

ترتیب اور سلسلہ کے لیکچر میں دوبارہ خوش آمدید کہنے کے لیے آئیے ایک ریاضی کی پیشرفت کو یاد کرتے ہیں جس کی وضاحت ہم نے پچھلے لیکچر میں کی تھی آئیے مختصراً یہ کہتے ہیں کہ ریاضی کی ترقی ایک ترتیب ہے جس میں کسی بھی دو متواتر اصطلاحات کا فرق باقی رہتا ہے۔ 1 کے d سے لے کر لامحدود تک کی ترتیب کو ایک حسابی پیشرفت کہا جاتا ہے اگر ایک جمع 1 1 سے بڑے یا اس کے برابر تمام عدد کے لیے جمع ریاضی کی ترقی کو مکمل طور پر متعین کرتا ہے d ایک اور عام فرق a ایک مستقل ہے پہلی اصطلاح d ہے جہاں d برابر ہو۔ جمع 1 اور ایک سے لامحدود کے برابر ہے تو 1 کے ساتھ ایک ریاضی کی ترقی ہے جسے 1 کہا جاتا ہے پہلی اصطلاح کے برابر اور دو 1 ann یعنی اگر کو عام فرق کہا جاتا ہے پھر ریاضی کی ترقی کو معیاری شکل میں اس طرح لکھا جاسکتا ہے کہ دوسری d متواتر اصطلاحات کے درمیان فرق مانس 1 n اصطلاحات کے درمیان n ہوگی اور اسی طرح مشابہہ کریں کہ d ہوگی تیسری اصطلاح جمع 2 d اصطلاح ایک جمع مشترکہ فرق کی اصطلاح میں پہلی ap لگاتار عام فرق موجود ہیں لہذا یا دوسری صورت میں اس طرز پر عمل کرتے ہوئے یہ دیکھنا مشکل نہیں ہے کہ اس کے ذریعہ دیا جاتا ہے اگلا آئیے ایک ریاضی کی ترقی کی d مانس 1 میں n جمع a کو فارمولہ d کے ساتھ عام فرق ap اور a اصطلاح سے 1 ann کچھ خصوصیات کا مشابہہ کریں جن کی ہم نے آخری لیکچر میں پہلی خاصیت پر تبادلہ خیال کیا ہے میں آپ کو یاد دلاتا ہوں کہ کیا bn لامحدودیت کے برابر ہے؟ ریاضی کی ترقی پھر دی گئی لے پی کی بر اصطلاح میں ایک ہی نمبر کو شامل کرنے سے حاصل کردہ ترتیب کے لیے جمع رقم کے برابر ہے دوبارہ ریاضی کی ترقی میں ہے ریاضی کی ترقی بنیادی n بر bn اصطلاح nth ہے جہاں bn جو کہ ترتیب طور پر یہ خاصیت کہتی ہے کہ ہم دی گئی ریاضی کی پیشرفت سے بر اصطلاح میں ایک مستقل جوڑ کر ایک ریاضی کی ترقی تشکیل دے سکتا ہے کر سکتا ہے۔ k دوسری خاصیت بر اصطلاح میں مستقل جوڑنے کے بجائے بہت ملتی جلتی ہے جسے ہم گھٹا سکتے ہیں یا دوسرے الفاظ میں یہ سے لامحدود کے برابر ہے تو ایک ریاضی کی ترقی ہے تو بر ایک 1 ann واضح ہونے کے لیے مثبت ہو یا منفی میں اس کی فہرست بنانا ہوں اگر کے برابر ہے 1 bn دوبارہ ریاضی کی ترقی ہے تو آئیے لکھیں bn کو گھٹا کر حاصل کی جانے والی ترتیب k اصطلاح سے مسلسل کہے ایک ریاضی کی پیشرفت ہے جاری رکھنے کے لیے ہمیں b n کا دعویٰ یہ ہے کہ تسلسل k کے لیے ایک مانس n سے شروع ہونے والے بر ایک کے لامحدود کے برابر ہے تو ایک ریاضی کی ترقی ہے یا ریاضی کی ترتیب پھر بر ایک کو ann ایک جیسی خاصیت حاصل ہے اگر ترتیب کی اصطلاح دوبارہ ایک ریاضی کی ترقی ہے حالانکہ یہ سیدھا آگے ہے آئیے ہم an ضرب دے کر حاصل کی گئی ترتیب تسلسل کے ساتھ ترتیب n ایک مستقل ہے آئیے ہم اسے بر an ہے اس کا مطلب ہے ایک جمع 1 مانس ap ایک an تفصیلات پر کام کریں ہمارا مفروضہ یہ ہے کہ کے سیٹ کا عنصر آئیے ہم ایک نئی ترتیب بناتے ہیں n کے طور پر کہتے ہیں۔ اس دی گئی ترتیب کو استعمال کرتے ہوئے قدرتی عدد d کے لیے کے برابر سے ضرب دیتے let bn کو کیسے بناتے ہیں ہم صرف ایک کو مستقل bn کو 1 سے لامحدودیت پر غور کریں ہم bnn ترتیب bn دوبارہ ریاضی کی ترقی میں ہے آئیے ہم یہ کرتے ہیں کہ bn ہمیں یہ دیکھنا ہوگا کہ یہ ترتیب an for every n اوقات c me بنی گنا ایک c بار ہوگا۔ ایک جو کہ c گنا ایک جمع 1 مانس c یہ bn جمع 1 مانس bn میں دو متواتر اصطلاحات کے فرق پر غور کریں یعنی n سب کے لیے ایک مستقل ہے an جمع 1 مانس ہے بطور ایک ریاضی ترتیب بنانا ہے اور جمع 1 مانس باقی رہتا ہے ایک bn جمع 1 مانس bn فرق n ملتا ہے لہذا ہم تمام قدرتی اعداد کے لیے کیا مشابہہ کرتے ہیں d اوقات c اس لیے ہمیں ایک ریاضی کی ترتیب ہے لیکن دوسری صورت کے برعکس کیا ہم نے دی گئی ریاضی کی bn مستقل یہ اس حقیقت کو قائم کرتا ہے کہ ترتیب پیشرفت سے اس میں مستقل جوڑ کر ایک ترتیب بنانی تھی یہاں تعمیر شدہ ترتیب کا مشترکہ فرق اس کے مشترکہ فرق سے مختلف ہے۔ دی گئی سے مختلف d ایک جیسا نہیں ہے لیکن یہ bn جمع 1 مانس bn ہے جبکہ فرق an d ریاضی کی پیشرفت دیکھیں کہ فرق ایک جمع 1 مانس بتایا جاسکتا ہے۔ یا تقسیم میں اسے جلدی سے یہاں لکھتا ہوں اگر ترتیب f کیا ہے اسی طرح کا نتیجہ c ہوسکتا ہے اس پر منحصر ہے کہ یہ ایک bn سے لامحدود کے برابر ہے تو ایک ریاضی کی ترقی ہے تو ترتیب کی بر اصطلاح کو تقسیم کرنے سے حاصل ہونے والی ترتیب 1 ann غیر صفر مستقل کے ساتھ ایک لے پی بنی رہتی ہے جب آپ بر اصطلاح کو تقسیم کر سکتے ہیں۔ اس لے پی کے غیر صفر نمبر کے ساتھ آپ ایک نیا ترتیب حاصل کر سکتے ہیں اور یہ دیکھنا مشکل نہیں ہے کہ نیا تسلسل دوبارہ ایک ریاضی کی ترقی ہے جس کا خلاصہ یہ ہے کہ ہم بر اصطلاح میں مستقل جوڑ کر ایک دی گئی لے پی سے ایک لے پی بنا سکتے ہیں۔ بر ٹرم سے ایک مستقل کو بر اصطلاح کے ساتھ ضرب دے کر یا بر اصطلاح کو مستقل سے تقسیم کر کے تقسیم کی صورت میں اس بات کو یقینی بنائیں کہ آپ جس عدد کے ساتھ تقسیم کر رہے ہیں وہ غیر صفر ہے اب ہم کو حقیقی نمبر دیے گئے نمبر دیے جاسکتے ہیں کیا ہم اسے کیپیٹل کے طور پر کہتے ہیں کہ ایک دیے b مندرجہ ذیل سوال پوچھتے ہیں کوما دیں کی شرائط اور ریاضی کی ترقی ہے لہذا یہ ہے کیو b جسے ہم داخل کرنا چاہتے ہیں اور دیا ہوا نمبر a گئے نمبر کو چھوٹا اور اس نمبر کیپیٹل سے ظاہر کریں اور ہم سے b اور چھوٹے a جس پر ہم ابھی خطاب کرنا چاہتے ہیں آپ کو دو حقیقی نمبر دیئے گئے ہیں آئیے ہم اسے چھوٹے بن جائے ریاضی کی ترتیب کی b اور چھوٹا a یہ دیکھنے کو کہا جائے کہ کیا ہم ایک ایسا سرمایہ لے سکتے ہیں جس سے چھوٹا سرمایہ مسلسل تین اصطلاحات کا مشابہہ ہے کہ ریاضی کی ترقی یا ریاضی کی ترتیب کے لیے کسی بھی دو لگاتار اصطلاح کا فرق اس بنیادی اصول کے مانس شمال a میں ہونا چاہیے۔ فرق یعنی کیپیٹل ap کو b اور a ساتھ یکساں رہنا چاہیے یا ہم اس سوال کا جواب دے سکتے ہیں کیونکہ کیپیٹل جمع a کے جو کہ کیپیٹل فراہم کرتا ہے برابر b جمع a کے برابر a کے ساتھ ہونا چاہیے یہ دو کو پڑھتا ہے a مانس کیپیٹل b کا فرق a حاصل کرنے کے لیے a دینے جانے سے یہ ہمیشہ ممکن ہے۔ ایک عدد کیپیٹل b اور چھوٹے a کے 2 سے اس طرح دو حقیقی نمبر چھوٹے b سے 2 کے ذریعے دیا جاتا ہے۔ آئیے ہم یہاں ایک b کو جمع a ایک ریاضی کی ترقی کی اصطلاحات ہیں اور کیپیٹل b اور a اس طرح کہ کیپیٹل am کے شارٹ کے لیے ریاضی کا مطلب a دو سے b جمع ہوتے ہیں۔ a نمبر b اور چھوٹے a تعریف کرتے ہیں جس میں دو نمبر چھوٹے سے دیا جاتا ہے آپ نے پہلے دیکھا ہے کہ جب دو نمبر دیے جاتے 2 b کو ایک جمع b اور a کا سادہ ریاضی کا مطلب b کہا جاتا ہے اور ہیں اور ہم ان کے درمیان ریاضی کا مطلب ڈالتے ہیں تو تین اعداد ایک ریاضی کی ترقی کی مسلسل تین اصطلاحات بن سکتے ہیں یہ کہنے کے بعد کیا ہم حقیقی b اور چھوٹے a آئیے تھوڑا سا عمومی سوال پوچھیں کہ کیا یہ دیے گئے دو نمبروں کے درمیان ایک عدد ڈالنے کے بجائے چھوٹے نمبروں کی محدود تعداد ڈال سکتے ہیں تاکہ دیے گئے دو عدد اعداد اور داخل کردہ اعداد سب مل کر کچھ ریاضی کی ترقی کی یکے بعد دیگرے کو دو نمبر ہونے دیں سوال یہ ہے کہ کیا ہم صرف ایک نمبر نہیں بلکہ حقیقی b اور a اصطلاحات کر سکتے ہیں مجھے آپ کے لیے لکھنے دیں ایک ترتیب کی لگاتار اصطلاحیں ہیں جو b اور an دو a ایک aa تاکہ an وغیرہ a2 پر کال کر سکتے ہیں a1 نمبروں کی محدود تعداد کو ایک ساتھ ریاضی کی 1 a1 جمع دو نمبر n نمبر ڈالنا چاہیں گے تاکہ n ہم ان کے درمیان b اور a کو دو نمبر دیے گئے ap کہ ہے اور پیشرفت کی لگاتار اصطلاحات ہیں آئیے ہم اس کا جواب دینے کی کوشش کریں کہ ضرورت ایک ایک ایک دو وغیرہ کی ہے اور ب ریاضی کی ترقی کے ساتھ b ہے۔ جمع 2 اصطلاحات n میں ہیں یعنی یہ اصطلاحات ریاضی کی ترقی کی کچھ متواتر اصطلاحات ہیں لہذا سب مل کر ہمارے پاس پلس ٹو ٹرم فارمولے کا استعمال کرتے dn اور عام فرق a کو دیا گیا پہلی اصطلاح چھوٹی ap recall جمع 12 ویں اصطلاح اس n بطور کا مشترکہ فرق ہے جس d ap میں جہاں d جمع 2 مانس 1 ہے n پلس ٹو ارتھ ٹرم بذریعہ فارمولہ ایک جمع n ہونے حاصل کیا جا سکتا ہے جمع n 2 نکلتا ہے b کے برابر ہونا چاہیے کیونکہ d جمع 1 کے n ہے ایک جمع b جمع 2 نمبر لگاتار ٹرمز بننا چاہیے جو n کے لیے یہ جمع 1 کے برابر a by n مانس b کو d کام کرنے سے یہ d جمع 2 مانس 1 میں n کے ساتھ موافق ہونا چاہیے ایک جمع b اصطلاح دیتا ہے ریاضی کی پیشرفت کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لیے ہمیں جس چیز کی ضرورت ہے وہ پہلی اصطلاح ہے اور عام فرق یہاں پہلی جمع 1 اس طرح دوسرا ٹرم جو کہ ڈالا n بذریعہ a مانس b بطور d دیا گیا ہے اور ہم نے ابھی حاصل کیا ہے عام فرق a اصطلاح کو نمبر جو a2 جمع 1 دوسرا نمبر داخل کیا جائے گا یعنی n بذریعہ a مانس b ہوگا جو ایک جمع d ایک جمع 1 a جانے والا پہلا نمبر ہے کیپیٹل

جمع 1 ہے  $a$  by  $n$  مائنس  $b$  ہے جو ایک جمع 2 میں  $a$  ایک جمع 2  $a^2$  کہ اس ریاضی کی ترقی میں تیسری اصطلاح ہونے جا رہی ہے لہذا پلس 1 اور  $a$  by  $n$  مائنس  $b$  کے فارمولے میں ایک جمع 3 بار پلگ کریں یعنی  $d$  ہے اور وہ  $d$  اسی طرح آپ 3 لکھ سکتے ہیں جو کہ جمع 3 ہے۔  $a$  مائنس  $b$  بار  $n$  میں جو کہ ایک جمع  $d$  کے برابر ہے  $n$  میں ڈالنا چاہتے ہیں ایک جمع  $an$  اسی طرح آخری نمبر جسے ہم سادہ جمع 1 اس طرح کسی بھی دو نمبروں کو دیا جائے تو ہم ہمیشہ ان کے درمیان بہت سے حقیقی اعداد داخل کر سکتے ہیں تاکہ اس داخل  $n$  بذریعہ کردہ نمبروں کے ساتھ دیے گئے اعداد ایک ریاضی کی ترقی کی یکے بعد دیگرے اصطلاحات بن سکیں تو میں خلاصہ کرتا ہوں کہ ہم نے دیکھا ہے مستقل کو ریاضی کی ترقی کی  $s$  ریاضی کی ترقی کی تعریف ایک ترتیب ایسی ہے کہ کسی بھی دو متواتر اصطلاحات کے درمیان فرق باقی رہے۔ جمع 2  $da$  جمع  $aa$  ہے  $d$  ہوتی ہے اور مشترکہ فرق  $a$  ایک ریاضی کی ترقی کی معیاری شکل کہا جاتا ہے جس میں پہلی اصطلاح چھوٹی  $a$  کا ریاضی کا مطلب  $b$  اور  $a$  دیے گئے دو نمبر  $d$  مائنس 1 میں دیا جاتا ہے۔  $n$  جمع  $a$  کو فارمولہ  $an$  ٹرم  $n$ th اور اسی طرح  $d$  کے ذریعے دیا گیا ہے یہ صرف ایک سرسری خلاصہ کے لیے ہے اگلا ہم مندرجہ ذیل سوال پوچھتے ہیں کہ  $2b$  جمع  $a$  کا فارمولہ  $b$  اور  $2$  جمع  $aa$  plus  $da$  plus  $2$  ہے دی گئی ہم اسے اس کی معیاری شکل میں لیتے ہیں  $d$  اور عام فرق کے ساتھ ریاضی کی ترقی  $a$  پہلی اصطلاح اصطلاحات کا مجموعہ کیا ہے سادہ میں ہم جمع  $n$  کی پہلی  $ap$  اور اسی طرح اس سوال پر جس کا ہم جواب دینا چاہتے ہیں وہ یہ ہے کہ اس  $d$  کیا ہمارے پاس اس کے لئے ایک  $t$  مائنس 1 میں  $n$  ٹرم تک یعنی ایک جمع  $n$ th کے لیے اظہار حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ ایک جمع ڈی پلس وغیرہ بند شکل کا اظہار ہوسکتا ہے جس کا جواب دینے سے پہلے ہم اس کی مزید تحقیق کرنا چاہتے ہیں مجھے آپ کے ساتھ شیئر کرنے دیں اور یہ ایک مشہور کہانی ہے کارل فریڈرک گاس جو ریاضی کے شہزادہ اسٹور کے نام سے مشہور ہیں۔ اس طرح گاؤس کو اس کے استاد نے اس کی بدتمیزی کی سزا دی تھی اس کی سزا کیا تھی کہ پہلے سو قدرتی اعداد کا مجموعہ تلاش کرنا اتنا آسان ہے کہ اسے درست کرنا ہے لیکن میں آپ کو یاد دلاتا ہوں کہ یہ اس وقت ہوا جب وجہ کافی پانچ سال کی تھی۔ گاس سیکنڈوں میں جواب دے سکتا ہے کہ زمین پر وہ پہلے سو قدرتی نمبروں میں سے کچھ سیکنڈ کے اندر کیسے لے سکتا ہے وہ بھی پانچ سال کی عمر میں اس نے ایک شاندار چال استعمال کی اور یہ چال اس سو نمبروں کو گروپ کر رہی ہے۔ میں آپ کو ایک خاکہ پیش کرتا ہوں اس نے سو فطری اعداد ایک دو تین وغیرہ کو درج کیا سو تک مکمل نہیں لکھا جا سکتا لیکن پھر وہ دیکھ سکتا ہے کہ ان 100 نمبروں کو مندرجہ ذیل طریقے سے گروپ کیا جا سکتا ہے گروپ 100 ایک ساتھ گروپ 2 اور 99 ایک ساتھ گروپ اور 90 8 ایک ساتھ اور اسی طرح سو نمبروں کو جوڑنا ہے کیا آپ نے مشاہدہ کیا ہے کہ ہر جوڑے کا مجموعہ ایک نہیں ایک ہے 100 کا 3 مجموعہ ایک نہیں دو کا مجموعہ ہے اور 99 ایک نہیں تین کا مجموعہ ہے اور 98 ایک نہیں ایک ہے اور اسی طرح لہذا ہر جوڑے میں کچھ ایک نہیں کتنے جوڑے ہیں یاد کریں سو نمبر ہیں تو پچاس جوڑے ہیں اور ہر جوڑے کا ایک نہیں ایک جوڑا ہے تو کل رقم 50 جوڑے ہیں ہر ایک جوڑے کے ساتھ ایک نہیں تو یہ ایک میں 50 ہے جو کہ فائی زیرو فائی صفر ہے اس طرح گاس دوسرے کے معاملے میں پہلے سو قدرتی نمبر کا مجموعہ کیسے گن سکتا ہے، اس میں کوئی شک نہیں کہ یہ ایک قابل ذکر حقیقت ہے کہ وہ پانچ سال کی عمر میں اس خیال کو تصور کر سکتا تھا اور شاندار طور پر جوڑا بنانے اور شامل کرنے کا ایک ہی خیال یہ ہے کہ ہم اس سوال کا جواب دینے کے لیے کیا کرنے جا رہے ہیں جو میں نے تھوڑا سا اور اسی طرح ہم اس کا  $d$  جمع 2  $a$  جمع  $d$  جمع  $aa$  اصطلاحات کا مجموعہ کیا ہے  $n$  پہلے اٹھایا تھا سوال کیا تھا کہ ریاضی کی ترقی کے اصطلاحات کے  $n$  کے حساب سے ریاضی کی ترقی کی پہلی  $sn$  جواب دیتے ہیں آئیڈیا گاس ایک دو سو کا مجموعہ استعمال کرتا ہے آئیے ہم وہیں اصطلاح کو  $n$  پلس پلس ڈی پلس وغیرہ کے لیے استعمال کرتا ہوں نیز  $aa$  وہ اشارے ہے جسے میں  $sn$  مجموعہ کو ظاہر کرتے ہیں لہذا اور جو ہم  $d$  مائنس 1 میں  $n$  ہے۔ جمع  $d$  اور عام فرق جیسا کہ  $a$  اصطلاح کے ساتھ پہلی اصطلاح بطور  $n$ th کی  $ap$  یاد رکھیں ایک مائنس 1 آخری اصطلاح کے  $d$  مائنس 1 کو  $n$  جمع  $a$  ویں اصطلاح کو کال کرنے دیں  $n$  شرائط ہیں مجھے  $n$  چونکہ ہمارے پاس صرف  $1$   $d$  پہلے سو قدرتی نمبر 1 پلس وغیرہ تلاش کرنا چاہتے ہیں  $d$  جمع  $a$  کے برابر پلس  $s$   $n$  سے ظاہر کرتا ہوں تاکہ ہم  $1$  طور پر اور میں اسے بھی لکھ سکتے  $sn$  کو جمع کرنے کے خیال کو یاد رکھیں ہم نے اسے ڈھالتے ہوئے اسے گروپ کیا ہے۔ ہو سکتا ہے تھوڑی سی ترمیم کے ساتھ ہم سے پچھلی 1 اور 1 اسے آخری ٹرم کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے 1 ایک پلس ایک پلس ڈی پلس وغیرہ ہے پلس  $sn$  ہیں جیسا کہ یاد رہے اور اسی طرح ہم پہلی ٹرم  $d$  مائنس 2 1 مائنس کیا ہو گا؟ مشترک فرق یہ نہیں ہے کہ اس سے پہلے 1 اصطلاح کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ یہ تک پہنچیں گے  $a$

کی  $n$  کو شامل کریں پہلے  $sn$  sum لکھ رہے ہیں اب آئیے ہم دونوں اظہار  $a$  سے 1 تک لکھنے کے بجائے ہم 1 سے  $a$  سے اس لیے  $a$  سے شروع ہو کر 1 کی اصطلاحات کا مجموعہ لیکن اب  $n$  کے ساتھ ختم ہوتی ہیں اور اسی 1 سے شروع ہوتی ہیں اور  $a$  اصطلاحات جو اور  $a$  برابر کیا آپ دیکھتے ہیں کہ  $sn$  دیتا ہے تو  $sn$  دو بائیں ہاتھ کی طرف آپ کو 2 سے  $se$  کے ساتھ ختم ہوتا ہے آئیے ہم جمع کرتے ہیں۔ دوسرے اظہار میں  $d$  مائنس 1 پہلے اظہار میں اور دوسری اصطلاح  $d$  جمع  $a$  تک جوڑتا ہے اسی طرح دوسری اصطلاح 1 ایک جمع 1 ہے اور دوسرے اظہار میں آخری 1 منسوخ ہو جاتا ہے اور اسی طرح پہلے اظہار میں آخری اصطلاح  $t$  1 جوڑتا ہے ایک جمع دینے کے لیے جمع کرنے تک کا اضافہ کرتا ہے براہ کرم 1 اور 2 کو دوبارہ دیکھیں اور متعلقہ کا موازنہ کریں۔ دائیں ہاتھ کے اظہار میں 1 ٹرم ایک ہے جو تک جوڑا ہے پہلے اظہار کے دائیں 1 انہوں نے ایک جمع 1 اصطلاحات پہلے اظہار میں پہلی اصطلاح دوسرے اظہار میں پہلی اصطلاح ہے دینے کے لیے جمع 1 ہے وہ جمع  $d$  مائنس 1 ہاتھ میں دوسری اصطلاح ایک جمع ڈی ہے اور سیکنڈ کے دائیں ہاتھ کی دوسری اصطلاح اظہار حاصل  $sn$  کی کتنی اصطلاحات ہیں اس طرح ہمیں 2  $n$  اور اس طرح 1 اور اسی طرح ایک جمع 1 کرتے ہیں اور اسی طرح ایک جمع لا جمع 1 کو 2 بار جمع  $n$  کے برابر  $sn$  کے لیے ایک اظہار ہے تو آئیے  $sn$  کے بجائے  $sn$  ہم چاہتے ہیں 2 1 ضرب کے برابر  $n$  ہوتا ہے بذریعہ 2 پہلی ٹرم اور آخری ٹرم  $n$  شرائط کو  $n$  کا ایک فارمولہ مجموعہ ملتا ہے۔ ریاضی کی پیشرفت کی پہلی  $f$  لکھیں اور اس سے آپ کو آخری اصطلاح ہے ہم غور 1 بذریعہ 2 جمع میں بھی لکھا جا سکتا ہے یاد رکھیں  $n$  کے برابر  $sn$  میں دیا جاتا ہے یہ ایک اہم فارمولہ ہے اسے لہذا تھوڑی سی  $d$  مائنس 1 میں  $n$  ویں اصطلاح ہے جو کہ ایک جمع  $n$  کی  $ap$  دراصل اس 1 نمبر پر غور کر رہے ہیں لہذا  $n$  میں ہے اس سے ایک متبادل ملتا ہے۔ ریاضی کی ترقی کے پہلے  $d$  مائنس 1 میں  $n$  سے 2 گنا 2 ایک جمع  $n$  ریاضی سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہ اصطلاحات کے مجموعے کے لیے فارمولہ پہلے استعمال کیا جا سکتا ہے اگر آپ کو ایک لے پی فراہم کیا جائے اور بالکل ٹھیک طور پر ہم پہلی  $n$  اصطلاح اور آخری اصطلاح کا پتہ لگا سکتے ہیں جبکہ دوسری اصطلاح کو ہم استعمال کر سکتے ہیں اگر پہلی اصطلاح اور عام فرق معلوم ہو اور اصطلاحات کی تعداد ان کو لے پی پر کہنے کے بعد دی گئی ہے آئیے ہم ایک اور قسم کی ترتیب خصوصی ترتیب کی طرف بڑھتے ہیں جسے جیومیٹرک پروگریشن کہا جاتا ہے یاد رکھیں کہ ریاضی کی ترقی میں لگاتار دو اصطلاحوں کا فرق کسی بھی دو لگاتار ٹی کے فرق کے بجائے اگر کسی ترتیب کی کسی دو متواتر اصطلاحات کا تناسب مستقل رہتا ہے تو ہم اس ترتیب کو جیومیٹرک پروگریشن کہتے ہیں  $rms$  مستقل رہتا ہے۔ کہا جاتا ہے اگر کوئی اصطلاحات نہ ہوں۔  $gp$  سے لا محدود کے برابر ہے مختصراً ہندسی ترقی 1  $ann$  مجھے تعریف لکھنے دیں ایک ترتیب کے برابر ہے مجھے ایک ترتیب دہرانے دیں غیر  $r$  عنصر کے لیے  $n$  کے ہر  $n$  صفر اور ایک جمع 1 بذریعہ دو متواتر اصطلاحات کا تناسب سے قطع نظر آپ کسی بھی دو  $n$  کو ہندسی ترقی کہا جاتا ہے اگر تناسب ایک باقی رہتا ہے۔ مستقل  $an$  صفر حقیقی اعداد کی متواتر اصطلاح کے درمیان تناسب لیتے ہیں ایک اصطلاح کو اس کی سابقہ اصطلاح سے تقسیم کیا جاتا ہے اسے مستقل کو یاد دلانا چاہئے براہ کرم اس شرط کو نوٹ کریں کہ ترتیب کی کوئی اصطلاح 0 نہیں ہے جو اس تقسیم کو آسان بناتی ہے ایک پلس 1 بذریعہ ایک فوری طور پر ترتیب پر غور کریں۔ 3 6 12 24 وغیرہ کیا آپ پیٹرن کا مشاہدہ کر سکتے ہیں دوسری ٹرم پہلی ٹرم کو دو تیسری ٹرم کے ساتھ ضرب دوسری بار 2 سے ضرب

چوتھی ٹرم 6 by ٹرم بذریعہ دوسری ٹرم 12 ird اور اسی طرح دوسرے لفظوں میں دوسری اصطلاح پہلی اصطلاح 6 سے 3 کے برابر ہے کے لیے 2 کے برابر ہے اس قیاس کے ساتھ کہ یہ پیٹرن اسی n بر an بذریعہ تیسری ٹرم کے برابر ہے اور اسی طرح یہاں ایک جمع 1 بذریعہ n طرح ترتیب کو ایک سے دو ایک کر کے چار ایک پر غور کریں۔ بذریعہ آٹھ ایک بذریعہ سولہ وغیرہ میں ایک عام اصطلاح لکھتا ہوں 1 بذریعہ پاور کسی بھی دو لگاتار r کے برابر ہے اس r عنصر کے n کے بر an n وغیرہ اسے بندسی ترقی کہا جاتا ہے اگر ایک جمع 1 بذریعہ gp اصطلاحات کا تناسب جو مستقل رہتا ہے اسے عام تناسب کہا جاتا ہے جیسا کہ ریاضی کی ترقی پہلی اصطلاح تھی اور عام فرق مکمل طور پر ہے a کے معاملے میں پیشرفت کو بیان کرتا ہے پہلی اصطلاح اور عام تناسب مکمل طور پر ایک بندسی ترقی کو بیان کرتا ہے اگر پہلی اصطلاح گنا ہے r ایک پلس 1 r is an کو معیاری شکل میں لکھ سکتے ہیں بطور یاد رکھیں ایک جمع 1 بذریعہ gp ہے تو ہم r اور مشترکہ تناسب کے ساتھ a ہے اور اسی طرح پہلی اصطلاح a مربع r گنا ہو گی جو r گنا ہو گی تیسری ٹرم دوسری ٹرم کا r تو دوسری ٹرم پہلی ٹرم کا ہے ارار اسکوائر کے ذریعہ دیا گیا ہے اور اسی طرح پیٹرن پر عمل کرتے ہوئے آپ دیکھ r بندسی ترقی کی معیاری شکل ہے اور عام تناسب اور پہلی اصطلاح کے ساتھ r مائنس 1 یہ عام تناسب n پاور ar وین اصطلاح درج ذیل ہے n سکتے ہیں کہ معیاری شکل میں اس جی پی کی پہلی gp وین اصطلاح کا اظہار ہے۔ ریاضی کی ترقی کے معاملے کی طرح آئیے ہم مندرجہ ذیل سوال پوچھتے ہیں کہ کیا ہم ایک n کی gp مائنس 1 ar power n nth term ar مربع وغیرہ gp aarar شرائط کے مجموعہ کے لیے ایک بند شکل کا اظہار حاصل کر سکتے ہیں n جمع ar جمع a اصطلاحات کے مجموعہ کو ظاہر کرتا ہے n پہلی sn وغیرہ کے لیے کیا ہم ایک فارمولہ حاصل کر سکتے ہیں ؟ مائنس 1 ہم اگلی کلاس میں فارمولہ تیار کریں گے یہاں ہم ایک قدرے مختلف تکنیک اپنائیں گے یاد کریں کہ etcetera plus ar power n اگلی sm کی صورت میں ہم تکنیک استعمال کرتے ہیں یا مناسب طریقے سے گروپ بندی کی چال یہاں ہم ایک مختلف استعمال کر سکتے ہیں۔ ap کو مزید دریافت کریں گے شکریم ap اور gp کلاس کے لیے فارمولہ تیار کرنے کی تکنیک ہم فارمولہ قائم کریں گے اور