ہیلو سب کو موضوع کی ترتیب اور سیریز پر لیکچر کی سیریز میں واپسی پر خوش آمدید کہتے ہیں اس موضوع میں یہ ہمارا چھٹا لیکچر ہے آئیے ہم
اس بات کو یاد کرتے ہوئے شروع کرتے ہیں کہ دو الفاظ کی ترتیب اور سلسلہ روزمرہ کی زندگی میں ایک دوسرے کے ساتھ استعمال ہوتے ہیں یہ
دونوں الفاظ استعمال ہوتے ہیں۔ واقعہ کی جانشینی کی نشاندہی کرنے کے لیے
اس لیے میں نے لیکچرز کی سیریز بتائی تاہم یہ ذہن میں رکھنا چاہیے کہ یہ دو الفاظ ترتیب اور سلسلہ ریاضی میں الگ الگ معنی رکھتے ہیں تقریباً
ترتیب نمبروں کی فہرست یا جانشینی کی نشاندہی کرنے کے لیے استعمال کی جاتی ہے اور سیریز کا استعمال اعداد کے مجموعہ کے لیے کیا جاتا
کی اصطلاحات کے مجموعے کے لیے ایک gp ہے۔ ایک ترتیب کی شرائط یہ کہنے کے بعد جیسا کہ آخری لیکچر میں وعدہ کیا گیا تھا ہم ایک
فارمولہ قائم کریں گے کہ جی پی جیومیٹرک ترقی ایک ایسی ترتیب ہے جس میں پہلی ٹرم کے بعد ہر ٹرم کو پچھلی اصطلاح سے حاصل کیا جاتا ہے۔
ایک مقررہ غیر صفر نمبر کے ساتھ ضرب کرنا اور اس مقررہ غیر صفر نمبر کو ہندسی ترقی کا مشترکہ تناسب کہا جاتا ہے اس کے بعد ہم ہندسی
پر غور gp اور مشترکہ تناسب کے ساتھ ایک a شرائط کے مجموعہ کے لئے ایک فارمولا قائم کریں گے ۔ آئیے ہم پہلی اصطلاح n ترقی کے
aara r کی وضاحت یا نمائندگی کی جا سکتی ہے فہرست gp کے ساتھ r اور مشترکہ تناسب a نوٹ کریں کہ پہلی اصطلاح r کریں
مربع جمع وغیرہ کے ar جمع ar ٹرم تک جمع nth مائنس 1 وغیرہ ہمارا مقصد تلاش کرنا ہے۔ nth term ar power n مربع وغیرہ
سے ظاہر کرتے ہیں جو ہم کرنے کا ارادہ رکھتے ہیں وہ یہ s n مائنس 1 آئیے اس رقم کو a into r power n لیے ایک فارمولہ یعنی
کے برابر 1 نوٹ کریں کہ اس معاملے میں r کے لیے ایک فارمولہ تلاش کریں آئیے پہلے اس معمولی معاملے کو حل کریں۔ یعنی sn ہے کہ
کے n ہے sn ایک جمع ایک جمع ہے اسی طرح ایک بار جو sm تک کم ہو جاتی ہے لہذا اس کے نتیجے میں aaa ہندسی ترقی مستقل ترتیب
کے برابر نہیں ہے جو ہم چاہتے ہیں ایک فارمولہ ہے let r 1 برابر ہے اس سے معمولی معاملہ طے ہوتا ہے۔ ہم باقی کیس پر غور کرتے ہیں
r مائنس 1 کے لیے ہم ایک سادہ چال استعمال کریں گے جیسا کہ آئیے ہم ar power n وغیرہ تک a plus ar plus کے برابر sn
کی طاقت ar سے ضرب کی جائے تو r مربع جمع وغیرہ آخری اصطلاح جب ar جمع ar اوقات تلاش کرتے ہیں جس کے ساتھ موافق ہے
مائنس 1 ہوگی۔ کیا آپ اسے دیکھتے ہیں اب آئیے ar power n اصطلاح یہ revious لکھنے دو آپ کے لیے p مجھے n بن جاتی ہے
ar اسکوائر ہیں وغیرہ ar برابر ہے یہ دیکھنے کے لیے کہ اصطلاحات rsn مائنس sn پہلے سے دوسری مساوات کو گھٹائیں جو کہ
اوقات r بائیں ہاتھ کی طرف 1 مائنس n پاور کے ساتھ ختم کرتے ہیں ar مائنس 1 اس میں منسوخ گھٹانے کے عمل کو ہم مائنس power n
کو الگ کر سکتے ہیں یاد sn تک آسان کیا جا سکتا ہے اس سے ہم آسانی سے n پاور r پر ابلتا ہے اور دائیں ہاتھ کی طرف کو 1 مائنس sn
n پاور r ایک گنا 1 مائنس sn کے ساتھ تقسیم ممکن ہے اس طرح ہم حاصل کرتے ہیں r کریں کہ مفروضے سے 1 نہیں ہے لہذا 1 مائنس
شرائط کا خلاصہ کیا جاسکے۔ n کے ساتھ ہندسی ترقی کی پہلی r اور مشترکہ تناسب a کے برابر ہے تاکہ پہلی اصطلاح r کے 1 مائنس
کے برابر نہیں ہے تو مشاہدہ کریں کہ r 1 اگر r مائنس n by 1 پاور r مائنس a in 1 کے برابر ہے اور r 1 اگر a گنا n کیا
مائنس 1 صرف عدد اور r کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔ مائنس 1 بذریعہ n کی طاقت r کے برابر نہیں ہے تو ہم فارمولے کو بھی r 1 جب
شرائط کے مجموعے کے لیے ایک اچھا فارمولا ہے مجھے امید ہے کہ یہ آپ کو n کی gp ڈینومینیٹر کو مائنس 1 سے ضرب دے کر تو یہ ایک
ایک لامحدود رقم یا سیریز کے بارے میں یاد دلانے کا ایک اچھا وقت ہے تاکہ زیادہ واضح ہو کہ لامحدود جمع کے تصور کو لامحدود ذیلی تک
بڑھانے میں تمام پریشانیاں کیا ہیں نوٹ کریں کہ جب ہمارے پاس ایک محدود رقم ہے جو کہ بہت سی حقیقیوں کا مجموعہ ہے نمبروں کو ہم ان میں
سے پہلے دو کو جوڑ سکتے ہیں اور اس رقم میں ہم ہر بار جب یہ عمل ختم ہو جائے گا تو ایک ٹرم کا اضافہ کر سکتے ہیں اور جب ہمارے پاس ایک
محدود رقم ہو گی جس ترتیب میں اصطلاحات کو شامل کیا جاتا ہے تو ہم مزید ایک محدود قدر حاصل کر رہے ہوں گے۔ واقعی اہم ہے جب کہ اگر
ہمارے پاس لامحدود رقم کا نوٹ ہے کہ ہم ایک وقت میں ایک ٹرم کا اضافہ نہیں کر سکتے ہیں یہ دیکھنے کے لیے کہ واضح وجہ سے کیا نکلتا ہے
کہ ایک وقت میں ایک ٹرم کو شامل کرنے کا عمل دوسرے طور پر ختم نہیں ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ ایک لامحدود رقم میں لامحدود تعداد میں لامحدود
تعداد کے مجموعے سے نمٹنے کے لیے دوسرے لفظوں میں اضافی معاملات کو انجام دیتے ہوئے جس ترتیب میں شرائط پر غور کیا جاتا ہے پہلے
ایک ترتیب کو جنم دیتے ہیں اس طرح ایک لامحدود bers حقیقی اعداد کو کسی خاص طریقے سے ترتیب دیا جانا چاہیے اور حقیقی نمبر کی ترتیب
رقم کی وضاحت کرنے کے لیے ہمیں حقیقی اعداد کے ایک سیٹ سے شروع کرنا چاہیے بجائے اس کے کہ حقیقی نمبروں کی ایک ترتیب دی جائے
جمع وغیرہ جو اختصار کے لیے لکھا جا سکتا ہے جیسا کہ a2 جمع a1 ایک کے برابر ہے اظہار لامتناہی کے لیے ann
کے برابر لامحدودیت کے لیے ایک سیریز کہلاتا ہے اب ہم اس اظہار کے لیے کوئی معنی کیسے تفویض کریں گے یاد کریں کہ اس sum n 1
جمع a2 جمع a1 کی ترتیب تلاش کرتے ہیں۔ sums sn اظہار کے لیے ایک قطعی معنی تفویض کرنے کے لیے ہم سب سے پہلے جزوی
برابر ہے 1 کے لامحدود جو کہ دی گئی ترتیب سے نکلتی ہے اور اب ہم sn n وغیرہ کے برابر ہے اس طرح ہمارے پاس ایک نئی ترتیب ہے
درست ہونے کے لیے بڑا ہو جاتا ہے۔ لامحدودیت کی طرف متوجہ ہوتے ہوئے n دیکھتے ہیں کہ جزوی رقم کی اس ترتیب کا کیا ہوتا ہے کیونکہ
بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے اسی بات کی ہم n کی حد تلاش کریں کہ آیا ترتیب کی اصطلاحات ایک مقررہ حقیقی عدد کے قریب ہو جاتی ہیں کیونکہ n
سیریز یا قطعی طور پر جس t کا مجموعہ سمجھا جائے گا۔ tha تحقیق کرتے ہیں کہ آیا یہ حد موجود ہے اور اگر یہ ہاں ہے تو اس ہاں کو
سمبیل ہے یا زیادہ an کے برابر ہے اور ہم کہتے ہیں سیریز an کے برابر ہے 1 کے لامحدود n لکھتے ہیں وہ سمیشن s سیریز کی قدر ہم
تکنیکی طور پر کنورجنٹ اس طرح یہ دیکھنا ہے کہ آیا لامحدود رقم کا دوسرے الفاظ میں کوئی مطلب ہے یا نہیں۔ دوسرے لفظوں میں خلاصہ کیا جا
سکتا ہے کہ آیا کوئی سلسلہ متضاد ہے ہمیں پہلے جزوی رقوم کی ترتیب تلاش کرنی چاہئے پھر ہم تحقیقات کرتے ہیں کہ جزوی رقم کی اس ترتیب
بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے اس بات کو ذہن میں رکھتے ہوئے آئیے ہم ایک لامحدود سیریز میں سے کچھ سے نمٹنے کی n کا کیا ہوتا ہے کیونکہ
کوشش کریں یعنی جیومیٹرک سیریز کے ذریعہ ایک ہندسی سلسلہ جس کا مطلب ہے ہندسی ترقی سے شروع ہونے والی سیریز یاد رکھیں کہ ہندسی
جمع وغیرہ وغیرہ ar جمع a پیشرفت فارم ارار مربع کی ایک ترتیب ہے اور اسی طرح اب ہم اس کی شکل کے مجموعہ کے ساتھ ڈیل کرتے ہیں
کے برابر 1 سے n مائنس ar power n 1 وہ لامحدود سیریز جسے سممیشن plus etcetera مائنس ar power n 1 جمع
لامحدود کے طور پر لکھا جا سکتا ہے اسے جیومیٹرک سیریز کہا جاتا ہے اب سوال یہ ہے کہ کیا جیومیٹرک سیریز کچھ موبائل ہے ؟ چاہے یہ
کنورجنسی نوٹ ہے کہ سیریز کی کچھ صلاحیت یہ معلوم کرنے کے مترادف ہے کہ آیا جزوی رقوم کی ترتیب کنورجنٹ ہے یا نہیں جہاں تک اس
شرائط کا مجموعہ پہلے ہی پایا جاتا ہے ہمارے پاس ایک ہے اس کے لیے n ہندسی سیریز کو جزوی رقم کی ترتیب سمجھا جاتا ہے یعنی پہلے
r مائنس 1 اگر by r مائنس n 1 کی طاقت a in r کے برابر اور r 1 ہے اگر na جزوی رقم کی ترتیب sn فارمولہ نوٹ کریں کہ
کے برابر نہیں ہے تو جواب دینے کے لیے کہ آیا جیومیٹرک سیریز سمبیل ہے یا آخر میں یہ ایک محدود تعداد کی نمائندگی کرتا ہے یا نہیں یہ 1
کے برابر r 1 بڑا اور بڑا ہو جاتا ہے آئیے ہم کریں کہ n کی اس ترتیب کا کیا ہوتا ہے جب sn تحقیق کرنے کے لیے کافی ہے کہ جزوی رقم
بڑا اور بڑا n کو یاد کرنا ایک مقررہ حقیقی نمبر ہے لہذا جیسے جیسے a برابر ہے sn ہے عام تناسب 1 ہے نوٹ کریں کہ اس صورت میں
انفینٹی کی طرف na لامحدودیت کی طرف مائل ہوتا ہے n شدت میں بڑا ہوتا جاتا ہے یہ واضح رہے کہ جیسا کہ na یعنی sn ہوتا جاتا ہے
جمع یا مائنس انفینٹی کے برابر sn لامحدودیت کی طرف رجحان n جاتا ہے یا بہت بڑا ہو جاتا ہے یا بہت چھوٹا ہو جاتا ہے مجھے لکھنے دو حد
کے برابر ہے 1 اس صورت میں ہم دیکھتے ہیں کہ جزوی رقم کی ترتیب ایک مقررہ حقیقی نمبر محدود r کے سائن پر منحصر ہے یہ کیس a ہے
موجود نہیں ہے لہذا جیومیٹرک سیریز متضاد نہیں ہے یا اس کا خلاصہ نہیں ہے sn حقیقی نمبر کے قریب نہیں بن رہی ہے۔ تکنیکی زبان میں حد
ar جو کہ مائنس اگلا ہے ar کو مائنس 1 کے برابر لیتے ہیں اس صورت میں ہندسی ترقی اگلا ہے r اس معاملے میں آئیے ہم خصوصی کیس

جزوی رقم کی ایک ترتیب ہوگی پہلی جزوی رقم کی دوسری ترتیب پہلی مدت اور s 1 ہے اور اسی طرح اس کے نتیجے میں a مربع ہے جو
ہے اور اسی طرح آپ کو یہ a جو کہ a جمع a جو 0 ہے جزوی رقم کی تیسری ترتیب جمع ہوگی مائنس a دوسری مدت ایک جمع مائنس
کی ترتیب جس کا میرا مطلب ہے یہ ان دو قدروں کو متبادل طور پر sn اور 0 کے درمیان جزوی رقم a مشاہدہ کرنے کے قابل ہونا چاہئے کہ
a کسی نمبر کے قریب نہیں بنتا یہ r sn بڑا ہوتا جاتا ہے اور بڑے n بدیہی طور پر لیتا ہے اس سے یہ واضح ہونا چاہئے کہ جیسے جیسے
کی sn انفینٹی n یا 0 ہوگا یہ ایک مقررہ نمبر کے قریب نہیں رہے گا لہذا اس معاملے میں حد a اور 0 کے درمیان گھومتا چلا جائے گا یہ یا تو
طرف مائل ہونے کی وجہ سے موجود نہیں ہے ۔ جزوی رقم کی ترتیب کی کوئی حد نہیں ہے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ اس معاملے میں ہندسی
r مائنس 1 کا خلاصہ نہیں ہے موٹے طور پر یہ سلسلہ کسی محدود تعداد کی نمائندگی نہیں کرتا ہے اگر ar power n سیریز کا خلاصہ
sn نہ تو ایک ہے اور نہ ہی مائنس 1 مشاہدہ کریں کہ اس صورت میں جزوی رقم r مائنس 1 کے برابر ہے۔ اب آئیے لیتے ہیں ۔ دوسری صورت
sn بڑا اور بڑا ہو جاتا ہے تو اس n میں لیتی ہے ہمیں یہ دیکھنا ہے کہ جب r مائنس n by 1 پاور r کو 1 مائنس a کی ترتیب فارمولہ
کے طور پر لکھا جا سکتا ہے ظاہر a by 1 minus r minus ar power n by 1 minus r کو sn کا کیا ہوتا ہے نوٹ کریں کہ
سے آزاد ہے n ہے کہ پہلی اصطلاح

اتنا بڑا ہو جاتا ہے یہ تحقیق کرنے کے لیے کافی ہے کہ دوسرے کا کیا ہوتا n کا کیا ہوتا ہے جیسا کہ s اس لیے یہ تحقیق کرنے کے لیے کہ
کا کیا n کی طاقت r یہ دیکھنے کے لیے کہ gh ہے۔ enou زیادہ درست ہونے کے لئے بڑا ہو جاتا ہے یہ n ہے۔ اصطلاح کے طور پر
کوما مائنس 1 کے r 1 کی اقدار کو تقسیم کرتے ہیں جن میں ہمیں دلچسپی ہے یعنی r بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے تو آئیے n ہوتا ہے جیسا کہ
کی ان قدروں میں دلچسپی رکھتے ہیں جو -1 اور 1 کے درمیان ہیں دونوں کو r برابر نہیں دو زمروں میں ایک موڈ سختی سے 1 سے کم ہے ہم
مثبت اور منفی دونوں قدر لے سکتا ہے لیکن پھر چونکہ یہ 1 سے کم شدت میں ہے یہ r سے کم ہے یقیناً mod r 1 خارج کر دیا گیا ہے جب
n مقرر کیا گیا ہے کیا آپ اس سے اتفاق کرتے ہیں جیسے جیسے m کا ہوگا جہاں by m شکل m r 1 شکل 1 کی ہو گی۔ کچھ کے ذریعے
چھوٹا اور چھوٹا ہوتا جاتا ہے کیا آپ اسے دیکھتے ہیں کیونکہ n 1 کی طاقت ہوتی ہے by m جو n 1 کی طاقت r بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے
لامحدودیت کی n بڑا ہوتا جاتا ہے اتنا بڑا ہو جاتا ہے لہذا میرا نتیجہ یہ ہے کہ اس معاملے میں حد n جیسے جیسے n کی طاقت میں by m
اقدار میں دلچسپی ہے جو طے شدہ ہے لیکن مائنس 1 اور 1 کے r صفر ہے مجھے دہرانے دو ہمیں n ہماری طاقت n طرف مائل ہو رہی ہے
نہیں m کے بارے میں سوچا جا سکتا ہے کیونکہ شکل 1 بذریعہ ملی میٹر کی کچھ تعداد مثبت ہو سکتی ہے یا منفی r درمیان ہے۔ اس میں صورت
ہوتی atter

بڑا ہو جاتا ہے تو ڈینومینیٹر بہت بڑا ہو جاتا ہے تاکہ n اب طے ہے جب by m power nm فارم کی کوئی چیز ہوگی So r power n 1
n پاور r کی طرف رجحان انفینٹی n کے قریب ہو جائے اس طرح آپ کتنے بدیہی طور پر بحث کر سکتے ہیں حد n 0 پاور m بذریعہ 1
من مانی طور پر بڑا ہوتا ہے دوسری n پر واپس جانے کی وجہ سے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ جیسے ہی sn صفر کے برابر ہے اس کے
انفینٹی کی طرف رجحان صفر ہے لہذا دوسری n کی حد ہوتی ہے کیونکہ n کی طاقت r اصطلاح 0 کے قریب ہو جاتی ہے کیونکہ ہمارے پاس
سے sn 1 لامحدودیت کی طرف رجحان n بڑا ہو جاتا ہے اور ہم یہ اندازہ لگاتے ہیں کہ حد n اصطلاح کچھ بھی نہیں دیتی ہے۔ جیسا کہ
تک ابلتی ہے اگر آپ کو لامحدود سیریز کی تعریف یاد ہے یا خاص طور پر جزوی رقم کی لامحدود سیریز کی حد کا ہم آہنگی ہے جسے ہم r مائنس
to infinity برابر ہے ar power n minus 1 n 1 مجموعہ کہتے ہیں۔ لہذا اس معاملے میں ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ خلاصہ
کے برابر 1 پر بحث کرتے r کے برابر مائنس 1 r ہے اب تک ہم صرف کیس sum of all terms of agp a by 1 minus r
موڈ ایک سے let کو اس قدروں سے باہر کچھ فکسڈ نمبر مانتے ہیں جو کہ r ہم le t منفی 1 اور 1 کے درمیان ہے۔ اب r ہیں۔ اور کیس
چونکہ n پاور r انفینٹی موڈ کی طرف مائل ہے n مثبت یا منفی ہو سکتا ہے لیکن شدت میں یہ ایک سے بڑا ہے اب دیکھیں کہ حد r زیادہ ہے
بڑی اور بڑی n پاور mod r انفینٹی کی طرف مائل ہوتا ہے تو آپ کے پاس وہ n سے بڑا ہے لہذا جب r 1 باہر ہے مائنس 1 1 موڈ r
کی طاقت بڑھتی ہے غیر یقینی طور n آپ دیکھ سکتے ہیں کہ 2 4 پھر 8 پھر 16 اور اسی طرح جیسے ہی n چیز بن جاتی ہے جیسے 2 پاور
پر

کے اظہار کی طرف واپس جانے سے کوئی یہ دیکھ سکتا ہے کہ جیسے جیسے sn اس لیے یہ لامحدودیت ہے اس کو ذہن میں رکھتے ہوئے اور
دوسرے لفظوں میں ایک مقررہ حقیقی نمبر کے قریب ar power n by 1 minus r یہ اصطلاح بڑی ہوتی ہے یعنی دوسری اصطلاح n
سیریز کی زبان میں ڈالنے کے sn لامحدود کی طرف رجحان n بھی موجود نہیں ہے لہذا حد sn نہیں بنتی ہے۔ یہ متضاد نہیں ہے لہذا حد
برابر ہے 1 سے n مائنس n 1 پاور ar لئے موجود نہیں ہے یہ کہنے کے مترادف ہے کہ متعلقہ سیریز سمیبل نہیں ہے جو کہ سمیشن
اصطلاحات کے n لامحدودیت نہیں ہے۔ کیس موڈ میں کنورجنٹ ایک سے زیادہ ہیں آئیے جیومیٹرک پروگریشن کا خلاصہ کریں ہمارے پاس پہلی
برابر نہیں a in 1 minus r power n by 1 minus r for r برابر ہے sn مجموعے کے لیے ایک اظہار ہے اور اظہار ہے
بار اب ایک لامحدود ہندسی سیریز کے n برابر sn کے برابر 1 کے لیے یہ ایک چھوٹی سی صورت میں کم ہو جاتا ہے یعنی r تک اور 1
کے برابر ہوتا ہے تو سیریز r 1 مائنس 1 کو 1 سے انفینٹی تک کے حساب سے دیکھتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ جب n پاور ar سمیشن
مائنس 1 اور r مائنس 1 کے برابر ہے سیریز متضاد نہیں ہے جیومیٹرک سیریز ایک محدود قدر کی نمائندگی کرتی ہے جب r متضاد نہیں ہے جب
کے لیے ہندسی سیریز ایک سے زیادہ ہوتی ہے ۔ کسی محدود r ہوتی ہے اور موڈ r مائنس a by 1 کے درمیان ہوتا ہے اور وہ محدود قدر 1
قدر کی نمائندگی نہیں کرتا ہے یا زیادہ تکنیکی طور پر ہندسی سلسلہ متضاد نہیں ہے مجھے یہاں اس مشاہدے کو ریکارڈ کرنے دیں فارم سمیشن کی
mod r 1 mod r مزید 1 سے کم ہے mod r مائنس 1 کنورجنٹ ہے اگر infinity ar power n برابر 1 سے n ہندسی سیریز
سے بڑا ہے یا اس mod r ہے جو کہ a by 1 minus r کی دیگر اقدار کے لیے r سے کم 1 سے زیادہ تمام اصطلاحات کا مجموعہ
مائنس 1 متضاد نہیں ہے میں آپ کو سختی سے دوبارہ کرنے کی سفارش n کی طاقت a r مساوی 1 سے لامحدود n کے برابر ہے 1 سمیشن
کروں گا۔ اس نتیجہ کو یاد رکھیں کہ ایک لامحدود ہندسی سیریز متضاد ہے اگر مشترکہ تناسب ان دو صورتوں کو چھوڑ کر مائنس 1 اور 1 کے
کے لیے ہندسی سیریز 1 سے زیادہ یا اس کے mod r ہے اور r مائنس a by 1 درمیان ہے اور اس صورت میں ہندسی سیریز کا مجموعہ
برابر ہے۔ خلاصہ نہیں ہے میں یہاں ایک غیر فعال تبصرہ کرتا ہوں کہ نوٹ کریں کہ ایک لامحدود ہندسی سیریز کی صورت میں ہم نے مشاہدہ کیا
کہ یہ کب آپس میں ملتی ہے اور جب یہ کنورج نہیں ہوتی ہے تو یہ ایک ہندسی سیریز کا مجموعہ کیا ہے یہ چیزیں ہم نے جیومیٹرک سیریز کے
برعکس مشاہدہ کی ہیں۔ بہت سی دوسری لامحدود سیریزوں میں یہ سوال کہ آیا سلسلہ سمیبل ہے یا کنورجنٹ چاہے وہ کنورجنٹ ہی کیوں نہ ہو اس
کا مجموعہ کیا ہے ان دو سوالات کو دو مراحل میں نمٹایا جاتا ہے بہت سی لامحدود سیریز کی صورت میں پہلے ہم تحقیق کریں گے کہ آیا سیری
متضاد ہے یا نہیں اس صورت میں کہ یہ متضاد پایا جاتا ہے زیادہ تر معاملات میں ہمیں اس کے مجموعے کے کچھ تخمینے سے مطمئن ہونا es
پڑتا ہے بجائے اس کے کہ کچھ کے لیے اظہار حاصل کریں دوسرے لفظوں میں لامحدود سیریز کے مجموعے کا فارمولا ہندسی سلسلہ نایاب ہے
a کے درمیان عدد کیپٹل b اور a کو دیکھتے ہوئے ہم نے ایک سوال پوچھا تھا کہ کیا ہم b اور a آئیے ہم یاد کرتے ہیں کہ دو حقیقی اعداد
بذریعہ 2 اور ہم b جمع a ڈال سکتے ہیں تاکہ یہ تینوں نمبر ایک ریاضی کی ترقی کی اصطلاحات بنائیں درحقیقت ہمارے پاس ایک فارمولہ تھا۔
کے بجائے یہ سوال پڑھا ap hgp کا ریاضی کا مطلب مختصراً کہا ہم اسی طرح کا سوال پوچھیں گے لیکن اب b am اور a نے اس نمبر کو
بنیں gp ایک b اور ag دیا گیا ہے کیا کوئی عدد موجود ہے ؟ آئیے جی کو اس طرح کال کریں کہ b اور a جاتا ہے جیسا کہ دو حقیقی اعداد

پر کوئی شرط نہیں b اور a امید ہے کہ آپ اس سوال کو سمجھ گئے ہوں گے جو آپ کو دو نمبروں کے ساتھ فراہم کیا گیا ہے اس وقت ہمیں
کی شکلیں۔ ہندسی ترقی b اور ag اس طرح کہ g لگائیں سوائے اس کے کہ وہ حقیقی ہیں سوال یہ ہے کہ کیا ہم ہمیشہ نمبر تلاش کرسکتے ہیں
کی مسلسل اصطلاحات کی اصطلاحات ہیں تو تیزی سے gp ایک b اور ag کی شرائط آئیے ہم اس سوال کو حل کریں نوٹ کریں کہ اگر
کے g کے ساتھ b بذریعہ اتفاق ہے۔ g دوسری ٹرم کا تناسب تیسری ٹرم بذریعہ دوسری ٹرم کے تناسب کے ساتھ موافق ہونا چاہئے جو کہ
g کے برابر ہے کہنے کے مترادف ہے تو ہم سوال پوچھ رہے ہیں کہ کیا کوئی عدد ab مربع g ہندسی ترقی میں ہے جو کہ agb ساتھ اگر
کے برابر ہے نوٹ کریں کہ حقیقی عدد کا مربع ہمیشہ ہوتا ہے غیر منفی ab مربع g موجود ہے اس طرح کہ
کا ایک ہی نشان ہونا چاہیے تو آئیے سوال میں تھوڑا b کے برابر ہے اور aba مربع g کی موجودگی کے لیے اطمینان بخش g اس لیے حقیقی
ab بنائے جواب ہے ہاں جی کو gp ایک agb موجود ہیں جو ag کیا ایسے b اور a سا ترمیم کریں اور خود سے پوچھیں کہ دو مثبت نمبر
کو دیے گئے مثبت نمبروں کے ہندسی وسط کے طور پر کہا جاتا ہے g ایک ہندسی ترقی بناتا ہے اور اس agb کا جڑ سمجھیں اس صورت میں
p لکھنے دیں۔ چھوٹے a آئیے میں اسے ایک تعریف کے طور پر ریکارڈ کرتا ہوں جس میں دو مثبت نمبر بڑے ہوتے ہیں اور مجھے چھوٹا
کی جڑ کے برابر ab b کے طور پر کی گئی ہے اور gm کے a کی تعریف gm کے شارٹ کے لیے ہندسی اوسط b اور a p چھوٹے
ہے یہ ریاضی کے معنی سے ملتا جلتا ہے ریاضی کے مطلب کی صورت میں ہمارے پاس اضافہ اور تقسیم ہے ہم 2 سے جوڑتے ہیں اور تقسیم
کا خلاصہ کرنے کے لئے ایکسپونٹ لینے کے اختیارات لیتے ہوئے آپ b اور a کرتے ہیں یہاں آپ کے پاس ضرب ہے اور دو مثبت نمبروں
ہمیشہ ایک عدد کیپٹل جی حاصل کرسکتے ہیں یعنی ان دو نمبروں کا ہندسی وسط تاکہ کیپیٹل جی ہی ایک ہندسی ترقی کی شکل اختیار کرے اب آئیے
کو دیا گیا سوال کیا ہم جتنی تعداد کی ضرورت ہے داخل کر b اور a اس کو تھوڑا سا عام کریں اور درج ذیل سے پوچھیں۔ دو مثبت نمبروں
n ہم b اور a ایک ہندسی پیشرفت تشکیل دیتا ہے جب کہ دو مثبت حقیقی اعداد b gn وغیرہ g2 g1 سکتے ہیں لیکن محدود اس طرح کہ ایک
gp فارم جواب کی طرف b اور g وغیرہ g2 g1 تاکہ ایک gn وغیرہ g2 g1 حقیقی نمبر داخل کرنا چاہیں گے جنہیں ہم نامزد کرتے ہیں
کی ضرورت ہو تو ہندسی ترقی کی b وغیرہ جی اور g2 g1 کہے آئیے درج ذیل کا مشاہدہ کریں اگر ہمیں جیومیٹرک پروگریشن بنانے کے لئے
جمع دو ہے ہمارے پاس n اس اصطلاح میں b جمع 2 اصطلاح n e ہونا چاہئے۔ اس ہندسی ترقی کی b زیادہ واضح طور پر لگاتار شرائط
n the r کے مشترکہ تناسب کو gp ویں مدت کے لئے ایک فارمولا ہے اور مشترکہ تناسب مطلوبہ n کی gp کے ساتھ a پہلی اصطلاح
کی طاقت r ہونا ضروری ہے لہذا b پلس 2 مائنس 1 کے ذریعہ دیا گیا ہے کہ ہمیں n power ar پلس 2 ٹرم ہونے دے رہے ہیں فارمولہ
اور مشترک a جمع 1. اب ہم پہلی ٹرم n کے برابر ہے بذریعہ پوری طاقت 1 بذریعہ r جس کی مقدار a بذریعہ b جمع 1 برابر ہے n
جمع 1 ایک بار جب ہمارے پاس پہلی اصطلاح اور مشترک تناسب ہے تو ہم مکمل طور پر وضاحت کر n by طاقت 1 b تناسب ہے اس چیز کو
b سکتے ہیں کہ ہندسی ترقی کیا ہے لہذا جی 1 ہندسی ترقی کی دوسری اصطلاح ہونے کی وجہ سے ایک مرتبہ کا مشترکہ تناسب جو کہ ایک دفعہ
مربع ہو گا جو کہ پوری قوت کے ذریعے r ہندسی ترقی کا تیسرا ٹرم ہو گا یہ ایک دفعہ 2 g جمع 1. اسی طرح n بذریعہ پوری قوت 1 بذریعہ
جمع 1 مربع اور اسی طرح ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ دو مثبت نمبروں کو دیکھتے ہوئے یہ ہمیشہ ممکن ہے کہ n ہے۔ 1 بذریعہ b ایک دفعہ
کے ساتھ جاری رکھیں گے ap اور gp بنائے ہم اگلے لیکچر میں gp ان کے درمیان نمبر دیں تاکہ فہرست ایک 1 متعدد ری ایکٹ داخل کریں
شکریہ