

హాయ్ టాపిక్ సీక్వెన్స్ మరియు సిరీస్ పై ఉపన్యాస శ్రేణికి తిరిగి స్వాగతం , ఈ అంశంలో ఇది మా ఆరవ ఉపన్యాసం, క్రమం మరియు సిరీస్ అనే రెండు పదాలు

రోజువారీగా పరస్పరం మార్చుకోవచ్చని గుర్తుచేసుకోవడం ద్వారా ప్రారంభిద్దాం.

జీవితం ఈ రెండు పదాలు ఈవెంట్ యొక్క వారసత్వాన్ని సూచించడానికి ఉపయోగించబడతాయి, అందుకే నేను ఉపన్యాసాల శ్రేణిని చెప్పాను, అయితే ఈ రెండు పదాల శ్రేణి మరియు శ్రేణి గణితంలో విభిన్నమైన అర్థాలు ఉన్నాయని గుర్తుంచుకోవాలి గత ఉపన్యాసంలో వాగ్దానం చేసిన విధంగా ఒక క్రమం యొక్క నిబంధనల మొత్తాన్ని పేర్కొనడానికి ఉపయోగిస్తారు స్థిర సున్నా కాని సంఖ్యతో గుణించడం ద్వారా మునుపటి పదం నుండి పొందబడింది మరియు ఆ స్థిర సున్నా కాని సంఖ్య తదుపరి జ్యామితీయ పురోగతి యొక్క సాధారణ నిష్పత్తిగా పిలువబడుతుంది మేము

రేఖాగణిత పురోగతి యొక్క n నిబంధనల మొత్తానికి ఫార్ములాను ఏర్పాటు చేస్తాము , మొదటి పదం a మరియు సాధారణ నిష్పత్తి r తో gp ని పరిశీలిద్దాం మరియు మొదటి పదం a మరియు సాధారణ నిష్పత్తి r తో ఉన్న gp ని జాబితా $aaar$ స్క్వేర్ మొదలైన వాటి ద్వారా వివరించవచ్చు లేదా సూచించవచ్చు.

n th term ar power n minus 1 etc మా లక్ష్యం ఏమిటంటే, n th term వరకు ar ప్లస్ ar స్క్వేర్ ప్లస్ మొదలైన వాటికి ఫార్ములా కనుక్కోవడమే , అనగా a లోకి r పవర్ n మైనస్ 1 మనం ఏమి చేయాలనుకుంటున్నామో అది sn ద్వారా ఈ మొత్తాన్ని సూచిస్తాము.

sn కోసం ఫార్ములాను కనుగొనడానికి, మనం మొదట ట్రివియల్ కేసును పరిష్కరిద్దాం, అనగా $r = 1$ గమనికకు సమానం చేద్దాం, ఈ సందర్భంలో రేఖాగణిత పురోగతి స్థిరమైన శ్రేణి

aaa కి తగ్గుతుంది కాబట్టి తత్ఫలితంగా sm ఒక ప్లస్ ప్లస్ కాబట్టి ఆన్ ప్లస్ టైమ్స్ అంటే sn ఇది ట్రివియల్ కేసును పరిష్కరించిన n రెట్టికి సమానం, ఇప్పుడు మిగిలిన కేసును పరిశీలిద్దాం $r \neq 1$ కి సమానం కాదంటే మనకు కావలసినది sn కోసం ఒక ఫార్ములా ప్లస్ ar ప్లస్ మొదలైనవాటికి ar పవర్ n మైనస్ 1 వరకు ఉంటుంది. వంటి సాధారణ ట్రిక్ ఫాలో అవుతోంది r టైమ్స్ s ని కనుగొందాం ఇది ar ప్లస్ ar స్క్వేర్ ప్లస్ మొదలైనవాటితో కలిపే చివరి పదం r తో గుణించినప్పుడు ar శక్తి అవుతుంది n మీ కోసం మునుపటి పదాన్ని వ్రాస్తాను అది ar పవర్ n మైనస్ 1 అవుతుంది.

మీరు ఇప్పుడు చూస్తారా లెట్ ఈ వ్యవకలన ప్రక్రియలో నిబంధనలు ar చతురస్రం మొదలైనవి ar పవర్ n మైనస్ 1 రద్దు చేయబడుతుందని చూడటానికి మేము మొదటి నుండి sn మైనస్ rsn సమానమైన రెండవ సమీకరణాన్ని తీసివేస్తాము.

r సార్లు sn మరియు కుడి వైపు 1 సార్లు 1 మైనస్ r పవర్ n కు సరళీకృతం చేయవచ్చు దీని నుండి మనం సులభంగా sn ని వేరు చేయవచ్చు , ఊహ ద్వారా $r \neq 1$ కాదు కాబట్టి 1 మైనస్ r తో విభజన సాధ్యమవుతుంది కాబట్టి మనకు sn వస్తుంది ఒక సార్లు 1 మైనస్ r పవర్ n బై 1 మైనస్ r ఒక రేఖాగణిత పురోగతి యొక్క మొదటి n పదాల మొత్తానికి మొదటి పదం a మరియు సాధారణ నిష్పత్తి r అనేది n సార్లు a అయితే $r \neq 1$ కి సమానం మరియు a నుండి 1 మైనస్ r శక్తి n ద్వారా $r \neq 1$ కి సమానం కాకపోతే 1 మైనస్ r గమనించండి $r \neq 1$ కి సమానం కానప్పుడు మనం ఫార్ములాను

r పవర్ n మైనస్ 1 ద్వారా r మైనస్ 1 గా కూడా వ్రాయవచ్చు, న్యూమరేటర్ మరియు హారంను మైనస్ 1 తో గుణించడం ద్వారా ఇది ఒక gp యొక్క n నిబంధనల మొత్తానికి చక్కని ఫార్ములా అనంతమైన మొత్తం లేదా శ్రేణి గురించి మీకు గుర్తు చేయడానికి ఇది మంచి సమయం అని ఆశిస్తున్నాను వాస్తవ సంఖ్యలను మనం వాటిలో మొదటి రెండింటిని జోడించవచ్చు మరియు ఈ మొత్తానికి ప్రక్రియ ముగిసే ప్రతిసారీ ఒక పదాన్ని జోడించడం కొనసాగించవచ్చు మరియు మనకు పరిమిత మొత్తం ఉన్నప్పుడు, నిబంధనలను జోడించిన క్రమంలో మనం మరింత పరిమిత విలువను పొందుతాము.

నిజంగా పట్టింపు లేదు , అయితే మనకు అనంతమైన మొత్తం నోట్ ఉంటే, మేము ఒక సమయంలో ఒక పదాన్ని జోడించడం కొనసాగించలేము అనే స్పష్టమైన కారణం కోసం ఒక పదాన్ని జోడించే ప్రక్రియ రెండవసారి ముగియదు పరిమిత మొత్తానికి అనంతమైన మొత్తంలో నిబంధనలను పరిగణలోకి తీసుకుంటే , ఇతర పదాలలో అనంతమైన అనేక వాస్తవ సంఖ్యల మొత్తాన్ని ఎదుర్కోవటానికి ఇతర పదాలలో వాస్తవ సంఖ్యలను కొంత నిర్దిష్ట పద్ధతిలో క్రమం చేయాలి మరియు వాస్తవ సంఖ్యలను క్రమం చేయాలి అనంతమైన మొత్తాన్ని నిర్వచించడానికి ఒక శ్రేణికి ఎదగడం కోసం మనం వాస్తవ సంఖ్యల శ్రేణితో కాకుండా వాస్తవ సంఖ్యల శ్రేణితో ప్రారంభించాలి, వాస్తవ సంఖ్యల క్రమాన్ని ఇచ్చిన ann అనేది ఒకదానికి సమానం, ఇది వ్యక్తీకరణ a_1 ప్లస్ a_2 ప్లస్ మొదలైనవి కావచ్చు.

సంక్షిప్తత కోసం సమ్మేషన్ సంజ్ఞామానాన్ని ఉపయోగించి మొత్తం n ను 1 నుండి ఇన్నింటికి సమానం అని పిలుస్తారు, ఇప్పుడు ఈ వ్యక్తీకరణకు అర్థాన్ని ఎలా కేటాయిస్తాము, ఈ వ్యక్తీకరణకు ఖచ్చితమైన అర్థాన్ని కేటాయించడానికి మేము మొదట పాక్షిక మొత్తాల శ్రేణిని కనుగొన్నాము sn .

a_1 ప్లస్ a_2 ప్లస్ మొదలైన వాటికి అదనంగా ఒక కొత్త శ్రేణిని కలిగి ఉన్నాము, sn n అనేది 1 కి సమానం, ఇది

ఇప్పుడు ఇచ్చిన సీక్వెన్స్ నుండి ఉద్భవిస్తుంది.

n ఈ పాక్షిక మొత్తం శ్రేణికి ఏమి జరుగుతుందో మనం గమనిస్తాము, n ఖచ్చితంగా పెద్దదిగా మారుతుంది కాబట్టి, n

క్రమ నిబంధనలు స్థిరమైన వాస్తవ సంఖ్యకు దగ్గరగా ఉంటాయా లేదా అనేది n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుందో లేదో అని మేము పరిమితిని కనుగొంటాము.

పరిమితి ఉంది మరియు అది అవును అయితే ఇది ఆ శ్రేణి యొక్క మొత్తంగా పరిగణించబడుతుంది లేదా ఖచ్చితంగా మనం వ్రాసే శ్రేణి యొక్క విలువ s సమ్మేషన్ కు సమానం n అనేది 1కి అనంతం a కి సమానం మరియు మేము సీరీస్ a సంగ్రహించదగినది లేదా సాంకేతికంగా కన్వర్జెంట్ అని చెబుతాము ఆ విధంగా ఒక అనంతమైన మొత్తానికి ఇతర పదాలలో అర్థం ఉందా లేదా అనేది ఇతర పదాలలో సంగ్రహించదగినది కాదా అని చూడటానికి, ఒక శ్రేణి కన్వర్జెంట్ గా ఉందా లేదా అనేది మనం మొదట పాక్షిక మొత్తాల క్రమాన్ని కనుగొనాలి, ఆపై n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారినప్పుడు పాక్షిక మొత్తం యొక్క ఈ క్రమానికి ఏమి జరుగుతుందో పరిశీలిస్తాము దీన్ని దృష్టిలో ఉంచుకుని, జ్యామితీయ శ్రేణి ద్వారా జ్యామితీయ శ్రేణిని, అనగా జ్యామితీయ p నుండి ఉద్భవించే శ్రేణిని పరిష్కరించడానికి మనం ప్రయత్నిద్దాం.

రోగ్రెస్ అనేది రేఖాగణిత పురోగతి అని గుర్తుంచుకోండి, ఆరార్ స్క్వేర్ ఫారమ్ యొక్క సీక్వెన్స్ మరియు ఇప్పుడు మనం దాని మొత్తం శ్రేణితో వ్యవహరిస్తాము.

n మైనస్ 1 n అనేది 1కి సమానం మరియు అనంతం జ్యామితీయ శ్రేణి అని పిలుస్తారు, ఇప్పుడు ప్రశ్న ఏమిటంటే, రేఖాగణిత శ్రేణి కొంత మొబైల్ కాదా అనేది ఒక శ్రేణి యొక్క కొంత సామర్థ్యం పాక్షిక మొత్తాల శ్రేణి కన్వర్జెంట్ గా ఉందో లేదో కనుగొనడానికి మొత్తాలను సూచిస్తుంది.

ఈ రేఖాగణిత శ్రేణిని పాక్షిక మొత్తం యొక్క క్రమాన్ని పరిగణించినంత వరకు, అంటే మొదటి n పదాల మొత్తం ఇప్పటికే కనుగొనబడింది, దీనికి మనకు ఒక ఫార్ములా ఉంది, sn పాక్షిక మొత్తం యొక్క శ్రేణి r 1కి సమానం మరియు a r పవర్ n మైనస్ అయితే na అని గమనించండి 1 ద్వారా r మైనస్ 1 ఉంటే r 1కి సమానం కాకపోతే, జ్యామితీయ శ్రేణి సంగ్రహించదగినదా అని సమాధానం ఇవ్వడానికి, చివరికి అది పరిమిత సంఖ్యను సూచిస్తుందా లేదా అనేది n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారినప్పుడు పాక్షిక మొత్తం sn యొక్క ఈ క్రమానికి ఏమి జరుగుతుందో పరిశోధించండి

, r అనేది 1కి సమానం అని చేద్దాం సాధారణ నిష్పత్తి 1 గమనిక ఆ సందర్భంలో sn అనేది na రీకాల్ కి సమానం కాబట్టి a స్థిర వాస్తవ సంఖ్య కాబట్టి n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుంది అనగా na పరిమాణంలో పెద్దదిగా మారుతుంది, n అనంతం వైపు మొగ్గు చూపుతుంది లేదా చాలా పెద్దదిగా మారుతుంది లేదా చాలా చిన్నదిగా మారుతుంది కాబట్టి నేను పరిమితిని వ్రాస్తాను n అనంతం వైపు మొగ్గు చూపడం సమానం అని స్పష్టంగా ఉండాలి.

a సైన్ మీద ఆధారపడి ప్లస్ లేదా మైనస్ అనంతం ఇది కేస్ r 1కి సమానం కాబట్టి ఈ సందర్భంలో పాక్షిక మొత్తం యొక్క క్రమం సాంకేతిక భాషా పరిమితిలో స్థిర వాస్తవ సంఖ్య పరిమిత వాస్తవ సంఖ్యకు దగ్గరగా ఉండదని మేము గమనించాము.

ఉనికిలో ఉంది కాబట్టి ఈ

సందర్భంలో రేఖాగణిత శ్రేణి కన్వర్జెంట్ కాదు లేదా సంగ్రహించబడదు s మైనస్ a తదుపరిది ar చతురస్రం ఇది a మరియు తత్ఫలితంగా s 1 పాక్షిక మొత్తం యొక్క శ్రేణిగా ఉంటుంది, పాక్షిక మొత్తం మొదటి ఒక రెండవ శ్రేణి పాక్షిక మొత్తం మొదటి పదం మరియు రెండవ పదం ప్లస్ మైనస్ a ఇది 0 పాక్షిక మొత్తం యొక్క మూడవ శ్రేణి ఒక ప్లస్ మైనస్ a ప్లస్ a ఇది a మరియు అందువలన n మీరు పాక్షిక మొత్తం sn యొక్క క్రమం a మరియు 0 మధ్య ప్రత్యామ్నాయంగా ఉంటుందని మీరు గమనించగలగాలి n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారినందున sn ఏ సంఖ్యకు దగ్గరగా ఉండదు,

అది a మరియు 0 మధ్య డోలనం చేస్తూనే ఉంటుంది, అది a లేదా 0 గా ఉంటుంది, ఇది

ఒక స్థిర సంఖ్యకు దగ్గరగా స్థిరంగా ఉండదు కాబట్టి ఈ సందర్భంలో n అనంతం sn కి మొగ్గు చూపుతుంది పాక్షిక మొత్తం క్రమానికి పరిమితి లేనందున ఉనికిలో లేదు, ఈ సందర్భంలో రేఖాగణిత శ్రేణి సమ్మేషన్ ar పవర్ n మైనస్ 1 సంగ్రహించదగినది కాదని మేము నిర్ధారించాము 1 నుండి మైనస్ 1 వరకు.

ఇప్పుడు మనం మరొక సందర్భాన్ని తీసుకుందాం r ఒకటి కాదు లేదా మైనస్ 1 ఈ సందర్భంలో పాక్షిక మొత్తం sn యొక్క క్రమం a సూత్రాన్ని 1 మైనస్ r పవర్ n బై 1 మైనస్ r లోకి తీసుకుంటుందని గమనించండి.

n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారినప్పుడు ఈ sn కు సంభవిస్తుంది, sn ను 1 మైనస్ r మైనస్ ar పవర్ n అని 1 మైనస్ r ద్వారా వ్రాయవచ్చు, సహజంగానే మొదటి పదం n నుండి స్వతంత్రంగా ఉంటుంది కాబట్టి n తగినంత పెద్దదిగా మారినప్పుడు sn కు ఏమి జరుగుతుందో పరిశోధించడానికి n మరింత ఖచ్చితంగా చెప్పాలంటే రెండవ పదానికి ఏమి జరుగుతుందో పరిశోధిస్తే సరిపోతుంది, n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారినప్పుడు r శక్తి n కి ఏమి జరుగుతుందో చూడటానికి సరిపోతుంది, అలా చేయడానికి మనకు ఆసక్తి ఉన్న r విలువలను విభజించుకుందాం అంటే r 1 కామా మైనస్ 1కి సమానం కాదు రెండు వర్గాలుగా ఒక మోడ్ ఖచ్చితంగా 1 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, అంటే -1 మరియు 1 మధ్య ఉన్న r విలువలపై మాకు ఆసక్తి ఉంటుంది, $\text{mod } r$ 1 కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు రెండూ మినహాయించబడ్డాయి r రెండూ తీసుకోవచ్చు సానుకూల మరియు ప్రతికూల విలువ కానీ t కోడి పరిమాణంలో 1 కంటే తక్కువ ఉన్నందున అది 1 ఫారమ్ లో ఉంటుంది, కొంతమంది mr ఫారమ్ 1 ద్వారా m స్థిరంగా

ఉంటుంది, ఇక్కడ m స్థిరంగా ఉంటుంది కాబట్టి మీరు అంగీకరిస్తున్నారా కాబట్టి n పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుంది n అంటే $1 \bmod m$ శక్తి n చిన్నదిగా మరియు చిన్నదిగా మారుతుందని మీరు చూస్తారా ఎందుకంటే $1 \bmod m$ పవర్ n లో హారం n పెద్దదిగా మారినప్పుడు తగినంత పెద్దదిగా మారుతుంది కాబట్టి నా ముగింపు ఏమిటంటే, ఈ సందర్భంలో పరిమితి n అనంతం వైపు మొగ్గుచూపుతున్నప్పుడు మన శక్తి n సున్నా అని నేను పునరావృతం చేద్దాం మనం ఆసక్తి కలిగి ఉన్నాము r విలువలు స్థిరంగా ఉంటాయి కానీ మైనస్ 1 మరియు 1 మధ్య ఉంటాయి.

ఆ సందర్భంలో r ఫారమ్ 1 నుండి mm యొక్క కొంత సంఖ్యగా భావించవచ్చు, అది సానుకూలంగా ఉండవచ్చు లేదా ప్రతికూలంగా ఉండవచ్చు కాబట్టి r పవర్ n అనేది ఫారమ్ 1 కి చెందినది అవుతుంది.

m పవర్ nm ద్వారా ఇప్పుడు n పెద్దగా మారినప్పుడు హారం చాలా పెద్దదిగా మారుతుంది, తద్వారా 1 ద్వారా m పవర్ n 0 కి దగ్గరగా ఉంటుంది, అంటే మీరు పరిమితిని n వాదించవచ్చు n అనంతం r శక్తి n సున్నాకి సమానం అని వాదించవచ్చు.

sn కు n ఏకపక్షంగా లార్ అవుతుందని మనం గమనించవచ్చు

ge రెండవ పదం 0 కి దగ్గరగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే మనకు n పరిమితి r శక్తి ఉంటుంది, ఎందుకంటే n అనంతం వైపు మొగ్గు చూపడం సున్నా కాబట్టి రెండవ పదం n పెద్దది అయినందున దేనికి సహకరించదు మరియు n అనంతం వైపు మొగ్గు చూపడం n పరిమితిని 1 మైనస్ r వరకు తగ్గిస్తాము.

మీరు అనంతమైన శ్రేణి యొక్క నిర్వచనాన్ని లేదా పాక్షిక మొత్తం యొక్క అనంతమైన శ్రేణి పరిమితిని ప్రత్యేకంగా సమ్మేళనం చేస్తే, మేము సిరీస్ మొత్తంగా పిలుస్తాము కాబట్టి ఈ సందర్భంలో మేము సమ్మేషన్ ar పవర్ n మైనస్ 1 n 1 నుండి అనంతానికి సమానం అని నిర్ధారించాము.

agp యొక్క అన్ని నిబంధనల మొత్తం a by 1 మైనస్ r ఇప్పటి వరకు మేము కేస్ r కు సమానమైన మైనస్ 1 r కి సమానం 1 కి సమానం మరియు కేస్ r మైనస్ 1 మరియు 1 మధ్య ఉంటుంది.

ఇప్పుడు మనం r బయట కొంత స్థిర సంఖ్యగా ఉండేందుకు తీసుకుందాం.

మోడ్ ఒకటి కంటే ఎక్కువ r అని అనుమతించే ఈ విలువలు సానుకూలంగా లేదా ప్రతికూలంగా ఉండవచ్చు కానీ పరిమాణంలో ఇది ఒకటి కంటే ఎక్కువగా ఉంది, ఇప్పుడు చూడండి n పరిమితి n ఇన్నింటి మోడ్ r పవర్ n కి మొగ్గు చూపుతుంది ఎందుకంటే r మైనస్ $1 \bmod r$ 1 కంటే ఎక్కువ కాబట్టి n టెండింగ్ గా టి 0 అనంతం మీకు $\bmod r$ పవర్ n 2 పవర్ n లాగా పెద్దదిగా మరియు పెద్దదిగా మారుతుందని మీరు చూడవచ్చు, $2, 4$ ఆపై 8 ఆపై 16 మరియు n శక్తిని పెంచడం వలన నిరవధికంగా పెరుగుతుంది కాబట్టి ఇది అనంతం, దీనిని దృష్టిలో ఉంచుకుని తిరిగి వెళ్తుంది sn యొక్క వ్యక్తీకరణ, n ఈ పదం పెద్దదిగా మారినందున, రెండవ పదం ar పవర్ n 1 మైనస్ r స్థిర వాస్తవ సంఖ్యకు దగ్గరగా ఉండదు, ఇతర మాటలలో ఇది కలుస్తుంది కాబట్టి పరిమితి sn కూడా ఉనికిలో లేదు కాబట్టి పరిమితి n ఇన్నింటికి మొగ్గు చూపడం అనేది శ్రేణుల భాషలో ఉంచడానికి ఉనికిలో లేదు, ఇది సంబంధిత శ్రేణి సంగ్రహించదగినది కాదని చెప్పడానికి సమానం, అంటే సమ్మేషన్ ar పవర్ n మైనస్ 1 n 1 కి సమానం, అనంతం అనేది \bmod ఎక్కువగా ఉన్న సందర్భంలో కన్వర్జెంట్ కాదు ఒకటి కంటే మనం రేఖాగణిత పురోగతిని సంక్షిప్తం చేద్దాం, మనకు మొదటి n పదాల మొత్తానికి వ్యక్తీకరణ ఉంటుంది మరియు వ్యక్తీకరణ sn అనేది 1 మైనస్ r పవర్ n నుండి 1 మైనస్ r కి సమానం, r కోసం 1 కి సమానం కాదు మరియు 1 కి సమానమైన r కోసం ఇది ఒక చిన్నవిషయానికి తగ్గుతుంది, అవి 1 నుండి అనంతం వరకు ఉన్న అనంతమైన రేఖాగణిత శ్రేణి సమ్మేషన్ ar పవర్ n మైనస్ 1 ని పరిగణలోకి తీసుకుంటే, ఇప్పుడు 1 కి సమానమైన r సిరీస్ కన్వర్జెంట్ కాదని చూస్తాము.

r మైనస్ 1 కి సమానంగా ఉన్నప్పుడు శ్రేణి కన్వర్జెంట్ కానప్పుడు

r మైనస్ 1 మరియు 1 మధ్య ఉన్నప్పుడు రేఖాగణిత శ్రేణి పరిమిత విలువను సూచిస్తుంది మరియు ఆ పరిమిత విలువ 1 మైనస్ r ద్వారా ఉంటుంది మరియు మోడ్ r కోసం ఒకటి కంటే ఎక్కువ జ్యామితీయ శ్రేణి ప్రాతినిధ్యం వహించదు పరిమిత విలువ లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సాంకేతికంగా రేఖాగణిత శ్రేణి కన్వర్జెంట్ కాదు, ఈ పరిశీలనను ఇక్కడ రికార్డ్ చేద్దాం

ఫారమ్ సమ్మేషన్ n యొక్క రేఖాగణిత శ్రేణిని 1 కి సమానమైన 1 అనంతం ar పవర్ n మైనస్ $1 \bmod r$ తక్కువ కోసం 1 కంటే తక్కువ ఉంటే కలుస్తుంది

$1 \bmod r$ కంటే తక్కువ 1 అన్ని నిబంధనల మొత్తం r యొక్క ఇతర విలువలకు 1 మైనస్ r ఉంటుంది, ఇది $\bmod r$ కంటే ఎక్కువ లేదా 1 సమ్మేషన్ కు సమానం n అనంతం ar పవర్ n మైనస్ 1

కన్వర్జెంట్ కాదు ఈ రెండు సందర్భాలను మినహాయించి సాధారణ నిష్పత్తి మైనస్ 1 మరియు 1 మధ్య ఉంటే మరియు ఆ సందర్భంలో రేఖాగణిత శ్రేణి మొత్తం 1 మైనస్ r మరియు మోడ్ కోసం ఈ ఫలితాన్ని తిరిగి

గుర్తుంచుకోవాలని మీకు గట్టిగా సిఫార్సు చేస్తున్నాను రేఖాగణిత శ్రేణి 1 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానమైనది సంగ్రహించదగినది కాదు, నేను ఇక్కడ ఒక నిష్క్రియాత్మక వ్యాఖ్యను చేస్తాను, అనంతమైన రేఖాగణిత శ్రేణి విషయంలో అది కలుస్తున్నప్పుడు మరియు అది సమ్మిళితం కానప్పుడు

మనం గమనించిన విషయాన్ని గమనించండి.

రేఖాగణిత శ్రేణి అనేక ఇతర అనంత శ్రేణులలోని రేఖాగణిత ధారావాహికల వలె కాకుండా ఈ విషయాలను మేము గమనించాము, శ్రేణి సమ్మేళనమైనదా లేదా సమ్మిళితమైనదా అనే ప్రశ్నకు అది సమ్మిళితమైనప్పటికీ

దాని మొత్తం ఎంత అనే ప్రశ్న ఈ రెండు ప్రశ్నలను
అనేక అనంతమైన శ్రేణుల విషయంలో మొదట రెండు దశల్లో పరిష్కరించబడతాయి.

శ్రేణి కన్వర్జెంట్ గా ఉందా లేదా అనేది పరిశోధించబడుతుంది, ఒకవేళ అది కన్వర్జెంట్ గా ఉన్నట్లు
కనుగొనబడినట్లయితే, మేము దాని కోసం కొంత అంచనాతో సంతృప్తి చెందాలి జ్యామితీయ శ్రేణుల విషయంలో
అటువంటి అనంతమైన శ్రేణుల మొత్తానికి ఒక ఫార్ములా ఇతర పదాలలో కొన్నింటికి వ్యక్తీకరణను పొందడం కంటే
చాలా అరుదు ,

రెండు వాస్తవ సంఖ్యలు a మరియు b ఇచ్చినప్పుడు మనం ఒక ప్రశ్న అడిగాము, మేము సంఖ్య మూలధనాన్ని
చొప్పించవచ్చా అని అడిగాము

a మరియు b మధ్య a మరియు ఈ మూడు సంఖ్యలు అంకగణిత పురోగతి యొక్క నిబంధనలను ఏర్పరుస్తాయి ,
వాస్తవానికి మనకు aa ప్లస్ b 2 ద్వారా ఫార్ములా ఉంది మరియు మేము ఈ సంఖ్యను a యొక్క అంకగణిత సగటు
అని మరియు సంక్షిప్తంగా b am అని పిలుస్తాము ఇప్పుడు ap hgp కి బదులుగా a మరియు b అనే రెండు వాస్తవ
సంఖ్యలు ఇచ్చినట్లుగా ప్రశ్న చదవబడుతుంది, ఒక సంఖ్య ఉందా లేదా ag మరియు b ఒక gp ని ఏర్పరుచుకునే
విధంగా g కాలే చేద్దాం , ప్రస్తుతానికి మీకు రెండు సంఖ్యలతో సరఫరా చేయబడిన ప్రశ్న మీకు అర్థమవుతుందని
ఆశిస్తున్నాము a మరియు b లపై ఎటువంటి షరతు విధించవద్దు, అవి నిజమైనవి అని తప్ప, మేము ఎల్లప్పుడూ
 ag మరియు b రేఖాగణిత పురోగతి యొక్క నిబంధనలను ఏర్పరుచుకునే g సంఖ్యను కనుగొనగలమా అనేది ఈ
ప్రశ్నను పరిష్కరిద్దాం.

ag మరియు b అనేది gp యొక్క gp యొక్క వరుస నిబంధనలు అయితే, agb రేఖాగణిత పురోగతిలో
ఉన్నట్లయితే, రెండవ పదం యొక్క నిష్పత్తి వేగంగా రెండవ పదం యొక్క నిష్పత్తితో సమానంగా ఉండాలి.

g చతురస్రం ab కి సమానం అని చెప్పడానికి సమానం కాబట్టి మేము g అనే సంఖ్య ఉందా అని
అడుగుతున్నాము అంటే g స్క్వేర్ అనేది ab కి సమానం కనుక
వాస్తవ సంఖ్య యొక్క స్క్వేర్ ఎల్లప్పుడూ ప్రతికూలంగా ఉండదు కాబట్టి వాస్తవ g సంతృప్తికరమైన g ఉనికి కోసం
చతురస్రం aba కి సమానం మరియు b ఒకే గుర్తును కలిగి ఉండాలి, కాబట్టి మనం ప్రశ్నను కొద్దిగా సవరించి, a
మరియు b అనే రెండు ధనాత్మక సంఖ్యలను అందించి మనల్ని మనం ప్రశ్నించుకుందాం
, agb ఒక gp సమాధానాన్ని ఏర్పరుస్తుంది అంటే అవుననే ab యొక్క మూలంగా ఉండేందుకు g తీసుకోండి కేస్
 agb ఒక రేఖాగణిత పురోగతిని ఏర్పరుస్తుంది మరియు ఈ g ఇచ్చిన ధనాత్మక సంఖ్యల రేఖాగణిత సగటుగా
సూచించబడుతుంది, దీనిని రెండు ధనాత్మక సంఖ్యల మూలధనం ఇచ్చిన నిర్వచనంగా రికార్డ్ చేయనివ్వండి
మరియు చిన్న a మరియు చిన్న p చిన్న pt అని వ్రాయనివ్వండి a మరియు b యొక్క సంక్షిప్త రేఖాగణిత సగటు
 gm , a యొక్క gm గా నిర్వచించబడింది మరియు b అనేది ab యొక్క మూలానికి సమానం,
ఇది అంకగణిత సగటు విషయంలో అంకగణిత సగటును పోలి ఉంటుంది, ఇది మనకు కూడిక మరియు భాగహారాన్ని
కలిగి ఉంటుంది, మేము జోడించి 2 ద్వారా భాగస్వామి ఇక్కడ మీకు గుణకారం ఉంటుంది మరియు ఘాతాంకాలను
తీసుకుంటే

రెండు ధనాత్మక సంఖ్యలు a మరియు b ఇచ్చిన రెండు ధనాత్మక సంఖ్యలను సంక్షిప్తం చేయడానికి మీరు
ఎల్లప్పుడూ ఒక సంఖ్య మూలధనం g ని పొందవచ్చు, అవి ఈ రెండు సంఖ్యల యొక్క రేఖాగణిత సగటు, తద్వారా
మూలధనం gb రేఖాగణిత పురోగతిని ఏర్పరుస్తుంది, ఇప్పుడు మనం దీనిని కొంచెం సాధారణీకరిద్దాం మరియు
అడగండి క్రింది ప్రశ్నకు

a మరియు b అనే రెండు ధనాత్మక సంఖ్యలు ఇవ్వబడినప్పుడు మనకు అవసరమైనన్ని సంఖ్యలను
చొప్పించవచ్చు కానీ g_1 g_2 మొదలైనవి gn b రెండు ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్యలను ఇచ్చిన జ్యామితీయ పురోగతిని
ఏర్పరుస్తుంది a మరియు b మేము n వాస్తవ సంఖ్యలను చొప్పించాలనుకుంటున్నాము g_1 g_2 etc gn ని
నిర్దేశించండి, తద్వారా g_1 g_2 మొదలైనవి g మరియు b ఫారమ్ సమాధానం వైపు gp అని చెప్పండి రేఖాగణిత
పురోగమనం యొక్క వరుస నిబంధనలు b అనేది

ఆ రేఖాగణిత పురోగతి యొక్క n ప్లస్ 2 పదం అయి ఉండాలి b అనేది పదం వద్ద n ప్లస్ టూ అనే పదం వద్ద n ప్లస్
టూ ఉండాలి gp r అని n ప్లస్ 2 పదం ఫార్ములా ar పవర్ n ప్లస్ 2 మైనస్ 1 ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది కాబట్టి
మనం b అవ్వాలి కాబట్టి r పవర్ n ప్లస్ 1 అనేది b కి సమానం, ఇది మొత్తంగా b కి సమానం అవుతుంది.
పవర్ 1 బై n ప్లస్ 1.

ఇప్పుడు మనకు మొదటి టర్మ్ a మరియు ఈ థింగ్ బి పవర్ 1 బై n ప్లస్ 1 కలిగి ఉంది, ఒకసారి మనకు మొదటి
టర్మ్ మరియు ఉమ్మడి నిష్పత్తి ఉన్న తర్వాత మనం జ్యామితీయ పురోగతి ఏమిటో పూర్తిగా పేర్కొనవచ్చు కాబట్టి g 1
అనేది రేఖాగణిత పురోగమనం యొక్క రెండవ పదం

ఒక రెల్లు సాధారణ నిష్పత్తిగా ఉంటుంది, ఇది మొత్తం శక్తి 1 ద్వారా n ప్లస్ 1 ద్వారా ఒక సార్లు b ఉంటుంది.

అదేవిధంగా g 2 అనేది రేఖాగణిత పురోగతి యొక్క మూడవ పదంగా ఉంటుంది, ఇది సార్లు r స్క్వేర్ అవుతుంది
ఒక మొత్తం శక్తి 1 ద్వారా n ప్లస్ 1 చతురస్రం ద్వారా బి సార్లు మరియు అందువలన రెండు ధనాత్మక సంఖ్యలను
ఇచ్చినప్పుడు వాటి మధ్య పరిమిత సంఖ్యలో వాస్తవ సంఖ్యలను చొప్పించడం ఎల్లప్పుడూ సాధ్యమవుతుందని మేము
నిర్ధారించాము, తద్వారా జాబితా gp ని ఏర్పరుస్తుంది, మేము తదుపరి ఉపన్యాసంలో gp మరియు ap లతో

కొనసాగిస్తాము ధన్యవాదాలు

Prutor@iitk