ನಮಸ್ಕಾರಗಳು ವಿಷಯದ ಅನುಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಸರಣಿಯ ಕುರಿತು ಉಪನ್ಯಾಸದ ಸರಣಿಗೆ ಮತ್ತೆ ಸ್ವಾಗತ, ಇದು ಈ ವಿಷಯದ ಕುರಿತು ನಮ್ಮ ಆರನೇ ಉಪನ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ, ಅನುಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಸರಣಿ ಎಂಬ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ದಿನನಿತ್ಯದ ಪದಗಳ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ. ಜೀವನ ಈ ಎರಡೂ ಪದಗಳನ್ನು ಘಟನೆಯ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಅದಕ್ಕಾಗಿಯೇ ನಾನು ಉಪನ್ಯಾಸಗಳ ಸರಣಿಯನ್ನು ಹೇಳಿದ್ದೇನೆ ಆದರೆ ಈ ಎರಡು ಪದಗಳ ಅನುಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಸರಣಿಗಳು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ವಿಭಿನ್ನ ಅರ್ಥವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು, ಸರಿಸುಮಾರು ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಸರಣಿಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಅಥವಾ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಕಳೆದ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಭರವಸೆ ನೀಡಿದಂತೆ ಇದನ್ನು ಹೇಳಿದ ಅನುಕ್ರಮದ ನಿಯಮಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಗೊತ್ತುಪಡಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಜಿಪಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯು ಮೊದಲ ಅವಧಿಯ ನಂತರ ಪ್ರತಿ ಪದದ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಜಿಪಿಯ n ನಿಯಮಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ನಾವು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸುತ್ತೇವೆ ಸ್ಥಿರ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಹಿಂದಿನ ಪದದಿಂದ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ನಾವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ n ನಿಯಮಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸುತ್ತೇವೆ ಮೊದಲ ಅವಧಿ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ r ಜೊತೆಗಿನ gp ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಅವಧಿಯ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ r ನೊಂದಿಗೆ GP ಅನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಪಟ್ಟಿ ಆರಾರ್ ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. nth term ar power n ಮೈನಸ್ 1 ಇತ್ಯಾದಿ ನಮ್ಮ ಗುರಿಯು ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ar ಪ್ಲಸ್ ar ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಪ್ಲಸ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ n ನೇ ಪದದವರೆಗೆ ಒಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಅಂದರೆ a in r power n ಮೈನಸ್ 1 ನಾವು ಏನು ಮಾಡಲು ಉದ್ದೇಶಿಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಚಿಸೋಣ sn ಗಾಗಿ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಮೊದಲು ಕ್ಷುಲ್ಲಕ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಇತ್ಯರ್ಥಗೊಳಿಸೋಣ ಅವುಗಳೆಂದರೆ 1 ಟಿಪ್ಪಣಿಗೆ r ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯು ಸ್ಥಿರ ಅನುಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ aaa
ಆದ್ದರಿಂದ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ sm ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ಎ ಪ್ಲಸ್ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮಯಗಳು sn ಆಗಿದೆ ಇದು ಕ್ಷುಲ್ಲಕ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಇತ್ಯರ್ಥಪಡಿಸುವ n ಬಾರಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ, ಈಗ ಉಳಿದಿರುವ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ r 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು sn ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ar ಪ್ಲಸ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ನಾವು a ಅನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ ಸರಳ ಟ್ರಿಕ್ ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ ನಾವು r ಸಮಯಗಳು s ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ ಇದು ar ಜೊತೆಗೆ ar ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಜೊತೆಗೆ ಇತ್ಯಾದಿ ಕೊನೆಯ ಪದವನ್ನು r ನೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ar ಪವರ್ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಾನು ನಿಮಗಾಗಿ ಹಿಂದಿನ ಪದವನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇನೆ ಅದು ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ನೀವು ಈಗ ಅದನ್ನು ನೋಡುತ್ತೀರಾ? ಈ ವ್ಯವಕಲನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಪದಗಳು ar ಚದರ ಇತ್ಯಾದಿ ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ರದ್ದಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಲು ನಾವು ಮೊದಲನೆಯದರಿಂದ ಎರಡನೇ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ ಅಂದರೆ sn ಮೈನಸ್ rsn ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. r ಸಮಯ sn ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ 1 ಮೈನಸ್ r ಪವರ್ n ಗೆ ಸರಳಗೊಳಿಸಬಹುದು ಇದರಿಂದ ನಾವು ಸುಲಭವಾಗಿ sn ಅನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಬಹುದು ಊಹೆಯ ಮೂಲಕ r 1 ಅಲ್ಲ ಆದ್ದರಿಂದ 1 ಮೈನಸ್ r ನೊಂದಿಗೆ ವಿಭಜನೆ ಸಾಧ್ಯ,
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು sn ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಒಂದು ಬಾರಿ 1 ಮೈನಸ್ r ಪವರ್ n ರಿಂದ 1 ಮೈನಸ್ r ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮೊದಲ ಅವಧಿ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವು r ಆಗಿದ್ದರೆ n ಬಾರಿ a 1 ಮತ್ತು a ಗೆ 1 ಮೈನಸ್ r ಪವರ್ n 1 ಮೈನಸ್ r ಒಂದು ವೇಳೆ r 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಗಮನಿಸಿ r 1 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದಾಗ ನಾವು ಸೂತ್ರವನ್ನು r ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ರಿಂದ r ಮೈನಸ್ 1 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು ಕೇವಲ ನ್ಯೂಮರೇಟರ್ ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು ಮೈನಸ್ 1 ನೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಉತ್ತಮ ಸೂತ್ರವಾಗಿದೆ ಜಿಪಿ i ಪರಿಮಿತ ಮೊತ್ತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅನಂತ ಉಪ ಟಿಪ್ಪಣಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುವಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ತೊಂದರೆಗಳೇನು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ನಿಖರವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಅನಂತ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ಸರಣಿಯ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮಗೆ ನೆನಪಿಸಲು ಇದು ಒಳ್ಳೆಯ ಸಮಯ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ. ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಎರಡನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಈ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವಾಗ ನಾವು ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ನಾವು ಸೀಮಿತ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಾಗ ನಾವು ಸೀಮಿತ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅಪ್ರಸ್ತುತವಾಗಿದ್ದರೂ ನಾವು ಅನಂತ ಮೊತ್ತದ ಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ನಾವು ಒಂದು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಸ್ಪಷ್ಟ ಕಾರಣಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಎರಡನೆಯದಾಗಿ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ ಸೀಮಿತ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ, ಒಂದು ಅನಂತ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ, ಸಂಕಲನವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುವಾಗ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ ಕ್ರಮವು ಇತರ ಪದಗಳಲ್ಲಿ ಅನಂತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ವ್ಯವಹರಿಸಲು ಮುಖ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಅನುಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಏರಿಕೆ ಹೀಗೆ ಅನಂತ ಮೊತ್ತವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ನಾವು ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಕ್ರಮದೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬೇಕು ಬದಲಿಗೆ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ನೀಡಿದ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಸೆಟ್ ann ಇದು ಅನಂತಕ್ಕೆ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ a1 ಜೊತೆಗೆ a2 ಜೊತೆಗೆ ಇತ್ಯಾದಿ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಸಂಕಲನ ಸಂಕೇತವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಅನಂತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಮೊತ್ತ n ಎಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತತೆಗಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ, ಈಗ ನಾವು ಈ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಅರ್ಥವನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿಯೋಜಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ, ಈ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅರ್ಥವನ್ನು ನಿಯೋಜಿಸಲು ನಾವು ಮೊದಲು ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತಗಳ ಅನುಕ್ರಮವು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. a1 ಪ್ಲಸ್ a2 ಪ್ಲಸ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ನಾವು ಹೊಸ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ sn n ಇದು 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅನಂತತೆಗೆ ಇದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅನುಕ್ರಮದಿಂದ ಹುಟ್ಟುತ್ತದೆ a now ಆಂಶಿಕ ಮೊತ್ತದ ಈ ಅನುಕ್ರಮವು ನಿಖರವಾಗಿ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ, ನಿಖರವಾಗಿ n ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಮಿತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ n ಅನಂತತೆಗೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತಿದೆ s ಅನುಕ್ರಮದ ನಿಯಮಗಳು ಸ್ಥಿರವಾದ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದು n ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತಿದೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ತನಿಖೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಮಿತಿ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು ಅದು ಹೌದು ಎಂದಾದರೆ ಇದನ್ನು ಆ ಸರಣಿಯ ಮೊತ್ತವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ನಿಖರವಾಗಿ ನಾವು ಬರೆಯುವ ಸರಣಿಯ ಮೌಲ್ಯವು s ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ n ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ a ಮತ್ತು ನಾವು ಸರಣಿಯು ಸಾರಾಂಶವಾಗಿದೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ತಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ ಹೀಗೆ ಒಂದು ಅನಂತ ಮೊತ್ತವು ಅರ್ಥವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಲು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಸರಣಿಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ನಾವು ಮೊದಲು ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು ನಂತರ n ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಈ ಅನುಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ತನಿಖೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ನಾವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯಿಂದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯ ಕೆಲವು ಅನಂತ ಸರಣಿಗಳನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ, ಅಂದರೆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ p ನಿಂದ ಹುಟ್ಟುವ ಸರಣಿ ರೋಗ್ರೆಶನ್ ನೆನಪಿಡಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯು ಆರಾರ್ ಸ್ಕ್ವೇರ್ ರೂಪದ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಈಗ ನಾವು ಅದರ ಮೊತ್ತದ ಸರಣಿಯೊಂದಿಗೆ ವ್ಯವಹರಿಸುತ್ತೇವೆ ಎ ಪ್ಲಸ್ ಆರ್ ಪ್ಲಸ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಜೊತೆಗೆ ಅರ್ ಪವರ್ ಎನ್ ಮೈನಸ್ 1 ಪ್ಲಸ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ ಆರ್ ಪವರ್ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು n ಮೈನಸ್ 1 n ಅನ್ನು ಅನಂತಕ್ಕೆ 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಈಗ

ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು ಕೆಲವು ಮೊಬೈಲ್ ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದು ಪ್ರಶ್ನೆಯಾಗಿದೆ, ಇದು ಒಮ್ಮುಖ ಗಮನಿಸಿ ಸರಣಿಯ ಕೆಲವು ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತಗಳ ಅನುಕ್ರಮವು ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ. ಈ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯನ್ನು ಆಂಶಿಕ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಈಗಾಗಲೇ ಕಂಡುಬಂದಿದೆ , ಅದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ , ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವು r 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು r ಪವರ್ n ಮೈನಸ್‌ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ 1 ರಿಂದ r ಮೈನಸ್ 1 ಆಗಿದ್ದರೆ r 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲ ಆದ್ದರಿಂದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಉತ್ತರಿಸಲು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಅದು ಸೀಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ n ದೊಡ್ಡದಾಗುವಾಗ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗುವಾಗ ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತ sn ನ ಈ ಅನುಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತನಿಖೆ ಮಾಡಿ r 1 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಮಾಡೋಣ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವು 1 ಗಮನಿಸಿ ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ sn ಎಂಬುದು na ರೀಕಾಲ್ a ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆ n ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ na ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ , n ಅನಂತತೆಗೆ ಒಲವು ತೋರುವುದರಿಂದ na ಅನಂತತೆಗೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ತುಂಬಾ ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ತುಂಬಾ ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾನು ಬರೆಯುತ್ತೇನೆ ಮಿತಿಯನ್ನು ಬರೆಯೋಣ n ಅನಂತಕ್ಕೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತದೆ ಒಂದು ಸೈನ್ ಅನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿ ಪ್ಲಸ್ ಅಥವಾ ಮೈನಸ್ ಇನ್ಫಿನಿಟಿ ಇದು ಕೇಸ್ r 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾವು ತಾಂತ್ರಿಕ ಭಾಷೆಯ ಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಸೀಮಿತ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಿರ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಆಂಶಿಕ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವು ಹತ್ತಿರವಾಗುತ್ತಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲಾಗದ ವಿಶೇಷ ಪ್ರಕರಣ r ಅನ್ನು ಮೈನಸ್ 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯು ಮುಂದಿನದು ar ಇದು i s ಮೈನಸ್ a ಮುಂದಿನದು ar ಸ್ಕ್ವೇರ್ ಆಗಿದ್ದು ಅದು a ಮತ್ತು ಅದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ s 1 ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮೊದಲ ಒಂದು ಸೆಕೆಂಡ್ ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವು ಮೊದಲ ಅವಧಿ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಅವಧಿಯ ಜೊತೆಗೆ ಮೈನಸ್ a ಇದು 0 ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಮೂರನೇ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ಮೈನಸ್ ಎ ಪ್ಲಸ್ ಎ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಆಂಶಿಕ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವು a ಮತ್ತು 0 ನಡುವೆ ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ ಈ ಎರಡು ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಅಂತರ್ಬೋಧೆಯಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿರಬೇಕು n ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾದ sn ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಅದು a ಮತ್ತು 0 ನಡುವೆ ಆಂದೋಲನಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ, ಅದು a ಅಥವಾ 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ , ಅದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹತ್ತಿರ ಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಉಳಿಯುವುದಿಲ್ಲ,

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮಿತಿ n ಅನಂತಕ್ಕೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತದೆ. ಆಂಶಿಕ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವು ಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ l ನಿಂದ ಮೈನಸ್ 1. ಈಗ ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ r ಒಂದಲ್ಲ ಅಥವಾ ಮೈನಸ್ 1 ಆಗಿರಲಿ , ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಅನುಕ್ರಮವು ಸೂತ್ರವನ್ನು 1 ಮೈನಸ್ r ಪವರ್ n ನಿಂದ 1 ಮೈನಸ್ r ಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ನಾವು ಏನು ಗಮನಿಸಬೇಕು n ದೊಡ್ಡದಾದಾಗ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾದಾಗ ಈ sಎನ್‌ಗೆ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, sn ಅನ್ನು 1 ಮೈನಸ್ ಆರ್ ಮೈನಸ್ ಆರ್ ಪವರ್ n ನಿಂದ 1 ಮೈನಸ್ ಆರ್ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು, ನಿಸ್ಸಂಶಯವಾಗಿ ಮೊದಲ ಪದವು n ನಿಂದ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ n ಸಾಕಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದರಿಂದ sn ಗೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತನಿಖೆ ಮಾಡಲು n ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದರಿಂದ ಎರಡನೇ ಅವಧಿಗೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತನಿಖೆ ಮಾಡಲು ಸಾಕು, ಹೆಚ್ಚು ನಿಖರವಾಗಿರಲು r ಶಕ್ತಿ n ಗೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಲು ಸಾಕು n ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಹಾಗೆ ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿಯಿರುವ r ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ವಿಭಜಿಸೋಣ ಅವುಗಳೆಂದರೆ r 1 ಅಲ್ಪವಿರಾಮ ಮೈನಸ್ 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲ ಎರಡು ವರ್ಗಗಳಾಗಿ ಒಂದು ಮೋಡ್ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಾಗಿ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ -1 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇರುವ r ನ ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ , ಮಾಡ್ r 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಾಗ ಎರಡನ್ನೂ ಹೊರತುಪಡಿಸಿದರೆ r ಎರಡನ್ನೂ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಧನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಮೌಲ್ಯ ಆದರೆ ಟಿ ಕೋಳಿ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಕೆಲವು mr ಫಾರ್ಮ್ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಲ್ಲಿ m 1 ರಿಂದ m ಅನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಒಪ್ಪುತ್ತೀರಿ

ಆದ್ದರಿಂದ n ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ r ಪವರ್ n ಅಂದರೆ 1 m ಪವರ್ n ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ 1 ರಿಂದ m ಪವರ್ n ನಲ್ಲಿ ಛೇದವು ಸಾಕಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ n ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನನ್ನ ತೀರ್ಮಾನವೆಂದರೆ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮಿತಿ n ಅನಂತತೆಗೆ ಒಲವು ತೋರುವ ನಮ್ಮ ಶಕ್ತಿ n ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆ ನಾವು ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ r ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ ಆದರೆ ಮೈನಸ್ 1 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ r ಅನ್ನು ಫಾರ್ಮ್ 1 ರಿಂದ mm ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು

ಆದ್ದರಿಂದ r ಪವರ್ n ರೂಪ 1 ರ ಯಾವುದಾದರೂ ಆಗಿರುತ್ತದೆ m ಶಕ್ತಿಯಿಂದ nm ಅನ್ನು ಈಗ ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ n ದೊಡ್ಡದಾದಾಗ ಛೇದವು ತುಂಬಾ ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ 1 ರಿಂದ m ಪವರ್ n 0 ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ನೀವು ಮಿತಿಯನ್ನು ವಾದಿಸಬಹುದು n ಅನಂತ r ಪವರ್ n ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ . sn ಗೆ n ಅನಿಯಂತ್ರಿತವಾಗಿ ಲಾರ್ ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು ge ಎರಡನೇ ಪದವು 0 ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ ನಾವು n ಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಏಕೆಂದರೆ n ಅನಂತತೆಗೆ ಒಲವು ಶೂನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ n ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದರಿಂದ ಎರಡನೇ ಪದವು ಏನನ್ನೂ ಕೊಡುಗೆ ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು n ಅನಂತತೆಗೆ ಒಲವು ತೋರುವುದರಿಂದ n ಮಿತಿಯನ್ನು 1 ಮೈನಸ್ r ಗೆ ಕುದಿಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಊಹಿಸುತ್ತೇವೆ ನೀವು ಅನಂತ ಸರಣಿಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡರೆ ಅಥವಾ ಭಾಗಶಃ ಮೊತ್ತದ ಅನಂತ ಸರಣಿಯ ಮಿತಿಯ ಹೆಚ್ಚು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದನ್ನು ನಾವು ಸರಣಿಯ ಮೊತ್ತ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಂಕಲನ ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 n 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಜಿಪಿಯ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ರಿಂದ 1 ಮೈನಸ್ ಆರ್ ಆಗಿದೆ ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನಾವು ಕೇಸ್ r ಅನ್ನು ಮಾತ್ರ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇವೆ ಮೈನಸ್ 1 ಆರ್ ಸಮನಾದ 1 ಮತ್ತು ಕೇಸ್ ಆರ್ ಮೈನಸ್ 1 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಈಗ ನಾವು ಆರ್ ಅನ್ನು ಹೊರಗಿನ ಕೆಲವು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಮೋಡ್ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನುಮತಿಸುವ ಈ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಧನಾತ್ಮಕ ಅಥವಾ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಬಹುದು ಆದರೆ ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಅದು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಈಗ ನೋಡಿ ಮಿತಿ n ಇನ್ಫಿನಿಟಿ ಮೋಡ್ ಆರ್ ಪವರ್ n ಗೆ ಒಲವು ತೋರುತ್ತಿದೆ ಏಕೆಂದರೆ r ಮೈನಸ್ 1 1 mod r 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎನ್ ಟೆಂಡಿಂಗ್ ಟಿ ಓ ಇನ್ಫಿನಿಟಿ ನೀವು ಹೊಂದಿರುವ ಮೋಡ್ ಆರ್ ಪವರ್ n 2 ಪವರ್ n ನಂತಹ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಬಹುದು 2 4 ನಂತರ 8 ನಂತರ 16 ಮತ್ತು ಹೀಗೆ n ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಶಕ್ತಿಯು ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅನಂತತೆಯನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಹಿಂತಿರುಗುತ್ತದೆ sn ನ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಯು n ದೊಡ್ಡದಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಈ ಪದವನ್ನು ನೋಡಬಹುದು, ಅಂದರೆ ಎರಡನೇ ಪದದ ar ಪವರ್ n 1 ಮೈನಸ್ r ಸ್ಥಿರ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಅದು ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿ sn ಸಹ ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಿತಿ n ಇನ್ಫಿನಿಟಿಗೆ ಒಲವು sಎನ್ ಸರಣಿಯ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಲು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲ , ಇದು ಅನುಗುಣವಾದ ಸರಣಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಸಂಕಲನ ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 n 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅನಂತತೆಯು ಮೋಡ್ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ನಾವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸೋಣ ನಾವು ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ 1 ಮೈನಸ್ r ಪವರ್ n ನಿಂದ 1 ಮೈನಸ್ r ಗೆ 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ r ಗಾಗಿ ಅದು ಕ್ಷುಲ್ಲಕ ಪ್ರಕರಣಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 1 ರಿಂದ ಅನಂತದವರೆಗಿನ ಅನಂತ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯ ಸಂಕಲನ ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ , 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾದಾಗ ಸರಣಿಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ. r ಮೈನಸ್ 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾದಾಗ ಸರಣಿಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗದಿದ್ದಾಗ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು r ಮೈನಸ್ 1 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇರುವಾಗ ಸೀಮಿತ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಪರಿಮಿತ ಮೌಲ್ಯವು 1 ಮೈನಸ್ r ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಮೋಡ್ r ಗೆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಒಂದು ಪರಿಮಿತ ಮೌಲ್ಯ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ತಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸುತ್ತೇನೆ. 1 mod r ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು r ನ ಇತರ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ 1 ಮೈನಸ್ r ಆಗಿದೆ, ಇದು 1 ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ 1 ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ n ಇನ್ಫಿನಿಟಿ ar ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಈ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವು ಮೈನಸ್ 1 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯ ಮೊತ್ತವು 1 ಮೈನಸ್ ಆರ್ ಮತ್ತು ಮೋಡ್‌ಗೆ ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು [ಸಂಗೀತ] ಬಲವಾಗಿ ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡುತ್ತೇನೆ r ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ , ನಾನು ಇಲ್ಲಿ ನಿಷ್ಕ್ರಿಯವಾದ ಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇನೆ , ಅನಂತ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅದು ಒಮ್ಮುಖವಾಗುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಅದು ಒಮ್ಮುಖವಾಗದಿದ್ದಾಗ ಅದು ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯನ್ನು ನಾವು ಇತರ ಅನೇಕ ಅನಂತ ಸರಣಿಗಳಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ , ಸರಣಿಯು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದ್ದರೂ ಸಹ ಅದರ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದು ಈ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಹರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಸರಣಿಯು ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತನಿಖೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ, ಅದು ಒಮ್ಮುಖವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಬಂದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಅದರ s ಗೆ ಕೆಲವು ಅಂದಾಜುಗಳೊಂದಿಗೆ ತೃಪ್ತರಾಗಬೇಕು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಣಿಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅಂತಹ ಅನಂತ ಸರಣಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಕೆಲವು ಪದಗಳಿಗೆ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ ಪಡೆಯುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ, ನಾವು ಎರಡು ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ a ಮತ್ತು b ನಾವು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿದ್ದೇವೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಬಂಡವಾಳವನ್ನು ಸೇರಿಸಬಹುದೇ? a ಮತ್ತು b ನಡುವೆ a ಮತ್ತು

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂಕಗಣಿತದ ಪ್ರಗತಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತವೆ , ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ನಾವು aa ಜೊತೆಗೆ b ಗೆ 2 ರಿಂದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು a ಮತ್ತು b am ನ ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುತ್ತೇವೆ ಆದರೆ ಈಗ ಎಪಿ ಎಚ್‌ಜಿಪಿ ಬದಲಿಗೆ ಎ ಮತ್ತು ಬಿ ಎಂಬ ಎರಡು ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಓದುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ ಎಜಿ ಮತ್ತು ಬಿ ಜಿಪಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಮೂಲಕ ಜಿ ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ, ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ನಿಮಗೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಒದಗಿಸಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೀವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ a ಮತ್ತು b ಯ ಮೇಲೆ ನಾವು ಯಾವುದೇ ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ವಿಧಿಸಬಾರದು ಎಂಬುದು ನಿಜವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಯೆಂದರೆ ನಾವು ಯಾವಾಗಲೂ ag ಮತ್ತು b ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ ಎಂಬುದು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸೋಣ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ag ಮತ್ತು b ಒಂದು ಜಿಪಿಯ ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, agb ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಎರಡನೇ ಅವಧಿಯ ಅನುಪಾತವು ವೇಗದಿಂದ ಮೂರನೇ ಅವಧಿಯ ಅನುಪಾತದೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗಬೇಕು. g ವರ್ಗವು ab ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು g ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿದೆಯೇ ಎಂದು ನಾವು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಅಂದರೆ g ವರ್ಗವು ab ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ಯಾವಾಗಲೂ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಜವಾದ g ಅನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುವ g ಅಸ್ತಿತ್ವಕ್ಕೆ ಚೌಕವು aba ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು b ಒಂದೇ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಮಾರ್ಪಡಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡೋಣ ಮತ್ತು a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಕೇಳೋಣ, ಅಂದರೆ agb GP ಉತ್ತರವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ, ಹೌದು ಎಂದರೆ g ಇದರಲ್ಲಿ ab ನ ಮೂಲ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಕೇಸ್ agb ಒಂದು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈ g ಅನ್ನು ನೀಡಿದ ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಾಸರಿ ಎಂದು ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಂಡವಾಳವನ್ನು ನೀಡಿದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವಾಗಿ ಅದನ್ನು ದಾಖಲಿಸೋಣ, ನಾನು ಸಣ್ಣ a ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ p ಸಣ್ಣ pt ಅನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇನೆ a ಮತ್ತು b ಯ ಚಿಕ್ಕ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಾಸರಿ gm ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ a ಮತ್ತು b ab ನ ಮೂಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಇದು ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿಗೆ ಹೋಲುತ್ತದೆ, ನಾವು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವಿಭಜನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ನಾವು 2 ರಿಂದ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೀರಿ ಮತ್ತು ಎ ಮತ್ತು ಬಿ ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಲು ಅಧಿಕಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ನೀವು ಯಾವಾಗಲೂ ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಸರಾಸರಿ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕ್ಯಾಪಿಟಲ್ ಜಿ ಅನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು

ಆದ್ದರಿಂದ ಕ್ಯಾಪಿಟಲ್ ಜಿಬಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ ಈಗ ನಾವು ಇದನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಕೇಳೋಣ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಎ ಮತ್ತು ಬಿ ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ನಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಸೇರಿಸಬಹುದು ಆದರೆ ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸಬಹುದು ಅಂದರೆ g1 g2 ಇತ್ಯಾದಿ gn b ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ a ಮತ್ತು b ನಾವು n ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ g1 g2 ಇತ್ಯಾದಿ gn ಅನ್ನು ಗೊತ್ತುಪಡಿಸಿ ಇದರಿಂದ g1 g2 ಇತ್ಯಾದಿ g ಮತ್ತು b ರೂಪವು gp ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ ಜಿಪಿ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತದೆ , ನಮಗೆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು g1 g2 ಇತ್ಯಾದಿ g ಮತ್ತು b ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ ಅನುಕ್ರಮದ ಪದಗಳು b ಆಗಿರಬೇಕು , ಆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ n ಪ್ಲಸ್ 2 ಪದವು b ಆಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಪದದಲ್ಲಿ n ಪ್ಲಸ್ ಎರಡು ಆಗಿರಬೇಕು, ನಾವು ಮೊದಲ ಅವಧಿಯ a ಯೊಂದಿಗೆ gp ನ n ನೇ ಅವಧಿಗೆ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ

ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವು ಬಯಸಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಅನುಮತಿಸುತ್ತದೆ gp r ಆಗಲು n ಪ್ಲಸ್ 2 ಪದವನ್ನು ar ಪವರ್ n ಪ್ಲಸ್ 2 ಮೈನಸ್ 1 ಸೂತ್ರದಿಂದ ನೀಡಲಾಗಿದೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು b ಆಗಿರಬೇಕು
ಆದ್ದರಿಂದ r ಪವರ್ n ಪ್ಲಸ್ 1 b ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಇದು a ಮೂಲಕ r ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಪವರ್ 1 ರಿಂದ n ಪ್ಲಸ್ 1. ಈಗ ನಾವು ಮೊದಲ ಟರ್ಮ್ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಈ ವಿಷಯ ಬಿ ಪವರ್ 1 ರಿಂದ ಎನ್ ಪ್ಲಸ್ 1 ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಒಮ್ಮೆ ನಾವು ಮೊದಲ ಅವಧಿ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ನಾವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿ ಏನೆಂದು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟಪಡಿಸಬಹುದು
ಆದ್ದರಿಂದ ಜಿ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ ಎರಡನೇ ಪದವು ಒಂದು ಬಾರಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಇದು ಪೂರ್ಣ ಶಕ್ತಿಯಿಂದ 1 ರಿಂದ n ಪ್ಲಸ್ 1 ರಿಂದ ಒಂದು ಬಾರಿ b ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ g 2 ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪ್ರಗತಿಯ ಮೂರನೇ ಅವಧಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅದು ಬಾರಿ r ಚೌಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಶಕ್ತಿ 1 ರಿಂದ n ಜೊತೆಗೆ 1 ಚದರ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಒಂದು ಬಾರಿ b ಆಗಿದೆ ಹೀಗೆ ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಸೀಮಿತವಾಗಿ ಅನೇಕ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಲು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಪಟ್ಟಿಯು ಜಿಪಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ , ಮುಂದಿನ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ನಾವು ಜಿಪಿ ಮತ್ತು ಎಪಿಯೊಂದಿಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತೇವೆ
ಧನ್ಯವಾದಗಳು