

ഈ പ്രഭാഷണത്തിലെ ക്രമവും ശ്രേണിയും ഞങ്ങൾ സംഖ്യകളുടെ ഗണിത ശരാശരിയെയും ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയെയും കുറിച്ച് കൂടുതൽ പര്യവേക്ഷണം ചെയ്യും, കൂടാതെ ഗണിത പുരോഗതിയിലെ ചില പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ ശ്രമിക്കും, a, b എന്നീ രണ്ട് സംഖ്യകൾ നൽകിയ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി തിരിച്ചുവിളിക്കും. a, b എന്നീ പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളാൽ നിർവചിക്കപ്പെടുന്നു, ഒരു കോമ b യുടെ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത് ഉൽപ്പന്നത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് സ്ക്വയർ റൂട്ട് പോലെയാണ്, $1, 2$ എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ഗണിത ശരാശരി 1 പ്ലസ് 2 എന്നത് 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ നമുക്ക് കുറച്ച് ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം. 1.5 ആണ്, $1, 2$ എന്നിവയുടെ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി 2 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലമാണ്. $1, 4$ എന്നിവയുടെ ഗണിത ശരാശരി 1 പ്ലസ് 4 ബൈ 2 ആണ്, ഇത് 2.5 ആണ്, $1, 4$ സംഖ്യകളുടെ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി 4 ന്റെ പോസിറ്റീവ് വർഗ്ഗമൂലമാണ്, അത് 2 ആണ്. $2, 8$ എന്നിവയുടെ ശരാശരി 2 പ്ലസ് 8 ആണ്, അത് 5 ആണ്, രണ്ട് മുതൽ എട്ട് വരെയുള്ള ജ്യാമിതീയ ശരാശരി നാല് ആണ് ഈ സന്ദർഭത്തിലെങ്കിലും ഗണിത ശരാശരി ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയും, ഈ സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഈ അസമത്വത്തെ നമുക്ക് പൊതുവേ സ്വപ്നം കാണാൻ കഴിയുമോ? യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ എല്ലായ്പ്പോഴും ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണ്, അടുത്തതായി ഈ ചോദ്യം പരിഹരിക്കാം a, b എന്നിവ രണ്ട് പോസിറ്റീവ് റിയൽ സംഖ്യകളായിരിക്കട്ടെ, അപ്പോൾ ഗണിത ശരാശരി 2 ന്റെ പ്ലസ് b ആണ്, gm റൂട്ട് ab ആണോ എന്ന് ഞങ്ങൾ ചോദ്യം ചോദിക്കും എല്ലായ്പ്പോഴും g യുടെ വലുതോ തുല്യമോ ആണെങ്കിൽ അത് gm -നേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണെങ്കിൽ, ഒരു പ്ലസ് b ബൈ 2 റൂട്ട് എബിനേക്കാൾ വലുതാണോ തുല്യമാണോ എന്ന് അറിയാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, അതാണ് c ന് തുല്യമായ ചോദ്യം വ്യത്യാസം am മൈനസ് gm നെഗറ്റീവല്ല, അതിനാൽ നമുക്ക് വ്യത്യാസം പരിഗണിക്കാം, ഒരു പ്ലസ് b ബൈ 2 മൈനസ് റൂട്ട് ab എന്നത് ലളിതമായ ക്യൂബിക് സമവാക്യത്തിലൂടെ പരിഗണിക്കാം, ഇത് ഒരു പ്ലസ് b മൈനസ് രണ്ട് തവണ റൂട്ട് ab -ൽ നിന്ന് രണ്ട് പൂർത്തിയാക്കുന്നു e ന്യൂമറേറ്റർ ചതുരാകൃതിയിലാക്കിയാൽ, ന്യൂമറേറ്റർ റൂട്ട് a മൈനസ് റൂട്ട് b ആണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയും, അങ്ങനെ ആം മൈനസ് gm എന്ന വ്യത്യാസം റൂട്ട് a മൈനസ് റൂട്ട് b എന്നതിന് തുല്യമാണ്, മുഴുവൻ ചതുരവും 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു. യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ അവയുടെ വ്യത്യാസം ഒരു യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണ്, ഒരു യഥാർത്ഥ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം എല്ലായ്പ്പോഴും നോൺ-നെഗറ്റീവാണ്, അതിനാൽ റൂട്ട് ഒരു മൈനസ് റൂട്ട് b മുഴുവൻ ചതുരവും നോൺ-നെഗറ്റീവാണ്, അതായത് am മൈനസ് gm വ്യത്യാസം നെഗറ്റീവ് അല്ല, അതിനാൽ am എന്നതിനേക്കാൾ വലുതാണ് അല്ലെങ്കിൽ ജിഎംഎ പ്ലസ് ബി 2 ന് തുല്യമാണ് റൂട്ട് എബിനേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആയതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഒരു പൊതു അസമത്വം ആം ജിഎം അസമത്വം സ്ഥാപിച്ചു, രണ്ട് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ ഗണിത ശരാശരി എല്ലായ്പ്പോഴും അവയ്ക്കിടയിലുള്ള ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണെന്ന് ഒരാൾ ചോദ്യം ചോദിക്കാം. സമത്വം നിലനിർത്തുന്നു, നമുക്ക് നമ്മുടെ അന്വേഷണത്തിലേക്ക് മടങ്ങാം, gm ന് തുല്യമാണ്, അപ്പോൾ വ്യത്യാസം പൂജ്യമാണ്, അതിനാൽ റൂട്ട് എപ്പോൾ മൈനസ് റൂട്ട് b എന്നതിലേക്ക് ചോദ്യം കുറയുന്നു, മുഴുവൻ ചതുരവും പൂജ്യവുമായി യോജിക്കുന്നു, ഉത്തരം ഇതാണ് നമ്മൾ പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിനാൽ, റൂട്ട് b ന് തുല്യമായിരിക്കുമ്പോൾ, അത് b ന് തുല്യമാണെന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള ഗണിത ശരാശരി നിഗമനം ചെയ്യാൻ b ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ മാത്രമേ സമത്വം നിലനിൽക്കൂ എന്നതാണ് നിരീക്ഷണം. അവയ്ക്കിടയിലുള്ള ജ്യാമിതീയ ശരാശരിക്ക് തുല്യമാണ്, രണ്ട് സംഖ്യകളും തുല്യമാകുമ്പോൾ മാത്രമേ ഗണിത ശരാശരിയും ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയും ഒത്തുചേരൂ. രണ്ട് എ പ്ലസ് 5 ബിയും ഏരിയ എബിയും ആയ എല്ലാ വശങ്ങളും ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഈ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന് തുല്യമായ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു ചതുരം പരിഗണിക്കാം അർത്ഥമാക്കുന്നത് വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു ചതുരം ഉണ്ടായിരിക്കാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു എന്നാണ്. വശം ab വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു ചതുരം ഉണ്ടായിരിക്കണമെങ്കിൽ, നമുക്ക് എല്ലാ വശങ്ങളിലെയും നീളമുള്ള റൂട്ടിന്റെ ചതുരം ആവശ്യമാണ്, കൂടാതെ ഈ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം. വ്യത്യസ്തമായി ab ആണ്, ചുറ്റളവ് എല്ലാ വശങ്ങളുടെയും ദൈർഘ്യത്തിന്റെ നാലിരട്ടി റൂട്ട് അബ് സമാണ്, ഇത് മനസ്സിൽ വയ്ക്കുക, a, b എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾക്ക് am gm അസമത്വം പ്രയോഗിക്കാം a, b am gm അസമത്വം പറയുന്നു, ഒരു പ്ലസ് b 2 2 എന്നതിനേക്കാൾ വലുതാണ് അല്ലെങ്കിൽ 2 തവണ a പ്ലസ് 2 മടങ്ങ് b എന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമായ റൂട്ട് ab ന് തുല്യമാണ്, രണ്ട് വശത്തും 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 4 തവണ റൂട്ട് ab യേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണ് അതേ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള മറ്റേതെങ്കിലും ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് ഏറ്റവും കുറവാണ്, ഈ അസമത്വത്തിന്റെ വലത് വശം ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും ഈ അസമത്വത്തിന്റെ ഇടത് വശവും ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു, അതിനാൽ $amgm$ അസമത്വം ഉടൻ വിവർത്തനം ചെയ്യുന്നു ഒരു ജ്യാമിതീയ വസ്തുതയിലേക്ക്, അതായത് തുല്യ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള എല്ലാ ദീർഘചതുരങ്ങൾക്കിടയിലും ചതുരത്തിന് ചുറ്റളവ് കുറവാണ് രണ്ട് പോസിറ്റീവ് റിയൽ സംഖ്യകൾക്കായി നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ നമുക്ക് ഇത് സാമാന്യവൽക്കരിക്കാനും യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ പരിമിതമായ സംഖ്യകൾക്ക് ഗണിത ശരാശരിയും ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയും നിർവചിക്കാം. a 2 $etceera$ an എന്നത് 1 പ്ലസ് a 2 $plus$ $etcetera$ പ്ലസ് a കൊണ്ട് n എന്നതിന് തുല്യമാണ്, നമ്മൾ എല്ലാ സംഖ്യകളും ചേർത്ത് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു n പോസിറ്റീവ് റിയലുകൾക്ക് a 1 a 2 അതിനാൽ ഈ സംഖ്യകളുടെ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി ഇനിപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത് a_1 a_2 മുതലായവയുടെ gm , a 1 a 2 a 3 $etcetera$, a $power$ 1 by n nth റൂട്ട് ഉൽപ്പന്നത്തിന് തുല്യമാണ്,

സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ n 2 ന് തുല്യമാകുമ്പോൾ അത് നമുക്ക് ഉണ്ടായിരുന്ന ഫോർമുലയിലേക്ക് കുറയുന്നു. രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള ജ്യാമിതീയ ശരാശരിക്ക്, ഒരു n പോസിറ്റീവ് റിയലുകളുടെ ഒരു കൂട്ടത്തിന് am gm അസമത്വം ഉണ്ടെന്ന് ഞാൻ തെളിയിക്കാൻ സൂചിപ്പിക്കട്ടെ, അത് പോസിറ്റീവ് റിയലുകളിൽ ഒന്ന് രണ്ട് സംഖ്യകളിൽ നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഭക്ഷിക്കുന്നവൻ ജ്യാമിതീയ ശരാശരിയെക്കാൾ അല്ലെങ്കിൽ തുല്യമായത് ഈ അസമത്വം കുറിപ്പ് സ്ഥാപിക്കുന്നത് നല്ല ഒരു വ്യായാമമായിരിക്കും. രണ്ട് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾക്ക് am gm അസമത്വം അടിസ്ഥാനമായി ഉപയോഗിച്ച് പൂജ്യത്തേക്കാൾ തുല്യമോ ഇൻഡക്ഷൻ പ്രയോഗിച്ചോ അത് n പോസിറ്റീവ് റിയലുകൾക്കായി സ്ഥാപിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, പരിമിതമായ തുകയിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമായി ഞാൻ മുൻ പ്രഭാഷണങ്ങളിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ അനന്തമായ ശ്രേണിയിലേക്ക് മടങ്ങാം. ഒരു അനന്തമായ തുകയോ അനന്തമായ ശ്രേണിയോ നേരിട്ട് മുന്നോട്ട് കൊണ്ടുപോകാൻ കഴിയില്ല, നമ്മൾ എന്താണ് ചെയ്യുന്നത്, ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം അടുത്തതായി ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം അടുത്തത്തിയാൽ n വലുതും വലുതുമായി വരുന്നതിനാൽ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമത്തിന് എന്ത് സംഭവിക്കുമെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു. n വലുതും വലുതുമായി മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ഒരു നിശ്ചിത യഥാർത്ഥ സംഖ്യയിലേക്ക് ഞങ്ങൾ സീരീസ് സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതോ ഒത്തുചേരുന്നതോ ആണെന്ന് പറയുന്നു, കൂടാതെ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം വരുന്ന നിശ്ചിത സംഖ്യ b ആയിരിക്കും e ആ സന്ദർഭത്തിൽ സീരീസിന്റെ ആകെത്തുകയായി കണക്കാക്കുന്നത്, പൊതു അനുപാതം മൈനസ് 1 നും 1 നും ഇടയിലാണെങ്കിൽ ഒരു ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി അനന്തമായ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതാണെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു. r മറ്റ് സന്ദർഭങ്ങളിൽ, അതായത് 1-നേക്കാൾ കൂടുതലോ തുല്യമോ ആയ പൊതു അനുപാതത്തിന്റെ മോഡ്യൂലസ്, ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി വ്യതിചലിക്കുന്നു, അനന്തമായ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിക്ക് സമാനമായി ഒരാൾ ചോദിച്ചേക്കാം, എന്തുകൊണ്ടാണ് ഒരു ഗണിത പുരോഗതി aa പ്ലസ് da പ്ലസ് 2 നൽകിയിരിക്കുന്ന അനന്തമായ ഗണിത ശ്രേണിയെ നമ്മൾ പരിഗണിക്കാത്തത് d അങ്ങനെ ഒരു പ്ലസ് n മൈനസ് 1 d എന്നതിൽ നമുക്ക് n എന്ന തുക 1 മുതൽ അനന്തത വരെ പ്ലസ് n മൈനസ് 1 d ന് തുല്യമാണ് എന്നതിനെക്കുറിച്ച് സംസാരിക്കാമോ? ആദ്യം നമുക്ക് ഇനിപ്പറയുന്ന നിരീക്ഷണം നൽകട്ടെ, സംഗ്രഹം ann എന്നത് 1 ലേക്ക് അനന്തമായ ഒരു അനന്ത ശ്രേണിക്ക് തുല്യമാണ്, ഒരു 1 പ്ലസ് $a2$ പ്ലസ് $a3$ പ്ലസ് ആകുക, അതിനാൽ ഏകീകരിക്കുക എന്നർത്ഥം നിങ്ങൾക്ക് ഈ പദങ്ങളെല്ലാം ചേർക്കാം

അങ്ങനെയെങ്കിൽ പരിമിതമായ മൂല്യത്തിൽ അവസാനിക്കും, അതായത് ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമമായ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമമായ അനുക്രമം, അതായത്, $a1$ പ്ലസ് $a2$ പ്ലസ് മുതലായവയ്ക്ക് തുല്യമായ ഭാഗവും, ഒരു കുടിച്ചേരലും കുടിച്ചേർന്നതാണ്, അത് n പോലെ വലുതും വലുതുമായി ഭാഗികത്തിന്റെ അനുക്രമം മാറുന്നു. തുക ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയോട് വേണ്ടത്ര അടുത്തുവരുന്നു, അതിനാൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതോ ഒത്തുചേരുന്നതോ ആണെന്ന അനുമാനത്തിൽ നമുക്ക് അതിനെ അതെ എന്ന് വിളിക്കാം 1, n വലുതായിരിക്കുമ്പോൾ ഓർക്കുക, n മൈനസ് 1 ഉം n ഉം തമ്മിൽ വലിയ വ്യത്യാസമില്ല, ഒരു ശ്രേണിയുടെ സംയോജനം കൊണ്ട് ഞങ്ങൾ അർത്ഥമാക്കുന്നത്, നമ്മൾ സീക്വൻസിന്റെ അവസാനത്തിലേക്ക് പുരോഗമിക്കുമ്പോൾ എല്ലാ പദങ്ങളും ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയ്ക്ക് സമീപം സ്കീംഭാവസ്ഥയിലാകും എന്നതാണ്. അതെ, ഒരിക്കൽ sn ഉപ്പിലേക്ക് സംയോജിപ്പിച്ചാൽ sn , sn മൈനസ് 1 എന്നിവ ഈ സ്ഥിര s ന് വളരെ അടുത്തായിരിക്കും, n വലുതാകുമ്പോൾ sn എന്നത് ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ ഒരു 1 പ്ലസ് a ആണ് 2 പ്ലസ് etcetera plus a ആയതിനാൽ an ആണ് sn മൈനസ് sn മൈനസ് 1 nth ടേം nth term ഉം n മൈനസ് 1 ടേംസും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമാണ്, ഭാഗിക തുകയുടെ ക്രമത്തിലെ n മൈനസ് 1 പദവും n വലുതാകുമ്പോൾ s -ന് അടുത്താണ്. അനന്തതയിലേക്കുള്ള n എന്ന പരിധി പൂജ്യമാണെന്ന് വ്യക്തമാകണം, sn , sn മൈനസ് ഒന്ന് എന്നിവ s -ന് അടുത്തായതിനാൽ, n വലുതാകുമ്പോൾ വ്യത്യാസം 0-ന് അടുത്തായിരിക്കും on എന്നാൽ sn ഉം sn മൈനസ് 1 ഉം s -ന് അടുത്തായിരിക്കുമ്പോൾ വ്യത്യാസം പൂജ്യത്തിനടുത്തായിരിക്കുമെന്ന് ഒരു അവബോധജന്യമായ തോന്നൽ ഉണ്ടായിരിക്കണം, അതിനാൽ n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണത a പൂജ്യമാണ്, അതിനാൽ അനന്തമായ ശ്രേണികൾ ഒത്തുചേരുന്ന വസ്തുതയിൽ നമുക്ക് എന്താണ് ആരംഭിച്ചത്. അനന്തമായ സീരീസ് ഒടുവിൽ ഒരു പരിമിതമായ യഥാർത്ഥ സംഖ്യയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു a 1 plus a 2 plus a 3 plus etc ചില s ആയി കണക്കാക്കുന്നു, അങ്ങനെയെങ്കിൽ a എന്ന പദങ്ങൾ 0 ന് അടുത്ത് വരണം എന്ന് ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്യുന്നു, അതിനാൽ a എന്നത് സംയോജിപ്പിക്കുന്നത് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. n അനന്തതയിലേക്ക് തിരിഞ്ഞ് n പോലെ 0 ലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു, നിങ്ങൾക്ക് ഒരു പ്രസ്താവന p ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് q അല്ല എന്നതിന് തുല്യമാണ്, അത് q അല്ല എന്നതിന് തുല്യമാണ്, p ശ്രദ്ധിക്കരുത് p അർത്ഥമാക്കുന്നത് q എന്നത് യുക്തിപരമായി തുല്യമാണ് q അല്ല എന്നതിന് തുല്യമാണ് q എന്നത് ഞങ്ങളുടെ നിരീക്ഷണ പരമ്പരയുടെ സമ്മേഷനിലേക്ക് തിരികെ പോകുന്നില്ല എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. a is convergent എന്നത് അർത്ഥമാക്കുന്നത്, n വലുതും വലുതുമായി മാറുമ്പോൾ പദങ്ങൾ 0 ന് അടുത്ത് വരുന്നതിനാൽ ഈ ലോജിക്കൽ തുല്യത പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ, n വലുതും വലുതുമായതിനാൽ n -ആം പദം പൂജ്യത്തിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ, അനുബന്ധ ശ്രേണികൾ നമുക്ക് പ്രതീക്ഷിക്കാനാവില്ലെന്ന് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയും. ഒരു 0 ന് അടുത്ത് വരുന്നില്ലെങ്കിൽ n അനന്തതയിലേക്ക് നീങ്ങുന്നുവെങ്കിൽ, മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, ഒരു പരിമിതമായ മൂല്യത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ സംഗ്രഹത്തിന് കഴിയില്ല, ഇത് സംഗ്രഹിക്കാനാവില്ല, ഇത് ഒരു പരമ്പരയാണോ എന്ന് കാണാനുള്ള ശക്തമായ പരിശോധനകളിലൊന്നാണ്.

n വലുതും വലുതുമായി വരുന്നതിനാൽ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ 0 ന് അടുത്ത് വരുന്നില്ലെന്ന് നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചാൽ, വ്യത്യസ്ത അർത്ഥം സംയോജിതമല്ലെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് നിഗമനം ചെയ്യാം ഈ നിരീക്ഷണം നിലനിർത്തിക്കൊണ്ട് അനുബന്ധ ശ്രേണിയിൽ സംഗ്രഹിക്കാനാവില്ല, നമുക്ക് ഒരു ഗണിത പുരോഗതി

നൽകിയ ചോദ്യത്തിലേക്ക് മടങ്ങാം $a a$ പ്ലസ് $d a$ പ്ലസ് $2 d$ മുതലായവ അനന്തമായ ശ്രേണി സംഗ്രഹം n 1 മുതൽ അനന്തത a പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d ലേക്ക് സംയോജിപ്പിക്കുന്നു അനന്തമായ സീരീസ് ഒടുവിൽ ഒരു സംഖ്യ യഥാർത്ഥ മൂല്യത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. d എന്നത് 0 ന് തുല്യമല്ലെന്ന് അനുമാനിക്കുകയാണെങ്കിൽ, d എന്നത് ഒരു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയാണെങ്കിൽ n കാന്തിമാനത്തിൽ വലുതാകുമ്പോൾ ഒരു പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ആയി d വലുതാകുന്നത് നമ്മൾ കാണുന്നു നെഗറ്റീവാണ് n മൈനസ് 1 ആയി d , n വലുതാകുമ്പോൾ മൈനസ് അനന്തതയോട് അടുത്ത് വരുന്നു, അതിനാൽ n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണതയെ പരിമിതപ്പെടുത്തുക a പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d എന്നത് പ്ലസ് ഇൻഫിനിറ്റി അല്ലെങ്കിൽ മൈനസ് അനന്തതയാണ് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചത് ആ n th പദമാണ് ഞങ്ങൾക്ക് താൽപ്പര്യമുള്ള ശ്രേണിയുടെ അതായത് n വലുതാകുമ്പോൾ ഗണിത ശ്രേണി 0 ന് അടുത്ത് വരുന്നില്ല, അതിനാൽ മുമ്പത്തെ നിരീക്ഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾക്ക് അനുബന്ധ ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാനാവില്ല, അതിനാൽ സംഗ്രഹം a പ്ലസ് n മൈനസ് 1 $d n$ 1 ന് തുല്യമാണ് അനന്തത സംയോജിക്കുന്നില്ല n വലുതാകുമ്പോൾ പരമ്പരയുടെ n -ആം പദം 0-ന് അടുത്ത് വരാത്തതിനാൽ, d 0-ന് തുല്യമല്ലെങ്കിൽ, d എന്നത് 0-ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ, അനന്തത്തിന്റെ 0 n -ആം പദത്തിന് തുല്യമാകുമ്പോൾ, അനുബന്ധ ശ്രേണി സംയോജിതമാകില്ല. ഞങ്ങൾക്ക് താൽപ്പര്യമുള്ള സീരീസ് സ്ഥിരമായി കുറയുന്നു, അതിനാൽ n അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുമ്പോൾ n ആം പദം പുഷ്പത്തോട് അടുക്കില്ല, a പുഷ്പമായ പരിധി അല്ല n അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു a n ആം പദമാണ് a അല്ലാത്തത് 0 അല്ല ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്യുന്നു, പൊതുവായ വ്യത്യാസം 0 ആണെങ്കിൽ ആദ്യ ടേം 0 അല്ല എങ്കിൽ ഗണിത പുരോഗതി $a a a$ ആണ്, അതിനാൽ ഇവിടെ n th ടേം പുഷ്പത്തോട് അടുക്കുന്നില്ല, അതിനാൽ അനുബന്ധ ശ്രേണി a പ്ലസ് $a p$ lus a plus so on പരിമിതമല്ല അല്ലെങ്കിൽ അത് സംയോജിതമല്ല എന്നത് 0 ന് തുല്യവും d 0 ന് തുല്യവുമാണ്,

അങ്ങനെയെങ്കിൽ ഗണിത പുരോഗതി 0 0 0 ആണ്, അനുബന്ധ ഗണിത ശ്രേണി 0 പ്ലസ് 0 പ്ലസ് ആണ് കൂടാതെ ഇത് വ്യക്തമായും സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതും തുക 0 ആണ്. നിസ്സാരമായ കേസൊഴികെ അവസാനിപ്പിക്കാൻ ഗണിതപുരോഗതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ശ്രേണി, അതായത് സമ്മേഷൻ a പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d എന്നത് ഒത്തുചേരുന്നതല്ല, ഇത് ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമാണ്. ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്നത് r ന്റെ ചില മൂല്യങ്ങൾക്ക് കൂടുതൽ കൃത്യമായി മൈനസ് 1 നും 1 നും ഇടയിൽ കിടക്കുന്ന r ന്, ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി ഒഴികെയുള്ള രണ്ടും കൂടിച്ചേരലാണ്, സംഗ്രഹം $a n n$ 1 ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ, അനന്തത ഒത്തുചേരുന്നുവെങ്കിൽ, ഞങ്ങൾ നടത്തിയ നിരീക്ഷണം ഞാൻ ഊന്നിപ്പറയട്ടെ. സംഗീതം ഗണിതശാസ്ത്രപരമായി n വലുതായി എഴുതുമ്പോൾ 0 ന് അടുത്താണെന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു, പരിധി n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണത a പുഷ്പത്തിന് തുല്യമാണ്, ഈ ഫലം നമ്മൾ എങ്ങനെ ഉപയോഗിക്കും b ആണ് y പ്രസ്താവനയുടെ വിപരീതഫലം എടുക്കുന്നു, അതായത് നിങ്ങൾക്ക് 1 മുതൽ അനന്തത a ന് തുല്യമായ ഒരു ശ്രേണി സംഗ്രഹം ഉണ്ടെങ്കിൽ, ഒപ്പം ഒരു പദവും പദവും 0 ന് അടുത്തല്ലെന്ന് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ, n വലുതാകുമ്പോൾ നമുക്ക് സീരീസ് ആണെന്ന് നിഗമനം ചെയ്യാം. ഒത്തുചേരുന്നതല്ല, എന്നാൽ n വലുതാകുമ്പോൾ n എന്ന പദം 0-ന് അടുത്താണെങ്കിൽ, അത് അനന്തമായ ശ്രേണി സംഗ്രഹത്തിന്റെ 1-ന് തുല്യമായ n -ന്റെ സംയോജനത്തെക്കുറിച്ച് ഒന്നും ഉറപ്പുനൽകുന്നില്ലെങ്കിൽ, ഒരു 0-ന് അടുത്ത് n ആയി മാറുകയാണെങ്കിൽ [സംഗീതം] ഏകപക്ഷീയമായി വളരുമെന്ന് ഓർമ്മിക്കുക. വലുത് [സംഗീതം] ഒരു സംഗ്രഹം വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ട പരാമർശമാണെന്ന് ഞങ്ങൾക്ക് നിഗമനം ചെയ്യാൻ കഴിയില്ല, ഈ പരാമർശത്തിന് അനുബന്ധമായി ഞാൻ നിങ്ങൾക്ക് ഒരു ഉദാഹരണം നൽകട്ടെ, നമുക്ക് 1 1 ബൈ 2 1 ബൈ 3 എന്ന ക്രമം പരിഗണിക്കാം,

അങ്ങനെ 1 ന് 1 ന് അനുബന്ധ പരമ്പരകൾ ആയിരിക്കും സംഗ്രഹം 1 ന്റെ n അതായത് 1 പ്ലസ് 1 ബൈ 2 പ്ലസ് 1 ബൈ 3 പ്ലസ് മുതലായവ, ഈ ശ്രേണിയുടെ ഭാഗിക തുകയ്ക്ക് s 2 പവർ n 1 പ്ലസ് n ന് 2 2 പവറിനേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണെന്ന പ്രോപ്പർട്ടി ഉണ്ടെന്ന് ഞങ്ങൾ തെളിയിച്ചതായി ഓർക്കുന്നു. n th ഭാഗിക തുക 1 പ്ലസ് n ന് 2 കൊണ്ട് വലുതോ തുല്യമോ ആണ്. അതിനാൽ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം പരിമിതപ്പെടുത്തിയിട്ടില്ലാത്തതിനാൽ അത് വർദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം പറയുന്നതിന് തുല്യമായ ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയോട് അടുത്ത് തന്നെ തുടരുമെന്ന് നമുക്ക് പ്രതീക്ഷിക്കാനാവില്ല. സീരീസ് മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 1 പ്ലസ് 1 ബൈ 2 പ്ലസ് 1 ബൈ 3 പ്ലസ് മുതലായവ ഒരു പരിമിതമായ റിയൽ സംഖ്യയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നില്ല, എന്നിരുന്നാലും n എന്ന പദമായ 1 ന്റെ n 0 ന് അടുത്ത് വരും, കാരണം n ന്റെ സിഗ്മ 1 ന്റെ 1 ന് കൂടിച്ചേരുന്നില്ല 1 ന്റെ n എന്നത് 0 ന് അടുത്ത് വരുന്നു,

അങ്ങനെ നിങ്ങൾക്ക് ഒരു ശ്രേണി സംഗ്രഹം ഉണ്ടാകുമ്പോൾ n അനന്തതയിലേക്ക് നീങ്ങുന്നു, കൂടാതെ n th term $a n$ പുഷ്പത്തിന് അടുത്ത് വരാത്തപ്പോൾ ഉടൻ തന്നെ സീരീസ് ഒത്തുചേരില്ല, എന്നാൽ n ആം പദം 0 ലേക്ക് പോയാൽ ഞങ്ങൾക്ക് കഴിയില്ല സീരീസിനെക്കുറിച്ച് എന്തെങ്കിലും അവകാശപ്പെടുക, ഞാൻ ഒരു ഉദാഹരണം കൂടി നൽകിയാൽ അത് കൂടുതൽ വ്യക്തമാകും, ഞാൻ 1 പ്ലസ് 1 ബൈ 2 പ്ലസ് 1 ബൈ 4 പ്ലസ് 1 ബൈ 8 പ്ലസ് എന്നിങ്ങനെ പരിഗണിക്കാം, അതായത് 1 ബൈ 2 പവർ n മൈനസ് 1 എന്ന ക്രമവും അനുബന്ധ ശ്രേണി സംഗ്രഹവും എൻ 1 മുതൽ ഇൻഫിനിറ്റി 1 ബൈ 2 പവർ n മൈനസ് 1 ന് തുല്യമാണ്, ഇത് ആദ്യ പദം 1 ആയി ഉള്ള ഒരു ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി ആണെന്നും അനുബന്ധ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ പൊതു അനുപാതം 1 ബൈ 2 ആണെന്നും കാണുന്നത് ബുദ്ധിമുട്ടുള്ള കാര്യമല്ല, അത് 1 ൽ കുറവാണ്. ഈ സീരീസ് സംയോജിതമാണ്, വാസ്തവത്തിൽ ഞങ്ങൾക്ക് അതിന്റെ ആകെത്തുക a by 1 മൈനസ് r തരത്തിന് ഒരു ഫോർമുലയുണ്ട്, ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, അതായത് 1 by 2 power n മൈനസ് 1, n വലുതാകുമ്പോൾ 0 ന് അടുത്ത് വരുന്നു. മതി അതിനാൽ ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ 0 ലേക്ക് പ്രവണത n ആയി അനന്തതയിലേക്കും സംഗ്രഹത്തിലേക്കും ഒരു സംയോജിതമാണ്, എന്നാൽ മൂൻ

ഉദാഹരണത്തിൽ 0 ആയി n ആയി അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു, എന്നാൽ ഒരു ശ്രേണിയുടെ n -ആം പദം സംയോജിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ സംഗ്രഹം a സംയോജിപ്പിക്കില്ല. 0 ലേക്ക് ഉടൻ തന്നെ സീരീസ് സമ്മേഷൻ അവസാനിപ്പിക്കുക a ഒത്തുചേരുന്നതല്ല, അത് 0 ആയി ഒത്തുചേരുകയാണെങ്കിൽ, അനുബന്ധ ശ്രേണി സംഗ്രഹത്തെക്കുറിച്ച് ഞങ്ങൾക്ക് എന്തെങ്കിലും നിഗമനം ചെയ്യാൻ കഴിയില്ല, **convergence** d_i യെക്കുറിച്ചുള്ള സാങ്കേതിക വിശദാംശങ്ങളെക്കുറിച്ച് അധികം വിഷമിക്കേണ്ടതില്ല. സീരീസിന്റെ വക്രോളമാണെങ്കിലും ഞങ്ങൾ ഇതുവരെ ചർച്ച ചെയ്ത ആശയത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ചില പ്രശ്നങ്ങളിലേക്ക് [സംഗീതത്തിലേക്ക്] നീങ്ങാം എന്ന് പറഞ്ഞതിന് ശേഷം അത് ഒരു അവബോധജന്യമായി അനുഭവിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക. gp , ഇത് നിങ്ങളുടെ സൈദ്ധാന്തിക ധാരണയ്ക്ക് അനുബന്ധമായിരിക്കണം ആദ്യ പ്രശ്നം $2ap$ ന്റെ ഈ n നിബന്ധനകളുടെ ആകെത്തുക $3n$ പ്ലസ് 8 ന്റെ $7n$ പ്ലസ് 50 എന്ന അനുപാതത്തിലാണ് $2ap$ -ന്റെ n നിബന്ധനകൾ, ആദ്യ ടേം a , പൊതുവായ വ്യത്യാസം d എന്നിവയുള്ള ഒരു ap നൽകിയത് ദയവായി ഓർക്കുക, ആ എപിയുടെ n നിബന്ധനകളുടെ ആകെത്തുക കണ്ടെത്താൻ ഞങ്ങൾക്ക് ഒരു ഫോർമുലയുണ്ട്, കാരണം നമുക്ക് ഇവിടെ രണ്ട് ap -കൾ കൈകാര്യം ചെയ്യേണ്ടിവരുന്നു, ആ ആദ്യ ap ഗണിതം നമുക്ക് അനുമാനിക്കാം പുരോഗതിക്ക് ആദ്യ ടേം ഉണ്ട്, നമുക്ക് a_1 എന്നും പൊതുവായ വ്യത്യാസം d_1 എന്നും വിളിക്കാം, തുടർന്ന് ap a_1 a_1 പ്ലസ് d_1 a_1 പ്ലസ് $2d_1$ ആയിരിക്കും, അതിനാൽ നമുക്ക് രണ്ടാമത്തെ ap ന് ആദ്യ ടേം a_2 ഉം പൊതുവായ വ്യത്യാസം d_2 ഉം ഉണ്ട്, തുടർന്ന് രണ്ടാമത്തെ ap a_2 a_2 പോലെ കാണപ്പെടും പ്ലസ് ഡി $2a_2$ പ്ലസ് $2d_2$, അങ്ങനെ ആദ്യ ap - ന്റെ n -ആം ടേം ആദ്യ ടേം പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ആണ്. $2ap$ ന്റെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ അനുപാതമാണ്, ap യുടെ ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക n എന്ന ഫോർമുല ഉപയോഗിച്ച് ആദ്യ പദത്തിന്റെ 2 മടങ്ങ് കൂട്ടി n മൈനസ് 1 പൊതു വ്യത്യാസത്തിലേക്ക് നൽകിയെന്ന് ഓർമ്മിക്കുക രണ്ടാമത്തെ ap -ന്റെ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക 2 ന്റെ ആദ്യ ടേമിലേക്ക് n മൈനസ് 1 ആയി പൊതുവ്യത്യാസത്തിൽ നിങ്ങൾക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്നത് ഈ രണ്ട് അളവുകളുടെ അനുപാതമാണ് n ന്റെ 2 $2a$ പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d_1 ന് 2 $2a$ 1 $2a$ 2 പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d_2 എന്നത് $3n$ പ്ലസ് 8 ബൈ സെവൻ n പ്ലസ് പതിനഞ്ച് റദ്ദാക്കുന്നു ഈ n രണ്ട് കൊണ്ട് നൽകിയ വസ്തുത രണ്ട് a one plus n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d_1 ലേക്ക് $2a$ 2 plus n ആണ് മൈനസ് 1 മുതൽ d_2 വരെയുള്ളത് $3n$ പ്ലസ് a ബൈ $7n$ പ്ലസ് 50 ആണ് rst ap a_2 ഉം d_2 ഉം സെക്കൻഡ് എപിയിലെ ആദ്യ പദവും പൊതുവായ വ്യത്യാസവും അജ്ഞാതമാണ്, ഇത് ലളിതമാക്കിയതിന് ശേഷം നിങ്ങൾക്ക് ഒരു സമവാക്യം മാത്രമേ നൽകൂ, കൂടാതെ നിരവധി അജ്ഞാതങ്ങളുമുണ്ട്, അതിനാൽ ഇത് പരിഹരിക്കപ്പെടുമെന്ന് ഞങ്ങൾക്ക് പ്രതീക്ഷിക്കാനാവില്ല, എന്നിരുന്നാലും കണ്ടെത്തുന്നതിനെക്കുറിച്ചുള്ള ചോദ്യം എന്താണെന്ന് നോക്കാം. പന്ത്രണ്ടാം ടേമിന്റെ അനുപാതം ഓർക്കുക, ഞങ്ങൾക്ക് ഫസ്റ്റ് എപിയുടെ n th ടേമിനും സെക്കൻഡ് എപിയുടെ n th ടേമിനും ഫോർമുല ഉണ്ടെന്ന് ഓർക്കുക, അതിനാൽ ആദ്യ ap -ന്റെ പന്ത്രണ്ടാം ടേം 1 പ്ലസ് 11 ആയി d_1 ഉം 12 -ആം ടേം രണ്ടാമത്തെ ap ന്റെ 11 ലേക്ക് d_2 ഉം ആയിരിക്കും ഈ a_1 പ്ലസ് 11 ന്റെ അനുപാതം d_1 ന്റെ a_2 പ്ലസ് 11 ലേക്ക് d_2 ലേക്ക് കണ്ടെത്തുന്നതിന് ഇതാണ് നമ്മോട് ചോദിക്കുന്നത്, നമുക്കുള്ളത് $2a$ 1 plus n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d_1 ലേക്ക് $2a$ 2 പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d_2 തുല്യമാണ് $3n$ പ്ലസ് 8 മുതൽ $7n$ പ്ലസ് 50 വരെ, അതാണ് നമ്മൾ അനുപാതം കണ്ടെത്തുന്നത് a_1 പ്ലസ് 1180 by a_2 പ്ലസ് 11 d_2 എന്നത് $2a$ 1 പ്ലസ് 22 d_1 കൊണ്ട് $2a$ 2 പ്ലസ് 22 d_2 ഐക്ടറേറ്റർ ഗുണിച്ച് അതിനെ ന്യൂമറേറ്റർ ഗുണിക്കുന്നതിന് തുല്യമാണ് 2 ഉപയോഗിച്ച് ഇപ്പോൾ നമുക്ക് എന്താണ് ഉള്ളതെന്ന് നോക്കൂ, അത് $2a$ 1 പ്ലസ് n മൈനസ് 1 i ആണ് n മൈനസ് 1 ന്റെ സ്ഥാനത്ത് $2a$ 2 പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ആയി d_2 ലേക്ക് n to d_1 നമുക്ക് 22 ആവശ്യമാണ്, അതായത് n എന്നത് 23 ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യത്തിൽ n 23 ന് തുല്യമായി n ഇടുന്നതിലൂടെ ആവശ്യമായ അനുപാതം ലഭിക്കും. നക്ഷത്രം കൊണ്ട് നക്ഷത്രത്തിൽ ഞാൻ അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഈ സമവാക്യം 23 ന് തുല്യമാണ് ഉത്തരം നേടുക, ഉത്തരം 7 ബൈ 16 ആണെന്ന് ഞാൻ കരുതുന്നു, ദയവായി കൃത്രിമം നടത്തുക, ഞങ്ങൾ അടുത്ത ക്ലാസിൽ ap , gp എന്നിവയിൽ കൂടുതൽ പ്രശ്നങ്ങൾ തുടരുമെന്ന് സ്ഥിരീകരിക്കുക നന്ദി