

ਹੈਲੋ ਵਿਸ਼ੇ ਕ੍ਰਮ ਅਤੇ ਲੜੀ 'ਤੇ ਲੈਕਚਰ ਦੀ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਸਭ ਦਾ ਸੁਆਗਤ ਹੈ, ਇਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਸਾਡਾ ਛੇਵਾਂ ਲੈਕਚਰ ਹੈ, ਆਉ ਅਸੀਂ ਇਹ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ ਕਿ ਦੋ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੀ ਲੜੀ ਅਤੇ ਲੜੀ ਦਿਨ-ਪ੍ਰਤੀ-ਦਿਨ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਬਦਲਵੇਂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। $Life$ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਸ਼ਬਦ ਘਟਨਾ ਦੇ ਉਤਰਾਧਿਕਾਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਮੈਂ ਲੈਕਚਰਾਂ ਦੀ ਲੜੀ ਦੱਸੀ ਹੈ ਹਾਲਾਂਕਿ ਇਹ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੀ ਲੜੀ ਅਤੇ ਲੜੀ ਦੇ ਵੱਖਰੇ ਅਰਥ ਹਨ ਮੋਟੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਜਾਂ ਲੜੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਨਿਯਤ ਕਰਨ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਿਛਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਇਹ ਵਾਅਦਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸੀ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ gp ਦੇ n ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਾਂਗੇ ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ gp ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੇ ਪਦ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹਰ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪਿਛਲੀ ਮਿਆਦ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਸਥਿਰ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਅਗਲੀ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਅਨੁਪਾਤ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦੇ n ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਸਥਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ, ਆਉ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੀ ਮਿਆਦ a ਅਤੇ ਅਮ ਅਨੁਪਾਤ r ਵਾਲੇ ਇੱਕ gp ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ r ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਪਹਿਲੀ ਮਿਆਦ a ਅਤੇ ਅਮ ਅਨੁਪਾਤ r ਵਾਲਾ ਇੱਕ gp ਸੂਚੀ ਅਰਾਜ ਵਰਗ ਆਦਿ ਦੁਆਰਾ ਸਮਝਾਇਆ ਜਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। n th ਮਿਆਦ ar^{n-1} ਆਦਿ ਸਾਡਾ ਟੀਚਾ n th ਮਿਆਦ ਤੱਕ a Plus ar ਪਲੱਸ ar^2 ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਆਦਿ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਲੱਭਣਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$ ਆਉ ਅਸੀਂ ਇਸ ਜੋੜ ਨੂੰ sn ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। sn ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਲੱਭਣ ਲਈ ਆਉ ਪਹਿਲਾਂ ਮਾਮੂਲੀ ਕੇਸ ਦਾ ਨਿਪਟਾਰਾ ਕਰੀਏ ਅਰਥਾਤ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ r ਨੋਟ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਸਥਿਰ ਕ੍ਰਮ aaa ਤੱਕ ਘਟ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਿੱਟੇ ਵਜੋਂ sn ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਜੋ sn ਹੈ। n ਵਾਰ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਮਾਮੂਲੀ ਕੇਸ ਦਾ ਨਿਪਟਾਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਆਉ ਅਸੀਂ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਕੇਸ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਕਰੀਏ ਜੋ ਅਸੀਂ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ sn ਬਰਾਬਰ a ਪਲੱਸ ar ਪਲੱਸ ਆਦਿ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ar ਪਾਵਰ n ਮਾਇਨਸ 1 ਤੱਕ ਅਸੀਂ a ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਸਧਾਰਨ ਚਾਲ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਆਉ ਅਸੀਂ r ਵਾਰ s ਲੱਭੀਏ ਜੋ ar ਪਲੱਸ ar^2 ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਆਦਿ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ, ਆਖਰੀ ਸ਼ਬਦ ਜਦੋਂ r ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ar ਪਾਵਰ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ n ਮੈਨੂੰ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਪਿਛਲਾ ਸ਼ਬਦ ਲਿਖਣ ਦਿਓ ਇਹ ar ਪਾਵਰ n ਘਟਾਓ 1 ਹੋਵੇਗਾ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਹੁਣ ਦੇਖਦੇ ਹੋ? ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੀ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ sn ਘਟਾਓ r ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਦੇਖਣ ਲਈ ਕਿ ਇਹ ਸ਼ਬਦ ar ਵਰਗ ਆਦਿ ਹਨ ar ਪਾਵਰ n ਘਟਾਓ 1 ਇਸ ਘਟਾਓ ਦੀ ਪੁਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਰੱਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਮਾਇਨਸ ar ਪਾਵਰ ਨਾਲ ਖਤਮ ਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 1 ਘਟਾਓ ਤੱਕ ਉਬਲਦੇ ਹਾਂ r ਵਾਰ sn ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਗੁਣਾ 1 ਮਾਇਨਸ r ਪਾਵਰ n ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ sn ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਧਾਰਨਾ ਦੁਆਰਾ $r \neq 1$ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ 1 ਘਟਾਓ r ਨਾਲ ਵੰਡ ਸੰਭਵ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ sn ਬਰਾਬਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਗੁਣਾ 1 ਘਟਾਓ r ਸ਼ਕਤੀ n ਗੁਣਾ 1 ਘਟਾਓ r ਪਹਿਲੀ ਮਿਆਦ a ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ n ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਅਤੇ ਅਮ ਅਨੁਪਾਤ r n ਗੁਣਾ ਹੈ ਜੇਕਰ $r \neq 1$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ a ਗੁਣਾ 1 ਘਟਾਓ r ਸ਼ਕਤੀ n ਦੁਆਰਾ 1 ਘਟਾਓ r ਜੇਕਰ $r = 1$ ਨਿਰੀਖਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ $r = 1$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ r ਸ਼ਕਤੀ n ਘਟਾਓ 1 ਦੁਆਰਾ r ਘਟਾਓ 1 ਦੁਆਰਾ ਸਿਰਫ ਅੰਕ ਅਤੇ ਭਾਜ ਨੂੰ ਘਟਾਓ 1 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਨੂੰ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ gp i ਦੇ n ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਇੱਕ ਵਧੀਆ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ। ਉਮੀਦ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜੋੜ ਜਾਂ ਇੱਕ ਲੜੀ ਬਾਰੇ ਯਾਦ ਦਿਵਾਉਣ ਦਾ ਇੱਕ ਚੰਗਾ ਸਮਾਂ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਵਧੇਰੇ ਸਟੀਕ ਹੋਣ ਲਈ ਸੀਮਿਤ ਜੋੜ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਉਪ ਤੱਕ ਵਧਾਉਣ ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਮੁਸ਼ਕਲਾਂ ਕੀ ਹਨ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਰਕਮ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪਹਿਲੇ ਦੇ ਨੂੰ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਹਰ ਵਾਰ ਪੁਕਿਰਿਆ ਦੇ ਸਮਾਪਤ ਹੋਣ 'ਤੇ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ ਜੋੜਦੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸੀਮਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਸੀਮਤ ਜੋੜ ਕ੍ਰਮ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਰਤਾਂ ਜੋੜੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਫਰਕ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ ਜਦੋਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜੋੜ ਨੋਟ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪਦ ਜੋੜ ਕੇ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਵੇਖਣ ਲਈ ਕੀ ਸਾਹਮਣੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮਿਆਦ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਪੁਕਿਰਿਆ ਦੂਜੀ ਵਾਰ ਖਤਮ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ ਇੱਕ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਦੇ ਉਲਟ ਸੀਮਿਤ ਜੋੜ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕ੍ਰਮ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸ਼ਰਤਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਮਾਮਲਿਆਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਕਈ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨਾਲ ਨਜਿੱਠਣ ਲਈ ਵਿਚਾਰਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜੋੜ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਦੇ ਨਾਲ ann ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਸਮੀਕਰਨ a_1 ਅਤੇ a_2 ਪਲੱਸ ਆਦਿ ਨੂੰ ਅਨੰਤਤਾ ਲਈ ਸੰਖਿਪਤ ਸੰਕੇਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸੰਖਿਪਤਾ ਲਈ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ ਤੋਂ ਅਨੰਤਤਾ an ਨੂੰ ਇੱਕ ਲੜੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਅਰਥ ਕਿਵੇਂ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰੀਏ ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਰਥ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਲੱਭਦੇ ਹਾਂ sn ਬਰਾਬਰ ਹੈ। a_1 ਪਲੱਸ a_2 ਪਲੱਸ ਵਰਗੋਂ ਪਲੱਸ an ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਨਵਾਂ ਕ੍ਰਮ ਹੈ sn n ਬਰਾਬਰ 1 ਟੂ ਅਨਫਿਨਿਟੀ ਜੋ ਹੁਣ ਦਿੱਤੇ ਕ੍ਰਮ a ਤੋਂ ਉਤਪੰਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦੇ ਇਸ ਕ੍ਰਮ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ n ਦੇ ਸਟੀਕ ਹੋਣ ਲਈ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਕ੍ਰਮ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨੇੜੇ ਬਣ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਇਹ ਸੀਮਾ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਇਹ ਹਾਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਹਾਂ ਉਸ ਲੜੀ ਦਾ ਜੋੜ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਜਿਸ ਲੜੀ ਦਾ ਅਸੀਂ s ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਉਸ ਦਾ ਮੁੱਲ ਜੋੜ n ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ 1 ਅਨੰਤਤਾ an ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਲੜੀ an ਜੋੜਯੋਗ ਹੈ ਜਾਂ ਵਧੇਰੇ ਤਕਨੀਕੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹ ਦੇਖਣ ਲਈ ਕਿ ਕੀ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜੋੜ ਦਾ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਅਰਥ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਕੀ ਇਹ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਕੀ ਇੱਕ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਜਾਂਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦੇ ਇਸ ਕ੍ਰਮ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਆਉ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਅਨੰਤ ਲੜੀਵਾਂ ਨੂੰ ਨਜਿੱਠਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਅਰਥਾਤ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਸਾਡਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ p ਤੋਂ ਉਤਪੰਨ ਹੋਈ ਲੜੀ। ਰੋਗੇਸ਼ਨ ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਆਰਾਜ ਵਰਗ ਦਾ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸਦੀ ਜੋੜ ਲੜੀ ਦੇ ਰੂਪ a ਪਲੱਸ ਏਆਰ ਪਲੱਸ ਏਕੋਟੇਰਾ ਪਲੱਸ ਏਆਰ ਪਾਵਰ n ਮਾਇਨਸ 1 ਪਲੱਸ ਆਦਿ ਦੀ ਅਨੰਤ ਲੜੀ ਨਾਲ ਨਜਿੱਠਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸਮੇਸ਼ਨ ਅਰ ਪਾਵਰ ਵਜੋਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। n ਘਟਾਓ 1 n ਬਰਾਬਰ ਹੈ 1 ਤੋਂ ਅਨੰਤਤਾ ਨੂੰ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਕੁਝ ਮੇਥਾਈਲ ਹੈ ਕੀ ਇਹ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਲੜੀ ਦੀ ਕੁਝ ਯੋਗਤਾ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਜਿੱਥੋਂ ਤੱਕ ਇਸ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਨੂੰ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਪਹਿਲੇ n ਸ਼ਬਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਸਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ sn ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ na ਹੈ ਜੇਕਰ $r \neq 1$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ a in r ਪਾਵਰ n ਘਟਾਓ 1 ਦੁਆਰਾ r ਘਟਾਓ 1 ਜੇਕਰ $r = 1$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਜਵਾਬ ਦੇਣ ਲਈ ਕਿ ਕੀ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਜੋੜਨ ਯੋਗ ਹੈ ਜਾਂ ਕੀ ਇਹ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਇਹ ਇਸ ਵਿੱਚ ਫਾਕੀ ਹੈ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ sn ਦੇ ਇਸ ਕ੍ਰਮ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਆਉ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਕਿ $r \neq 1$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਮ ਅਨੁਪਾਤ 1 ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ sn ਬਰਾਬਰ ਹੈ na $recall$ a ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਇਸਲਈ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ sn ਬਣਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ na ਵਿਸ਼ਾਲਤਾ ਵਿੱਚ ਵੱਡਾ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਕਿ n ਅਨੰਤਤਾ ਵੱਲ ਝੁਕਦਾ ਹੈ na ਅਨੰਤਤਾ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਬਹੁਤ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਬਹੁਤ ਛੋਟਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇੱਕ ਸਾਈਨ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਮੈਂ ਲਿਮਿਟ ਲਿਖਦਾ ਹਾਂ n ਅਨੰਤਤਾ ਵੱਲ ਰੁਝਾਨ sn ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਅਨੰਤਤਾ a ਦੇ ਸਾਈਨ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇਹ ਕੇਸ r ਬਰਾਬਰ 1 ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਤਕਨੀਕੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਸੀਮਿਤ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨੇੜੇ ਨਹੀਂ ਬਣ ਰਿਹਾ ਹੈ sn ਨਹੀਂ ਹੈ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਇਸਲਈ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਾਂ ਇਸ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਆਉ ਆਪਾਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਕੇਸ $r = 1$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਇੱਕ ਅਗਲਾ ਹੈ ar ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜੋ i s ਘਟਾਓ a ਅਗਲਾ ar ਵਰਗ ਹੈ ਜੋ a ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ $s = 1$ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦਾ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਹੋਵੇਗਾ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦਾ ਇੱਕ ਸੈਕਿੰਡ ਕ੍ਰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਪਦ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਅਵਧੀ a ਪਲੱਸ ਘਟਾਓ a ਜੋ

ਕਿ 0 ਹੈ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦਾ ਤੀਜਾ ਕ੍ਰਮ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਘਟਾਓ a ਪਲੱਸ a ਜੋ ਕਿ a ਅਤੇ ਇਸ 'ਤੇ ਹੈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ a ਅਤੇ 0 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ sn ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਮੇਰਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਵਿਕਲਪਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਨੁਭਵੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਕਿ n ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਵੱਡਾ sn ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨੇੜੇ ਨਹੀਂ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਹ a ਅਤੇ 0 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਘੁੰਮਦਾ ਰਹੇਗਾ ਇਹ ਜਾਂ ਤਾਂ a ਜਾਂ 0 ਹੋਵੇਗਾ ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨੇੜੇ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗਾ,

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾ n ਅਨੰਤ sn ਵੱਲ ਝੁਕਦੀ ਹੈ। ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਕੋਈ ਸੀਮਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦਾ ਜੋੜ ar power n ਘਟਾਓ 1 ਜੋੜਨ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ ਮੇਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹ ਲੜੀ r ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। 1 ਤੋਂ ਮਾਇਨਸ 1. ਹੁਣ ਹੋਰ ਕੇਸ r ਨਾ ਤਾਂ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਘਟਾਓ 1 ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ sn ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਫਾਰਮੂਲਾ a ਨੂੰ 1 ਘਟਾਓ r ਪਾਵਰ n ਦੁਆਰਾ 1 ਘਟਾਓ r ਵਿੱਚ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਸਾਨੂੰ ਵੇਖਣਾ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਹੈ ਇਸ sn ਨਾਲ ਉਦੋਂ ਵਾਪਰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ sn ਨੂੰ a by 1 minus r minus ar power n by 1 minus r ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਪਹਿਲਾ ਸ਼ਬਦ n ਤੋਂ ਸੁਤੰਤਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ n ਦੇ ਕਾਫ਼ੀ ਵੱਡੇ ਹੋਣ 'ਤੇ sn ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ ਕਿ ਦੂਜੇ ਪਦ ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ n ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਵਧੇਰੇ ਸਟੀਕ ਹੋਣ ਲਈ ਇਹ ਦੇਖਣ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ ਕਿ r ਪਾਵਰ n ਦਾ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ r ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਵੰਡੀਏ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ਦਿਲਚਸਪੀ ਹੈ ਅਰਥਾਤ r ਦੇ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ 1 ਕੌਮਾ ਘਟਾਓ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇੱਕ ਮੋਡ 1 ਤੋਂ ਸਖਤੀ ਨਾਲ ਘੱਟ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ r ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਮੁੱਲਾਂ ਵਿੱਚ ਦਿਲਚਸਪੀ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ -1 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹਨ, ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਦੋਂ $\text{mod } r$ 1 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਬੇਸ਼ੱਕ r ਦੇ ਵੱਲੋਂ ਲੈ ਸਕਦਾ ਹੈ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਤੇ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਮੁੱਲ ਪਰ ਟੀ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਤੀਬਰਤਾ ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ, ਇਹ ਰੂਪ 1 ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕੁਝ ਮਿਸਟਰ ਦਾ ਰੂਪ 1 ਦੁਆਰਾ m ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿੱਥੇ m ਫਿਕਸ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨਾਲ ਸਹਿਮਤ ਹੋ ਤਾਂ ਕਿ n ਵੱਡਾ ਅਤੇ ਵੱਡਾ r ਸ਼ਕਤੀ n ਜੋ ਕਿ 1 ਗੁਣਾ m ਸ਼ਕਤੀ ਹੈ n ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿਉਂਕਿ 1 ਗੁਣਾ ਮੀਟਰ ਦੀ ਸ਼ਕਤੀ ਵਿੱਚ n ਦਾ ਭਾਜ ਇੰਨਾ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ n ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੇਰਾ ਸਿੱਟਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾ n ਅਨੰਤਤਾ ਵੱਲ ਝੁਕਦਾ ਹੈ ਸਾਡੀ ਸ਼ਕਤੀ n ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਮੈਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਣ ਦਿਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਦਿਲਚਸਪੀ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ r ਮੁੱਲ ਜੋ ਸਥਿਰ ਹੈ ਪਰ ਮਾਇਨਸ 1 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪਿਆ ਹੈ। ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ r ਨੂੰ 1 ਦੁਆਰਾ mm ਦੇ ਰੂਪ ਦੀ ਕੁਝ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੋਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਜਾਂ ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕੋਈ ਫਰਕ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ ਇਸਲਈ r ਪਾਵਰ n ਫਾਰਮ 1 ਦੀ ਕੋਈ ਚੀਜ਼ ਹੋਵੇਗੀ। m ਪਾਵਰ nm ਦੁਆਰਾ ਹੁਣ ਫਿਕਸ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਦੋਂ n ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਡਿਨੋਮੀਨੇਟਰ ਬਹੁਤ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ 1 ਬਾਇ m ਪਾਵਰ n 0 ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋ ਜਾਵੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਪਿੱਛੇ ਜਾਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਸੀਮਾ n ਨੂੰ ਅਨੰਤਤਾ r ਪਾਵਰ n ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਵੱਲ ਝੁਕਣ ਦੀ ਦਲੀਲ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹੋ। sn ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ n ਮਨਮਾਨੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $1ar$ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ge ਦੂਜੀ ਮਿਆਦ 0 ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸੀਮਾ r ਪਾਵਰ n ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ n ਅਨੰਤਤਾ ਵੱਲ ਝੁਕਾਅ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਸਲਈ ਦੂਜਾ ਮਿਆਦ ਕੁਝ ਵੀ ਯੋਗਦਾਨ ਨਹੀਂ ਪਾਉਂਦਾ ਕਿਉਂਕਿ n ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਨੰਤਤਾ ਵੱਲ ਰੁਝਾਨ n ਦੀ ਸੀਮਾ 1 ਘਟਾਓ r ਤੱਕ ਉਬਲਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਅਨੰਤ ਲੜੀ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹੋ ਜਾਂ ਵਧੇਰੇ ਖਾਸ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅੰਸ਼ਕ ਜੋੜ ਦੀ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਲੜੀ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਕਨਵਰਜੈਂਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਲੜੀ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੋੜ ar power n ਘਟਾਓ 1 n 1 ਤੋਂ ਅਨੰਤਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। agp ਦੇ ਸਾਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ a by 1 minus r ਹੈ ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਕੇਸ r ਬਰਾਬਰ ਘਟਾਓ 1 r ਬਰਾਬਰ 1 ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਕੇਸ r ਘਟਾਓ 1 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਆਓ r ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਕੁਝ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸੰਖਿਆ ਮੰਨੀਏ। ਇਹ ਮੁੱਲ ਜੋ ਲੇਟ ਮੋਡ ਹੈ ਇੱਕ r ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਜਾਂ ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਤੀਬਰਤਾ ਵਿੱਚ ਇਹ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ ਹੁਣ ਵੇਖੋ ਕਿ ਸੀਮਾ n ਅਨੰਤਤਾ ਮੋਡ r ਪਾਵਰ n ਵੱਲ ਝੁਕਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ r ਮਾਇਨਸ 1 ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਹੈ 1 ਮਾਡ r 1 ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਟੀ 0 ਅਨੰਤਤਾ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ ਕਿ $\text{mod } r$ ਪਾਵਰ n ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਚੀਜ਼ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 2 ਪਾਵਰ n ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 2 4 ਫਿਰ 8 ਫਿਰ 16 ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ n ਦੀ ਸ਼ਕਤੀ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਧਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਅਨੰਤ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਅਤੇ ਵਾਪਸ ਜਾਣਾ sn ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਇਹ ਦੇਖ ਸਕਦੀ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਹੀ n ਇਹ ਸ਼ਬਦ ਵੱਡਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਦੂਸਰਾ ਸ਼ਬਦ ar power n by 1 ਘਟਾਓ r ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨੇੜੇ ਨਹੀਂ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ ਲਿਮਿਟ sn ਵੀ ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਲਿਮਿਟ n ਅਨੰਤਤਾ sn ਵੱਲ ਝੁਕਾਅ ਲੜੀ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਾਉਣ ਲਈ ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਹ ਕਹਿਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿ ਅਨੁਸਾਰੀ ਲੜੀ ਜੋੜਨ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ar ਪਾਵਰ n ਘਟਾਓ 1 n ਬਰਾਬਰ 1 ਤੋਂ ਅਨੰਤ ਹੈ, ਮੋਡ ਵੱਡਾ ਹੋਣ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਲਈ ਜੋੜ ਦੇਈਏ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਪਹਿਲੇ n ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ sn ਹੈ ਬਰਾਬਰ a in 1 ਘਟਾਓ r ਸ਼ਕਤੀ n by 1 ਘਟਾਓ r ਲਈ r ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ r ਦੇ ਬਰਾਬਰ 1 ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਮਾਮੂਲੀ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਘਟਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ sn ਬਰਾਬਰ n ਗੁਣਾ ਹੁਣ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦੇ ਜੋੜ ar power n ਘਟਾਓ 1 ਨੂੰ 1 ਤੋਂ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਦੀ ਰੋਜ਼ ਵਿੱਚ ਵਿਚਾਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ r 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਜਦੋਂ r ਘਟਾਓ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ r ਘਟਾਓ 1 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸੀਮਿਤ ਮੁੱਲ a by 1 ਘਟਾਓ r ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੋਡ r ਲਈ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਨਹੀਂ ਦਰਸਾਉਂਦੀ। ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਮੁੱਲ ਜਾਂ ਵਧੇਰੇ ਤਕਨੀਕੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਮੈਨੂੰ ਇੱਥੇ ਇਸ ਨਿਰੀਖਣ ਨੂੰ ਰਿਕਾਰਡ ਕਰਨ ਦਿਓ, 1 ਤੋਂ ਅਨੰਤ ar ਪਾਵਰ n ਮਾਇਨਸ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ n ਫਾਰਮ ਦੀ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ ਜੇਕਰ $\text{mod } r$ ਘੱਟ ਲਈ 1 ਅੱਗੇ $\text{mod } r$ ਘੱਟ ਹੈ। 1 ਤੋਂ ਘੱਟ 1 ਮਾਡ r 1 ਤੋਂ ਘੱਟ ਸਾਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ r ਦੇ ਹੋਰ ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ a by 1 ਘਟਾਓ r ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\text{mod } r$ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ 1 ਜੋੜ n ਬਰਾਬਰ 1 ਤੋਂ ਅਨੰਤ ar ਪਾਵਰ n ਘਟਾਓ 1 ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਨਹੀਂ ਹੈ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦੀ ਜ਼ੋਰਦਾਰ ਸਿਫਾਰਸ਼ ਕਰਾਂਗਾ ਕਿ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਸਾਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਸਾਂਝਾ ਅਨੁਪਾਤ ਘਟਾਓ 1 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦਾ ਜੋੜ a 1 ਘਟਾਓ r ਅਤੇ ਮਾਡ ਲਈ r 1 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਜੋੜਨ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ ਮੈਂ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਪੈਸਿਵ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰਾਂਗਾ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਅਨੰਤ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਕਦੋਂ ਇਕਸਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਇਹ ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਇਹਨਾਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕਈ ਹੋਰ ਅਨੰਤ ਲੜੀਵਾਂ ਵਿੱਚ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦੇ ਉਲਟ ਦੇਖਿਆ ਹੈ, ਇਹ ਸਵਾਲ ਕਿ ਕੀ ਲੜੀ ਜੋੜਨਯੋਗ ਹੈ ਜਾਂ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਭਾਵੇਂ ਇਹ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ ਭਾਵੇਂ ਇਸਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੈ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸਵਾਲਾਂ ਨੂੰ ਕਈ ਅਨੰਤ ਲੜੀਵਾਂ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਦੇ ਪੜਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਜਾਂਚ ਕਰੇਗਾ ਕਿ ਕੀ ਲੜੀ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਜੇਕਰ ਇਹ ਕਨਵਰਜੈਂਟ ਪਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਇਸਦੇ ਕੁਝ ਅਨੁਮਾਨਾਂ ਨਾਲ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਹੋਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। um ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਬਜਾਏ ਅਨੰਤ ਲੜੀ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਲੜੀ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਦੁਹਰਾਉਣਾ ਹੈ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਯਾਦ ਕਰੀਏ ਕਿ ਦੋ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਵਾਲ ਪੁੱਛਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਨੰਬਰ ਕੈਪੀਟਲ ਪਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ? a ਅਤੇ b ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ a ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਕ ਗਣਿਤ ਦੀ ਤਰੱਕੀ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ aa ਪਲੱਸ b by 2 ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਸੀ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ a ਅਤੇ b am ਦਾ ਗਣਿਤਿਕ ਮਾਧਿਅਮ ਕਿਹਾ ਸੀ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਪੁੱਛਾਂਗੇ ਪਰ ਹੁਣ ap hgp ਦੀ ਬਜਾਏ ਇਹ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਦੋ ਅਸਲ ਨੰਬਰ a ਅਤੇ b ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ ਕੀ ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਨੰਬਰ ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਆਓ ਅਸੀਂ g ਨੂੰ ਕਾਲ ਕਰੀਏ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ag ਅਤੇ b ਇੱਕ gp ਬਣਦੇ ਹਨ ਉਮੀਦ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਸਮਝ ਗਏ ਹੋ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਸਮੇਂ ਲਈ ਦੇ ਨੰਬਰਾਂ ਨਾਲ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਆਓ ਅਸੀਂ a ਅਤੇ b 'ਤੇ ਕੋਈ ਸ਼ਰਤ ਨਹੀਂ ਲਗਾਵਾਂਗੇ ਸਿਵਾਏ ਇਹ ਕਿ ਉਹ ਅਸਲ ਹਨ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਨੰਬਰ g ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ag ਅਤੇ b ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਬਣਦੇ ਹਨ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਨੋਟ ਕਰੀਏ ਕਿ ਜੇਕਰ ag ਅਤੇ b ਇੱਕ gp ਦੀਆਂ ਲਗਾਤਾਰ ਸ਼ਰਤਾਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ agb ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਤਾਂ ਦੂਜੀ ਪਦ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਦੂਸਰੀ ਮਿਆਦ ਦੁਆਰਾ ਤੀਜੀ ਮਿਆਦ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ g ਦੁਆਰਾ b ਨਾਲ g ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਕਹਿਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿ g ਵਰਗ ab ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਵਾਲ ਪੁੱਛ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੀ ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਨੰਬਰ g ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ g ਵਰਗ ab ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਵਰਗ ਹਮੇਸ਼ਾ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਅਸਲੀ g ਸੰਤੁਸ਼ਟੀਜਨਕ g ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਲਈ

ਵਰਗ aba ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ b ਦਾ ਇੱਕੋ ਨਿਸ਼ਾਨ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਸਵਾਲ ਨੂੰ ਥੋੜ੍ਹਾ ਸੋਧੀਏ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਦੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਤੋਂ ਪੁੱਛੀਏ ਕਿ ਕੀ ਇੱਥੇ ag ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜੋ ਕਿ agb ਇੱਕ gp ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਵਾਬ ਹੈ ਹਾਂ ਵਿੱਚ g ਨੂੰ ab ਦਾ ਮੂਲ ਮੰਨੋ। ਕੇਸ agb ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ g ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਮਾਧਿਅਮ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਆਓ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਰਿਕਾਰਡ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਜੋ ਦੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਪੁੰਜੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ਅਤੇ ਮੈਨੂੰ ਛੋਟਾ a ਅਤੇ ਛੋਟਾ p ਛੋਟਾ pt ਲਿਖਣ ਦਿਓ ਉਸ ਦਾ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਮਤਲਬ a ਦੇ ਛੋਟੇ ਲਈ gm ਅਤੇ b ਨੂੰ a ਦੇ gm ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ b ab ਦੇ ਹੁਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਗਣਿਤ ਦੇ ਅਰਥ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ ਦੇ ਅਰਥ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਜੋੜ ਅਤੇ ਭਾਗ ਹੈ ਅਸੀਂ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਗੁਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਦੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਘਾਤਕ ਸ਼ਕਤੀਆਂ ਲੈ ਕੇ ਤੁਸੀਂ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਕੈਪੀਟਲ g ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਰਥਾਤ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਮਾਧਿਅਮ ਤਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਕੈਪੀਟਲ gb ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਆਓ ਇਸਨੂੰ ਥੋੜ੍ਹਾ ਜਿਹਾ ਜਨਰਲਾਈਜ਼ ਕਰੀਏ ਅਤੇ ਪੁੱਛੀਏ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ, ਅਸੀਂ ਜਿੰਨੀਆਂ ਵੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਮਿਲਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਪਰ ਸੀਮਿਤ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇੱਕ g_1 g_2 ਆਦਿ gn b ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਅਸੀਂ n ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਮਿਲਿਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ g_1 g_2 ਆਦਿ gn ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰੇ ਤਾਂ ਕਿ ਇੱਕ g_1 g_2 ਆਦਿ g ਅਤੇ b ਫਾਰਮ ਉੱਤਰ ਵੱਲ gp ਕਰੇ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦੇਈਏ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਬਣਾਉਣ ਲਈ g_1 g_2 ਆਦਿ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇੱਕ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ b ਦੇ isely ਲਗਾਤਾਰ ਪਦ ਉਸ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦੇ n ਪਲੱਸ 2 ਪਦ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ b ਉਸ ਮਿਆਦ 'ਤੇ n ਪਲੱਸ 2 ਹੈ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ gp ਦੇ n ਵੇਂ ਪਦ ਲਈ ਇੱਕ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੀ ਮਿਆਦ a ਅਤੇ ਆਮ ਅਨੁਪਾਤ ਲੋੜੀਂਦੇ ਦੋ ਸਾਂਝੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦੱਸ ਰਹੇ ਹਨ gp to be r n plus 2 ਸ਼ਬਦ ar power n plus 2 minus 1 ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਸਾਨੂੰ b ਹੋਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇਸਲਈ r ਪਾਵਰ n ਪਲੱਸ 1 ਬਰਾਬਰ b ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ a ਜੋ ਕਿ ਪੂਰੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ b ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਾਵਰ 1 ਬਾਇ n ਪਲੱਸ 1। ਹੁਣ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਪਹਿਲੀ ਮਿਆਦ a ਅਤੇ ਆਮ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ ਇਸ ਚੀਜ਼ ਨੂੰ b ਪਾਵਰ 1 ਬਾਇ n ਪਲੱਸ 1 ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਪਹਿਲੀ ਮਿਆਦ ਅਤੇ ਸਾਂਝਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਕੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ g 1 ਹੈ। ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਪਦ ਆਮ ਅਨੁਪਾਤ ਦਾ ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ਜੋ ਇੱਕ ਗੁਣਾ b ਇੱਕ ਪੂਰੀ ਸ਼ਕਤੀ 1 ਗੁਣਾ n ਪਲੱਸ 1 ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ g 2 ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦਾ ਤੀਜਾ ਪਦ ਹੋਵੇਗਾ ਇਹ ਇੱਕ ਗੁਣਾ r ਵਰਗ ਹੋਵੇਗਾ ਜੋ ਇੱਕ ਗੁਣਾ b ਇੱਕ ਪੂਰੀ ਸ਼ਕਤੀ 1 ਗੁਣਾ n ਜੋੜ 1 ਵਰਗ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ' ਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਨਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸੰਭਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ ਸੂਚੀ ਇੱਕ gp ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਸੀਂ ਅਗਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ gp ਅਤੇ ap ਨਾਲ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ ਪੰਨਵਾਦ।