ഹായ് , വിഷയ ക്രമത്തെയും പരമ്പരയെയും കുറിച്ചുള്ള പ്രഭാഷണ പരമ്പരയിലേക്ക് എല്ലാവർക്കും സ്വാഗതം , ഈ വിഷയത്തിലെ ഞങ്ങളുടെ ആറാമത്തെ പ്രഭാഷണമാണിത് ജീവിതം ഈ രണ്ട് വാക്കുകളും സംഭവത്തിന്റെ തുടർച്ചയായി സൂചിപ്പിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു, അതുകൊണ്ടാണ് ഞാൻ പ്രഭാഷണ പരമ്പരകൾ പറഞ്ഞത്, എന്നിരുന്നാലും, ഈ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ശ്രേണിയും ശ്രേണിയും ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ വ്യത്യസ്തമായ അർത്ഥമുണ്ടെന്ന് ഓർമ്മിക്കേണ്ടതാണ്. കഴിഞ്ഞ പ്രഭാഷണത്തിൽ വാഗ്ദാനം ചെയ്തതുപോലെ ഒരു സീക്വൻസിന്റെ നിബന്ധനകളുടെ ആകെത്തുക നിയോഗിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു , ഒരു ജിപിയുടെ n നിബന്ധനകളുടെ ആകെത്തുകയ്ക്ക് ഞങ്ങൾ ഒരു ഫോർമുല സ്ഥാപിക്കും, ഒരു ജിപി ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി എന്നത് ആദ്യ ടേമിന് ശേഷമുള്ള ഓരോ പദവും വരുന്ന ഒരു ശ്രേണിയാണ്. ഒരു നിശ്ചിത പൂജ്യമല്ലാത്ത സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് മുമ്പത്തെ പദത്തിൽ നിന്ന് ലഭിച്ചതും ആ നിശ്ചിത പൂജ്യമല്ലാത്ത സംഖ്യയെ അടുത്ത ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ പൊതു അനുപാതം എന്ന് വിളിക്കുന്നു ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയ്ക്കായി ഞങ്ങൾ ഒരു ഫോർമുല സ്ഥാപിക്കും , ആദ്യ ടേം a ഉള്ള ഒരു gp നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം, പൊതുവായ അനുപാതം r ശ്രദ്ധിക്കുക. nth term ar power n മൈനസ് 1 മുതലായവ , ഒരു പ്ലസ് ar പ്ലസ് ar സ്ക്വയർ പ്ലസ് മുതലായവയ്ക്ക് ഒരു ഫോർമുല കണ്ടെത്തുക എന്നതാണ് ഞങ്ങളുടെ ലക്ഷ്യം, അതായത് a in r power n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്തുക എന്നതാണ് , നമ്മൾ എന്താണ് ചെയ്യാൻ ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് എന്നത് sn കൊണ്ട് ഈ തുക സൂചിപ്പിക്കാം. sn എന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്തുന്നതിന്, നമുക്ക് ആദ്യം നിസ്സാരമായ കേസ് തീർക്കാം, അതായത് r 1 കുറിപ്പിന് തുല്യമായിരിക്കട്ടെ , ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി aaa സ്ഥിരമായ ശ്രേണിയിലേക്ക് കുറയുന്നു, അതിനാൽ sm എന്നത് ഒരു പ്ലസ് എ പ്ലസ് ആണ്. ഇത് നിസ്സാരമായ കേസ് തീർപ്പാക്കുന്ന n മടങ്ങിന് തുല്യമാണ്, ഇനി നമുക്ക് ബാക്കിയുള്ള കേസ് പരിഗണിക്കാം r 1 ന് തുല്യമല്ല നമുക്ക് വേണ്ടത് സ്എൻഡിക്ക് തുല്യമായ ഒരു പ്ലസ് ar പ്ലസ് മുതലായവയ്ക്ക് ar പവർ n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള ഫോർമുലയാണ്. ലളിതമായ തന്ത്രം ഇനിപ്പറയുന്നത് നമുക്ക് r സമയങ്ങൾ കണ്ടെത്താം, അത് ar പ്ലസ് ar സ്ക്വയർ പ്ലസ് മുതലായവയുമായി ചേരുന്ന അവസാന പദം r കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ ar പവർ ആയി മാറുന്നു , ഞാൻ നിങ്ങൾക്കായി മുമ്പത്തെ പദം എഴുതട്ടെ, അത് ar പവർ n മൈനസ് 1 ആയിരിക്കും. നിങ്ങൾ അത് ഇപ്പോൾ കാണുന്നുണ്ടോ? പദങ്ങൾ ar സ്ക്വയർ, ar പവർ n മൈനസ് 1 എന്നിങ്ങനെയാണ് ആദ്യത്തേതിൽ നിന്ന് Sn മൈനസ് rsn എന്നതിന് തുല്യമായ രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യം കുറയ്ക്കുക. r ടൈംസ് sn ഉം വലതു വശവും ഒരു തവണ 1 മൈനസ് r പവർ n ആയി ലളിതമാക്കാം, ഇതിൽ നിന്ന് നമുക്ക് എളുപ്പത്തിൽ sn ഒറ്റപ്പെടുത്താൻ കഴിയും, അനുമാനം r 1 അല്ല, അതിനാൽ 1 മൈനസ് r കൊണ്ട് വിഭജനം സാധ്യമാണ് , അതിനാൽ നമുക്ക് sn ലഭിക്കുന്നത് തുല്യമാണ് ഒരു തവണ 1 മൈനസ് r പവർ n 1 മൈനസ് r ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക , ആദ്യ ടേം a , പൊതു അനുപാതം r , r എന്നത് 1 നും a 1 മൈനസ് r പവർ n നും തുല്യമാണെങ്കിൽ n തവണ a ആണ് r എന്നത് 1 നിരീക്ഷിക്കുന്നതിന് തുല്യമല്ലെങ്കിൽ 1 മൈനസ് r r 1 ന് തുല്യമല്ലെങ്കിൽ, ന്യൂമറേറ്ററും ഡിനോമിനേറ്ററും മൈനസ് 1 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് r മൈനസ് 1 കൊണ്ട് r മൈനസ് 1 ആയും നമുക്ക് ഫോർമുല എഴുതാം, അതിനാൽ ഇത് ഒരു gp i യുടെ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയ്ക്കുള്ള നല്ലൊരു ഫോർമുലയാണ്. ഒരു അനന്തമായ തുകയെക്കുറിച്ചോ പരമ്പരയെക്കുറിച്ചോ നിങ്ങളെ ഓർമ്മിപ്പിക്കാൻ ഇത് നല്ല സമയമാണെന്ന് കരുതുന്നു യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ നമുക്ക് അവയിൽ ആദ്യത്തെ രണ്ടെണ്ണം ചേർക്കാം , ഈ തുകയിലേക്ക് ഓരോ തവണയും ഒരു പദം ചേർക്കുന്നത് തുടരാം, ഓരോ തവണയും പ്രക്രിയ അവസാനിക്കും , കൂടാതെ പരിമിതമായ തുകയുണ്ടാകുമ്പോൾ പദങ്ങൾ ചേർത്ത ക്രമം അനുസരിച്ച് നമുക്ക് പരിമിതമായ മൂല്യം ലഭിക്കും . യഥാർത്ഥത്തിൽ കാര്യമില്ല, അതേസമയം നമുക്ക് അനന്തമായ ഒരു കുറിപ്പ് ഉണ്ടെങ്കിൽ, നമുക്ക് ഒരു സമയം ഒരു പദം ചേർക്കുന്നത് തുടരാനാവില്ല എന്ന വ്യക്തമായ കാരണത്താൽ , ഒരു സമയം ഒരു പദം ചേർക്കുന്ന പ്രക്രിയ രണ്ടാമതായി അവസാനിക്കില്ല പരിമിതമായ ഒരു അനന്തമായ തുകയിൽ, സങ്കലനം നടത്തുമ്പോൾ നിബന്ധനകൾ പരിഗണിക്കുന്ന ക്രമം മറ്റു വാക്കുകളിൽ പറഞ്ഞാൽ , അനന്തമായ നിരവധി യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ തുക കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിന് ആദ്യം യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ ചില പ്രത്യേക രീതിയിൽ ഓർഡർ ചെയ്യുകയും യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ ക്രമം നൽകുകയും വേണം. അനന്തമായ തുകയെ നിർവചിക്കുന്നതിന്, ഒരു ക്രമത്തിലേക്ക് ഉയരുക സംക്ഷിപ്തതയ്ക്കായി സംഗ്രഹ നൊട്ടേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് 1 മുതൽ അനന്തത വരെയുള്ള തുകയെ ഒരു ശ്രേണി എന്ന് വിളിക്കുന്നു, ഇപ്പോൾ ഈ പദപ്രയോഗത്തിന് ഒരു അർത്ഥം നൽകുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് ഓർക്കുക, ഈ പദപ്രയോഗത്തിന് കൃത്യമായ അർത്ഥം നൽകുന്നതിന് , ഭാഗിക തുകകളുടെ ക്രമം sn തുല്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ ആദ്യം കണ്ടെത്തുന്നു. a1 പ്ലസ് a2 പ്ലസ് etceter ലേക്ക്,
അങ്ങനെ നമുക്ക് ഒരു പുതിയ സീക്വൻസ് ഉണ്ട് sn n എന്നത് നൽകിയിരിക്കുന്ന ശ്രേണിയിൽ നിന്ന് ഉത്ഭവിക്കുന്ന അനന്തതയിലേക്ക് 1 ന് തുല്യമാണ്. ഭാഗിക തുകയുടെ ഈ ശ്രേണിക്ക് എന്ത് സംഭവിക്കുമെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, കൃത്യമായി പറഞ്ഞാൽ n വലുതാകുമ്പോൾ, പരിധി n അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു, n വലുതും വലുതുമായി മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ശ്രേണിയുടെ നിബന്ധനകൾ ഒരു നിശ്ചിത യഥാർത്ഥ സംഖ്യയോട് അടുക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് ഞങ്ങൾ അന്വേഷിക്കുന്നു. പരിധി നിലവിലുണ്ട് , അത് അതെ ആണെങ്കിൽ, ഇത് അതെ ആ ശ്രേണിയുടെ ആകെത്തുകയായി കണക്കാക്കും അല്ലെങ്കിൽ കൃത്യമായി നമ്മൾ എഴുതുന്ന ശ്രേണിയുടെ മൂല്യം s എന്നത് സമവാക്യത്തിന് തുല്യമാണ് n എന്നത് 1 ന് അനന്തത a ന് തുല്യമാണ് , കൂടാതെ a എന്നത് സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതോ സാങ്കേതികമായി കൂടിച്ചേരുന്നതോ ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ പറയുന്നു. അനന്തമായ തുകയ്ക്ക് മറ്റൊരു വിധത്തിൽ അർത്ഥമുണ്ടോ എന്നറിയാൻ, ഒരു പരമ്പര സംയോജിക്കുന്നതാണോ എന്നത് മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതാണോ എന്ന് കാണാൻ, ആദ്യം ഭാഗിക തുകകളുടെ ക്രമം കണ്ടെത്തണം, തുടർന്ന് n വലുതും വലുതും ആകുമ്പോൾ ഭാഗിക തുകയുടെ ഈ ശ്രേണിക്ക് എന്ത്

സംഭവിക്കുമെന്ന് ഞങ്ങൾ അന്വേഷിക്കുന്നു. ഇത് മനസ്സിൽ വെച്ചുകൊണ്ട് നമുക്ക് ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയിലെ ഒരു അനന്തമായ സീരീസ് കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ ശ്രമിക്കാം, അതായത് ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയിലെ ഒരു ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി, ഞങ്ങൾ അർത്ഥമാക്കുന്നത് ജ്യാമിതീയ p ൽ നിന്ന് ഉത്ഭവിക്കുന്ന സീരീസ് എന്നാണ്. റോഗ്രഷൻ ഓർക്കുക ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി എന്നത് ആരാർ സ്ക്വയർ ഫോമിന്റെ ഒരു ശ്രേണിയാണ് , അതിനാൽ ഇപ്പോൾ നമ്മൾ അതിന്റെ ഫോമിന്റെ ഒരു പ്ലസ് ar പ്ലസ് മുതലായവ പ്ലസ് ar പവർ n മൈനസ് 1 പ്ലസ് എന്നിങ്ങനെയുള്ള അനന്ത ശ്രേണിയെ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നു. n മൈനസ് 1 n എന്നത് 1 ന് തുല്യമാണ് അനന്തതയെ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി എന്ന് വിളിക്കുന്നു, ഇപ്പോൾ ഒരു ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി മൊബൈൽ ആണോ എന്നതാണ് ചോദ്യം, ഇത് ഒരു ശ്രേണിയുടെ ചില കഴിവുകൾ ഭാഗിക തുകകളുടെ അനുക്രമം കൂടിച്ചേരുന്നുണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് തുല്യമാണെന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക. ഈ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയെ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമമായി കണക്കാക്കുന്നിടത്തോളം, അതായത് ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക ഇതിനകം കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്, അതിനായി നമുക്ക് ഒരു ഫോർമുല ഉണ്ട്, sn ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം r 1 നും a r പവർ n മൈനസും ആണെങ്കിൽ na ആണെന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക. 1 ന്റെ r മൈനസ് 1 ആണെങ്കിൽ r 1 ന് തുല്യമല്ല, അതിനാൽ ഒരു ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതാണോ എന്ന് ഉത്തരം നൽകണം, അതായത് അവസാനം അത് ഒരു പരിമിത സംഖ്യയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നുണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്നത് n വലുതും വലുതും ആകുമ്പോൾ ഭാഗിക തുക sn ന്റെ ഈ ശ്രേണിക്ക് എന്ത് സംഭവിക്കുമെന്ന് അന്വേഷിക്കുക, നമുക്ക് r എന്നത് 1 ന് തുല്യമായിരിക്കട്ടെ, പൊതു അനുപാതം 1 ശ്രദ്ധിക്കുക,

അങ്ങനെയെങ്കിൽ sn എന്നത് na റീകോൾ a എന്നത് ഒരു നിശ്ചിത യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണ് . n വലുതും വലുതുമായി മാറുന്നു, അതായത് na വ്യാപ്തിയിൽ വലുതായി മാറുന്നു , n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണത na അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു അല്ലെങ്കിൽ വളരെ വലുതായിത്തീരുന്നു അല്ലെങ്കിൽ വളരെ ചെറുതായിത്തീരുന്നു , ഒരു സൈനിനെ ആശ്രയിച്ച് ഞാൻ പരിധി എഴുതട്ടെ n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണത തുല്യമാണ്. a യുടെ സൈനിനെ ആശ്രയിച്ച് പ്ലസ് അല്ലെങ്കിൽ മൈനസ് അനന്തതയിലേക്ക് ഇത് കേസ് r 1 ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമം ഒരു നിശ്ചിത യഥാർത്ഥ സംഖ്യയ്ക്ക് അടുത്ത് വരുന്നില്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു സാങ്കേതിക ഭാഷാ പരിധിയിലെ പരിമിത യഥാർത്ഥ സംഖ്യ sn അല്ല ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണികൾ ഒത്തുചേരുകയോ സംഗ്രഹിക്കാനാകാത്തതോ ആയതിനാൽ ഈ സാഹചര്യത്തിൽ നമുക്ക് മൈനസ് 1 ന് തുല്യമായ പ്രത്യേക കേസ് r എടുക്കാം, ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി അടുത്തതായി മാറുന്നു. s മൈനസ് എ അടുത്തത് ar സ്ക്വയർ ആണ് ,

അങ്ങനെയെങ്കിൽ s 1 എന്നത് ഭാഗിക തുകയുടെ ഒരു ശ്രേണി ആയിരിക്കും, ഭാഗിക തുകയുടെ ആദ്യ ഒരു സെക്കൻഡ് സീക്വൻസ് ആയിരിക്കും ആദ്യ ടേം, രണ്ടാമത്തെ ടേം ഒരു പ്ലസ് മൈനസ് a എന്നത് ഭാഗിക തുകയുടെ മൂന്നാമത്തെ സീക്വൻസാണ്. ഒരു പ്ലസ് മൈനസ് എ പ്ലസ് എ ആകും , അത് എ ആയതിനാൽ ഭാഗിക സം സ്എൻ ന്റെ ക്രമം a യ്ക്കും 0 നും ഇടയിൽ മാറിമാറി വരുന്നതായി നിങ്ങൾക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയണം, ഞാൻ അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഈ രണ്ട് മൂല്യങ്ങളും ഇതിൽ നിന്ന് അവബോധജന്യമായി എടുക്കുന്നു എന്നതാണ്. n വലുതാവുകയും വലുതാവുകയും ചെയ്യുന്നതിനാൽ sn ഒരു സംഖ്യയോടും അടുത്ത് വരുന്നില്ല , അത് a യ്ക്കും 0 നും ഇടയിൽ ആന്ദോളനം തുടരും, അത് ഒന്നുകിൽ a അല്ലെങ്കിൽ 0 ആയിരിക്കും, അത് ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയുടെ അടുത്ത് സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കില്ല, അതിനാൽ ഈ സാഹചര്യത്തിൽ പരിധി n അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു. ഭാഗിക തുകയുടെ അനുക്രമത്തിന് പരിധിയില്ലാത്തതിനാൽ നിലവിലില്ല, ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി സംഗ്രഹം ar പവർ n മൈനസ് 1 സംഗ്രഹിക്കാനാവില്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്യുന്നു. l മുതൽ മൈനസ് 1 വരെ. ഇനി നമുക്ക് മറ്റൊരു കേസ് r എടുക്കാം, ഒന്നല്ല , മൈനസ് 1 അല്ല , ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ഭാഗിക തുക sn ന്റെ അനുക്രമം a ഫോർമുലയെ 1 മൈനസ് r പവർ n- ൽ 1 മൈനസ് r ആയി എടുക്കുന്നു എന്ന് നിരീക്ഷിക്കുക, എന്താണ് നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കേണ്ടത് n വലുതും വലുതും ആകുമ്പോൾ ഈ sn ന് സംഭവിക്കുന്നത് , sn എന്നത് 1 മൈനസ് r മൈനസ് ar പവർ n ന് 1 മൈനസ് r എന്ന് എഴുതാം, വ്യക്തമായും ആദ്യ പദം n-ൽ നിന്ന് സ്വതന്ത്രമാണ്, അതിനാൽ n വേണ്ടത്ര വലുതാകുമ്പോൾ sn-ന് എന്ത് സംഭവിക്കുമെന്ന് അന്വേഷിക്കാൻ n വലുതാകുമ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ ടേമിന് എന്ത് സംഭവിക്കും എന്ന് അന്വേഷിച്ചാൽ മതി, കൂടുതൽ കൃത്യമായി പറഞ്ഞാൽ r പവർ n ന് എന്ത് സംഭവിക്കും എന്ന് കണ്ടാൽ മതി അതായത് r 1 കോമ മൈനസ് 1 ന് തുല്യമല്ല രണ്ട് വിഭാഗങ്ങളായി ഒരു മോഡ് കർശനമായി 1-ൽ കുറവാണ് , അതായത് -1 നും 1 നും ഇടയിൽ കിടക്കുന്ന r മൂല്യങ്ങളിൽ ഞങ്ങൾക്ക് താൽപ്പര്യമുണ്ട്, മോഡ് r 1 ൽ കുറവായിരിക്കുമ്പോൾ r ന് തീർച്ചയായും രണ്ടും എടുക്കാം പോസിറ്റീവ്, നെഗറ്റീവ് മൂല്യം എന്നാൽ ടി കോഴി , കാന്തിമാനത്തിൽ 1-ൽ കുറവായതിനാൽ, ചില mr ഫോം 1- ൽ ആയിരിക്കും, m സ്ഥിരമായിരിക്കുന്നിടത്ത് 1-ന്റെ ഫോം ആയിരിക്കും, അതിനാൽ n വലുതും വലുതുമായ r പവർ n ആകുമ്പോൾ നിങ്ങൾ സമ്മതിക്കുന്നുണ്ടോ? n ചെറുതും ചെറുതുമായി മാറുന്നത് നിങ്ങൾ കാണുന്നുണ്ടോ, കാരണം 1 ന്റെ m ശക്തിയിൽ n ഡിനോമിനേറ്റർ n വലുതാകുന്നതിനനുസരിച്ച് ആവശ്യത്തിന് വലുതായിത്തീരുന്നു, അതിനാൽ എന്റെ നിഗമനം , ഈ സാഹചര്യത്തിൽ പരിധി n അനന്തതയിലേക്ക് ചായുമ്പോൾ നമ്മുടെ ശക്തി n പൂജ്യമാണ്, ഞങ്ങൾക്ക് താൽപ്പര്യമുള്ളത് ആവർത്തിക്കട്ടെ സ്ഥിരമായതും എന്നാൽ മൈനസ് 1 നും 1 നും ഇടയിൽ കിടക്കുന്നതുമായ r മൂല്യങ്ങൾ .

അങ്ങനെയെങ്കിൽ, r എന്നത് ഫോമിന്റെ 1-ന്റെ ചില സംഖ്യയായി കണക്കാക്കാം, പോസിറ്റീവ് അല്ലെങ്കിൽ നെഗറ്റീവ് പ്രശ്നമല്ല, അതിനാൽ r പവർ n എന്നത് ഫോം 1-ലെ ഒന്നായിരിക്കും. m ശക്തിയാൽ nm ഇപ്പോൾ നിശ്ചയിച്ചിരിക്കുന്നു , n വലുതാകുമ്പോൾ ഡിനോമിനേറ്റർ വളരെ വലുതായിത്തീരുന്നു, അങ്ങനെ 1 ന്റെ m പവർ n 0 ന് അടുത്തുവരുന്നു,

അങ്ങനെയാണ് നിങ്ങൾക്ക് പരിധി n അനന്തതയിലേക്ക് r പവർ n പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് വാദിക്കാൻ കഴിയും. n എന്നത് ഏകപക്ഷീയമായി 1ar ആകുന്നത് നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം നമുക്ക് പരിധി r പവർ n ഉള്ളതിനാൽ, n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണത പൂജ്യമാണ്, അതിനാൽ n വലുതാകുമ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ പദം ഒന്നും സംഭാവന ചെയ്യുന്നില്ല , കൂടാതെ n അനന്തതയിലേക്കുള്ള പ്രവണത n എന്ന പരിധി 1 മൈനസ് r ആയി കുറയുമെന്ന് ഞങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്നു. അനന്തമായ ശ്രേണിയുടെ നിർവചനം അല്ലെങ്കിൽ ഭാഗിക തുകയുടെ അനന്തമായ സീരീസ് പരിധിയുടെ സംയോജനത്തെയാണ് ഞങ്ങൾ ശ്രേണിയുടെ ആകെത്തുക എന്ന് വിളിക്കുന്നതെങ്കിൽ, ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ar പവർ n മൈനസ് 1 n എന്ന സംഗ്രഹം 1 ന് അനന്തതയ്ക്ക് തുല്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്യുന്നു. എജിപിയുടെ എല്ലാ നിബന്ധനകളുടെയും ആകെത്തുക 1 മൈനസ് r ആണ് , ഇതുവരെ നമ്മൾ കേസ് r ന് തുല്യമായ മൈനസ് 1 r 1 ന് തുല്യമാണ്, കൂടാതെ കേസ് r മൈനസ് 1 നും 1 നും ഇടയിലാണ്. ഇപ്പോൾ നമുക്ക് പുറത്തുള്ള ഏതെങ്കിലും നിശ്ചിത സംഖ്യയായി r എടുക്കാം. മോഡ് ഒന്നിനെക്കാൾ വലുതാണ് എന്ന് അനുവദിക്കുന്ന ഈ മൂല്യങ്ങൾ പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ ആവാം, എന്നാൽ മാഗ്നിറ്റ്യൂഡിൽ ഇത് ഒന്നിൽ കൂടുതലാണ് എന്ന് നോക്കൂ, പരിധി n ഇൻഫിനിറ്റി മോഡിലേക്ക് r പവർ n ലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു, കാരണം r മൈനസ് 1 1 മോഡ് r 1 നേക്കാൾ വലുതാണ്. എൻ ടെൻഡിംഗ് ആയി ടി o അനന്തത, മോഡ് r പവർ n 2 പവർ n പോലെ വലുതും വലുതുമായി മാറുന്നു, 2 4 പിന്നെ 8 പിന്നെ 16 എന്നിങ്ങനെ n വർദ്ധിക്കുന്നതിനനുസരിച്ച് പവർ അനിശ്ചിതമായി വർദ്ധിക്കുന്നത് നിങ്ങൾക്ക് കാണാം, അതിനാൽ ഇത് അനന്തതയാണ് , ഇത് മനസ്സിൽ വെച്ചുകൊണ്ട് തിരികെ പോകുന്നു sn എന്ന പദപ്രയോഗം n വലുതാകുമ്പോൾ ഈ പദം, അതായത് 1 മൈനസ് r എന്ന രണ്ടാമത്തെ പദമായ ar പവർ n എന്നത് ഒരു നിശ്ചിത റിയൽ സംഖ്യയോട് അടുത്ത് വരുന്നില്ല എന്ന് കാണാം. n അനന്തതയിലേക്ക് പ്രവണത sn എന്നത് ശ്രേണിയുടെ ഭാഷയിൽ ഉൾപ്പെടുത്താൻ നിലവിലില്ല, ഇത് അനുബന്ധ ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാനാകില്ലെന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ് , അതായത് സംഗ്രഹം ar പവർ n മൈനസ് 1 n എന്നത് 1 ന് തുല്യമാണ് ഒന്നിനെക്കാളും നമുക്ക് ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയെ സംഗ്രഹിക്കാം, നമുക്ക് ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയ്ക്ക് ഒരു എക്സ്പ്രഷൻ ഉണ്ട് , കൂടാതെ പദപ്രയോഗം 1 മൈനസ് r പവർ n ന് 1 മൈനസ് r ന് തുല്യമാണ്, 1 ന് തുല്യമല്ല 1 ന് തുല്യമായ r ന് അത് നിസ്സാരമായ ഒരു കേസായി കുറയ്ക്കുന്നു, അതായത് 1 മുതൽ അനന്തത വരെയുള്ള അനന്തമായ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി സമ്മേഷൻ ar പവർ n മൈനസ് 1 ഇപ്പോൾ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ sn എന്നത് n മടങ്ങ് തുല്യമാണ്. r മൈനസ് 1 ന് തുല്യമായ സീരീസ് ഒത്തുചേരാത്തപ്പോൾ , r മൈനസ് 1 നും 1 നും ഇടയിലായിരിക്കുമ്പോൾ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി ഒരു പരിമിത മൂല്യത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു, കൂടാതെ ആ പരിമിതമായ മൂല്യം 1 മൈനസ് r ആണ് , കൂടാതെ മോഡ് r ഒന്നിൽ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നില്ല ഒരു പരിമിതമായ മൂല്യമോ അതിലധികമോ സാങ്കേതികമായി ജ്യാമിതീയ ശ്രേണികൾ ഒത്തുചേരുന്നതല്ല, ഈ നിരീക്ഷണം ഇവിടെ രേഖപ്പെടുത്തട്ടെ 1 mod r എന്നതിനേക്കാൾ 1-നേക്കാൾ കുറവ് എല്ലാ നിബന്ധനകളുടെയും ആകെത്തുക r- ന്റെ മറ്റ് മൂല്യങ്ങൾക്ക് 1 മൈനസ് r ആണ്, അത് mod r ന്റെ മറ്റ് മൂല്യങ്ങൾക്ക് 1 മൈനസ് r ആണ്, അത് 1 സമ്മേഷൻ n ന് തുല്യമായ 1 അനന്തമായ ar പവർ n മൈനസ് 1 സംയോജിതമല്ല ഈ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങൾ ഒഴികെയുള്ള പൊതു അനുപാതം മൈനസ് 1 നും 1 നും ഇടയിലാണെങ്കിൽ അനന്തമായ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി സംയോജിതമാണെങ്കിൽ ഈ ഫലം ഓർമ്മിക്കാൻ ഞാൻ നിങ്ങളോട് ശക്തമായി ശുപാർശ ചെയ്യുന്നു. r 1-നേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആയ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതല്ല , ഞാൻ ഇവിടെ ഒരു നിഷ്ക്രിയ പരാമർശം നടത്തട്ടെ , അനന്തമായ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയുടെ കാര്യത്തിൽ, അത് ഒത്തുചേരുമ്പോൾ ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചു , കൂടാതെ അത് ഒത്തുചേരുമ്പോൾ അത് കൂടിച്ചേരുമ്പോൾ അത് സംയോജിപ്പിച്ചാൽ എത്ര തുക? ഒരു ജ്യാമിതീയ ശ്രേണി , മറ്റ് പല അനന്ത ശ്രേണികളിലെയും ജ്യാമിതീയ ശ്രേണികളിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമായി ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ച കാര്യങ്ങൾ ഈ ശ്രേണി സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതാണോ അതോ ഒത്തുചേരുന്നതാണോ എന്ന ചോദ്യം, സംയോജിതമാണെങ്കിൽ പോലും അതിന്റെ ആകെത്തുക എത്രയാണ്, ഈ രണ്ട് ചോദ്യങ്ങളും രണ്ട് ഘട്ടങ്ങളായി പരിഹരിക്കപ്പെടും. സീരീസ് ഒത്തുചേരലാണോ അല്ലയോ എന്ന് അന്വേഷിക്കും, മിക്ക കേസുകളും ഒത്തുചേരുന്നതായി കണ്ടെത്തിയാൽ , അതിന്റെ ചില കണക്കുകളിൽ ഞങ്ങൾ തൃപ്തരാകേണ്ടതുണ്ട് ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയുടെ കാര്യത്തിൽ, മറ്റ് വാക്കുകളിൽ ചിലർക്ക് ഒരു പദപ്രയോഗം ലഭിക്കുന്നതിനുപകരം, ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയുടെ കാര്യത്തിൽ അപൂർവമായ ഒരു സൂത്രവാക്യം അപൂർവ്വമാണ് , രണ്ട് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ നൽകിയത് നമുക്ക് ഓർക്കാം a കൂടാതെ b ഞങ്ങൾ ഒരു ചോദ്യം ചോദിച്ചു, ഒരു സംഖ്യ മൂലധനം ചേർക്കാമോ a യ്ക്കും b യ്ക്കും ഇടയിലായതിനാൽ ഈ മൂന്ന് സംഖ്യകളും ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ പദങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്തുന്നു , വാസ്തവത്തിൽ ഞങ്ങൾക്ക് aa പ്ലസ് b ന് 2 ഫോർമുല ഉണ്ടായിരുന്നു , ഞങ്ങൾ ഈ സംഖ്യയെ a യുടെ ഗണിത ശരാശരി എന്നും ചുരുക്കത്തിൽ b am എന്നും വിളിക്കുന്നു, ഞങ്ങൾ സമാനമായ ഒരു ചോദ്യം ചോദിക്കും. ഇപ്പോൾ ap hgp എന്നതിനുപകരം, a, b എന്നീ രണ്ട് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ നൽകിയിരിക്കുന്നത് പോലെയാണ് ചോദ്യം വായിക്കുന്നത്, ഒരു സംഖ്യ ഉണ്ടോ, നമുക്ക് g എന്ന് വിളിക്കാം , അതായത് ag, b എന്നിവ ഒരു gp രൂപപ്പെടുന്നു a, b എന്നിവയിൽ ഒരു നിബന്ധനയും ചുമത്തരുത്, അവ യഥാർത്ഥമാണ് എന്നതല്ലാതെ, ag , b എന്നിവ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ പദങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്തുന്ന ഒരു സംഖ്യ നമുക്ക് എല്ലായ്പ്പോഴും കണ്ടെത്താൻ കഴിയുമോ എന്നതാണ് ചോദ്യം . ag, b എന്നിവ ഒരു gp യുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളാണെങ്കിൽ, agb ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയിലാണെങ്കിൽ, agb ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയിലാണെങ്കിൽ , രണ്ടാമത്തെ ടേമിന്റെ അനുപാതം വേഗത്തിലുള്ള മൂന്നാമത്തെ ടേമിന്റെ അനുപാതവുമായി പൊരുത്തപ്പെടണം. g ചതുരം ab ന് തുല്യമാണെന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ g സ്ക്വയർ ab ന് തുല്യമായ ഒരു സംഖ്യ നിലവിലുണ്ടോ എന്ന ചോദ്യമാണ് ഞങ്ങൾ ചോദിക്കുന്നത് , ഒരു യഥാർത്ഥ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം ab ന് തുല്യമാണ് എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക, അതിനാൽ ഒരു

യഥാർത്ഥ g തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന g ന്റെ നിലനിൽപ്പിന് ചതുരം aba യ്ക്ക് തുല്യമാണ് , b എന്നതിന് ഒരേ ചിഹ്നം ഉണ്ടായിരിക്കണം, അതിനാൽ നമുക്ക് ചോദ്യം ചെറുതായി പരിഷ്ക്കരിച്ച് a, b എന്നീ രണ്ട് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൾ നൽകി സ്വയം ചോദിക്കാം,
അങ്ങനെ agb ഒരു gp രൂപപ്പെടുത്തുന്ന ഉത്തരം ഉണ്ടോ, അതെ, g എന്നതിന് ab ന്റെ റൂട്ട് എടുക്കുക കേസ് agb ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി രൂപപ്പെടുത്തുന്നു , ഈ g നൽകിയിരിക്കുന്ന പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി എന്ന് വിളിക്കുന്നു, രണ്ട് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ മൂലധനം നൽകിയിട്ടുള്ള ഒരു നിർവചനമായി ഇത് രേഖപ്പെടുത്തട്ടെ, ചെറിയ a, ചെറിയ p ചെറിയ pt എന്നിവ എഴുതാം aയുടെയും bയുടെയും ഹ്രസ്വമായ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി gm, a യുടെ gm ആയി നിർവചിക്കപ്പെടുന്നു, b എന്നത് ab ന്റെ റൂട്ടിന് തുല്യമാണ്, ഇത് ഗണിത ശരാശരിയുടെ കാര്യത്തിൽ ഗണിത ശരാശരിക്ക് സമാനമാണ്, നമുക്ക് സങ്കലനവും ഹരിക്കലും ഉണ്ട് , ഞങ്ങൾ 2 കൊണ്ട് കൂട്ടിച്ചേർക്കുകയും ഹരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. കൂടാതെ a, b എന്നീ രണ്ട് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളെ സംഗ്രഹിക്കാൻ ശക്തി എടുക്കുന്ന ഘാതാങ്കങ്ങൾ എടുക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു സംഖ്യ മൂലധനം g ലഭിക്കും, അതായത് ഈ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ജ്യാമിതീയ ശരാശരി,
അങ്ങനെ ഒരു മൂലധനം gb ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി ഉണ്ടാക്കുന്നു, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഇതിനെ അൽപ്പം സാമാന്യവൽക്കരിച്ച് ചോദിക്കാം a, b എന്നീ രണ്ട് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൾ നൽകിയിരിക്കുന്ന താഴെയുള്ള ചോദ്യത്തിന് നമുക്ക് ആവശ്യമുള്ളത്രയും എന്നാൽ പരിമിതമായ അക്കങ്ങൾ ചേർക്കാനാകുമോ, അതായത് g1 g2 മുതലായവ gnb രണ്ട് പോസിറ്റീവ് റിയൽ നമ്പറുകൾ നൽകിയാൽ ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി ഉണ്ടാക്കുന്നു, a, b എന്നീ രണ്ട് പോസിറ്റീവ് റിയൽ നമ്പറുകൾ ഞങ്ങൾ ചേർക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. g1 g2 മുതലായവ gn നിയോഗിക്കുക,
അങ്ങനെ ഒരു g1 g2 മുതലായവ g, b ഫോമുകൾ ഉത്തരത്തിലേക്ക് gp എന്ന് പറയും, ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി രൂപപ്പെടുത്തുന്നതിന് g1 g2 etcetera g, b എന്നിവ ആവശ്യമാണെങ്കിൽ നമുക്ക് ഇനിപ്പറയുന്നവ നിരീക്ഷിക്കാം ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങൾ b എന്നത് ആ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ n പ്ലസ് 2 ടേം ആയിരിക്കണം b എന്നത് n പ്ലസ് ടു എന്ന പദത്തിൽ n പ്ലസ് ടു ആണ് gp r ആകാനുള്ള n പ്ലസ് 2 പദം ar പവർ n പ്ലസ് 2 മൈനസ് 1 എന്ന ഫോർമുലയാണ് നൽകുന്നത്, അതിനാൽ r പവർ n പ്ലസ് 1 എന്നത് b ന് തുല്യമാണ്, അത് a കൊണ്ട് r ന് തുല്യമാണ്. പവർ 1 ന്റെ n പ്ലസ് 1. ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ആദ്യ ടേം a ഉം ഈ കാര്യം b ഒരു പവർ 1 ന്റെ n പ്ലസ് 1 ന്റെ പൊതു അനുപാതവും ഉണ്ട്, ഒരിക്കൽ നമുക്ക് ആദ്യ ടേമും പൊതു അനുപാതവും ഉള്ളപ്പോൾ നമുക്ക് ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി എന്താണെന്ന് പൂർണ്ണമായി വ്യക്തമാക്കാൻ കഴിയും അതിനാൽ g 1 ആണ് ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ രണ്ടാം പദം പൊതു അനുപാതത്തിന്റെ ഒരു തവണ ആയിരിക്കും, അത് ഒരു മുഴുവൻ ശക്തി 1 കൊണ്ട് n പ്ലസ് 1 കൊണ്ട് ഒരു തവണ b ആണ്. അതുപോലെ g 2 ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ മൂന്നാം പദമായിരിക്കും, അത് ഒരു തവണ r ചതുരമായിരിക്കും ഒരു മുഴുവൻ പവർ 1 കൊണ്ട് n പ്ലസ് 1 സ്ക്വയർ കൊണ്ട് ഒരു തവണ b ആണ് രണ്ട് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൾ നൽകിയാൽ അവയ്ക്കിടയിൽ പരിമിതമായ നിരവധി യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ ചേർക്കുന്നത് എല്ലായ്പ്പോഴും സാധ്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്യുന്നു,
അങ്ങനെ ലിസ്റ്റ് ഒരു ജിപിയായി മാറുന്നു , അടുത്ത പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ ജിപിയും എപിയും തുടരും നന്ദി

Prutor@IITK