلاح یعنی 1 nth قسم کا ایک فارمولا ہے اب آپ مشاہدہ کریں کہ sum a by 1 minus r ہے اور درحقیقت ہمارے پاس اس کے
n بڑا ہوتا ہے۔ کافی ہے اس لیے اس مثال میں ایک 0 کی طرف ہوتا ہے جیسا کہ n مائنس 1 0 کے قریب ہو جاتا ہے کیونکہ 2 power n
کے طور پر n کا رجحان 0 an ہے جبکہ پچھلی مثال میں an convergent کی طرف رجحان summation اور infinity
ویں اصطلاح متغیر نہیں ہو رہی ہےn لامحدودیت کی طرف ہوتا ہے لیکن اگر کسی سیریز کی
متضاد نہیں ہے اور اگر یہ an کو جمع کرنے کے لیے متغیر نہیں ہے۔ 0 پر فوری طور پر سیریز کا خلاصہ ختم کریں summation an تو
پر اکٹھا ہو جاتا ہے 0
کے بارے میں تکنیکی تفصیلات کے بارے di تو ہم متعلقہ سیریز کے خلاصے کے بارے میں کچھ نتیجہ اخذ نہیں کر سکتے ہیں اور کنورجنس
میں زیادہ پریشان نہ ہوں سیریز کا نقطہ نظر لیکن اس کا ایک بدیہی احساس حاصل کرنے کی کوشش کریں یہ کہتے ہوئے کہ آئیے اس تصور کی
بنیاد پر کچھ مسائل کی طرف چلتے ہیں جن پر ہم نے اب تک بات کی ہے اس مسئلے سے آپ کو ان فارمولوں کے بارے میں یاد دلانے میں مدد ملے
کی ap اور اسے آپ کی نظریاتی سمجھ کو پورا کرنا چاہئے پہلا مسئلہ یہ ہے کہ 2 gp گی جو ہم نے اے پی اور میں تیار کیے ہیں۔
جمع 50 کے تناسب میں ہے آپ سے ان کی بارہویں مدت کا تناسب معلوم کرنے کے لئے کہا گیا n 7 x جمع 8 n اصطلاحات کا یہ مجموعہ 3
d دیا گیا ہے ap اور عام فرق کے ساتھ ایک a شرائط براہ کرم یاد رکھیں کہ پہلی اصطلاح n کی ap ہے کہ اعداد و شمار کا تناسب ہے 2
کے ساتھ نمٹنا ہے آئیے ہم ap اصطلاحات کا مجموعہ تلاش کرنے کے لئے ایک فارمولہ ہے کیونکہ ہمیں یہاں دو n کی ep ہمارے پاس اس
کو کال کریں d1 اور عام فرق a1 ریاضی ترقی کی پہلی اصطلاح ہے آئیے ہم ap فرض کرتے ہیں کہ پہلی
ہے پھر d2 اور عام فرق a2 میں پہلی اصطلاح ap ہوگا اور اسی طرح چلیں دوسری 1 d جمع 2 1 a d1 جمع a1 a1 ap تو
مائنس n ٹرم پہلی ٹرم ہے پلس nth کی ap اور اسی طرح پہلی d2 جمع 2 a2 کی طرح نظر آئے گی۔ پلس ڈی 2 a2 a2 ap دوسری
یہ فارمولہ ہم نے پہلے ہی تیار کر لیا ہے اب ہمیں d2 مائنس 1 گنا عام فرق n کی نویں ٹرم پہلی ٹرم ہے ap میں مشترک فرق میں دوسری 1
کے ذریعے n شرائط کا مجموعہ فارمولے n کی پہلی ap شرائط کے مجموعے کا تناسب ہے یاد کریں کہ n کی ap کیا دیا گیا ہے 2
شرائط کے مجموعے کے لیے ہے اسی طرح n کی ap مائنس 1 کے ساتھ عام فرق میں دیا گیا ہے یہ پہلی n پہلی اصطلاح کے 2 2 گنا جمع
مائنس 1 میں مشترک فرق میں جو آپ کو دیا گیا ہے وہ ہے n سے 2 پہلی اصطلاح میں جمع 2 n اصطلاحات کا مجموعہ n کی ap دوسری
کو دیا 2 d مائنس 1 میں n جمع 2 a 2 1 a 2 2 by n by d1 مائنس 1 میں n جمع a 2 2 by n ان دو مقداروں کا تناسب
by 1 d مائنس 1 میں n کو دو کے ذریعے منسوخ کرنا دی گئی حقیقت دو ایک ایک جمع n جمع پندرہ اس n جمع 8 ضرب سات n گیا ہے 3
پہلی اصطلاح اور فائی کا 1 d اور 1 a جمع 50۔ یاد رکھیں n 7 a by جمع n برابر ہے 3 2 d ہے مائنس 1 میں n جمع 2 a 2
پر مشترکہ فرق نامعلوم ہیں اور یہ آپ کو آسان بنانے کے بعد صرف ap پہلی اصطلاح اور دوسری d2 اور rst ap a2 مشترکہ فرق
ایک مساوات فراہم کرے گا اور بہت سے نامعلوم ہیں لہذا ہم اس کے حل ہونے کی
توقع نہیں کرسکتے ہیں تاہم آئیے دیکھتے ہیں کہ سوال کا سوال کیا ہے تلاش کرنے کے بارے میں بارہویں ٹرم کا تناسب یاد رکھیں ہمارے پاس
پہلی اے پی کی نویں ٹرم اور سیکنڈ اے پی کی نویں ٹرم کا فارمولا ہے اس لیے پہلے اے پی کی بارہویں ٹرم 1 جمع 11 میں ڈی 1 اور 12ویں ٹرم
کا تناسب معلوم کرنے کے لیے d2 جمع 11 کا a2 سے d1 جمع 11 کا a1 جمع 11 ہوگی اس a2 میں d2 سیکنڈ اے پی کی 11ویں ٹرم
برابر 2 d مائنس 1 سے n جمع 2 a 2 by 1 d in مائنس 1 n جمع 1 a ہم سے یہ پوچھا جاتا ہے اور ہمارے پاس جو ہے وہ ہے 2
a تلاش کرنے کے مترادف ہے 2 d2 جمع 11 a2 جمع 1180 بذریعہ a1 جمع 50 یہ وہی ہے جو ہمارے پاس n جمع 8 بذریعہ 7 n 3
کا i مائنس 1 n جمع 1 a ضرب کریں 2 کے ساتھ اب دیکھیں کہ ہمارے پاس کیا ہے 2 i 2 d جمع 22 2 a 2 by 1 d جمع 22 1
کے برابر ہے n مائنس 1 کی جگہ ہمیں 22 کی ضرورت ہے جو کہ n میں d2 مائنس 1 میں n جمع 2 a کے ساتھ 2 nto d1 تناسب
کے برابر 23 ڈال کر حاصل کیا جا سکتا ہے۔ ستارہ بہ ستارہ میں n کے برابر 23 ڈال کر n اس لیے مطلوبہ تناسب دی گئی مساوات میں 23
برابر ہے 3 2 d جمع 22 2 a 2 by 1 d جمع 22 1 a کے برابر 23 ڈالتے ہوئے ہمارے پاس 2 n میرا مطلب ہے کہ اس مساوات کو
میں 23 جمع 8 ضرب 7 میں 23 جمع 50 اب اس تناسب کو آسان بنا رہے ہیں جواب حاصل کریں میرے خیال میں جواب 7 بائی 16 ہے براہ کرم
ہیرا پھیری کریں اور تصدیق کریں کہ ہم اگلی کلاس میں اے پی اور جی پی پر مزید مسائل کے ساتھ جاری رکھیں گے شکریہ