

આ લેક્ચરમાં ક્રમ અને શ્રેણી આપણે અંકગણિત સરેરાશ અને સંખ્યાઓના ભૌમિતિક સરેરાશ પર વધુ અન્વેષણ કરીશું આગળ આપણે અંકગણિત પ્રગતિ અને ભૌમિતિક પ્રગતિ પર કેટલીક સમસ્યાઓનો સામનો કરવાનો પ્રયાસ કરીશું યાદ રાખો કે a અને b ના ટૂંકા માટે અંકગણિત સરેરાશ am am .

સકારાત્મક સંખ્યાઓ a અને b ને આપેલ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે અલ્પવિરામ b નો ભૌમિતિક સરેરાશ નીચે પ્રમાણે નિર્ધારિત કરવામાં આવે છે ઉત્પાદન ab ના ધન વર્ગમૂળ યાલો આપણે સંખ્યાઓ 1 અને 2 નો અંકગણિત સરેરાશ 1 વત્તા 2 ભાગ્યા 2 જે 1.

5 છે અને 1 અને 2 નો ભૌમિતિક સરેરાશ 2 નું વર્ગમૂળ છે.

1 અને 4 નો અંકગણિત સરેરાશ 1 વત્તા 4 બાય 2 છે જે 2.

5 છે અને 1 અને 4 નંબરનો ભૌમિતિક સરેરાશ 4 નું ધન વર્ગમૂળ છે જે 2 છે.

અંકગણિત 2 અને 8 નો સરેરાશ 2 વત્તા 8 બાય 2 છે જે 5 છે અને બે અને આઠ વચ્ચેનો ભૌમિતિક સરેરાશ ચાર છે તમે આ દાખલાઓમાંથી વધુ સંખ્યાઓ સાથે રમી શકો છો, શું તમે બે સંખ્યાઓની કિંમત am અને gm ની સરખામણી કરી શકો છો એ અર્થમાં કે કયું મોટું છે તમે અવલોકન કરી શકો છો કે ઓછામાં ઓછા આ કિસ્સામાં અંકગણિત સરેરાશ ભૌમિતિક સરેરાશ કરતાં મોટો અથવા બરાબર છે આ કિસ્સાઓમાં સખત રીતે વધુ આપણે આ અસમાનતાનું સ્વપ્ન સામાન્ય કિસ્સામાં જોઈ શકીએ છીએ કે શું તે સાચું છે કે અંકગણિત સરેરાશ બે ધન વચ્ચે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ હંમેશા ભૌમિતિક સરેરાશ કરતા મોટી અથવા સમાન હોય છે, આપણે આ પ્રશ્નને આગળ ઉકેલીશું, યાલો a અને b બે હકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓ હોઈએ તો શું અંકગણિત સરેરાશ એ વત્તા b બાય 2 છે અને gm એ મૂળ ab છે આપણે પ્રશ્ન પૂછીશું કે am છે હંમેશા g ની બરાબર કે તેનાથી મોટો હોય તો શું તે કિસ્સો gn કરતા મોટો અથવા બરાબર છે કે આપણે એ જાણવા માંગીએ છીએ કે શું એક વત્તા b બાય 2 રુટ ab કરતા મોટો કે બરાબર છે તે પ્રશ્ન છે કે તે c નું પ્રમાણ છે તો તફાવત am માઈનસ ગ્રામ નોન-નેગેટિવ છે

તેથી યાલો તફાવતને ધ્યાનમાં લઈએ a plus b બાય 2 માઈનસ રુટ ab એક સરળ મેનીપ્યુલેશન સાથે તે ખસ b માઈનસ બે વખત રુટ ab છે બે પૂર્ણ કરીને e અંશને વર્ગમાં ફેરવો તો તમે અવલોકન કરી શકો છો કે અંશ એ રુટ છે a બાદબાકી મૂળ b આખા ચોરસનું 2 વડે આમ તફાવત am માઈનસ gm એ રુટ a માઈનસ રુટ b આખા ચોરસને 2 વડે વિભાજિત કરે છે.

નોંધ કરો કે રુટ a અને રુટ b છે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ તેમની તફાવત એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે અને વાસ્તવિક સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશા બિન-નકારાત્મક હોય છે

તેથી એક બાદબાકી મૂળ b સંપૂર્ણ વર્ગ બિન-નકારાત્મક છે જે કહે છે કે તફાવત am માઈનસ ગ્રામ બિન-નકારાત્મક છે

તેથી am કરતાં મોટો છે અથવા gma વત્તા b બાય 2 એ રુટ ab કરતા વધારે અથવા બરાબર છે આમ આપણે સામાન્ય અસમાનતા am gm અસમાનતા સ્થાપિત કરી છે જે કહે છે કે બે ધન સંખ્યાઓનો અંકગણિત સરેરાશ હંમેશા તેમની વચ્ચેના ભૌમિતિક સરેરાશ કરતા મોટો અથવા સમાન હોય છે ત્યારે કોઈ પ્રશ્ન પૂછી શકે છે સમાનતા ધરાવે છે યાલો આપણે આપણી તપાસ પર પાછા જઈએ gm બરાબર છે પછી તફાવત શૂન્ય છે

તેથી પ્રશ્ન ઘટે છે કે જ્યારે મૂળ એક બાદબાકી મૂળ b સંપૂર્ણ ચોરસ શૂન્ય સાથે એકરૂપ થાય છે અને જવાબ છે કે જ્યારે રુટ b ની સમાન હોય છે કારણ કે આપણે ધન સંખ્યાઓ સાથે વ્યવહાર કરીએ છીએ તે b ની બરાબર કહેવું સમકક્ષ છે આમ અવલોકન એ છે કે જો અને માત્ર જો b સમાન હોય તો જ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેના અંકગણિત સરેરાશનો નિષ્કર્ષ કરવા માટે b ની સમાનતા હંમેશા અથવા કરતાં મોટી હોય તેમની વચ્ચે ભૌમિતિક સરેરાશ સમાન છે આગળ અંકગણિત સરેરાશ અને ભૌમિતિક સરેરાશ એકરૂપ થાય છે જ્યારે બે સંખ્યાઓ સમાન હોય ત્યારે યાલો આ અંકગણિત ભૌમિતિક સરેરાશ સંબંધને ભૌમિતિક રીતે અર્થઘટન કરવાનો પ્રયાસ કરીએ a અને b બાજુની લંબાઈવાળા લંબચોરસને ધ્યાનમાં લઈએ તો લંબચોરસની પરિમિતિનો સરવાળો થશે બધી બાજુઓ જે બે a વત્તા બે b છે અને ક્ષેત્રફળ ab છે હવે યાલો આપણે આ લંબચોરસના ક્ષેત્રફળના બરાબર ક્ષેત્રફળવાળા ચોરસને ધ્યાનમાં લઈએ એટલે આપણે વિસ્તાર ab સાથેનો ચોરસ રાખવા માંગીએ છીએ, નોંધ કરો કે ક્ષેત્રફળ માટેના ચોરસ સૂત્ર માટે ચોરસનો વર્ગ છે બાજુ

તેથી વિસ્તાર ab સાથે ચોરસ રાખવા માટે આપણને બધી બાજુની લંબાઈના મૂળ ab ના ચોરસની જરૂર છે, યાલો આપણે બાજુની લંબાઈના વર્ગને ધ્યાનમાં લઈએ પછી આ ચોરસ ob ના ક્ષેત્રફળનો વિચાર કરીએ સ્પષ્ટ રીતે ab છે અને પરિમિતિ ચાર ગણી મૂળ ab છે બધી બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો આને ધ્યાનમાં રાખો યાલો બાજુની લંબાઈ a અને b am gm અસમાનતા દર્શાવતી સંખ્યાઓ પર am gm અસમાનતા લાગુ કરીએ તે કહે છે કે a વત્તા b બાય 2 અથવા તેનાથી મોટો છે રુટ ab ની બરાબર જે 2 ગુણ્યા વત્તા 2 ગણા b કહેવા માટે સમકક્ષ છે 4 ગુણ્યા મૂળ ab કરતા વધારે અથવા બરાબર છે બંને બાજુ 4 સાથે ગુણાકાર કરીને આમ પરિમિતિના સંદર્ભમાં am gm અસમાનતાનું અર્થઘટન કરીએ છીએ અમે અવલોકન કરીએ છીએ કે સમાન લંબચોરસ વચ્ચે સમાન ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અન્ય કોઈપણ લંબચોરસની પરિમિતિની તુલનામાં ક્ષેત્રફળ ચોરસની પરિમિતિ સૌથી ઓછી છે.

એક ભૌમિતિક તથ્ય એટલે કે સમાન ક્ષેત્રફળવાળા તમામ લંબચોરસમાં ચોરસ ઓછામાં ઓછો પરિમિતિ ધરાવે છે તે પછી મને એક ટિપ્પણી કરવા દો અંકગણિત સરેરાશ અને ભૌમિતિક અર્થ આપણે બે સકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓ માટે આપણે આને સામાન્યીકરણ કરી શકીએ છીએ અને વાસ્તવિક સંખ્યાઓની ચોક્કસ સંખ્યા માટે અંકગણિત સરેરાશ અને ભૌમિતિક સરેરાશને વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ જેથી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ 1 એ 2 વગેરે હોય અને આ સંખ્યાઓનો અંકગણિત સરેરાશ 1 ના am તરીકે વ્યાખ્યાયિત થાય a 2 વગેરે an બરાબર છે 1 વત્તા 2 વત્તા વગેરે વત્તા n દ્વારા આપણે બધી સંખ્યાઓ ઉમેરીએ છીએ અને વાસ્તવિક સંખ્યાઓની સંખ્યા વડે ભાગીએ છીએ તે જ રીતે આપણે n પોઝિટોરિયલ્સ 1 a 2 આપ્યા છે

તેથી આ સંખ્યાઓનો ભૌમિતિક સરેરાશ છે નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરેલ a_1 a_2 નું gm વગેરે an એ 1 a 2 a 3 વગેરે ગુણાંક સમાન છે અને સંખ્યાઓના ઉત્પાદનના n n રુટ દ્વારા ઘાત 1 છે તે અવલોકન કરો કે જ્યારે n 2 ની બરાબર હોય છે ત્યારે તે સૂત્રમાં ઘટાડો કરે છે જે અમારી પાસે હતું બે સંખ્યાઓ વચ્ચેના ભૌમિતિક સરેરાશ માટે હું પુરાવા વિના ઉલ્લેખ કરું છું કે am gm

અસમાનતા n ધન વાસ્તવિકતાના સમૂહ માટે ધરાવે છે જે હકારાત્મક વાસ્તવિક એક એક બેમાં આપવામાં આવે છે અને તેથી આ n સંખ્યાઓનો અંકગણિત સરેરાશ હંમેશા gr હોય છે.

ભૌમિતિક અર્થ કરતાં અથવા તેનાથી સમાન ખાનારનો અર્થ આ અસમાનતાની નોંધ સ્થાપિત કરવા માટે એક સરસ કવાયત હશે કે આપણી પાસે આ અસમાનતા બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓની હકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓના કિસ્સામાં છે જે ખૂબ જ નજીવી હકીકતમાંથી બહાર આવી છે કે કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યાનો વર્ગ મોટો છે.

બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ માટે am gm અસમાનતાનો આધાર તરીકે ઉપયોગ કરીને શૂન્ય કરતાં અથવા તેની બરાબર કરો અને ઇન્ડક્શન લાગુ કરવાથી તેને n ધન વાસ્તવિકતા માટે સ્થાપિત કરવાનો પ્રયાસ થઈ શકે છે, યાલો આપણે એક અનંત શ્રેણી પર પાછા જઈએ જેમ કે મેં અગાઉના વ્યાખ્યાનમાં કહ્યું હતું કે મર્યાદિત રકમથી વિપરીત અનંત સરવાળો અથવા અનંત શ્રેણીને સીધી રીતે આગળ ધપાવી શકાતી નથી આપણે શું કરીએ છીએ તે પછી આપણે આંશિક સરવાળોનો ક્રમ શોધીએ છીએ, આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે આંશિક સરવાળાના ક્રમનું શું થાય છે કારણ કે જો આંશિક રકમનો ક્રમ નજીક આવે તો n મોટો અને મોટો થાય છે નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યાને જેમ n મોટો અને મોટો થતો જાય છે તેમ આપણે કહીએ છીએ કે શ્રેણી સરવાળો અથવા કન્વર્જન્ટ છે અને તે નિશ્ચિત સંખ્યા કે જેના પર આંશિક રકમનો ક્રમ નજીક આવે છે તે b હશે તે સંદર્ભમાં શ્રેણીના સરવાળા તરીકે ગણવામાં આવે છે અમે અવલોકન કરીએ છીએ કે ભૌમિતિક શ્રેણી અનંત ભૌમિતિક શ્રેણીનો સરવાળો કરી શકાય છે જો સામાન્ય ગુણોત્તર બાદબાકી 1 અને 1 બંને વચ્ચે હોય તો કન્વર્જન્ટના કિસ્સામાં સરવાળામાં એક બાય 1 ઓછા દ્વારા આપવામાં આવેલ સૂત્ર હોય છે.

r અન્ય કેસોમાં એટલે કે 1 કરતા વધારે અથવા સમાન સામાન્ય ગુણોત્તરનું મોડ્યુલસ ભૌમિતિક શ્રેણી અલગ પડે છે, કોઈ એક અનંત ભૌમિતિક શ્રેણી સમાન પૂછી શકે છે કે શા માટે આપણે એક અનંત અંકગણિત શ્રેણીને ધ્યાનમાં ન લઈએ જેને અંકગણિત પ્રગતિ aa ખસ દા વત્તા 2 આપવામાં આવે છે.

d

so on a plus n minus 1 d

તેથી શું આપણે સરવાળો n બરાબર 1 ની અનંતતા અને વત્તા n માઈનસ 1 d વિશે વાત કરી શકીએ શું આપણે અંકગણિત પ્રગતિના તમામ શબ્દોના સરવાળા વિશે વાત કરી શકીએ કે શું આ શ્રેણી આનો જવાબ આપવા માટે સરવાળો છે? પહેલા આપણે નીચે આપેલ અવલોકન કરીએ, યાલો સરવાળો ann એ 1 થી અનંતની સમાન છે અનંત શ્રેણી a 1 વત્તા $a2$ વત્તા $a3$ વત્તા તેથી પર કન્વર્જન્ટ અર્થ થાય છે આશરે તમે આ બધા શબ્દો ઉમેરી શકો છો અને આવા કિસ્સામાં એક મર્યાદિત મૂલ્ય સાથે સમાપ્ત થાય છે, તમે જાણો છો કે આંશિક સરવાળાનો અનુરૂપ ક્રમ જે આંશિક રકમનો ક્રમ છે એટલે કે sn બરાબર $a1$ વત્તા $a2$ વત્તા વગેરે વત્તા an એ કન્વર્જન્ટ છે જે n મોટો થાય છે અને આંશિકનો ક્રમ મોટો થાય છે.

સરવાળો નિશ્ચિત સંખ્યાની પર્યાપ્ત રીતે નજીક બની જાય છે યાલો આપણે તેને હા કહીએ આમ ધારણા સાથે કે આપેલ શ્રેણી સરવાળો અથવા કન્વર્જન્ટ છે અમારી પાસે આંશિક સરવાળાનો અનુરૂપ ક્રમ છે કન્વર્જન્ટ આ તમને આપે છે કે n sn અને sn માઈનસ બંને મોટા અને મોટા થતા જાય છે.

1 એ s ની નજીક છે યાદ રાખો જ્યારે n મોટો હોય ત્યારે n માઈનસ 1 અને n વચ્ચે કોઈ મોટો તફાવત હોતો નથી અને ક્રમના કન્વર્જન્ટનો અમારો અર્થ એ છે કે જેમ જેમ આપણે ક્રમના અંત તરફ આગળ વધીએ છીએ તેમ તમામ પદ એક નિશ્ચિત સંખ્યાની નજીક સ્થિર થઈ જાય છે.

હા

તેથી એકવાર sn એ હા માટે કન્વર્જન્ટ થઈ જાય તો sn અને sn માઈનસ 1 આ નિશ્ચિત s ની ખૂબ જ નજીક હશે જ્યારે n મોટી હોય ત્યારે નોંધ કરો કે sn એ 1 વત્તા a પ્રથમ n પદોનો સરવાળો છે 2 વત્તા વગેરે વત્તા

તેથી an એ sn માઈનસ sn માઈનસ 1 n મી ટર્મ એ આંશિક સરવાળાના ક્રમની n મી ટર્મ અને n માઈનસ 1 ટર્મ વચ્ચેના તફાવત જેટલો જ છે નોંધ કરો કે જ્યારે n મોટો થાય ત્યારે sn અને sn માઈનસ 1 બંને s ની નજીક હોય છે.

સાહજિક રીતે એ સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ કે મર્યાદા n અનંત am તરફ વલણ શૂન્ય છે કારણ કે sn અને sn માઈનસ વન બંને s ની નજીક છે જ્યારે n મોટો થશે ત્યારે તફાવત 0 ની નજીક હશે, યાલો આપણે ક્રમની મર્યાદાની ચોક્કસ વ્યાખ્યામાં પ્રવેશ ન કરીએ અને તેથી પર પરંતુ એક સાહજિક અનુભૂતિ કરો કે જ્યારે sn અને sn માઈનસ 1 s ની નજીક હોય ત્યારે તફાવત શૂન્યની નજીક હશે તેથી મર્યાદા n અનંત તરફ વલણ અને શૂન્ય છે તો આપણે શું કરીએ છીએ અમે એ હકીકત સાથે શરૂ કરીએ છીએ કે અનંત શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે અનંત શ્રેણી આખરે મર્યાદિત વાસ્તવિક સંખ્યાને રજૂ કરે છે a 1 વત્તા 2 વત્તા 3 વત્તા વગેરે અમુક s ની રકમ હોય છે તે કિસ્સામાં આપણે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે શરતો 0 ની નજીક હોવી જોઈએ આમ સરવાળો an કન્વર્જન્ટ સૂચવે છે n એ 0 તરફ વલણ ધરાવે છે કારણ કે n અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે યાદ કરો કે જો તમારી પાસે વિધાન p હોય તો તે q સૂચવે છે તે તાર્કિક રીતે સમકક્ષ છે q નો અર્થ નથી p સાવચેત રહો p નો અર્થ q એ તાર્કિક રીતે q ના સમકક્ષ છે એનો અર્થ p અમારી અવલોકન શ્રેણીના સમીકરણ પર પાછા જવાનું નથી એ કન્વર્જન્ટ છે એનો અર્થ એ થાય છે કે n મોટા અને મોટા થતાં જ શબ્દો 0 ની નજીક આવે છે

તેથી આ તાર્કિક સમકક્ષતા લાગુ કરવાથી વ્યક્તિ એ અવલોકન કરવા સક્ષમ હોવું જોઈએ કે જો n મો શબ્દ શૂન્ય તરફ વળતો નથી કારણ કે n મોટો અને મોટો થતો જાય છે તો આપણે અપેક્ષા રાખી શકતા નથી કે અનુરૂપ શ્રેણી છે.

કન્વર્જન્ટ જો એક 0 ની નજીક ન આવે કારણ કે n અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે, તો સરવાળો એ કન્વર્જન્ટ નથી બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો સારાંશ એક મર્યાદિત મૂલ્યનું પ્રતિનિધિત્વ કરી શકતું નથી તે સરવાળો નથી, તે શ્રેણી છે કે કેમ તે જોવા માટે આ એક શક્તિશાળી પરીક્ષણ હશે.

વિભિન્ન અર્થ કન્વર્જન્ટ નથી જો તમે જોશો કે શ્રેણીમાંના શબ્દો 0 ની નજીક નથી બની રહ્યા કારણ કે n મોટા અને મોટા થાય છે તરત જ તમે તારણ કરી શકો છો અનુરૂપ શ્રેણીમાં સરવાળો નથી આ અવલોકનને ધ્યાનમાં રાખીને યાલો આપણે અંકગણિત પ્રગતિ aa વત્તા da વત્તા 2 d વગેરે આપેલ પ્રશ્ન પર પાછા જઈએ, શું અનંત શ્રેણીનો સરવાળો n 1 થી અનંત a વત્તા n ઓછા 1 માં d

એ કન્વર્જન્ટ છે? અનંત શ્રેણી આખરે વાસ્તવિક મૂલ્યનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે, નોંધ કરો કે આ શ્રેણી માટે n મી ટર્મ એ d માં પ્લસ n માઈનસ 1 છે ધ્યાનમાં રાખો કે a અને d નિશ્ચિત મર્યાદિત વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે જે અનુક્રમે પ્રથમ પદ છે અને ap અને d માં એક વખતનો સામાન્ય તફાવત છે.

d એ 0 ની બરાબર નથી એમ ધારીને નિશ્ચિત છે આપણે જોઈએ છીએ કે જ્યારે n ની પરિમાણમાં મોટો બને છે ત્યારે d માં વત્તા n માઈનસ 1 મોટો બને છે જો d એ સકારાત્મક સંખ્યા હોય તો n માઈનસ 1 માં d થાય કારણ કે n મોટો થાય તો અનંતની નજીક આવે છે અને જો d જ્યારે n મોટું થાય છે ત્યારે n માઈનસ 1 માં d ઋણ છે

તેથી n ને અનંતતા તરફ વળવું એ વત્તા n માઈનસ 1 માં d એ વત્તા અનંત અથવા ઓછા અનંતની મર્યાદા છે જે આપણે જોયું તે n મી અવધિ છે આપણને ઠયિક છે તે શ્રેણીની એટલે કે અંકગણિત શ્રેણી 0 ની નજીક આવતી નથી જ્યારે n મોટી થાય છે તેથી અગાઉના અવલોકન દ્વારા અમારી પાસે અનુરૂપ શ્રેણીનો સરવાળો નથી

તેથી સરવાળો એક વત્તા n બાદબાકી 1 dn એ 1 થી અનંત સમાન છે કન્વર્જન્ટ નથી કારણ કે શ્રેણીનો n મો પદ 0 ની નજીક આવતો નથી જ્યારે n મોટો થાય ત્યારે અનુરૂપ શ્રેણી કન્વર્જન્ટ નથી આ સ્થિતિ છે જો $d = 0$ ની બરાબર ન હોય અને જો d ફરીથી 0 ની બરાબર હોય ત્યારે d અનંતના 0 n મા પદની બરાબર હોય શ્રેણીમાં અમને રસ છે તે ઘટાડે છે જે નિશ્ચિત છે

તેથી n અનંતતા તરફ વલણ રાખતા n મી પદ શૂન્યની નજીક આવતી નથી જ્યારે a શૂન્ય મર્યાદા નથી અને અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે a જે n મી પદ છે તે 0 નથી જો $a = 0$ નથી તો શું અમે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે જો સામાન્ય તફાવત 0 હોય અને પ્રથમ પદ 0 ન હોય તો અંકગણિતની પ્રગતિ aaa છે અને

તેથી અહીં n મી પદ શૂન્યની નજીક આવતી નથી

તેથી અનુરૂપ શ્રેણી a plus ap plus a plus

so on મર્યાદિત નથી અથવા તે કન્વર્જન્ટ નથી માત્ર 0 ની બરાબર અને d બરાબર 0 સાથે બાકી રહે છે તે કિસ્સામાં અંકગણિતની પ્રગતિ 0 0 0 છે અને અનુરૂપ અંકગણિત શ્રેણી 0 વત્તા 0 વત્તા છે અને જે દેખીતી રીતે સરવાળો છે અને સરવાળો 0 છે. તુચ્છ કિસ્સા સિવાય નિષ્કર્ષ પર આવવા માટે અંકગણિત પ્રગતિને અનુરૂપ શ્રેણી એટલે કે સરવાળો a વત્તા n બાદબાકી 1 માં d એ કન્વર્જન્ટ નથી આ ભૌમિતિક શ્રેણીથી વિપરીત છે ભૌમિતિક શ્રેણી જે શ્રેણી છે ભૌમિતિક પ્રગતિને અનુરૂપ r ના કેટલાક મૂલ્યો માટે વધુ ચોક્કસ રીતે r માટે કન્વર્જન્ટ છે જે માઈનસ 1 અને 1 ની વચ્ચે આવેલું છે બંને ભૌમિતિક શ્રેણીને બાદ કરતાં કન્વર્જન્ટ છે, ચાલો આપણે જે અવલોકન કર્યું હતું તેના પર મને ભાર આપવા દો જો સમેશન ann 1 થી અનંત સમાન હોય તો કન્વર્જન્ટ હોય તો જે સૂચવે છે કે $an = 0$ ની નજીક છે કારણ કે n ગાણિતિક રીતે લખાયેલું મોટું બને છે કારણ કે મર્યાદા n અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે અને શૂન્યની બરાબર છે આ પરિણામનો આપણે કેવી રીતે ઉપયોગ કરીએ છીએ b છે y વિધાનના કોન્ટ્રાપોઝિટિવ લેતા એટલે કે જો તમારી પાસે શ્રેણીનો સરવાળો $n = 1$ ની અનંતતા an ની બરાબર હોય અને જો તમે અવલોકન કરી શકો કે એક શબ્દ અને પદ 0 ની નજીક નથી કારણ કે n તરત જ મોટો થઈ જાય છે, તો અમે નિષ્કર્ષ પર આવી શકીએ છીએ કે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ નથી તેમ છતાં જો n મો ટર્મ 0 ની નજીક આવે છે કારણ કે n મોટો થાય છે જે અનંત શ્રેણીના સારાંશ $n = 1$ થી અનંતની સમાનતાના કન્વર્જન્ટ વિશે કંઈપણ બાંહેધરી આપતું નથી અને ધ્યાનમાં રાખો કે જો n મનસ્વી રીતે વધે છે તો 0 ની નજીક આવે છે મોટા પછી અમે નિષ્કર્ષ પર આવી શકતા નથી કે સારાંશ એ કન્વર્જન્ટ ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ ટિપ્પણી છે અને આ ટિપ્પણીને પૂરક બનાવવા માટે હું તમને એક ઉદાહરણ આપું, ચાલો આપણે ક્રમ 1 1 બાય 2 1 બાય 3 અને 1 બાય n પર વિચાર કરીએ

તેથી અનુરૂપ શ્રેણી હશે સરવાળો 1 બાય n એટલે કે 1 વત્તા 1 બાય 2 વત્તા 1 બાય 3 વત્તા વગેરે યાદ કરો કે આપણે સાબિત કર્યું છે કે આ શ્રેણીના આંશિક સરવાળામાં ગુણધર્મ છે કે $s = 2$ ઘાત n એ 1 વત્તા n બાય 2 2 ઘાત કરતા વધારે અથવા બરાબર છે n મો આંશિક સરવાળો 1 વત્તા n બાય 2 કરતાં મોટો અથવા બરાબર છે.

તેથી આંશિક સરવાળોનો ક્રમ બંધાયેલો નથી તે વધતો જ જાય છે

તેથી આપણે અપેક્ષા રાખી શકીએ અહીં કે આંશિક સરવાળોનો ક્રમ નિશ્ચિત સંખ્યાની નજીક રહે જે કહેવાની સમક્ષ હોય.

શ્રેણી અન્ય શબ્દોમાં કન્વર્જન્ટ નથી 1 વત્તા 1 બાય 2 વત્તા 1 બાય 3 વત્તા વગેરે મર્યાદિત વાસ્તવિક સંખ્યાને રજૂ કરતું નથી જો કે n મો શબ્દ એટલે કે 1 બાય $n = 0$ ની નજીક બને છે કારણ કે n પૂરતો મોટો સિગ્મા 1 બાય n બને છે તે કન્વર્જન્ટ નથી પરંતુ 1 બાય $n = 0$ ની નજીક આવે છે કારણ કે n એ અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે આમ જ્યારે તમારી પાસે શ્રેણીનો સરવાળો હોય અને જ્યારે n મો પદ a શૂન્ય નિષ્કર્ષની નજીક ન આવે ત્યારે તરત જ શ્રેણી કન્વર્જન્ટ નથી જ્યારે n મી પદ 0 પર જાય તો આપણે કરી શકતા નથી શ્રેણી વિશે કંઈપણ દાવો કરો તો તે વધુ સ્પષ્ટ થશે જો હું એક વધુ ઉદાહરણ આપું તો ચાલો હું 1 વત્તા 1 બાય 2 વત્તા 1 બાય 4 વત્તા 1 બાય 8 વત્તા વગેરેનો વિચાર કરું જે ક્રમ 1 બાય 2 ઘાત n માઈનસ 1 અને અનુરૂપ શ્રેણીના સમીકરણ છે.

$n = 1$ થી અનંત 1 બાય 2 ઘાત n માઈનસ 1 ની બરાબર છે તે જોવું મુશ્કેલ નથી કે આ એક ભૌમિતિક શ્રેણી છે જેમાં પ્રથમ પદ 1 છે અને અનુરૂપ ભૌમિતિક પ્રગતિ માટે સામાન્ય ગુણોત્તર 1 બાય 2 છે જે 1 કરતા ઓછો છે.

તેથી અવલોકન અગાઉ આપણે આ શ્રેણીમાં કન્વર્જન્ટ કર્યું હતું અને હકીકતમાં આપણી પાસે તેના સરવાળા a બાય 1 બાદ r પ્રકારનું સૂત્ર છે હવે તમે અવલોકન કરો કે n મો શબ્દ એટલે કે 1 બાય 2 ઘાત n માઈનસ 1 એ 0 ની નજીક આવે છે કારણ કે n મોટું થાય છે.

પૂરતું છે

તેથી આ ઉદાહરણમાં એક 0 તરફ વલણ ધરાવે છે કારણ કે n અનંતતા અને સમીકરણ તરફ વલણ ધરાવે છે an કન્વર્જન્ટ છે જ્યારે અગાઉના ઉદાહરણમાં 0 n તરીકે અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે પરંતુ

જો શૂંખવાની n મી ટર્મ કન્વર્જ ન થઈ રહી હોય તો સરવાળો એ કન્વર્જન્ટ નથી 0 માટે તરત જ શ્રેણીના સમીકરણને સમાપ્ત કરો an કન્વર્જન્ટ નથી અને જો તે 0 પર કન્વર્જ થાય તો અમે અનુરૂપ શ્રેણીના સમીકરણ વિશે કંઈક નિષ્કર્ષ આપી શકતા નથી

અને કન્વર્જન્સ ડી વિશેની તકનીકી વિગતો વિશે વધુ ચિંતા કરશો નહીં શ્રેણીની શરૂઆત પરંતુ તેની સાહજિક અનુભૂતિ કરવાનો પ્રયાસ કરો અને કહ્યું કે યાલો આપણે જે ખ્યાલની ચર્ચા કરી છે તેના આધારે કેટલીક સમસ્યાઓ તરફ આગળ વધીએ, આ સમસ્યા તમને અમે એપીમાં વિકસિત કરેલા સૂત્રો વિશે યાદ અપાવવામાં મદદ કરશે .

gp અને તે તમારી સૈદ્ધાંતિક સમજને પૂરક બનાવશે પ્રથમ સમસ્યા એ છે કે 2 ap ની આ n શરતોનો સરવાળો 3 n વત્તા 8 બાય 7 n વત્તા 50

ના ગુણોત્તરમાં છે, તમને તેમની બારમી મુદતનો ગુણોત્તર શોધવા માટે કહેવામાં આવે છે કે ડેટા સરવાળોનો ગુણોત્તર છે.

2 ap ની n શરતો કૃપા કરીને યાદ કરો કે પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય તફાવત સાથે ap આપવામાં આવે છે d અમારી પાસે તે ep ની n શરતોનો સરવાળો શોધવા માટે એક સૂત્ર છે

કારણ કે આપણે અહીં બે ap સાથે વ્યવહાર કરવાનો છે યાલો આપણે ધારીએ કે પ્રથમ ap અંકગણિત પ્રગતિમાં પ્રથમ પદ છે યાલો આપણે a1 અને સામાન્ય તફાવત d1 કહીએ પછી ap એ a1 a1 વત્તા d1 a 1 વત્તા d 1 હશે અને

તેથી જ યાલો બીજા ap માં પ્રથમ પદ a2 અને સામાન્ય તફાવત d2 હોય તો બીજું ap a2 a2 જેવો દેખાશે વત્તા ડી 2 a2 વત્તા 2 d2 અને

તેથી પ્રથમ ap ની nમી મુદત એ પ્રથમ ટર્મ છે વત્તા n માઈનસ 1 માં સામાન્ય તફાવત બીજા ap ની nમી ટર્મ પ્રથમ ટર્મ છે ખસ n માઈનસ 1 વખત સામાન્ય તફાવત d2 આ ફોર્મ્યુલા આપણે પહેલાથી વિકસાવી છે હવે અમને શું આપવામાં આવે છે 2 ap ની n શરતોના સરવાળાનો ગુણોત્તર છે, યાદ કરો કે ap ની પ્રથમ n શરતોનો સરવાળો

ફોર્મ્યુલા n દ્વારા પ્રથમ પદના 2 2 ગણા વત્તા n માઈનસ 1 સામાન્ય તફાવતમાં આપવામાં આવ્યો છે આ સમાન રીતે પ્રથમ ap ની n શરતોના સરવાળા માટે છે સેકન્ડ એપીના n પદોનો સરવાળો n બાય 2 2 પ્રથમ ટર્મમાં વત્તા n બાદ 1 થશે સામાન્ય તફાવતમાં જે તમને આપવામાં આવે છે તે આ બે જથ્થાનો ગુણોત્તર n બાય 2 2 a વત્તા n માઈનસ 1 માં d1 બાય n બાય 2 2 હશે.

a 1 2 a 2 વત્તા n બાદબાકી 1 માં d 2 ને 3 n વત્તા 8 બાય સાત n વત્તા પંદર આપવામાં આવે છે આ n ને બે દ્વારા રદ કરીને આપેલ હકીકત એ છે કે બે એ એક વત્તા n ઓછા 1 માં d 1 બાય 2 એ 2 વત્તા n માઈનસ 1 માં d 2 એ 3 n વત્તા a બાય 7 n વત્તા 50 બરાબર છે.

a 1 અને d 1 ને પ્રથમ પદ અને fi નો સામાન્ય તફાવત યાદ રાખો rst ap a2 અને d2 પ્રથમ ટર્મ અને સેકન્ડ એપી પરનો સામાન્ય તફાવત અજ્ઞાત છે અને આ તમને સરળીકરણ પછી માત્ર એક જ સમીકરણ આપશે અને ત્યાં ઘણી બધી અજાણી બાબતો છે

તેથી અમે તેને ઉકેલવાની અપેક્ષા રાખી શકતા નથી જો કે યાલો જોઈએ કે પ્રશ્ન શોધવાનો પ્રશ્ન શું છે.

બારમી ટર્મનો ગુણોત્તર યાદ રાખો કે અમારી પાસે પ્રથમ એપીની nમી ટર્મ અને બીજી એપીની nમી ટર્મ માટે ફોર્મ્યુલા છે તેથી પ્રથમ એપીની બારમી ટર્મ 1 વત્તા 11 માં ડી1 અને 12મી ટર્મ એ 2 વત્તા 11 માં ડી2 હશે.

આ a1 વત્તા 11 માં d1 બાય a2 વત્તા 11 માં d2 નો ગુણોત્તર શોધવા માટે આ આપણને પૂછવામાં આવે છે અને આપણી પાસે જે છે તે છે 2 a 1 વત્તા n ઓછા 1 માં d 1 બાય 2 a 2 વત્તા n ઓછા 1 માં d 2 બરાબર 3 n વત્તા 8 બાય 7 n વત્તા 50 એ જ આપણે a1 વત્તા 1180 બાય a2 વત્તા 11 d2 ગુણોત્તર શોધીએ છીએ તે 2 a 1 વત્તા 22 d 1 બાય 2 a 2 વત્તા 22 d 2 i તેને લઘુત્તમ અને અંશનો ગુણાકાર શોધવા માટે સમકક્ષ છે 2 સાથે હવે જુઓ કે આપણી પાસે શું છે તે 2 a 1 વત્તા n ઓછા 1 i નો ગુણોત્તર છે n થી d1 સાથે 2 a 2 વત્તા n માઈનસ 1 માં d2 માં n માઈનસ 1 ની જગ્યાએ આપણને 22 જોઈએ છે જે n બરાબર 23 છે

તેથી આપેલ સમીકરણમાં n બરાબર 23 મૂકીને જરૂરી ગુણોત્તર મેળવી શકાય છે.

સ્ટાર બાય સ્ટારમાં મારો મતલબ છે કે આ સમીકરણ n બરાબર 23 મૂકીએ તો આપણી પાસે 2 a 1 વત્તા 22 d 1 બાય 2 a 2 વત્તા 22 d 2 બરાબર 3 માં 23 વત્તા 8 બાય 7 માં 23 વત્તા 50 હવે આ ગુણોત્તરને સરળ બનાવીએ છીએ જવાબ મેળવો મને લાગે છે કે જવાબ 7 બાય 16 છે કૃપા કરીને મેનીપ્યુલેશન કરો અને પુષ્ટિ કરો કે અમે આગામી વર્ગમાં એપી અને જીપી પર વધુ સમસ્યાઓ સાથે યાલુ રાખીશું આભાર