

ଏହି ବକ୍ତବ୍ୟରେ କ୍ରମ ଏବଂ କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ଆମେ ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ଉପରେ ଅଧିକ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବୁ ଆମେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଗତି ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ପ୍ରଗତି ଉପରେ କିଛି ସମସ୍ୟାର ମୂଳାବଲମ୍ବ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବୁ ଯାହା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ a ଏବଂ b ଆରିଥମେଟିକ ଅର୍ଥାତ୍ a ଏବଂ b ର ଅଭାବ ପାଇଁ ପ୍ରଦାନ କରିବ | ପଢ଼ିବୁ ନମ୍ବରକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦ୍ଵାରା defined ାରା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଏ ଏବଂ କମା ର ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥକୁ ଉପାଦାନ ସକାରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି, ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ସଂଖ୍ୟା 1 ଏବଂ 2 ର ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି 1 ପ୍ଲସ୍ 2 ଯାହା ଦ୍ଵାରା ବିଭକ୍ତ | ହେଉଛି 1.5 ଏବଂ 1 ଏବଂ 2 ର ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି 2 ର ବର୍ଗ ମୂଳ | 1 ଏବଂ 4 ର ଆରିଥମେଟିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି 1 ପ୍ଲସ୍ 4 ଦ୍ଵାରା 2 ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା 1 ଏବଂ 4 ର ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି 4 ର ସକାରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ଯାହାକି 2. ଆରିଥମେଟିକ୍ | 2 ଏବଂ 8 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 2 ପ୍ଲସ୍ 8 by 2 ଯାହାକି 5 ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ଦୁଇଟି ଆଠ ମଧ୍ୟରେ ଚାରିଟି ତୁମ୍ଭେ ଏହି ଉଦାହରଣରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଖେଳିପାରିବ ତୁମ୍ଭେ th ରେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର am ଏବଂ gm ମୂଲ୍ୟ ତୁଳନା କରିପାରିବ | ଇ ଅର୍ଥ ହେଉଛି କେଉଁଟି ବଡ଼, ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ ଅଳ୍ପତମ least ପକ୍ଷେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଏହି ଅସମାନତାକୁ ସ୍ଵପ୍ନରେ ଦେଖିପାରିବା ଯାହା ସତ୍ୟ ଯେ ଦୁଇଟି ସକାରାତ୍ମକ ମଧ୍ୟରେ ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ | ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ଜ୍ୟାମିତିକ ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା ଏବଂ a ଏବଂ b କୁ ଦୁଇଟି ସକାରାତ୍ମକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ହେବାକୁ ଦିଅ, ତେବେ ଆରିଥମେଟିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ଦ୍ଵାରା ଏବଂ gm ହେଉଛି ମୂଳ ab ଆମେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିବୁ କି ନାହିଁ | ସର୍ବଦା g ରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ, ଏହା ହେଉଛି gn ଠାରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ ଯାହା ଆମେ ଜାଣିବାକୁ ଚାହିଁବୁ ଯେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ଦ୍ଵାରା root ାରା ମୂଳ ab ଠାରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ, ତାହା ହେଉଛି ପ୍ରଶ୍ନ ଯଦି c ର ପରିମାଣ ଅଟେ ପାର୍ଥକ୍ୟ am minus gm ଅଣ-ନକାରାତ୍ମକ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଏକ ସରଳ ମନିପୁଲେସନ୍ ସହିତ ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ଦ୍ଵାରା 2 ମାଇନସ୍ ରୁଟ୍ ab କୁ ବିଚାର କରିବା ଏହା ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ମାଇନସ୍ ଦୁଇଥର ମୂଳ ab ଦ୍ଵାରା two ାରା ଦୁଇଟି ସମାପ୍ତ e ସଂଖ୍ୟାକୁ ବର୍ଗରେ ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି ଏକ ମାଇନସ୍ ରୁଟ୍ b ସମଗ୍ର ବର୍ଗକୁ 2 ଦ୍ଵାରା thus ାରା ପାର୍ଥକ୍ୟ ହେଉଛି ମାଇନସ୍ gm ପାର୍ଥକ୍ୟ ଏକ ମାଇନସ୍ ରୁଟ୍ ସହିତ ସମାନ | ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କର ପାର୍ଥକ୍ୟ ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ସର୍ବଦା ଅଣ-ନକାରାତ୍ମକ ଅଟେ

ତେଣୁ ମୂଳ ଏକ ମାଇନସ୍ ରୁଟ୍ b ପୁରା ବର୍ଗଟି ନକାରାତ୍ମକ ନୁହେଁ ଯାହା କହିଥାଏ ଯେ ମାଇନସ୍ gm ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଣ-ନକାରାତ୍ମକ ତେଣୁ ମୁଁ ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା gma plus b ଦ୍ଵାରା ସମାନ ରୁଟ୍ ab ଠାରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ ତେଣୁ ଆମେ ଏକ ସାଧାରଣ ଅସମାନତା am gm ଅସମାନତା ପ୍ରତିଷ୍ଠା କଲୁ ଯାହା କହିଥାଏ ଯେ ଦୁଇଟି ସକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ସର୍ବଦା ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥଠାରୁ ବଡ଼ କିମ୍ବା ସମାନ, ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିପାରେ | ସମାନତା ଧରିବା ଆମ ଅନୁସନ୍ଧାନକୁ ଫେରିଯିବା gm ସହିତ ସମାନ ତେବେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ

ତେଣୁ ପ୍ରଶ୍ନଟି ହ୍ରାସ ହୁଏ ଯେତେବେଳେ ମୂଳ ଏକ ମାଇନସ୍ ରୁଟ୍ b ସମଗ୍ର ବର୍ଗ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମକକ୍ଷ ହୁଏ ଏବଂ ଉତ୍ତରଟି ହେଉଛି | 's ଯେତେବେଳେ ମୂଳ b ରୁଟ୍ ସହିତ ସମାନ, ଯେହେତୁ ଆମେ ସକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ କାରବାର କରୁ, ଏହା b ସହିତ ସମାନ କହିବା ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ହେଉଛି ସମାନତା ଧାରଣ କରେ ଯଦି କେବଳ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ସମାପ୍ତ କରିବାକୁ b ସହିତ ସମାନ ଥାଏ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ସହିତ ସମାନ, ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ସମକକ୍ଷ ହୁଏ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହୁଏ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଗାଣିତିକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ସମ୍ପର୍କକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଜ୍ୟାମିତିକ ଭାବରେ ପାର୍ଶ୍ଵ ଦ୍ଵାରା length ଧ୍ୟା a ଏବଂ b ସହିତ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରକୁ ବିଚାର କରିବା ପରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ସମାପ୍ତ ହେବ | ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ଵ which ଯାହା ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି b ଏବଂ ଏରିଆ ହେଉଛି ବର୍ଗମାନ ଆସନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ର ସହିତ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ର ସହିତ ଏକ ବର୍ଗକୁ ବିଚାର କରିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆମେ କ୍ଷେତ୍ର ସହିତ ଏକ ବର୍ଗ ପାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ ଯେ କ୍ଷେତ୍ର ପାଇଁ ଏକ ବର୍ଗ ସ୍ଵତ୍ଵ ପାଇଁ ବର୍ଗ ଅଟେ | ପାର୍ଶ୍ଵରେ ଏରିଆ ସହିତ ଏକ ବର୍ଗ ରହିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ଵ ଦ୍ଵାରା length ଧ୍ୟର ମୂଳ ବର୍ଗର ବର୍ଗ ଆବଶ୍ୟକ କରିବା, ଆସନ୍ତୁ ପାର୍ଶ୍ଵ ଦ୍ଵାରା s ଧ୍ୟର ମୂଳ ବର୍ଗର ବର୍ଗକୁ ବିଚାର କରିବା ଏବଂ ତା' ପରେ ଏହି ବର୍ଗର କ୍ଷେତ୍ର | ଚତୁରଠାର ସହିତ ab ଏବଂ ପରିସୀମା ହେଉଛି ଚାରି ଗୁଣର ମୂଳ ab ସମସ୍ତ ସବୁ ପାର୍ଶ୍ଵ s ର ଦ୍ଵାରା s ଧ୍ୟ ଏହାକୁ ମନେରଖନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ ପାର୍ଶ୍ଵ ଦ୍ଵାରା length ଧ୍ୟକୁ ପ୍ରତିନିଧି କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେ am gm ଅସମାନତାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଏବଂ b am gm ଅସମାନତା କହୁଛି ଯେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ଦ୍ଵାରା ବଡ଼ କିମ୍ବା ରୁଟ୍ ab ସହିତ ସମାନ, ଯାହା 2 ଗୁଣ ଯୁକ୍ତ 2 ଗୁଣ b ସହିତ ସମାନ, ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ଵରେ 4 ସହିତ ଗୁଣନ କରି 4 ଗୁଣ ମୂଳ ab ଠାରୁ ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ପରିମାପ ଦୃଷ୍ଟିରୁ am gm ଅସମାନତାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରି ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ସମସ୍ତ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ସମାନ | ବର୍ଗର ପରିସୀମା ଅନ୍ୟ କ ect ଶସି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ତୁଳନାରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଅଟେ, ସେହି ସମାନ ଅଞ୍ଚଳର ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ଵକୁ ବର୍ଗର ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗକୁ ମନେ ପକାଇଥାଏ ଏବଂ ଏହି ଅସମାନତାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ଵ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମାକୁ ପ୍ରତିପାଦିତ କରେ

ତେଣୁ amgm ଅସମାନତା ତୁରନ୍ତ ଅନୁବାଦ କରେ | ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟକୁ ଯଥା ସମାନ କ୍ଷେତ୍ର ସହିତ ସମସ୍ତ ଆୟତକାର ମଧ୍ୟରେ ବର୍ଗର ସର୍ବନିମ୍ନ ପରିସୀମା ଅଛି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ମୋଡେ ଏକ ଚିପ୍ପଣୀ ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ କହିବାକୁ ଦିଅ | ଦୁଇଟି ପଢ଼ିବୁ ରିଅଲ୍ ନମ୍ବର ପାଇଁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଛୁ ଆମେ ଏହାକୁ ସାଧାରଣ କରିପାରିବା ଏବଂ ଅସଲି ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିପାରିବା n ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 a 2 ଇସେଟେରା ଏବଂ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥକୁ 1 ର ପରିଭାଷିତ କରାଯାଏ | ଏକ 2 ଇସେଟେରା ଏକ 1 ପ୍ଲସ୍ ସହିତ 2 ପ୍ଲସ୍ ଇସେଟେରା ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିଥାଉ ଏବଂ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ଵାରା div ାରା ବିଭାଜିତ କରୁ, ସମାନ ଭାବରେ n ଯୋଡ଼ିଗୋରିଆଲ୍ କୁ 1 a 2 ଦେଇଛୁ

ତେଣୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି | ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ g1 a1 a2 ଇତ୍ୟାଦି ପରିଭାଷିତ ହୋଇଛି, ଉପାଦ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ a 1 a 2 a 3 etcetera ଏକ ଶିକ୍ଷା 1 ଦ୍ଵାରା ଉପାଦର n n ମୂଳକୁ ଦେଖେ ଯେ n ଯେତେବେଳେ 2 ସହିତ ସମାନ ହୁଏ ଏହା ଆମ ସୂତ୍ରକୁ କମିଯାଏ | ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅର୍ଥ ପାଇଁ ମୋଡେ ପ୍ରମାଣ ବିନା ଉଲ୍ଲେଖ କରିବାକୁ ଦିଅ ଯେ ଆମ gm ଅସମାନତା n ପଢ଼ିବୁ ରିଅଲ୍ ଏକ ସେଟ୍ ପାଇଁ ଧାରଣ କରେ ଯାହା ପଢ଼ିବୁ ରିଅଲ୍ ରେ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ଏହି n ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଗାଣିତିକ ଅର୍ଥ ସର୍ବଦା gr ଅଟେ | ଜ୍ୟାମିତିକ ଅପେକ୍ଷା ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ଅସମାନତା ନୋଟ୍ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିବା ଏକ ସୁନ୍ଦର ବ୍ୟାୟାମ ହେବ ଯେ ଦୁଇଟି ଅସଲି ସଂଖ୍ୟା ସକାରାତ୍ମକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମର ଏହି ଅସମାନତା ଅଛି ଯାହା ଏକ ଗୁରୁତ୍ଵପୂର୍ଣ୍ଣ ତଥ୍ୟରୁ ବାହାରିଛି ଯେ କି real ଶସି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଅଧିକ | ଦୁଇଟି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ am gm ଅସମାନତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଶୂନ୍ୟଠାରୁ ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ଏବଂ ଇନଡିକ୍ଟନ୍ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଦ୍ଵାରା ଏହାକୁ n ପଢ଼ିବୁ ରିଅଲ୍ ପାଇଁ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇପାରେ, ଆସନ୍ତୁ ଏକ ଅସୀମ କ୍ରମକୁ ଫେରିବା ଯେପରି ମୁଁ ପୂର୍ବ ବକ୍ତୃତାଗୁଡ଼ିକରେ ଏକ ସୀମିତ ରାଶି ପରି କହିଥିଲି | ଏକ ଅସୀମ ରାଶି କିମ୍ବା ଏକ ଅସୀମ ଶ୍ରେଣୀକୁ ସିଧାସଳଖ ଅଗ୍ରଗାମୀ manner ଣ୍ଵରେ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମ ଖୋଜୁ ଆମେ ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମରେ କ'ଣ ଘଟେ ତାହା ଦେଖିବା ଯଦି n ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମ ନିକଟତର ହୁଏ | ଏକ ସ୍ଥିର ପ୍ରକୃତ ନମ୍ବରକୁ ଯେହେତୁ n ବଡ଼ ଏବଂ ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ ସିରିଜ୍ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କିମ୍ବା କନଭର୍ଜେଣ୍ଟ ଅଟେ ଏବଂ ସେହି ସ୍ଥିର ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକୁ ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମ ନିକଟତର ହେବ b e ସେହି ପରିପ୍ରେକ୍ଷାରେ ଶ୍ରେଣୀର ସମସ୍ତ ଭାବରେ ପରିଗଣିତ ହୁଏ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିରିଜ୍ ଅସୀମ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିରିଜ୍ ସମ୍ମିଳିତ ହୁଏ ଯଦି ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ ମାଇନସ୍ 1 ରୁ 1 ମଧ୍ୟରେ ରହିଥାଏ, ଉଭୟ ସମ୍ମିଳିତ ମାମଲାରେ ଅଧିକ ବାଦ ଦିଆଯାଇଥାଏ, ଏହି ରାଶିଟି 1 ମାଇନସ୍ ଦ୍ଵାରା given ାରା ଦିଆଯାଇଥିବା ସୂତ୍ରରେ ରହିଥାଏ | r ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯଥା ସାଧାରଣ ଅନୁପାତର ମୂଲ୍ୟ 1 ରୁ 1 ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିରିଜ୍ ଡାଇଭର୍ଜେଣ୍ଟ ଏକ ଅସୀମ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିରିଜ୍ ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ପଚାରିପାରେ କାହିଁକି ଆମେ ଏକ ଅସୀମ ଗାଣିତିକ କ୍ରମକୁ ବିଚାର କରୁନାହିଁ ଯାହାକୁ ଏକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଗତି ଆ ପ୍ଲସ୍ ତା ପ୍ଲସ୍ 2 ଦିଆଯାଏ | d

ତେଣୁ ଏକ ପ୍ଲସ୍ n ମାଇନସ୍ 1 d ଉପରେ, ତେଣୁ ଆମେ ରାଶି ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିପାରିବା n ସହିତ ଅସୀମତା ସହିତ ଏକ ପ୍ଲସ୍ n ମାଇନସ୍ 1 d ସହିତ ଆମେ ଏକ ଗଣିତ ପ୍ରଗତିର ସମସ୍ତ ଶବ୍ଦ

ସମସ୍ତ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିପାରିବା କି ଏହାର ଉତ୍ତର ଦେବା ପାଇଁ ଏହି କ୍ରମଟି ସମର୍ପିତ କି? ପ୍ରଥମେ ଆମକୁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ଦିଅ, ସମୀକରଣ  $a_n$  କୁ ଅସୀମତା 1 ସହିତ ସମାନ ହେବା ପାଇଁ ଏକ ଅସୀମ ସିରିଜ୍ 1 ପୁସ୍ତକ  $a_2$  ପୁସ୍ତକ  $a_3$  ପୁସ୍ତକ

ତେଣୁ ଏକତ୍ର ହେବା ଅର୍ଥ ପ୍ରାୟତଃ  $you$  ଆପଣ ଏହି ସମସ୍ତ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ଯୋଡ଼ିପାରିବେ | ଏବଂ ଏପରି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏକ ସୀମିତ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ଶେଷ କର, ତୁମେ ଜାଣି ଯେ ଆଂଶିକ ରାଶିର ଅନୁରୂପ କ୍ରମ ଯାହା ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମ ଯଥା  $s_n$   $a_1$  ପୁସ୍ତକ  $a_2$  ପୁସ୍ତକ ଇତ୍ୟାଦି ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ  $n$  ଏକ ବୃହତ ଅଟେ ଏବଂ  $n$  ଆଂଶିକ କ୍ରମକୁ ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ | ରାଶି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଯଥେଷ୍ଟ ନିକଟତର ହୁଏ, ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ହିଁ ବୋଲି କହିବା ସହିତ ଦିଆଯାଇଥିବା ସିରିଜ୍ ସମର୍ପଣ କିମ୍ବା କନଭର୍ଜେନ୍ସ ସହିତ ଆମର ଆଂଶିକ ରାଶିର ଅନୁରୂପ କ୍ରମ ହେଉଛି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ ଦେବା ଉଚିତ ଯେ  $n$  ଯେପରି ବଡ଼ ଏବଂ ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ଉଭୟ  $s_n$  ଏବଂ  $s_n$  ମାଇନସ୍ | 1 ଟି ମନେରଖିବାକୁ ପାଖାପାଖି ଆମ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ହୁଏ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 ଏବଂ  $n$  ମଧ୍ୟରେ କି  $difference$  ଶସି ବଡ଼ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନଥାଏ ଏବଂ ଏକ କ୍ରମର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହାରା ଆମେ ଯାହା କହିଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଯେତେବେଳେ ଆମେ କ୍ରମର ଶେଷ ଆଡ଼କୁ ଅଗ୍ରଗତି କରୁ, ସମସ୍ତ ଶବ୍ଦ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ନିକଟରେ ଅଟକିଯାଏ | ହିଁ

ତେଣୁ ଥରେ  $s_n$  ଉଭୟ ହିଁ ଏବଂ  $s_n$  ମାଇନସ୍ 1 କୁ କନଭର୍ଜେନ୍ସ ହୋଇଗଲେ ଏହି ସିରିଜ୍  $s$  ର ଅତି ନିକଟତର ହେବ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ନୋଟ୍ ହେବ ଯେ  $s_n$  ହେଉଛି ପ୍ରଥମ  $n$  ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକର 1 ପୁସ୍ତକ  $a$  | 2 ପୁସ୍ତକ ଇସେଟେରା ପୁସ୍ତକ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଏକ ହେଉଛି  $s_n$  minus  $s_n$  minus 1  $n$ th term  $n$ th term ଏବଂ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 ଟର୍ମ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯେ ଆଂଶିକ ରାଶି ନୋଟର କ୍ରମର ଉଭୟ  $s_n$  ଏବଂ  $s_n$  minus 1  $s$  ପାଖାପାଖି ଆମ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ | ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଭାବରେ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବା ଉଚିତ ଯେ ଅସୀମତା ପାଇଁ ଟେଣ୍ଡର ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ କାରଣ ଉଭୟ  $s_n$  ଏବଂ  $s_n$  ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ପାଖାପାଖି  $s$  ର ପାର୍ଥକ୍ୟ 0 ପାଖାପାଖି ହେବ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ହେବ ଆସନ୍ତୁ କ୍ରମର ସୀମାର ସଠିକ୍ ପରିଭାଷାରେ ପ୍ରଦେଶ କରିବା ନାହିଁ | ଉପରେ କିଛି ଏକ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଅନୁଭବ ଅଛି ଯେ ଯେତେବେଳେ  $s_n$  ଏବଂ  $s_n$  ମାଇନସ୍ 1  $s$  ର ନିକଟତର ହେବ, ପାର୍ଥକ୍ୟ ଶୂନ୍ୟର ନିକଟତର ହେବ

ତେଣୁ ସୀମିତତା  $n$  କୁ ଅସୀମତାକୁ ଶୂନ୍ୟ କରିବ  
ତେଣୁ ଅସୀମ ସିରିଜ୍ ଏକତ୍ର ହେବା ସହିତ ଆମେ କ'ଣ ଆରମ୍ଭ କରିଛୁ? ଅସୀମ ସିରିଜ୍ ଶେଷରେ ଏକ ସୀମିତ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ପୁସ୍ତକ 2 ପୁସ୍ତକ 3 ପୁସ୍ତକ ଇତ୍ୟାଦି ପରିମାଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍  $that$  କରେ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଉଛୁ ଯେ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ 0 ର ନିକଟତର ହେବା ଉଚିତ  
ତେଣୁ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣକୁ ସୂଚିତ କରେ |  $n \neq 0$  କୁ ଟେଣ୍ଡର କରେ ଯେପରି  $n$  ଅସୀମତାକୁ ମନେ ପକାଇଥାଏ ଯେ ଯଦି ଆପଣଙ୍କର ଏକ ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟ ଅଛି ତେବେ  $q$  କୁ ସୂଚୀତ କରେ ଯେ ଏହା  $q$  କୁ ସୂଚୀତ ନକରିବା ସହିତ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବରେ ସମାନ ଅଟେ ଏକ କନଭର୍ଜେନ୍ସ ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ 0 ର ନିକଟତର ହୁଏ ଯେହେତୁ  $n$  ବଡ଼ ହୁଏ ଏବଂ ବଡ଼ ହୁଏ

ତେଣୁ ଏହି ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ସମାନତାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ଜଣେ ନଜର ରଖିବାକୁ ସମର୍ଥ ହେବା ଉଚିତ ଯେ ଯଦି  $n$ th ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟ ହେବାକୁ ଲାଗେ ନାହିଁ  $n$   $n$  ବଡ଼ ହେବା ପରେ ଆମେ ଆଶା କରିପାରିବା ନାହିଁ ଯେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ସିରିଜ୍ ହେଉଛି | କନଭର୍ଜେନ୍ସ ଯଦି ଏକ ଅସୀମତାକୁ ଟେଣ୍ଡର କରୁଥିବା ପରି 0 ର ନିକଟତର ନହୁଏ ତେବେ ସମୀକରଣ ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣତା ନୁହେଁ ଯେ ସମୀକରଣ ଏକ ସୀମିତ ମୂଲ୍ୟକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିପାରିବ ନାହିଁ ଏହା ସଂକ୍ଷେପରେ ନୁହେଁ ଯେ ଏହା ଏକ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ପରୀକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟରୁ ଏକ ସିରିଜ୍ ହେବ କି ନାହିଁ | ତାଲିକାରେ ଅର୍ଥ କନଭର୍ଜେନ୍ସ ନୁହେଁ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଯେ କ୍ରମରେ ଥିବା ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ 0 ର ନିକଟତର ହେଉନାହିଁ ଯେହେତୁ  $n$  ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ତୁରନ୍ତ ତୁମେ ଶେଷ କରିପାରିବ | ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କ୍ରମରେ ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ରଖିବା ସମର୍ପିତ ନୁହେଁ, ଆସନ୍ତୁ ଏକ ଗଣିତ ପ୍ରଗତି  $a + d$   $a + 2d$   $a + 3d$  ଇତ୍ୟାଦି ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଫେରିଯିବା, ଅସୀମ ସିରିଜ୍ ସମୀକରଣ  $n$  1 ସହିତ ଅସୀମତା ସହିତ ଏକ ପୁସ୍ତକ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 କୁ କନଭର୍ଜେନ୍ସ କରେ | ଅସୀମ ସିରିଜ୍ ଶେଷରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ନୋଟ୍ କୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍  $that$  କରେ ଯେ ଏହି ସିରିଜ୍ ପାଇଁ  $n$ th ଟର୍ମ ହେଉଛି ଏକ ପୁସ୍ତକ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 କୁ ମନେ ରଖେ ଯେ  $a$  ଏବଂ  $d$  ସିରିଜ୍ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ଯାହା ଯଥାକ୍ରମେ ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ଏବଂ ଆପର ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ |  $d$  କୁ 0 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ବୋଲି ସିରିଜ୍ କରି ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏକ ପୁସ୍ତକ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 ରୁ  $d$  ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ଆକାରରେ ବଡ଼ ହୁଏ ଯଦି  $d$  ଏକ ପଜିଟିଭ୍ ନମ୍ବର ଥାଏ ତେବେ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 ରୁ  $d$  କୁ  $n$  ବଡ଼ ହେବା ଅସୀମତାର ନିକଟତର ହୁଏ ଏବଂ ଯଦି  $d$  ନେଗେଟିଭ୍  $n$  ମାଇନସ୍ 1 ରୁ  $d$  ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ମାଇନସ୍ ଅସୀମତାର ନିକଟତର ହୁଏ

ତେଣୁ  $n$  କୁ ଅସୀମତା ପାଇଁ ଏକ ପୁସ୍ତକ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 କୁ  $d$  ରେ ପୁସ୍ତକ ଅସୀମତା କିମ୍ବା ମାଇନସ୍ ଅସୀମତା ଯାହା ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ତାହା ହେଉଛି  $n$ th term ଶୁଖିଲା ଯାହା ଆମେ ଆଗ୍ରହୀ, ଯଥା ଆରିଥମେଟିକ୍ ସିରିଜ୍ 0 ର ନିକଟତର ହୁଏ ନାହିଁ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ

ତେଣୁ ପୂର୍ବ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ  $we$  ାରା ଆମର ଅନୁରୂପ ସିରିଜ୍ ସଂକ୍ଷେପରେ ନୁହେଁ  
ତେଣୁ ଏକ ପୁସ୍ତକ  $n$  ମାଇନସ୍ 1  $dn$  ର ସମୀପ୍ତ ଅସୀମତା ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | ଯେହେତୁ ଶୁଖିଲା  $n$ th ଟର୍ମ 0 ର ନିକଟତର ହୁଏ ନାହିଁ ଯେତେବେଳେ  $n$  ବଡ଼ ହୁଏ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ସିରିଜ୍ କନଭର୍ଜେନ୍ସ ହୁଏ ନାହିଁ ଯଦି  $d \neq 0$  ସହିତ ସମାନ ନହୁଏ ଏବଂ  $d$  ଯଦି 0 ସହିତ ସମାନ ହୁଏ ଯେତେବେଳେ  $d$  ଅସୀମତାର 0  $n$ th ଟର୍ମ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ | ଆମେ ଆଗ୍ରହୀ ଥିବା ସିରିଜ୍ ଏକକୁ ହ୍ରାସ କରେ ଯାହା ସିରିଜ୍ ହୋଇଛି

ତେଣୁ  $n$  ଅସୀମତାକୁ ଟେଣ୍ଡର କଲେବେଳେ  $n$ th ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟର ନିକଟତର ହୁଏ ନାହିଁ ଯେତେବେଳେ  $a$  ଶୂନ୍ୟ ସୀମା ନଥାଏ  $n$  ଅସୀମତା ଆଡ଼କୁ ଯାଏ ଯାହା  $n$ th ଶବ୍ଦ 0 ନୁହେଁ ଯଦି  $a \neq 0$  ନୁହେଁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଉଛୁ ଯେ ଯଦି ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ 0 ଏବଂ ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ 0 ନୁହେଁ ତେବେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଗତି ହେଉଛି ଆମ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ନବମ ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟର ନିକଟତର ହେଉନାହିଁ

ତେଣୁ ଅନୁରୂପ ସିରିଜ୍ ଏକ ପୁସ୍ତକ ଆପ୍ |  $a + d$   $a + 2d$  ଇତ୍ୟାଦି ସୀମିତ ନୁହେଁ କିମ୍ବା ଏହା କନଭର୍ଜେନ୍ସ ନୁହେଁ କେବଳ କେସ୍ 0 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ  $d$  ସହିତ ସମାନ 0 ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଗତି 0 0 0 ଇତ୍ୟାଦି ଏବଂ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଆରିଥମେଟିକ୍ ସିରିଜ୍ 0 ପୁସ୍ତକ 0 ପୁସ୍ତକ ଇତ୍ୟାଦି | ଏବଂ ଯାହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଏବଂ ରାଶି ହେଉଛି 0. ଗଣିତ ପ୍ରଗତି ସହିତ ଅନୁରୂପ କ୍ରମିକ ସିରିଜ୍ ବ୍ୟତୀତ ସମୀପ୍ତ କରିବାକୁ ଯଥା ଏକ ପୁସ୍ତକ  $n$  ମାଇନସ୍ 1 କୁ  $d$  ଏକତ୍ରକରଣ ନୁହେଁ ଏହା ଜ୍ୟାମିତିକ କ୍ରମର ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ କ୍ରମର ବିପରୀତ ଅଟେ | ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ ପ୍ରଗତି ସହିତ ଅନୁରୂପ ହେଉଛି  $r$  ର କିଛି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସଠିକ୍ ଭାବରେ  $r$  ପାଇଁ ମାଇନସ୍ 1 ରୁ 1 ମଧ୍ୟରେ ମିଳିବା ପାଇଁ ଉଭୟ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିରିଜ୍ ବାଦ ଦେଇ କନଭର୍ଜେନ୍ସ ହେଲେ ମୋଡେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଉପରେ ଚାପ ଦିଅନ୍ତୁ ଯଦି ସମୀକରଣ ବାର୍ଷିକ 1 ରୁ ଅସୀମତା ସମାନ ତେବେ [  $a$   $r^n$  ] ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଏକ ପାଖାପାଖି 0 ଯେହେତୁ  $n$  ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ବଡ଼ ଲେଖା ହୋଇଯାଏ, ଯେହେତୁ ସୀମା  $n$  ଅସୀମତାକୁ ଟେଣ୍ଡର କରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିବୁ  $b$   $y$  ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟର କଣ୍ଟ୍ରୋଲ୍ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଯଥା ଯଦି ଆପଣଙ୍କର ଏକ ସିରିଜ୍ ସମୀକରଣ  $n$  1 ସହିତ ଅସୀମତା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖୁପାରିବେ ଯେ ଏକ ଶବ୍ଦ ଏବଂ ଶବ୍ଦଟି 0 ର ନିକଟତର ନୁହେଁ ଯେହେତୁ  $n$  ତୁରନ୍ତ ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇପାରିବା ଯେ ସିରିଜ୍ ହେଉଛି | କନଭର୍ଜେନ୍ସ ନୁହେଁ ଯଦି  $n$ th ଶବ୍ଦ 0 ର ନିକଟତର ହୁଏ  $n$   $n$  ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ ଯାହା ଅସୀମ ସିରିଜ୍ ସମୀକରଣ  $n$  ର ସମାନତା ସହିତ ସମାନତା ବିଷୟରେ କି  $guarantee$  ଶସି ଗ୍ୟାରେଣ୍ଟି ଦିଏ ନାହିଁ ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ ଯଦି  $n$  [ସଙ୍ଗୀତ] 0 ର ନିକଟତର ହୁଏ ତେବେ  $n$  [ସଙ୍ଗୀତ] ଲକ୍ଷ୍ୟାଧୀନ ଭାବରେ ବ  $ows$  େ | ବଡ଼ ତାପରେ [ସଂଗୀତ] ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇପାରୁ ନାହିଁ ଯେ ସମୀକରଣ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଟିପ୍ପଣୀ ଅଟେ ଏବଂ ଏହି ଟିପ୍ପଣୀକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ପାଇଁ ମୋଡେ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦିଅନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ କ୍ରମକୁ 1 1 ରୁ 2 1  $by$  3 ଉପରେ ବିଚାର କରିବା

ତେଣୁ ସେହି କ୍ରମରେ 1 ରୁ  $n$  ହେବ | ସମୀକରଣ 1  $q$   $n$  ାରା ଯଥା 1 ପୁସ୍ତକ 1  $q$  2 ାରା 2 ପୁସ୍ତକ 1 ରୁ 3 ପୁସ୍ତକ ଇତ୍ୟାଦି ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିଛୁ ଯେ ଏହି କ୍ରମର ଆଂଶିକ ରାଶିର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଛି ଯାହାକି  $s$  2 ପାଖାପାଖି  $n$  1 ପୁସ୍ତକ  $n$  ଠାରୁ 2 2 ପାଖାପାଖି ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ |  $n$ th ଆଂଶିକ ରାଶି 1 ପୁସ୍ତକ  $n$  ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମ ସୀମାବଦ୍ଧ ନୁହେଁ ଏହା ବ  $increasing$  ାବରେ ଲାଗିଛି  
ତେଣୁ ଆମେ ଆଶା କରିପାରିବୁ ନାହିଁ ଯେ ଆଂଶିକ ରାଶିର କ୍ରମ ଏକ ସିରିଜ୍ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ରହିଥାଏ ଯାହା କହିବା ସହିତ ସମାନ | ସିରିଜ୍ ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ 1 ପୁସ୍ତକ 1  $q$  2 ାରା 2 ପୁସ୍ତକ 1 ରୁ 3 ପୁସ୍ତକ ଇତ୍ୟାଦି ଏକ ସୀମିତ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍  $not$  କରେ ନାହିଁ କିଛି  $n$ th ଶବ୍ଦ ଯଥା 1  $q$   $n$  ାରା 0 ପାଖାପାଖି ହୋଇଯାଏ ଯେହେତୁ  $n$   $q$   $big$  ାରା ସିରିଜ୍ 1  $q$   $n$  ାରା ଏକତ୍ର ହୋଇନଥାଏ କିଛି 1  $q$   $n$  ାରା 0 ପାଖାପାଖି ଆସେ ଯେହେତୁ  $n$  ଅସୀମତା ଆଡ଼କୁ ଗତି କରେ ଏହିପରି ଯେତେବେଳେ ତୁମର ଏକ ସିରିଜ୍ ସମୀକରଣ ଥାଏ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ  $n$ th ଶବ୍ଦଟି ଶୂନ୍ୟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ନିକଟତର ହୁଏ ନାହିଁ ତୁରନ୍ତ ସିରିଜ୍ ଏକତ୍ର ହୁଏ ନାହିଁ ଯଦି

nth ଶବ୍ଦ 0 କୁ ଯାଏ ତେବେ ଆମେ କରିପାରିବୁ ନାହିଁ | ସିରିଜ୍ ବିଷୟରେ କିଛି ବାବି କରନ୍ତୁ ଏହା ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯଦି ମୁଁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେବି ତେବେ ମୋତେ 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 1 ରୁ 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 1 ରୁ 4 ପୂର୍ଣ୍ଣ 1 ଏବଂ 8 ପୂର୍ଣ୍ଣ ଇତ୍ୟାଦି ବିଚାର କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହା କ୍ରମ 1 ରୁ 2 ପାଖାନ୍ତ n ମାଲନସ୍ 1 ଏବଂ ଅନୁରୂପ ସିରିଜ୍ ସମୀକରଣ |  $n = 1$  ରୁ 2 ଅସୀମତା 1 ରୁ 2 ଶକ୍ତି n ମାଲନସ୍ 1 ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏହା ଦେଖିବା କଷ୍ଟକର ରୁହେଁ ଯେ ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ସହିତ ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ ସିରିଜ୍ ଏବଂ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଜ୍ୟାମିତିକ ପ୍ରଗତି ପାଇଁ ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ 1 ରୁ 2 ଯାହା 1 ରୁ କମ୍ ଅଟେ | ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରେ ଆମର ପୂର୍ବରୁ ଏହି ସିରିଜ୍ ଏକତ୍ରିତ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ବାସ୍ତବରେ ଏହାର ରାଶି ପାଇଁ 1 ମାଲନସ୍ r ପ୍ରକାର ପାଇଁ ଏକ ସୂତ୍ର ଅଛି ବର୍ତ୍ତମାନ ଆପଣ ଦେଖିବେ ଯେ nth ଶବ୍ଦ ଯଥା 1 ରୁ 2 ପାଖାନ୍ତ n ମାଲନସ୍ 1 ପାଖାପାଖି 0 ହୋଇଯାଏ ଯେହେତୁ n ବଡ଼ ହୋଇଯାଏ | ଯଥେଷ୍ଟ

ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣରେ 0 କୁ n ଅସୀମତା ଆଡ଼କୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ ଏବଂ ସମୀକରଣ ଏକ କନଭର୍ଜେଣ୍ଟ ହୋଇଥିବାବେଳେ ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣରେ 0 ଠି n କୁ ଅସୀମତା ଆଡ଼କୁ ଗତି କରେ କିନ୍ତୁ ଏକ ଶୃଙ୍ଖଳାର nth ଚର୍ମ ଏକତ୍ର ନହେଲେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଏକ ସମ୍ମିଶ୍ରଣ ହୁଏ ନାହିଁ | 0 କୁ ତୁରନ୍ତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ସମାପ୍ତି ସମାପ୍ତ କରିବା ଏକ ସମ୍ମିଶ୍ରଣ ରୁହେଁ ଏବଂ ଯଦି ଏହା 0 ରେ ପରିଣତ ହୁଏ ତେବେ ଆମେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ସିରିଜ୍ ସମୀକରଣ ବିଷୟରେ କିଛି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଦେଇ ପାରିବୁ ନାହିଁ, ସମ୍ମିଶ୍ରଣ ବିଷୟରେ ବ technical ଷୟକ ବିବରଣୀ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ଚିନ୍ତା କର ନାହିଁ | ଶୃଙ୍ଖଳାର ଭର୍ତ୍ତମାନ କିନ୍ତୁ ଏହାର ଏକ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଅନୁଭବ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତୁ ଯେ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆଲୋଚନା କରିଥିବା ଧାରଣା ଉପରେ ଆଧାର କରି କିଛି ସମସ୍ୟାକୁ କୁ ଯିବା, ଏହି ସମସ୍ୟା ଆପଣଙ୍କୁ ଆପଣେ ବିକଶିତ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ମନେ ପକାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ | gp ଏବଂ ଏହା ତୁମର ତରୁ understanding ଠିକ୍ କୁ understanding ାମଣାକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ଉଚିତ ପ୍ରଥମ ସମସ୍ୟା ହେଉଛି 2 ap ର n ଶବ୍ଦର ଏହି ରାଶି 3 n ପୂର୍ଣ୍ଣ 8 ରୁ 7 n ପୂର୍ଣ୍ଣ 50 ଅନୁପାତରେ ଅଛି ଯାହା ଦ୍ their ାବଣ ଶବ୍ଦର ଅନୁପାତ ଖୋଜିବାକୁ ତଥ୍ୟ ତୁମକୁ ତଥ୍ୟର ଅନୁପାତ ଅଟେ | 2 ap ର n ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ଦୟାକରି ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ସହିତ ଏକ ଆପ୍ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ d ଆମ ପାଖରେ ସେହି ep ର n ଶବ୍ଦର ସମସ୍ତ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଏକ ସୂତ୍ର ଅଛି କାରଣ ଆମକୁ ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ଆପ୍ ସହିତ ମୁକାବିଲା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ, ଆସନ୍ତୁ ଭାବିବା ଯେ ପ୍ରଥମ ଆପ୍ ଗଣିତ | ପ୍ରଗତିର ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ଆସନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ a1 ଏବଂ ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ d1 କୁ ଡାକିବା ତାପରେ ଆପ୍ a1 a1 ପୂର୍ଣ୍ଣ d1 a 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 2 d 1 ହେବ ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଆପ୍ ର ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ a2 ଏବଂ ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ d2 ତେବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଆପ୍ a2 a2 ପରି ଦେଖାଯିବ | ପୂର୍ଣ୍ଣ d 2 a2 plus 2 d2 ଏବଂ ପ୍ରଥମ ap ର nth term ରେ ପ୍ରଥମ ଚର୍ମ ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ap ର nth ଚର୍ମ ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ଚର୍ମ ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ଗୁଣ ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ d2 ଏହି ଫର୍ମୁଲା ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ବିକଶିତ କରିଛୁ ଯାହା ଆମକୁ ଦିଆଯାଇଛି | 2 ap ର n ଶବ୍ଦର ସମସ୍ତର ଅନୁପାତ ହେଉଛି ap ର ପ୍ରଥମ n ଶବ୍ଦର ସମସ୍ତ n ଫର୍ମୁଲା ଦ୍ 2 ାରା ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ଦ୍ common ାରା ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟରେ ଦିଆଯାଏ, ଏହା ପ୍ରଥମ ap ର n ଶବ୍ଦର ସମସ୍ତ ପାଇଁ | ଦ୍ ap ିତୀୟ ଆପ୍ ର n ଶବ୍ଦର ରାଶି n ଦ୍ 2 ାରା ପ୍ରଥମ ଚର୍ମରେ n 2 ହେବ ଏବଂ ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟରେ n ମାଲନସ୍ 1 ଆପଣଙ୍କୁ ଯାହା ଦିଆଯାଇଛି ତାହା ହେଉଛି ଏହି ଦୁଇଟି ପରିମାଣର ଅନୁପାତ n 2 2 a plus n minus 1 ରୁ d1 by n by 2 2 ଏକ 1 2 a 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ରୁ d 2 କୁ 3 n ପୂର୍ଣ୍ଣ 8 ରୁ ସାତ n ପୂର୍ଣ୍ଣ ପନ୍ଦରଟି ଏହି n କୁ ବାଟଲ୍ କରିବା ଦ୍ given ାରା ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟ ହେଉଛି ଦୁଇଟି ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ରୁ d 1 ଦ୍ 2 ାରା 2 a 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ରୁ d 2 ସମାନ 3 n ପୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ 7 n ପୂର୍ଣ୍ଣ 50 ସହିତ ସମାନ | 1 ଏବଂ d 1 ର ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ଏବଂ fi ର ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ମନେରଖ | rst ap a2 ଏବଂ d2 ପ୍ରଥମ ଚର୍ମ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ap ରେ ସାଧାରଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଜ୍ unknown ାତ ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣ ସରଳୀକରଣ ପରେ ଦେବ ଏବଂ ସେଠାରେ ଅନେକ ଅଜ୍ s ାତ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାର ସମାଧାନ ହେବାର ଆଶା କରିପାରୁନାହିଁ ତଥାପି ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ପ୍ରଶ୍ନ ବିଷୟରେ ଦ୍ୱାବଣ ଶବ୍ଦର ଅନୁପାତ ମନେରଖନ୍ତୁ ଆମର ପ୍ରଥମ ap ର nth ଚର୍ମ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ap ର nth ଚର୍ମ ପାଇଁ ଫର୍ମୁଲା ଅଛି

ତେଣୁ ପ୍ରଥମ ap ର ଦ୍ th ାବଣ ଅବଧି d1 ରେ 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 11 ଏବଂ ଦ୍ ap ିତୀୟ ap ର ଦ୍ୱାବଣ ଚର୍ମ a2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 11 ହେବ d2 ରେ ଆମକୁ ପଚରାଯିବ | ଏହି a1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 11 ର ଅନୁପାତକୁ d1 ରେ a2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 11 ରୁ d2 ରେ ଖୋଜିବାକୁ ଏହା ଆମକୁ ପଚରାଯାଏ ଏବଂ ଆମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି 2 a 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ରୁ d 1 ଦ୍ 2 ାରା 2 a 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ରୁ d 2 ସମାନ | ରୁ 3 n ପୂର୍ଣ୍ଣ 8 ରୁ 7 n ପୂର୍ଣ୍ଣ 50 ଯାହା ହେଉଛି ଆମର ଅନୁପାତ a1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 1180 ଦ୍ୱାରା a2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 11 d2 2 2 1 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 22 d 1 ଦ୍ 2 ାରା 2 a 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 22 d 2 ପାଇବା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ, ମୁଁ ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣିତ କରେ | 2 ସହିତ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖନ୍ତୁ ଆମର ଯାହା ଅଛି, ତାହା ହେଉଛି 2 a 1 plus n minus 1 i ର ଅନୁପାତ | nto d1 ସହିତ 2 a 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ n ମାଲନସ୍ 1 ସହିତ d2 ରେ n ମାଲନସ୍ 1 ବଦଳରେ ଆମକୁ 22 ଦରକାର ଯାହା n 23 ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ପ୍ରବୃତ୍ତ ସମୀକରଣରେ n କୁ 23 କୁ ସମାନ କରି n କୁ 23 କୁ ସମାନ କରି ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁପାତ ମିଳିପାରିବ | ତାରକା ଦ୍ star ାରା ତାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ସମୀକରଣକୁ n ସହିତ ସମାନ ରଖିବା ଦ୍ we ାରା ଆମର 2 a 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 22 d 1 ଦ୍ 2 ାରା 2 a 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 22 d 2 ସମାନ 3 ରୁ 23 ପୂର୍ଣ୍ଣ 8 ରୁ 7 ରୁ 23 ପୂର୍ଣ୍ଣ 50 ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଅନୁପାତକୁ ସରଳ କରିପାରେ | ଉତ୍ତର ପାଆନ୍ତୁ ମୁଁ ଭାବୁଛି ଉତ୍ତର ହେଉଛି 7 ରୁ 16 ଦୟାକରି ମନିପୁଲେସନ୍ କରନ୍ତୁ ଏବଂ ନିଶ୍ଚିତ କରନ୍ତୁ ଯେ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ap ଏବଂ gp ଉପରେ ଅଧିକ ସମସ୍ୟା ଜାରି ରଖୁ ଧନ୍ୟବାଦ |