

अनुक्रम आणि मालिका या विषयावरील व्याख्यानात परत आपले स्वागत आहे , चला एक अंकगणितीय प्रगती आठवू या ज्याची आपण शेवटच्या व्याख्यानात व्याख्या केली होती , आपण  $ap$  कॉल करूया थोडक्यात आठवते की अंकगणित प्रगती हा एक क्रम आहे ज्यामध्ये फरक कोणत्याही दोन सलग संज्ञा सारख्याच राहिल्या तर

1 ते अनंतापर्यंतचा अनुक्रम  $ann$  1 पेक्षा मोठ्या किंवा बरोबरीच्या सर्व पूर्णांकांसाठी अधिक  $d$  बरोबर असेल तर त्याला अंकगणितीय प्रगती म्हणतात .

दोन सलग संज्ञा म्हणजे एक अधिक 1 आणि  $an$  आहे  $d$  जेथे  $d$  ही स्थिर आहे पहिली संज्ञा  $a$  एक आणि सामान्य फरक  $d$  अंकगणित प्रगती पूर्णपणे निर्धारित करतो म्हणजे जर  $ann$  1 ते अनंत समान असेल तर 1 सह अंकगणित प्रगती आहे नावाच्या पहिल्या पदाच्या समान आणि दोन लागोपाठ पदांमधील फरकाला  $d$  म्हणतात सामान्य फरक नंतर अंकगणित प्रगती लिहिली जाऊ शकते खालीलप्रमाणे मानक फॉर्ममध्ये

, दुसरी संज्ञा एक अधिक सामान्य फरक असेल  $d$  तिसरी संज्ञा अधिक 2  $d$  असेल आणि त्याचप्रमाणे  $n$  संज्ञांमध्ये  $n$  वजा 1 सलग सामान्य फरक आहेत हे पहा किंवा अन्यथा या पॅटर्नचे अनुसरण करा.

हे पाहणे कठीण नाही की

या  $ap$  च्या टर्ममध्ये  $ap$  म्हणजे प्रथम टर्म  $a$  आणि सामान्य फरक  $d$  द्वारे  $a$  प्लस  $n$  वजा 1 मध्ये  $d$  या सूत्राने दिलेले आहे.

पुढे आपण अंकगणित प्रगतीचे काही गुणधर्म पाहू या ज्याच्या पहिल्या गुणधर्मावर आपण चर्चा केली आहे.

शेवटचे व्याख्यान मी तुम्हाला आठवण करून देतो की जर  $ann$  1 ते अनंताच्या समान असेल तर अंकगणित प्रगती असेल तर दिलेल्या  $ap$  च्या प्रत्येक टर्ममध्ये समान संख्या जोडून प्राप्त केलेला अनुक्रम  $bn$  हा क्रम आहे जेथे  $n$ th संज्ञा  $bn$  अधिक बेरीज  $k$  च्या समान आहे प्रत्येक  $n$  साठी पुन्हा अंकगणित प्रगती आहे अंकगणित प्रगती मूलतः हा गुणधर्म सांगते की आपण जोडून दिलेल्या अंकगणित प्रगतीपासून अंकगणितीय प्रगती तयार करू शकतो

प्रत्येक टर्मला स्थिरांक जोडणे ही दुसरी प्रॉपर्टी

प्रत्येक टर्ममध्ये

स्थिरांक जोडण्याऐवजी अगदी

सारखीच असते.

अंकगणित प्रगती नंतर प्रत्येक पदासाठी स्थिर म्हण  $k$  वजा करून प्राप्त केलेला क्रम  $bn$  ही पुन्हा अंकगणितीय प्रगती आहे म्हणून आपण  $bn$  लिहू या प्रत्येक  $n$  साठी 1 वजा  $k$  च्या बरोबरीचा असा दावा आहे की क्रम  $bn$  ही अंकगणितीय प्रगती आहे.

जर अनुक्रम  $ann$  एक ते अनंताच्या बरोबर असेल तर एक समान गुणधर्म असू द्या ही अंकगणितीय प्रगती किंवा अंकगणितीय क्रम असेल तर अनुक्रमाच्या

प्रत्येक पदाचा गुणाकार करून प्राप्त केलेला क्रम हा स्थिरांकासह पुन्हा अंकगणितीय प्रगती आहे जरी तो सरळ पुढे असला तरी आपण कार्य करूया.

तपशील आमचे गृहीत आहे की  $an$  एक  $ap$  आहे याचा अर्थ अधिक 1 वजा  $an$  स्थिरांक आहे आपण प्रत्येक  $n$  साठी  $d$  म्हणून कॉल करूया

या दिलेल्या क्रमाचा वापर करून नैसर्गिक संख्येच्या  $n$  च्या संचाचा घटक आपण एक नवीन क्रम तयार करू या  $bn$  अनुक्रमे  $bnn$

बरोबर 1 ते अनंत कसे बनवायचे याचा विचार करू या  $bn$  आपण फक्त एक स्थिरांक सह गुणाकार करू या  $bn$  प्रत्येक  $n$  साठी काही  $c$  वेळा  $an$  बरोबर आहे

$bn$  हा क्रम पुन्हा अंकगणिताच्या प्रगतीमध्ये आहे हे आपण बघूया की  $bn$  मधील दोन लागोपाठच्या पदांचा फरक विचारात घेऊया म्हणजे  $bn$  अधिक 1 वजा  $bn$  हा  $c$  गुणिले अधिक 1 वजा  $c$  पट असेल आणि जो  $c$  गुणिले अधिक आहे.

1 वजा  $an$  हा अंकगणितीय क्रम बनवतो आणि अधिक 1 वजा  $an$  हा सर्वांसाठी स्थिरांक असतो  $n$  म्हणून आपल्याला  $c$  गुणिले  $d$  मिळतो म्हणून आपण सर्व नैसर्गिक संख्यांसाठी काय निरीक्षण करतो  $n$   $bn$  अधिक 1 वजा  $bn$  हा एक स्थिरांक राहतो हे सत्य स्थापित करते अनुक्रम  $bn$  हा एक अंकगणितीय क्रम आहे परंतु इतर बाबतीत विपरीत आम्ही दिलेल्या अंकगणितीय प्रगतीपासून एक क्रम तयार केला आहे

आणि त्यात स्थिरांक जोडून येथे रचनाचा सामान्य फरक आहे  $ted$  क्रम हा दिलेल्या अंकगणिताच्या प्रगतीच्या सामान्य फरकापेक्षा वेगळा आहे पहा की फरक  $a$  अधिक 1 वजा  $an$   $d$  आहे तर  $bn$  अधिक 1 वजा  $bn$  हा फरक  $d$  समान नाही परंतु हा  $c$  काय आहे

यावर अवलंबून तो  $d$  पेक्षा वेगळा असू शकतो समान परिणाम भागाकारासाठी सांगितले जाऊ शकतात मी ते येथे पटकन लिहू द्या जर अनुक्रम  $ann$  1 ते अनंत बरोबर असेल तर अंकगणित प्रगती असेल तर अनुक्रमाच्या प्रत्येक पदाला विभाजित करून प्राप्त केलेला

अनुक्रम  $bn$  शून्य नसलेल्या स्थिरांकांसह  $ap$  असेल

तर एक  $ap$  असेल.

तुम्ही त्या  $ap$  च्या प्रत्येक पदाला शून्य नसलेल्या संख्येने विभाजित करू शकता, तुम्हाला नवीन क्रम मिळू शकेल आणि नवीन क्रम पुन्हा एक अंकगणितीय प्रगती आहे हे पाहणे कठीण नाही , आम्ही जोडून दिलेल्या  $ap$  वरून  $ap$  तयार करू शकतो.

प्रत्येक पदाचा स्थिरांक प्रत्येक पदातून स्थिरांक वजा करून प्रत्येक पदासह स्थिरांकाचा गुणाकार करून किंवा भागाकाराच्या बाबतीत प्रत्येक पदाला

एका स्थिरांकाने भागून सुत्र असल्याची खात्री करा एर ज्याने तुम्ही भागाकार करत आहात ते शून्य नसलेले आहे आता आपण खालील प्रश्न विचारू या  $b$  ला स्वल्पविराम द्यावा खरी संख्या दिलेली संख्या दिली आहे का आपण संख्या घालू या त्याला कॅपिटल म्हणूया जसे की दिलेल्या संख्येला लहान आणि या संख्येचे कॅपिटल  $a$  जी आम्ही घालू इच्छितो आणि दिलेली संख्या  $b$  ही संज्ञा आणि अंकगणितीय प्रगती आहे,

त्यामुळे हा प्रश्न आहे जो आम्ही आता संबोधित करू इच्छितो,

तुम्हाला दोन वास्तविक संख्या दिल्या आहेत, चला लहान  $a$  आणि लहान  $b$  ने दर्शवूया आणि आम्हाला विचारले जाईल आपण असे भांडवल आपण शकतो की लहान भांडवल  $a$  आणि लहान  $b$  अंकगणित क्रमाच्या सलग तीन संज्ञा बनतात की अंकगणिताच्या प्रगतीसाठी किंवा अंकगणितीय अनुक्रमासाठी कोणत्याही दोन सलग संज्ञांचा फरक सारखाच राहिला पाहिजे हे पहा.

हे मूलभूत तत्त्व किंवा आपण या प्रश्नाचे उत्तर देऊ शकतो कारण भांडवल  $a$  आणि  $b$  मध्ये असणे आवश्यक आहे म्हणजे भांडवल  $a$  वजा लहान  $a$  हे  $b$  वजा कॅपिटलच्या फरकाशी एकरूप असले पाहिजे  $a-1$   $a$  हे दोन  $a$  इकल टू  $a$  प्लस  $b$  चे वाचन करते जे कॅपिटल प्रदान करते  $a$  बरोबर  $a$  प्लस  $b$  बरोबर  $2$  अशा प्रकारे दोन वास्तविक संख्या लहान  $a$  आणि  $b$  लहान दिल्यास संख्या कॅपिटल मिळणे नेहमीच शक्य असते जसे की कॅपिटल  $a$  आणि  $b$  असतात अंकगणिताच्या प्रगतीच्या अटी आणि कॅपिटल  $a$  ला  $a$  प्लस  $b$  द्वारे  $2$  दिले जाते.

येथे दोन संख्या लहान  $a$  आणि  $b$  ची संख्या  $a$  अधिक  $b$  द्वारे दोन देऊन एक व्याख्या करू या,  $a$  आणि  $b$  च्या छोट्या साठी अंकगणित सरासरी  $am$  म्हणतात मी  $a$  आणि  $b$  चे साधे अंकगणितीय माध्य टाकू या आणि  $b$  ला अधिक  $b$  द्वारे  $2$  दिलेला आहे, तुम्ही पूर्वी पाहिले असेल की जेव्हा दोन संख्या दिल्या जातात आणि आपण त्यांच्यामध्ये अंकगणितीय माध्य टाकतो तेव्हा तीन संख्या अंकगणिताच्या प्रगतीच्या सलग तीन संज्ञा बनू शकतात.

म्हंटले की आपण थोडासा सामान्य प्रश्न

विचारूया की दिलेल्या दोन संख्यांच्या मध्ये एक संख्या घालण्याऐवजी लहान  $a$  आणि लहान  $b$  मध्ये आपण वास्तविक संख्यांची मर्यादित संख्या घालू शकतो

जेणेकरून दिलेल्या दोन संख्या आणि  $t$  त्याने सर्व एकत्रित संख्या समाविष्ट केल्या आहेत काही अंकगणित प्रगतीच्या क्रमिक संज्ञा मी तुमच्यासाठी लिहू द्या  $a$  आणि  $b$  दोन संख्या असू द्या प्रश्न काय आहे आपण संख्या समाविष्ट करू शकतो फक्त एक संख्या नाही तर वास्तविक संख्यांची मर्यादित संख्या आपण  $a_1$   $a_2$  इ.

$a$  म्हणजे  $aa$  एक  $a$  दोन  $an$  आणि  $b$  हे अनुक्रमाचे अनुक्रमिक संज्ञा आहेत जे आहे आणि  $ap$  म्हणून दोन संख्या  $a$  आणि  $b$  दिल्या आहेत आम्ही त्यांच्यामध्ये  $n$  संख्या घालू इच्छितो जेणेकरून  $n$  अधिक दोन संख्या एकत्रितपणे  $an$  चे अनुक्रमिक संज्ञा असतील अंकगणित प्रगती आपण याचे उत्तर देण्याचा प्रयत्न करूया की  $aa$  एक दोन इत्यादी  $an$  आणि  $b$  ही आवश्यकता अंकगणित प्रगतीमध्ये आहे याचा अर्थ या संज्ञा अंकगणिताच्या प्रगतीच्या काही सलग संज्ञा आहेत म्हणून सर्व मिळून आपल्याकडे  $n$  अधिक  $2$  संज्ञा आहेत ज्यात  $b$  बरोबर  $n$  आहे.

अधिक त्या एपी रिकॉलची  $12$  वी टर्म

पहिली टर्म लहान  $a$  आणि सामान्य फरक  $dn$  अधिक दोन टर्म फॉर्म्युला द्वारे  $n$  प्लस टू अर्थ टर्म वापरून मिळवता येते  $1a$  हा एक अधिक  $n$  अधिक  $2$  वजा  $1$  मध्ये  $d$  आहे जेथे  $d$  हा  $ap$  चा सामान्य फरक आहे ज्यासाठी ही  $n$  अधिक  $2$  संख्या लागोपाठ पदे बनली पाहिजेत जी  $b$  आहे बरोबर  $n$  अधिक  $1$   $d$  मध्ये  $d$  म्हणून  $b$  निघते  $n$  अधिक  $2$  संज्ञा  $b$  चा एक अधिक  $n$  अधिक  $2$  वजा  $1$  मध्ये  $d$  बरोबर जुळला पाहिजे यावरून  $d$  समान मिळते  $b$  उणे  $a$  बाय  $n$  अधिक  $1$  रिकॉल अंकगणित प्रगतीचे पूर्णपणे वर्णन करण्यासाठी आपल्याला पहिली संज्ञा आणि सामान्य फरक आवश्यक आहे येथे पहिल्या पदाला  $a$  क्रमांक दिलेला आहे आणि आम्हाला आत्ताच  $b$  वजा  $a$  द्वारे  $n$  अधिक  $1$  असा सामान्य फरक  $d$  प्राप्त झाला आहे अशा प्रकारे दुसरी संज्ञा जी पहिली संख्या आहे जी कॅपिटल  $a$   $1$  घातली जाईल ती अधिक  $d$  असेल जी एक अधिक आहे  $b$  वजा  $a$  बाय  $n$  अधिक  $1$  ही दुसरी संख्या समाविष्ट करायची आहे म्हणजे  $a_2$  ही या अंकगणित प्रगतीतील तिसरी संज्ञा असणार आहे

म्हणून  $a_2$  हा अधिक  $2d$  आहे जो एक अधिक  $2$  मध्ये  $b$  उणे  $a$  बाय  $n$  अधिक  $1$  आहे.

तुम्ही  $3$  लिहू शकता जे अधिक  $3d$   $an$  आहे  $d$  म्हणजे  $d$  साठी फॉर्म्युलामध्ये  $d$  एक प्लस  $3$  वेळा प्लग होईल म्हणजे  $b$  उणे  $a$  बाय  $n$  अधिक  $1$  आणि अशा प्रकारे शेवटची संख्या जी आपण साध्या  $an$  मध्ये घालू इच्छितो ती  $d$  मध्ये एक अधिक  $n$  च्या बरोबर आहे जी अधिक  $n$  वेळा आहे  $b$  उणे  $a$  बाय  $n$  अधिक  $1$  अशा प्रकारे कोणत्याही दोन संख्या दिल्यास आपण नेहमी त्यांच्यामध्ये अनेक वास्तविक संख्या घालू शकतो जेणेकरून या घातलेल्या संख्यांसह दिलेल्या संख्या

अंकगणिताच्या प्रगतीच्या क्रमिक संज्ञा बनू शकतील.

अंकगणिताच्या प्रगतीच्या व्याख्येत पाहिले तर असा क्रम आहे की कोणत्याही दोन क्रमिक पदांमधील फरक स्थिर राहतो हा अंकगणित प्रगतीचा मानक प्रकार आहे ज्याला प्रथम संज्ञा लहान  $a$  आणि सामान्य फरक  $d$  आहे  $aa$  अधिक  $da$  अधिक  $2d$  आणि म्हणून  $n$ व्या पदावर  $a$  हे सूत्र  $a$  अधिक  $n$  वजा  $1$  मध्ये  $d$  दिलेले आहे  $a$  आणि  $b$  चे अंकगणितीय माध्य  $a$  आणि  $b$  द्वारे दिले जाते  $a$  प्लस  $b$  द्वारे  $2$  हे फक्त  $a$  साठी आहे त्वरीत संक्षेप पुढे आपण खालील प्रश्न विचारू या प्रथम पद  $a$  आणि सामान्य फरक  $d$  सह अंकगणितीय प्रगती दिली आहे ती आपण  $aa$  अधिक  $da$  अधिक  $2d$  या मानक स्वरूपात घेऊया आणि याप्रमाणे आपल्याला ज्या प्रश्नाचे उत्तर द्यायचे आहे ते खालीलप्रमाणे आहे.

या  $ap$  च्या पहिल्या  $n$  पदांची बेरीज किती आहे साध्या भाषेत आपल्याला  $a$  plus  $d$  plus इत्यादी साठी  $n$ th टर्म म्हणजे  $a$  plus  $n$  minus  $1$  to  $t$  साठी एक अभिव्यक्ती मिळवायची आहे आपण यासाठी एक बंद फॉर्म अभिव्यक्ती करू शकतो ते म्हणजे काय याचे उत्तर देण्यापूर्वी आम्हाला पुढील तपास करायचा आहे आणि मी तुमच्यासोबत एक डॉट शेअर करू या, ही कार्ल फ्रेडरिक गॉसची प्रसिद्ध कथा आहे, ज्याला गणिताचा राजकुमार म्हणून ओळखले जाते, ही कथा अशी आहे की गॉसला त्याच्या शिक्षकाने त्याच्या गैरवर्तनाबद्दल शिक्षा दिली होती.

दिलेली शिक्षा म्हणजे पहिल्या शंभर नैसर्गिक संख्यांची बेरीज शोधणे इतके सोपे आहे की ते योग्यरित्या करणे सोपे आहे परंतु मी तुम्हाला याची आठवण करून देतो जेव्हा कारण पाच वर्षांचे होते तेव्हा आश्चर्यकारकपणे गॉस येऊ शकतो आता काही सेकंदात उत्तर देऊन, पृथ्वीवर तो पहिल्या शंभर नैसर्गिक संख्येपैकी काही सेकंदात कसा येऊ शकतो, तो सुद्धा वयाच्या पाचव्या वर्षी त्याने एक उत्तम युक्ती वापरली आणि ही युक्ती या शंभर संख्येचे गट करत आहे, मी तुम्हाला एक देतो.

बाह्यरेखा त्याने शंभर नैसर्गिक संख्यांची यादी केली एक दोन तीन इत्यादी शंभर पर्यंत पूर्णतः लिहिल्या जाऊ शकत नाहीत परंतु नंतर तो

पाहू शकतो की या 100 संख्या खालील प्रकारे गटबद्ध केल्या जाऊ शकतात गट 100 एकत्र गट 2 आणि 99 एकत्र गट 3 आणि 90 8 एकत्र आणि याप्रमाणे शंभर संख्यांची जोडणी होत आहे, तुम्ही पाहत आहात की प्रत्येक जोडीतील बेरीज एक नाही, 100 ची बेरीज एक नाही दोन ची बेरीज नाही आणि 99 ही एक नाही तीनची बेरीज आहे आणि 98 ही एक नाही आणि असेच काही प्रत्येक जोडीमध्ये एक नाही किती जोड्या आहेत लक्षात ठेवा शंभर संख्या आहेत

त्यामुळे पन्नास जोड्या आहेत आणि प्रत्येक जोडीची बेरीज एक नाही तर एकूण बेरीज 50 जोड्या असतील प्रत्येक जोडीची बेरीज एक नाही तर ती आहे 50 मध्ये एक फि झिरो फि झिरो नाही म्हणजे गॉस दुसऱ्याच्या बाबतीत पहिल्या शंभर नैसर्गिक संख्येची बेरीज कशी काढू शकला,

यात शंका नाही, हे एक उल्लेखनीय सत्य आहे की वयाच्या पाचव्या वर्षी त्याला ही कल्पना आणि तीच कल्पना तेजस्वीपणे जोडण्याची कल्पना आली.

आणि जोडत आहे की अंकगणिताच्या प्रगतीच्या  $n$  अटींची बेरीज काय आहे या प्रश्नाच्या आधी मी विचारलेल्या प्रश्नाचे उत्तर देण्यासाठी आपण काय करणार आहोत  $aa$  अधिक  $da$  अधिक  $2d$  आणि याप्रमाणे आपण गॉस वापरत असलेल्या कल्पनेने याचे उत्तर देऊया बेरीज एक दोनशे आपण  $sn$  द्वारे अंकगणित प्रगतीच्या पहिल्या  $n$  पदांची बेरीज दर्शवूया म्हणून  $sn$  हे संकेतन आहे जे मी  $aa$  अधिक आणि  $a$  अधिक  $d$  अधिक इत्यादी साठी वापरतो अधिक  $n$ th संज्ञा लक्षात ठेवूया  $ap$  ची  $n$ वी संज्ञा  $a$  आणि प्रथम संज्ञा सह  $d$  हा एक अधिक  $n$  वजा 1 मधील  $d$  असा सामान्य फरक आहे आणि आपण या बेरीज  $sn$  साठी एक अधिक  $a$  अधिक  $d$  अधिक  $d$  अधिक इत्यादी अधिक  $a$  अधिक  $n$  उणे 1  $d$  च्या बरोबरीचे सूत्र शोधत आहोत कारण आमच्या विचारात फक्त  $n$  अटी आहेत मला द्या  $n$ व्या पदाला  $a$  प्लस  $n$  वजा 1 मध्ये  $d$  ला शेवटची संज्ञा म्हणूया आणि मी ते 1 ने दर्शवू द्या म्हणजे आम्हाला  $sn$  समान  $a$  अधिक  $a$  अधिक  $d$  अधिक इत्यादी अधिक 1 शोधायचे आहे 1 आमच्याकडे

असलेल्या पहिल्या शंभर नैसर्गिक संख्येची बेरीज करण्याची कल्पना लक्षात ठेवा गटबद्ध करून ते जुळवून घेत ते थोडेफार बदल करून असू शकते आम्ही  $sn$  देखील लिहू शकतो जसे लक्षात ठेवा  $sn$  एक प्लस  $a$  प्लस  $d$  प्लस  $d$  प्लस  $d$  प्लस  $d$  प्लस  $d$  हे शेवटचे टर्म 1 अधिक मागील ते 1 असे देखील लिहिले जाऊ शकते तुम्ही सांगू शकता ते काय होईल 1 उणे असा सामान्य फरक नाही का तो अधिक त्याच्या आधीचा आहे 1 उणे 2  $d$  आणि याप्रमाणे आपण पहिल्या टर्म पर्यंत पोहोचू

त्यामुळे  $a$  ते 1 लिहिण्याऐवजी आपण 1 वरून  $a$  लिहित आहोत आता आपण दोन्ही जोडूया ही अभिव्यक्ती  $sn$  प्रथम  $n$  पदांची बेरीज  $a$  पासून सुरू होते आणि 1 ने समाप्त होते आणि त्याच  $n$  पदांची बेरीज होते परंतु आता 1 पासून सुरू होऊन  $a$  ने समाप्त करूया या दोन डावीकडील बेरीज तुम्हाला 2  $sn$  देते म्हणजे 2  $sn$  समान आहे का? की  $a$  आणि 1 एक अधिक 1 ला जोडतात त्याचप्रमाणे पहिल्या एक्स्प्रेसमध्ये दुसरी संज्ञा  $a$  अधिक  $d$   $sn$  आणि दुसऱ्या अभिव्यक्तीतील 1 वजा  $d$  ही दुसरी पद 1 वजा  $d$  ची बेरीज केली जाते  $1 + 2 + 3 + \dots + n$  रद्द होते आणि त्याचप्रमाणे पहिल्या अभिव्यक्तीतील शेवटची संज्ञा 1 असते आणि दुसऱ्या अभिव्यक्तीतील शेवटची संज्ञा  $a$  असते जी 1 अधिक  $a$  पर्यंत जोडते कृपया 1 आणि 2 पुन्हा पहा आणि उजव्या बाजूच्या अभिव्यक्तीमधील संबंधित संज्ञांची तुलना करा पहिल्या अभिव्यक्तीतील पहिली संज्ञा ही दुसऱ्या अभिव्यक्तीतील पहिली संज्ञा आहे का 1 ते प्रथम अभिव्यक्तीच्या उजव्या बाजूला एक अधिक 1 पर्यंत जोडले आहेत.

दुस-या अभिव्यक्तीच्या उजव्या बाजूस  $a$  अधिक  $d$  आणि दुसरी संज्ञा 1 वजा  $d$  आहे ते एक अधिक 1 देण्यासाठी जोडतात आणि त्याप्रमाणे एक अधिक ला अधिक 1 आणि त्याप्रमाणे एक अधिक 1 आणि  $n$  किती संज्ञा आहेत अशा प्रकारे आपल्याला मिळते 2  $sn$  बरोबर  $n$  गुणा अधिक 1 आहे 1 आम्हाला 2 $sn$  ऐवजी  $sn$  साठी एक अभिव्यक्ती हवी आहे म्हणून चला  $sn$  बरोबर  $n$  च्या 2 पट अधिक 1 लिहू आणि हे तुम्हाला अंकगणिताच्या प्रगतीच्या पहिल्या  $n$  पदांची सूत्र बेरीज देते.

पहिल्या टर्ममध्ये  $n$  बाय 2 आणि शेवटची टर्म विचारात घेऊन  $n$  हे एक महत्त्वाचे सूत्र आहे ते  $sn$  च्या बरोबरीने  $n$  बाय 2 ला अधिक मध्ये  $sn$  असे देखील लिहिले जाऊ शकते लक्षात ठेवा 1 ही शेवटची संज्ञा आहे जी आपण  $n$  संख्यांचा विचार करत आहोत

त्यामुळे 1 ही त्या  $ap$  ची  $n$ वी संज्ञा आहे जी प्लस  $n$  वजा आहे 1 मध्ये  $d$  म्हणून थोडेसे अंकगणित करून आपण पाहू शकतो की ते  $n$  द्वारे 2 गुणिले 2 अधिक  $n$  वजा 1 मध्ये  $d$  हे

अंकगणिताच्या प्रगतीच्या पहिल्या  $n$  अटींच्या बेरीजसाठी पर्यायी सूत्र देते जर तुम्ही असाल तर प्रथम वापरता येईल एपीसह पुरवले जाते आणि तंतोतंत आम्ही पहिली टर्म आणि शेवटची टर्म शोधू शकतो, तर दुसरी टर्म आम्ही वापरू शकतो जर पहिली टर्म आणि सामान्य फरक माहित असेल आणि अटींची संख्या दिली

असेल तर  $ap$  वर म्हटल्यावर आपण दुसऱ्या प्रकारच्या विशेष क्रमाकडे जाऊ या क्रम ज्याला भौमितिक प्रगती म्हणतात ते आठवते की अंकगणिताच्या प्रगतीमध्ये अनुक्रमिक रीमाच्या कोणत्याही दोन सलग पदांचे गुणोत्तर कोणत्याही दोन सलग पदांच्या फरकाऐवजी स्थिर राहते.

$ins$  constant आम्ही त्या क्रमाला भौमितिक प्रगती म्हणतो, मला व्याख्या लिहू द्या एक अनुक्रम  $ann$  1 ते अनंताच्या बरोबरीचा आहे असे म्हटले जाते,

जर कोणतेही पद शून्य आणि एक अधिक 1 नसतील तर दोन क्रमिकांच्या गुणोत्तराने एक भौमितिक प्रगती  $gp$  आहे.

अटी  $n$  च्या प्रत्येक  $n$  घटकासाठी  $r$  च्या बरोबरीच्या आहेत मी एक क्रम पुन्हा करू द्या

शून्य नसलेल्या वास्तविक संख्यांचा एक भौमितिक प्रगती आहे असे म्हटले जाते जर गुणोत्तर एक अधिक 1 द्वारे स्थिर राहते  $n$  तुम्ही कोणत्याही दोन सलग पदांमधील गुणोत्तर लक्षात न घेता.

एक संज्ञा त्याच्या आधीच्या पदाने भागलेली असते ती स्थिरांकांची आठवण करून देते की कृपया ही अट लक्षात ठेवा की अनुक्रमाची कोणतीही संज्ञा 0 नाही ज्यामुळे या भागाला एक अधिक 1 द्वारे झटपट क्रम 3 6 12 24 विचारात घ्या, तुम्ही दुसरा नमुना पाहू शकता का? प्रथम पद म्हणजे दोन सह गुणाकार तृतीय पद म्हणजे दुसऱ्यांदा 2 ने गुणाकार केला आणि असेच दुसऱ्या शब्दात सांगायचे तर दुसरी संज्ञा पहिल्या पद 6 ने 3 ने तिसरी संज्ञा आहे दुस-या टर्म 12 बाय 6 हे चौथ्या टर्म बाय तिसऱ्या टर्म सारखेच आहे आणि त्याचप्रमाणे इथे

अधिक 1 बाय an प्रत्येक n साठी 2 बरोबर आहे असे गृहीत धरून हा पॅटर्न त्याचप्रमाणे क्रमाने एक बाय दोन एक करून चार एक करून विचारात घ्या आठ एक बाय सोळा इत्यादि मी एक सामान्य संज्ञा लिहू या भौमितिक प्रगती असे म्हटले जाते जर n च्या प्रत्येक n घटकासाठी एक अधिक 1 द्वारे r समान असेल तर या r कोणत्याही दोन सलग संज्ञांचे गुणोत्तर जे स्थिर राहते त्याला सामान्य गुणोत्तर म्हणतात अंकगणित प्रगती प्रमाणेच प्रथम पद आणि सामान्य होते फरक संपूर्णपणे gp च्या बाबतीत प्रगतीचे वर्णन करतो प्रथम टर्म आणि सामान्य गुणोत्तर हे भौमितिक प्रगतीचे पूर्णपणे वर्णन करते जर पहिले पद a असेल आणि सामान्य गुणोत्तर r असेल तर आपण gp मानक मध्ये लिहू शकतो d फॉर्म लक्षात ठेवा an plus 1 by an आहे r म्हणजे अधिक 1 हा r च्या पटीने असेल तर दुसरी टर्म पहिल्या टर्मच्या r पट असेल तिसरी टर्म दुसऱ्या टर्मच्या r पट असेल जी r स्केअर a असेल आणि असेच प्रथम टर्म a सह भौमितिक प्रगतीचे मानक स्वरूप r आहे आणि सामान्य गुणोत्तर हे आरार स्केअरने दिले आहे आणि त्याप्रमाणे पॅटर्नचे अनुसरण केल्यावर आपण पाहू शकता की या gp ची nवी संज्ञा मानक स्वरूपात खालील ar पॉवर n वजा 1 आहे.

सामान्य गुणोत्तर r सह gp च्या n व्या पदासाठी अभिव्यक्ती आणि अंकगणित प्रगतीच्या बाबतीत समानता असलेली प्रथम पदाची अभिव्यक्ती आपण खालील प्रश्न विचारू या gp च्या पहिल्या n पदांच्या बेरजेसाठी gp aarar वर्ग विचारात घ्या इ n वी टर्म ar पॉवर n वजा 1 इ .

sn साठी फॉर्म्युला मिळू शकतो का प्रथम n अटींची बेरीज a अधिक ar अधिक इत्यादि अधिक ar पॉवर n उणे 1 आम्ही पुढील वर्गात सूत्र विकसित करू या येथे आपण थोडेसे अवलंबू वेगळे ent तंत्र आठवते की ap च्या बाबतीत आम्ही तंत्र किंवा गटबद्ध करण्याची युक्ती योग्यरित्या वापरतो येथे आम्ही sm पुढील वर्गासाठी एक सूत्र विकसित करण्यासाठी वेगळे तंत्र वापरू शकतो आम्ही सूत्र स्थापित करू आणि gp आणि ap चा शोध घेऊ.  
धन्यवाद.