

નમસ્તે , વિષય ક્રમ અને શ્રેણી પરના વ્યાખ્યાન શ્રેણીમાં આપનું સ્વાગત છે.

Life આ બંને શબ્દોનો ઉપયોગ ઘટનાના ઉત્તરાધિકારને દર્શાવવા માટે થાય છે તેથી જ મેં પ્રવચનોની શ્રેણીઓ કહી હતી જો કે તે ધ્યાનમાં રાખવું જોઈએ કે આ બે શબ્દો ક્રમ અને શ્રેણીનો ગણિતમાં અલગ અર્થ છે આશરે ક્રમનો ઉપયોગ સંખ્યાઓ અને શ્રેણીની સૂચિ અથવા અનુગામી દર્શાવવા માટે થાય છે.

છેલ્લા લેક્ચરમાં વચન આપ્યા મુજબ ક્રમની શરતોનો સરવાળો નિયુક્ત કરવા માટે વપરાય છે , અમે

gp ની n શરતોના સરવાળા માટે એક સૂત્ર સ્થાપિત કરીશું યાદ રાખો કે gp ભૌમિતિક પ્રગતિ એ એવો ક્રમ છે જેમાં પ્રથમ પદ pછી દરેક પદ એક નિશ્ચિત બિન-શૂન્ય સંખ્યા સાથે ગુણાકાર કરીને અગાઉના પદમાંથી મેળવવામાં આવે છે અને તે નિશ્ચિત બિન-શૂન્ય સંખ્યાને આગળની ભૌમિતિક પ્રગતિનો સામાન્ય ગુણોત્તર કહેવામાં આવે છે

અમે

ભૌમિતિક પ્રગતિના n શરતોના સરવાળા માટે એક સૂત્ર સ્થાપિત કરીશું, યાલો આપણે પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય ગુણોત્તર સાથેના gp ને ધ્યાનમાં લઈએ r નોંધ કરો કે પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય ગુણોત્તર r સાથેનો gp સૂચિ અરર ચોરસ વગેરે દ્વારા સમજાવી અથવા રજૂ કરી શકાય છે.

nth ઝર્મ ar પાવર n માઈનસ 1 વગેરે અમારું ધ્યેય nth ઝર્મ સુધી

પ્લસ ar પ્લસ ar સ્કવેર પ્લસ વગેરે માટે ફોર્મ્યુલા શોધવાનું છે

એટલે કે a into r પાવર n માઈનસ 1 યાલો આપણે આ સરવાળાને sn દ્વારા દર્શાવીએ કે આપણે શું કરવા માગીએ છીએ sn માટે સૂત્ર શોધવા માટે યાલો આપણે સૌપ્રથમ તુચ્છ મામલાનું સમાધાન કરીએ એટલે કે r બરાબર 1 નોંધો કે આ કિસ્સામાં ભૌમિતિક પ્રગતિ સતત ક્રમ

aaa સુધી ઘટે છે

તેથી પરિણામે sm એ વત્તા એ વત્તા છે

તેથી વધુ વખત જે sn છે n વખત a ની બરાબર છે આ મામૂલી કેસનું સમાધાન કરે છે હવે યાલો આપણે બાકીના કેસને ધ્યાનમાં લઈએ 1 ની બરાબર નથી જે આપણે જોઈએ છે તે sn માટે એક પ્લસ ar પ્લસ વગેરે માટેનું ફોર્મ્યુલા છે ar પાવર n માઈનસ 1 સુધી આપણે a નો ઉપયોગ કરીશું.

તરીકે સરળ યુક્તિ યાલો આપણે r વખત શોધીએ કે જે ar વત્તા ar ચોરસ વત્તા વગેરે સાથે એકરૂપ છે છેલ્લી પદ જ્યારે r સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે ત્યારે ar પાવર બને છે n યાલો હું તમારા માટે અગાઉનો શબ્દ લખું તે ar પાવર n માઈનસ 1 હશે. શું તમે તેને હવે જુઓ આપણે પ્રથમમાંથી બીજા સમીકરણને બાદ કરીએ જે sn માઈનસ rsn બરાબર છે તે જોવા માટે કે શરતો ar ચોરસ વગેરે ar પાવર n માઈનસ 1 રદ કરે છે આ બાદબાકી પ્રક્રિયામાં આપણે માઈનસ ar પાવર સાથે સમાપ્ત કરીએ છીએ અને ડાબી બાજુ 1 માઈનસ સુધી ઉકળે છે r વખત sn અને જમણી બાજુની બાજુને ગુણ્યા 1 ઓછા r પાવર n માં સરળ બનાવી શકાય છે આનાથી આપણે સરળતાથી sn ને અલગ કરી શકીએ છીએ યાદ કરો કે ધારણા દ્વારા r એ 1 નથી

તેથી 1 ઓછા r સાથે ભાગાકાર શક્ય છે આમ કરવાથી આપણને sn બરાબર મળે છે a ગુણ્યા 1 ઓછા r ઘાત n બાય 1 ઓછા r સાથે ભૌમિતિક પ્રગતિની પ્રથમ n શરતોનો સરવાળો કરવા માટે પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય ગુણોત્તર r એ n ગણો છે a જો r 1 ની બરાબર હોય અને a 1 ઓછા r ઘાત n બાય 1 ઓછા r જો r બરાબર n હોય તો 1 અવલોકન કરો કે જ્યારે r 1 ની બરાબર n હોય ત્યારે આપણે

r ઘાત n માઈનસ 1 વડે r માઈનસ 1 વડે માત્ર અંશ અને છેદને માઈનસ 1 વડે ગુણાકાર કરીને સૂત્રને પણ લખી શકીએ છીએ તેથી gp i ના n પદોના સરવાળા માટે આ સરસ સૂત્ર છે.

આશા છે કે આ તમને અનંત રકમ અથવા શ્રેણી વિશે યાદ અપાવવાનો સારો સમય છે જેથી

મર્યાદિત રકમની વિભાવનાને અનંત પેટા સુધી લંબાવવામાં બધી મુશ્કેલીઓ શું છે તે

નોંધો કે જ્યારે આપણી પાસે મર્યાદિત રકમ હોય છે જે મર્યાદિત સંખ્યામાં હોય છે.

વાસ્તવિક સંખ્યાઓ આપણે તેમાંના પ્રથમ બે ઉમેરી શકીએ છીએ અને આ રકમમાં આપણે દરેક વખતે પ્રક્રિયા સમાપ્ત થાય ત્યારે એક શબ્દ ઉમેરી શકીએ છીએ અને

જ્યારે આપણી પાસે મર્યાદિત સરવાળો હોય ત્યારે તે ક્રમમાં જે શરતો ઉમેરવામાં આવે છે ત્યારે આપણને એક મર્યાદિત મૂલ્ય પ્રાપ્ત થશે.

વાસ્તવમાં વાંધો નથી જ્યારે આપણી પાસે અનંત રકમની નોંધ હોય કે આપણે એક સમયે એક શબ્દ ઉમેરવાનું યાલુ રાખી શકતા નથી તે સ્પષ્ટ કારણોસર શું બહાર આવે છે તે જોવા માટે કે એક સમયે એક શબ્દ ઉમેરવાની પ્રક્રિયા બીજી રીતે સમાપ્ત થશે નહીં.

મર્યાદિત સરવાળો આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે અનંત સરવાળામાં જે ક્રમમાં શરતોને ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે તે ક્રમમાં વધારાની બાબતો અન્ય શબ્દોમાં અસંખ્ય વાસ્તવિક સંખ્યાઓના સરવાળા સાથે વ્યવહાર કરવા માટે પ્રથમ વાસ્તવિક સંખ્યાઓને અમુક ચોક્કસ રીતે ક્રમાંકિત કરવી જોઈએ અને વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ક્રમ આપે છે.

એક અનુક્રમમાં વધારો આમ અનંત રકમને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે આપણે વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ક્રમથી શરૂઆત કરવી જોઈએ, વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ક્રમ જોતાં વાસ્તવિક સંખ્યાઓના સમૂહને બદલે

એ 1 વત્તા a2 પ્લસ વગેરે અભિવ્યક્તિને અનંત કરવા માટે એક સમાન છે.

સંક્ષિપ્તતા માટે સમીકરણ સંકેતનો ઉપયોગ કરીને સમ n 1 થી અનંતની સમાન તરીકે લખવામાં આવે છે તેને શ્રેણી કહેવામાં આવે છે હવે આપણે આ અભિવ્યક્તિ માટે અર્થ કેવી રીતે સોંપીશું યાદ કરો કે આ અભિવ્યક્તિ માટે ચોક્કસ અર્થ આપવા માટે આપણે પહેલા આંશિક સરવાળાનો ક્રમ શોધીએ છીએ

sn બરાબર છે.

માટે a_1 વત્તા a_2 વત્તા વગેરે વત્તા a આમ આપણી પાસે એક નવો ક્રમ છે s_n n બરાબર 1 ટુ અનંત છે જે આપેલ ક્રમમાંથી ઉદ્ભવે છે a હવે અમે અવલોકન કરીએ છીએ કે આંશિક રકમના આ ક્રમનું શું થાય છે કારણ કે n ચોક્કસ બનવા માટે મોટું થાય છે, અમને મર્યાદા n લાગે છે કે જે અનંતતા તરફ વલણ ધરાવે છે કે શું ક્રમની શરતો નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યાની નજીક બની જાય છે કારણ કે n મોટો અને મોટો થતો જાય છે તે જ આપણે તપાસ કરીએ છીએ જો આ મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે અને જો તે હા ડોય તો આ હાને તે શ્રેણીના સરવાળા તરીકે ગણવામાં આવે છે

અથવા ચોક્કસ રીતે આપણે જે શ્રેણી s લખીએ છીએ તેનું મૂલ્ય સરવાળો n ની બરાબર 1 ની અનંતતાની બરાબર છે અને આપણે કહીએ છીએ કે શ્રેણી એક સરવાળો છે અથવા વધુ તકનીકી રીતે કન્વર્જન્ટ છે.

આમ જોવા માટે કે શું અનંત સરવાળાનો બીજા શબ્દોમાં અર્થ છે કે કેમ તે બીજા શબ્દોમાં સરવાળો છે કે કેમ તે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે કેમ તે આપણે પહેલા આંશિક સરવાળાનો ક્રમ શોધવો જોઈએ પછી આપણે તપાસ કરીશું કે આંશિક સરવાળાના આ ક્રમનું શું થાય છે કારણ કે n મોટો અને મોટો થાય છે.

આને ધ્યાનમાં રાખીને ચાલો આપણે કેટલીક અનંત શ્રેણીઓ એટલે કે ભૌમિતિક શ્રેણી દ્વારા ભૌમિતિક શ્રેણીનો સામનો કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, અમારો મતલબ ભૌમિતિક p થી ઉદ્ભવતી શ્રેણી છે.

ભૌમિતિક પ્રગતિ એ યાદ રાખો કે ભૌમિતિક પ્રગતિ એ અરર ચોરસ સ્વરૂપનો ક્રમ છે અને

તેથી હવે આપણે તેના ફોર્મની સરવાળા શ્રેણી સાથે વ્યવહાર કરીએ છીએ a પ્લસ એઆર વત્તા વગેરે વત્તા એઆર પાવર n માઈનસ 1 વત્તા વગેરે અનંત શ્રેણી જે સમેશન અર પાવર તરીકે લખી શકાય છે.

n માઈનસ 1 n બરાબર 1 થી અનંતને ભૌમિતિક શ્રેણી કહેવામાં આવે છે હવે પ્રશ્ન એ છે કે ભૌમિતિક શ્રેણી અમુક મોબાઇલ છે કે શું તે કન્વર્જન્ટ છે નોંધ કરો કે શ્રેણીની કેટલીક ક્ષમતાઓ આંશિક સરવાળાનો ક્રમ કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં તે શોધવા માટે સમાન છે.

જ્યાં સુધી આ ભૌમિતિક શ્રેણીને આંશિક સરવાળાનો ક્રમ માનવામાં આવે છે એટલે કે પ્રથમ n પદોનો સરવાળો પહેલેથી જ જોવા મળે છે, અમારી પાસે તેના માટે એક સૂત્ર છે નોંધ કરો કે s_n આંશિક સરવાળાનો ક્રમ na છે જો r 1 ની બરાબર હોય અને a $\neq 0$ n માઈનસ 1 બાય r માઈનસ 1 જો r 1 ની બરાબર નથી

તેથી જવાબ આપવા માટે કે શું ભૌમિતિક શ્રેણી સર કરી શકાય છે એટલે કે આખરે તે મર્યાદિત સંખ્યાને રજૂ કરે છે કે નહીં તે પૂરતું છે આંશિક રકમ s_n ના આ ક્રમનું શું થાય છે તે તપાસો જ્યારે n મોટો અને મોટો થાય ત્યારે ચાલો આપણે કરીએ કે r એ 1 ની બરાબર છે સામાન્ય ગુણોત્તર 1 છે નોંધ કરો કે તે કિસ્સામાં s_n બરાબર na $\text{recall } a$ એ નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યા છે તેથી n મોટું થાય છે અને મોટું થાય છે s_n એટલે કે na ની તીવ્રતામાં મોટી બને છે તે સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ કે જેમ n અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે તે અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે અથવા ખૂબ મોટું બને છે અથવા ખૂબ નાનું બને છે તેના સાઇન પર આધાર રાખીને મને મર્યાદા લખવા દો n અનંત તરફ વલણ s_n બરાબર છે a ની સાઇન પર આધાર

રાખીને અનંતથી વત્તા અથવા ઓછા

અસ્તિત્વમાં છે

તેથી ભૌમિતિક શ્રેણી કન્વર્જન્ટ નથી અથવા આ કિસ્સામાં

સરવાળો નથી, ચાલો આપણે વિશેષ કેસ r ને બાદબાકી 1 ની બરાબર લઈએ આ કિસ્સામાં ભૌમિતિક પ્રગતિ એ પછીની ar બની જાય છે જે i s બાદબાકી એ પછીનો AR ચોરસ છે જે a છે અને પરિણામે s 1 એ આંશિક સરવાળાનો ક્રમ હશે પ્રથમ આંશિક સરવાળાનો બીજો ક્રમ પ્રથમ ટર્મ વત્તા બીજો ટર્મ એ વત્તા ઓછા a જે આંશિક રકમનો ત્રીજો ક્રમ 0 છે વત્તા ઓછા a વત્તા a હશે જે a છે અને

તેથી વધુ તમે અવલોકન કરી શકશો કે a અને 0 ની વચ્ચે વૈકલ્પિક આંશિક રકમ s_n નો ક્રમ મારો મતલબ એ છે કે તે આ બે મૂલ્યોને વૈકલ્પિક રીતે સાહજિક રીતે લે છે આ પરથી તે સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ કે જેમ જેમ n મોટો થાય છે અને મોટો s_n કોઈપણ સંખ્યાની નજીક ન આવે તેમ તે a અને 0 ની વચ્ચે ઓસીલેટીંગ ચાલુ રાખશે તે ક્યાં તો a અથવા 0 હશે તે નિશ્ચિત સંખ્યાની નજીક સ્થિર રહેશે નહીં

તેથી આ કિસ્સામાં મર્યાદા n અનંત s_n તરફ વળે છે અસ્તિત્વમાં નથી કારણ કે આંશિક રકમના ક્રમની કોઈ મર્યાદા નથી અમે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે આ કિસ્સામાં ભૌમિતિક શ્રેણીનો સરવાળો ar પાવર n માઈનસ 1 એ સરવાળો કરી શકાતો નથી આશરે આ શ્રેણી r સમાન હોવાના કિસ્સામાં મર્યાદિત સંખ્યાને રજૂ કરતી નથી.

1 થી માઈનસ 1.

હવે આપણે બીજો કેસ લઈએ r ન તો એક છે અને n તો બાદબાકી 1 અવલોકન કરીએ કે આ કિસ્સામાં આંશિક સરવાળો s_n નો ક્રમ સૂત્ર a ને 1 ઓછા r ઘાત n બાય 1 ઓછા r માં લે છે તે આપણે શું અવલોકન કરવાનું છે આ s_n સાથે થાય છે જ્યારે n મોટું અને મોટું બને છે નોંધ કરો કે s_n ને 1 માઈનસ r માઈનસ ar પાવર n બાય 1 માઈનસ r તરીકે લખી શકાય છે, દેખીતી રીતે પ્રથમ પદ n થી સ્વતંત્ર છે

તેથી તપાસ કરવા માટે કે n પૂરતું મોટું થાય ત્યારે s_n નું શું થાય છે.

બીજો ટર્મનું શું થાય છે તેની તપાસ કરવા માટે તે પૂરતું છે કારણ કે n વધુ ચોક્કસ બનવા માટે r પાવર n નું શું થાય છે તે જોવા માટે તે પૂરતું છે કારણ કે n મોટું અને મોટું થાય છે

તેથી ચાલો આપણે r ના મૂલ્યોને વિભાજિત કરીએ જેમાં અમને રસ છે.

એટલે કે r સમાન નથી 1 અલ્પવિરામ ઓછા 1 બે શ્રેણીઓમાં એક મોડ 1 કરતા સખત રીતે ઓછો છે એટલે કે અમને -1 અને 1 ની

વચ્ચે આવેલા r ના મૂલ્યોમાં રસ છે, જ્યારે મોડ r 1 કરતા ઓછો હોય ત્યારે r બંનેને બાકાત રાખવામાં આવે છે.

હકારાત્મક અને નકારાત્મક મૂલ્ય પરંતુ ટી મરઘી કારણ કે તે તીવ્રતામાં 1 કરતાં ઓછી છે, તે 1 બાય મિસ્ટરનું સ્વરૂપ 1 બાય m હશે જ્યાં m નિશ્ચિત છે, શું તમે સંમત થાઓ છો જેથી n મોટો અને મોટો થાય r પાવર n એટલે કે 1 બાય m પાવર n નાનો અને નાનો થતો જાય છે શું તમે તેને જુઓ છો કારણ કે 1 બાય m ઘાત n માં છેદ એટલો મોટો થઈ જાય છે કે જેમ n મોટો થાય છે તેથી મારો નિષ્કર્ષ એ છે કે આ કિસ્સામાં મર્યાદા n અનંત તરફ વલણ ધરાવતું અમારી શક્તિ n શૂન્ય છે યાવો હું પુનરાવર્તન કરું કે અમને રસ છે r મૂલ્યો કે જે નિશ્ચિત છે પરંતુ માઈનસ 1 અને 1 ની વચ્ચે છે.

તે કિસ્સામાં r એ વિચારી શકાય છે કારણ કે ફોર્મ 1 બાય mm ની કેટલીક સંખ્યા હકારાત્મક અથવા નકારાત્મક હોઈ શકે છે તે કોઈ વાંધો નથી

તેથી r પાવર n ફોર્મ 1 ની કંઈક હશે બાય m પાવર nm હવે નિશ્ચિત છે જ્યારે n મોટો થાય છે ત્યારે છેદ ખૂબ મોટો થઈ જાય છે જેથી 1 બાય m ઘાત n 0 ની નજીક આવે એટલે તમે કેટલી સાહજિક રીતે દલીલ કરી શકો છો કે મર્યાદા n અનંત તરફ વલણ r પાવર n શૂન્યની બરાબર આ પાછળ જવાને કારણે sn માટે આપણે અવલોકન કરી શકીએ છીએ કે n મનસ્વી રીતે lar બને છે ge બીજી મુદત 0 ની નજીક બની જાય છે કારણ કે આપણી પાસે મર્યાદા r પાવર n છે કારણ કે n અનંત તરફ વલણ શૂન્ય છે તેથી બીજી અવધિ કંઈ ફાળો આપતી નથી કારણ કે n મોટી બને છે અને અમે અનુમાન કરીએ છીએ કે તે મર્યાદા n અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે sn એ 1 ઓછા r સુધી ઉકળે છે.

જો તમને અનંત શ્રેણીની વ્યાખ્યા યાદ હોય અથવા આંશિક સરવાળોની અનંત શ્રેણી મર્યાદાના વધુ વિશિષ્ટ રીતે સંકલનને આપણે શ્રેણીનો સરવાળો કહીએ છીએ, તો આ કિસ્સામાં આપણે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે સરવાળો એઆર પાવર n માઈનસ 1 n એ 1 થી અનંતની બરાબર છે.

agp ની તમામ શરતોનો સરવાળો એ બાય 1 ઓછા r છે અત્યાર સુધી આપણે માત્ર કેસ r બરાબર માઈનસ 1 r બરાબર 1 અને કેસ r માઈનસ 1 અને 1 ની વચ્ચે આવેલો છે.

હવે યાવો r ને બહારની અમુક નિશ્ચિત સંખ્યા તરીકે લઈએ.

આ મૂલ્યો કે જે લેટ મોડ છે તે એક કરતા વધારે છે r સકારાત્મક અથવા નકારાત્મક હોઈ શકે છે પરંતુ તીવ્રતામાં તે એક કરતા વધારે છે હવે જુઓ કે મર્યાદા n અનંત મોડ r પાવર n તરફ વલણ ધરાવે છે કારણ કે r માઈનસ 1 1 મોડ r 1 કરતા વધારે છે તેથી n ટેન્ડિંગ ટી તરીકે 0 અનંત તમારી પાસે છે કે મોડ r પાવર n એ 2 પાવર n જેવું કંઈક મોટું અને મોટું બને છે તમે જોઈ શકો છો કે 2 4 પછી 8 પછી 16 અને

તેથી જેમ જેમ n વધે છે તેમ અનિશ્ચિત રૂપે વધે છે

તેથી આને ધ્યાનમાં રાખીને આ અનંત છે અને પાછા જવું sn ની અભિવ્યક્તિ એ જોઈ શકે છે કે જેમ n આ શબ્દ મોટો થાય છે એટલે કે બીજો શબ્દ ar પાવર n બાય 1 ઓછા r એ નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યાની નજીક બનતો નથી બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો તે કન્વર્જન્ટ નથી

તેથી મર્યાદા sn પણ અસ્તિત્વમાં નથી

તેથી મર્યાદા n અનંતતા તરફ વલણ sn શ્રેણીની ભાષામાં મૂકવા માટે અસ્તિત્વમાં નથી આ એ કહેવા માટે સમકક્ષ છે કે અનુરૂપ શ્રેણી સરવાળો નથી જે સરવાળો ar પાવર n માઈનસ 1 n બરાબર 1 થી અનંત છે તે સ્થિતિમાં કન્વર્જન્ટ નથી મોડ વધારે છે એક કરતાં યાવો ભૌમિતિક પ્રગતિનો સરવાળો કરીએ આપણી પાસે પ્રથમ n પદોના સરવાળા

માટે એક અભિવ્યક્તિ છે

અને અભિવ્યક્તિ sn બરાબર છે a 1 ઓછા r ઘાત n બાય 1 ઓછા r માટે r 1 ની બરાબર નથી અને r ની બરાબર 1 માટે તે તુચ્છ કેસમાં ઘટાડો કરે છે એટલે કે sn બરાબર n ગણો એક અનંત ભૌમિતિક શ્રેણીના

સમીકરણ ar પાવર n માઈનસ 1 ને 1 થી અનંત સુધીની શ્રેણીમાં ધ્યાનમાં લેતા આપણે જોઈએ છીએ કે જ્યારે r 1 ની બરાબર હોય ત્યારે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ નથી જ્યારે r માઈનસ 1 ની બરાબર હોય ત્યારે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ ન હોય ત્યારે ભૌમિતિક શ્રેણી મર્યાદિત મૂલ્યનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે જ્યારે r માઈનસ 1 અને 1 ની વચ્ચે આવેલું હોય છે અને તે મર્યાદિત મૂલ્ય એ બાય 1 ઓછા r હોય છે

અને મોડ r માટે એક કરતાં વધુ ભૌમિતિક શ્રેણી રજૂ કરતી નથી મર્યાદિત મૂલ્ય અથવા વધુ તકનીકી રીતે ભૌમિતિક શ્રેણી કન્વર્જન્ટ નથી, યાવો હું આ અવલોકન અહીં રેકોર્ડ કરું n 1 થી અનંત એઆર પાવર n માઈનસ 1 ની સમાન ફોર્મની ભૌમિતિક શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે જો મોડ r એ મોડ r ઓછા માટે 1 કરતાં વધુ આગળ છે

1 કરતાં 1 મોડ r 1 કરતાં ઓછો તમામ પદોનો સરવાળો એ r ના અન્ય મૂલ્યો માટે a બાય 1 ઓછા r છે જે મોડ r કરતાં વધારે છે અથવા 1 સરવાળો n બરાબર 1 થી અનંત ar પાવર n માઈનસ 1

કન્વર્જન્ટ નથી હું તમને ભારપૂર્વક ભલામણ કરીશ કે

આ પરિણામને ફરીથી યાદ રાખો

જો આ બે કેસોને બાદ કરતાં સામાન્ય ગુણોત્તર માઈનસ 1 અને 1 ની વચ્ચે હોય તો અનંત ભૌમિતિક શ્રેણી કન્વર્જન્ટ હોય છે અને તે કિસ્સામાં ભૌમિતિક શ્રેણીનો સરવાળો a બાય 1 ઓછા r અને મોડ માટે ભૌમિતિક શ્રેણીના 1 થી મોટી અથવા બરાબર છે તે સરવાળો કરી શકાતી નથી, મને અહીં એક નિષ્ક્રિય ટિપ્પણી કરવા દો, નોંધ કરો કે અનંત ભૌમિતિક શ્રેણીના કિસ્સામાં અમે અવલોકન કર્યું છે કે તે ક્યારે કન્વર્જ થાય છે અને જ્યારે તે કન્વર્જ થાય

તો તેનો સરવાળો શું છે.

એક ભૌમિતિક શ્રેણી આ બાબતો આપણે અન્ય ઘણી અનંત શ્રેણીઓમાં ભૌમિતિક શ્રેણીઓથી વિપરીત અવલોકન કરી છે કે શું શ્રેણી સરવાળો છે કે કન્વર્જન્ટ છે ભલે તે કન્વર્જન્ટ હોય તો પણ તેનો સરવાળો શું છે આ બે પ્રશ્નોને બે પગલામાં ઉકેલવામાં આવે છે ઘણી અનંત શ્રેણીના કિસ્સામાં પ્રથમ આપણે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે કેમ તે તપાસ કરશે કે જો તે કન્વર્જન્ટ હોવાનું જણાયું હોય તો મોટાભાગના કિસ્સાઓમાં આપણે તેના માટે અમુક અંદાજોથી સંતુષ્ટ થવું પડે છે.

અમ અન્ય શબ્દોમાં કેટલાક માટે અભિવ્યક્તિ મેળવવાને બદલે અનંત શ્રેણીના સરવાળા માટેનું સૂત્ર જેમ કે ભૌમિતિક શ્રેણીના કિસ્સામાં દુર્લભ છે યાલો આપણે યાદ કરીએ કે બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b આપીને આપણે એક પ્રશ્ન પૂછ્યો કે શું આપણે સંખ્યાની મૂડી દાખલ કરી શકીએ?

a અને b ની વચ્ચે a જેથી આ ત્રણ સંખ્યાઓ અંકગણિતની પ્રગતિના શબ્દો બનાવે છે હકીકતમાં અમારી પાસે aa વત્તા b બાય 2 માટેનું એક સૂત્ર હતું અને અમે આ સંખ્યાને a અને b am ના અંકગણિત સરેરાશ તરીકે ઓળખાવીએ છીએ ટૂંકમાં આપણે સમાન પ્રશ્ન પૂછીશું પરંતુ હવે ap hgp ને બદલે જે પ્રશ્ન વાંચે છે તે પ્રમાણે બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b છે કે શું ત્યાં કોઈ નંબર અસ્તિત્વમાં છે, યાલો આપણે g ને કોલ કરીએ કે ag અને b એક gp બનાવે છે આશા છે કે તમે તે સમય માટે બે નંબરો સાથે પૂરા પાડવામાં આવેલ પ્રશ્નને સમજી શકશો.

યાલો આપણે a અને b પર કોઈ શરત ન લાદીએ સિવાય કે તેઓ વાસ્તવિક છે પ્રશ્ન એ છે કે શું આપણે હંમેશા એવી સંખ્યા g શોધી શકીએ કે જે ag અને b ભૌમિતિક પ્રગતિની શરતો બનાવે છે યાલો આપણે આ પ્રશ્નનું સમાધાન કરીએ તે નોંધ કરો કે જો ag અને b એ gp ની સળંગ ટર્મની શરતો હોય તો બીજી ટર્મ બાય ફાસ્ટનો ગુણોત્તર ત્રીજી ટર્મ બાય સેકન્ડ ટર્મના રેશિયો સાથે સુસંગત હોવો જોઈએ કે જે g બાય g સાથે b સાથે એકરૂપ થાય છે જો agb ભૌમિતિક પ્રગતિમાં હોય તો કહેવા માટે સમકક્ષ g ચોરસ એ ab ની બરાબર છે

તેથી અમે પ્રશ્ન પૂછીએ છીએ કે શું ત્યાં કોઈ સંખ્યા g અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે g વર્ગ ab બરાબર છે નોંધ કરો કે વાસ્તવિક સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશા બિન-ઋણાત્મક હોય છે

તેથી વાસ્તવિક g સંતોષકારક g ના અસ્તિત્વ માટે ચોરસ aba ની બરાબર છે અને b માં સમાન ચિહ્ન હોવું જોઈએ તેથી યાલો પ્રશ્નમાં થોડો ફેરફાર કરીએ અને પોતાને પૂછીએ કે બે ધન સંખ્યાઓ a અને b આપેલ છે કે શું ત્યાં ag અસ્તિત્વમાં છે જે agb એક gp બનાવે છે જવાબ છે હા આમાં ab નું મૂળ ગણીએ કેસ એજીબી ભૌમિતિક પ્રગતિ બનાવે છે અને આ જીને આપેલ હકારાત્મક સંખ્યાઓના ભૌમિતિક સરેરાશ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે, યાલો હું તેને બે હકારાત્મક સંખ્યાઓની મૂડી આપેલ વ્યાખ્યા તરીકે રેકોર્ડ કરું અને મને નાનો a અને નાનો p નાના pt લખવા દો he ભૌમિતિક સરેરાશ a ના ટૂંકા માટે gm અને b એ a ના gm તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે અને b એ ab ના મૂળની બરાબર છે આ અંકગણિત સરેરાશ સમાન છે અંકગણિતના કિસ્સામાં આપણી પાસે સરવાળા અને ભાગાકાર છે આપણે 2 વડે ઉમેરીએ છીએ અને ભાગાકાર કરીએ છીએ અહીં તમારી પાસે ગુણાકાર છે અને

આપેલ બે સકારાત્મક સંખ્યાઓ a અને b નો સરવાળો કરવા માટે ઘાતાંકની શક્તિઓ લઈને તમે હંમેશા સંખ્યા કેપિટલ g મેળવી શકો છો, એટલે કે આ બે સંખ્યાઓનો ભૌમિતિક સરેરાશ જેથી કેપિટલ gb ભૌમિતિક પ્રગતિ બનાવે છે હવે યાલો આને થોડું સામાન્ય બનાવીએ અને પૂછો નીચે આપેલા પ્રશ્નમાં બે સકારાત્મક સંખ્યાઓ a અને b આપવામાં આવે તો આપણે જોઈએ તેટલી સંખ્યાઓ દાખલ કરી શકીએ પરંતુ મર્યાદિત જેમ કે g_1 g_2 વગેરે gn b એ ભૌમિતિક પ્રગતિ બનાવે છે, જે બે હકારાત્મક વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b આપે છે, આપણે n વાસ્તવિક સંખ્યાઓ દાખલ કરવા માંગીએ છીએ જે આપણે g_1 g_2 વગેરે gn નિયુક્ત કરો જેથી કરીને g_1 g_2 વગેરે g અને b ફોર્મ જવાબ તરફ gp કહે તો યાલો આપણે નીચેનું અવલોકન કરીએ જો આપણને ભૌમિતિક પ્રગતિ બનાવવા માટે g_1 g_2 વગેરેની જરૂર હોય તો g અને b વધુ પૂર્વે ભૌમિતિક પ્રગતિ b ના $ise1y$ સળંગ પદો એ ભૌમિતિક પ્રગતિની

n વત્તા 2 મુદત હોવી જોઈએ b એ ટર્મ પર n વત્તા બે છે જ્યારે અમારી પાસે પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય ગુણોત્તર સાથે gp ની n મી મુદત માટેનું એક સૂત્ર છે જે ઇચ્છિતનો સામાન્ય ગુણોત્તર આપી રહ્યા છે gp એ r n પ્લસ 2 ટર્મ એ

આર પાવર n વત્તા 2 ઓછા 1 સૂત્ર દ્વારા આપવામાં આવ્યું છે કે આપણે b હોવું જરૂરી છે

તેથી r ઘાત n વત્તા 1 એ b ની બરાબર છે જેનું પ્રમાણ a બાય a દ્વારા r બરાબર છે ઘાત 1 બાય n વત્તા 1.

હવે આપણી પાસે પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય ગુણોત્તર છે આ વસ્તુ b ઘાત 1 બાય n વત્તા 1 જ્યારે આપણી પાસે પ્રથમ પદ અને સામાન્ય ગુણોત્તર હોય ત્યારે આપણે સંપૂર્ણપણે સ્પષ્ટ કરી શકીએ છીએ કે ભૌમિતિક પ્રગતિ શું છે

તેથી g 1 છે ભૌમિતિક પ્રગતિની બીજી અવધિ

સામાન્ય ગુણોત્તરનો ગુણોત્તર હશે જે એક ગુણ્યા b બાય a સંપૂર્ણ ઘાત 1 બાય n વત્તા 1 છે.

તેવી જ રીતે g 2 એ ભૌમિતિક પ્રગતિની ત્રીજી અવધિ હશે તે ગુણો r વર્ગ હશે જે એક ગુણ્યા b એ સમગ્ર ઘાત 1 બાય n વત્તા 1 ચોરસ અને

તેથી આમ અમે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે બે સકારાત્મક સંખ્યાઓ આપવામાં આવે તો તેમની વચ્ચે ઘણી બધી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ દાખલ કરવી હંમેશા શક્ય છે જેથી સૂચિ એક gp બનાવે છે અમે આગામી લેક્ચરમાં gp અને ap સાથે યાલુ રાખીશું આભાર.