സീക്വൻസിലും സീരീസിലും ഉള്ള പ്രഭാഷണത്തിലേക്ക് സ്വാഗതം 1 മുതൽ അനന്തത വരെയുള്ള ഒരു ക്രമത്തിൽ തുടർച്ചയായി വരുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ അതേപടി നിലനിൽക്കും, 1-നെക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആയ എല്ലാ പൂർണ്ണസംഖ്യകൾക്കും ഒരു പ്ലസ് 1 ഒരു പ്ലസ് d- ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ, അതിനെ ഗണിത പുരോഗതി എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇത് പ്രധാനമായും വ്യത്യാസം പറയുന്നു തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങൾ അതായത് പ്ലസ് 1 ഉം an ആണ് d , ഇവിടെ d ഒരു സ്ഥിരാങ്കം ആദ്യ പദം a ഒന്ന് , പൊതുവായ വ്യത്യാസം d ഗണിത പുരോഗതിയെ പൂർണ്ണമായി നിർണ്ണയിക്കുന്നു, അതായത് ann 1 ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ അനന്തത എന്നത് 1 ഉള്ള ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയാണ് . വിളിക്കപ്പെടുന്ന ആദ്യ പദത്തിന് തുല്യവും തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ d പൊതു വ്യത്യാസം എന്ന് വിളിക്കുന്നു, തുടർന്ന് ഗണിത പുരോഗതി എഴുതാം സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഫോമിൽ ഇനിപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ a രണ്ടാമത്തെ പദം ഒരു പ്ലസ് ആയിരിക്കും d മൂന്നാമത്തെ പദം ഒരു പ്ലസ് 2 d ആയിരിക്കും , അതിനാൽ n പദങ്ങൾക്കിടയിൽ n മൈനസ് 1 തുടർച്ചയായ പൊതുവായ വ്യത്യാസങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് നിരീക്ഷിക്കുക, അതിനാൽ അല്ലെങ്കിൽ ഈ പാറ്റേൺ പിന്തുടരുക ഈ AP യുടെ പദത്തിൽ, അതായത് ആദ്യ ടേം a ഉം പൊതുവായ വ്യത്യാസം d ഉം ഉള്ള ap എന്നത് ഒരു പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d എന്ന ഫോർമുലയിൽ നൽകിയിരിക്കുന്നു എന്ന് കാണാൻ പ്രയാസമില്ല, അടുത്തതായി നമുക്ക് ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ ചില സവിശേഷതകൾ നിരീക്ഷിക്കാം . അവസാനത്തെ പ്രഭാഷണം നിങ്ങളെ ഓർമ്മിപ്പിക്കട്ടെ, ann എന്നത് 1 മുതൽ അനന്തതയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയാണെങ്കിൽ , നൽകിയിരിക്കുന്ന ap-ന്റെ ഓരോ പദത്തിലും ഒരേ സംഖ്യ ചേർത്താൽ ലഭിക്കുന്ന സീക്വൻസ് bn ആണ്, അതായത് bn എന്ന ശ്രേണി , nth term bn എന്നത് ഒരു പ്ലസ് തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണ്. ഓരോ n വീണ്ടും ഗണിത പുരോഗതിയിലായതിനാൽ, ഗണിത പുരോഗതിയാണ് അടിസ്ഥാനപരമായി ഈ പ്രോപ്പർട്ടി പറയുന്നത്, നൽകിയിരിക്കുന്ന ഗണിത പുരോഗതിയിൽ നിന്ന് നമുക്ക് ഒരു ഗണിത പുരോഗതി സൃഷ്ടിക്കാൻ കഴിയും എന്നാണ്. ഓരോ പദത്തിനും ഒരു സ്ഥിരാങ്കം എന്നത് ഓരോ പദത്തിലേക്കും ഒരു സ്ഥിരാങ്കം ചേർക്കുന്നതിനുപകരം വളരെ സാമ്യമുള്ളതാണ്. ഗണിത പുരോഗതി തുടർന്ന് ഓരോ പദത്തിലേക്കും k എന്ന സ്ഥിരാങ്കം കുറച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന സീക്വൻസ് bn വീണ്ടും ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് 1 മുതൽ ആരംഭിക്കുന്ന ഓരോ n നും ഒരു മൈനസ് k ന് തുല്യമാണ് bn എന്ന് എഴുതാം , തുടരാനുള്ള ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയാണ് സീക്വൻസ് bn എന്നാണ് അവകാശവാദം. ann എന്ന ക്രമം അനന്തതയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ നമുക്ക് സമാനമായ ഒരു ഗുണം ഉണ്ടായിരിക്കട്ടെ, ഒരു ഗണിത പുരോഗതി അല്ലെങ്കിൽ ഒരു ഗണിത ക്രമം, തുടർന്ന് ഓരോ ശ്രേണിയുടെ ഓരോ പദവും ഗുണിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ക്രമം വീണ്ടും ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയാണ് , അത് നേരെ മുന്നോട്ട് ആണെങ്കിലും നമുക്ക് പ്രവർത്തിക്കാം വിശദാംശങ്ങൾ ഞങ്ങളുടെ അനുമാനം an എന്നത് ഒരു ap ആണ്, അതിനർത്ഥം പ്ലസ് 1 മൈനസ് an എന്നത് ഒരു സ്ഥിരാങ്കമാണ് എന്നാണ് ഈ നൽകിയിരിക്കുന്ന അനുക്രമം ഉപയോഗിച്ച് n എന്ന സ്വാഭാവിക സംഖ്യയുടെ മൂലകത്തിന്റെ ഘടകം നമുക്ക് ഒരു പുതിയ ശ്രേണി നിർമ്മിക്കാം bn അനന്തതയിലേക്ക് 1 ന് തുല്യമായ bn എന്ന ക്രമം പരിഗണിക്കാം, എങ്ങനെ bn നിർമ്മിക്കാം , ഒരു സ്ഥിരാങ്കം ഉപയോഗിച്ച് bn എന്നത് ഓരോ n നും ചില c മടങ്ങ് തുല്യമാണ്. ഈ ക്രമം bn വീണ്ടും ഗണിത പുരോഗതിയിലാണെന്ന് നാം നിരീക്ഷിക്കേണ്ടതുണ്ട്, bn-ലെ തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം പരിഗണിക്കാം, അതായത് bn പ്ലസ് 1 മൈനസ് bn, ഇത് c തവണയും 1 മൈനസ് c തവണയും ആയിരിക്കും , അതായത് c തവണയും പ്ലസ് 1 മൈനസ് ഒരു ഗണിത ശ്രേണി രൂപപ്പെടുത്തുന്നു , പ്ലസ് 1 മൈനസ് ഒരു എല്ലാത്തിനും സ്ഥിരമായതിനാൽ നമുക്ക് c സമയങ്ങൾ ലഭിക്കും, അതിനാൽ എല്ലാ സ്വാഭാവിക സംഖ്യകൾക്കും നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് bn പ്ലസ് 1 മൈനസ് ബിൻ സ്ഥിരമായി തുടരുന്നു , ഇത് വസ്തുത സ്ഥാപിക്കുന്നു sequence bn എന്നത് ഒരു ഗണിത ശ്രേണിയാണ്, എന്നാൽ മറ്റ് സന്ദർഭങ്ങളിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമായി , നൽകിയിരിക്കുന്ന ഗണിത പുരോഗതിയിൽ നിന്ന് സ്ഥിരാങ്കം ചേർത്തുകൊണ്ട് ഞങ്ങൾ ഒരു ക്രമം നിർമ്മിച്ചു തന്നിരിക്കുന്ന ഗണിത പുരോഗതിയുടെ പൊതുവായ വ്യത്യാസത്തിൽ നിന്ന് ted അനുക്രമം വ്യത്യസ്തമാണ് , വ്യത്യാസം പ്ലസ് 1 മൈനസ് a ആണ്, അതേസമയം bn പ്ലസ് 1 മൈനസ് bn വ്യത്യാസം ഒരേ d അല്ല, എന്നാൽ ഈ c എന്താണെന്നതിനെ ആശ്രയിച്ച് d യിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും ഡിവിഷനിലും സമാനമായ ഫലം പറയാം നിങ്ങൾക്ക് ആ എപിയുടെ ഓരോ പദവും പൂജ്യമല്ലാത്ത ഒരു സംഖ്യ ഉപയോഗിച്ച് വിഭജിക്കാം, നിങ്ങൾക്ക് ഒരു പുതിയ സീക്വൻസ് ലഭിക്കും , പുതിയ ശ്രേണി വീണ്ടും ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയാണെന്ന് കാണാൻ ബുദ്ധിമുട്ടുള്ള കാര്യമല്ല, ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ, തന്നിരിക്കുന്ന AP-ൽ നിന്ന് ഒരു ap എന്നത് ചേർത്തുകൊണ്ട് നമുക്ക് നിർമ്മിക്കാം ഓരോ പദത്തിലുമുള്ള സ്ഥിരാങ്കം ഓരോ പദത്തിൽ നിന്നും ഒരു സ്ഥിരാങ്കത്തെ ഗുണിച്ചുകൊണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ ഓരോ പദത്തിലും ഒരു സ്ഥിരാങ്കം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകൊണ്ട് ഓരോ പദത്തിൽ നിന്നും ഒരു സ്ഥിരാങ്കം കുറയ്ക്കുക വഴി നിർഭയം ഉറപ്പാക്കുക നിങ്ങൾ വിഭജിക്കുന്നത് പൂജ്യമല്ല, ഇനി നമുക്ക് ഇനിപ്പറയുന്ന ചോദ്യം ചോദിക്കാം കോമ ബിക്ക് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ നൽകിയ സംഖ്യകൾ നൽകട്ടെ നമുക്ക് ഒരു സംഖ്യ ചേർക്കാമോ അതിനെ മൂലധനമായി വിളിക്കാം, തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യ ചെറുതും ഈ സംഖ്യ മൂലധനവും ഞങ്ങൾ തിരുകാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു , നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യ b എന്നത് നിബന്ധനകളും ഗണിത പുരോഗതിയുമാണ്, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഇപ്പോൾ അഭിസംബോധന ചെയ്യാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന ചോദ്യമാണിത്, നിങ്ങൾക്ക് രണ്ട് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ നൽകിയിരിക്കുന്നു , ഞങ്ങൾ അതിനെ ചെറുതും ചെറുതുമായ b കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം, ഞങ്ങളോട് ചോദിക്കുന്നു ചെറിയ മൂലധനം a, ചെറിയ b എന്നിവ ഒരു ഗണിത ശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളായി മാറുന്ന തരത്തിൽ നമുക്ക് ഒരു മൂലധനം കൊണ്ടുവരാൻ കഴിയുമോ എന്ന് നോക്കുക അടിസ്ഥാന തത്വം അല്ലെങ്കിൽ നമുക്ക് ഈ ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം നൽകാം , കാരണം a മൂലധനം a യും b യും ap യിൽ ആയിരിക്കണം, അതായത് മൂലധനം ഒരു മൈനസ് ചെറിയ a വ്യത്യാസം b മൈനസ് ക്യാപിറ്റുമായി പൊരുത്തപ്പെടണം al a ഇത് a plus b ന് തുല്യമായ രണ്ടിനെ വായിക്കുന്നു , ഇത് മൂലധനം ഒരു പ്ലസ് b കൊണ്ട് 2 ന് തുല്യമായി നൽകുന്നു,

അങ്ങനെ രണ്ട് യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ നൽകിയാൽ ചെറുതും ചെറുതുമാണ് b , ഒരു മൂലധനം a, b എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഒരു സംഖ്യ മൂലധനം ലഭിക്കുന്നത് എല്ലായ്പ്പോഴും സാധ്യമാണ്. ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ നിബന്ധനകളും മൂലധനം a പ്ലസ് b കൊണ്ട് 2 ആണ് നൽകുന്നത്. നമുക്ക് ഇവിടെ രണ്ട് സംഖ്യകൾ നൽകി ഒരു നിർവചനം ഉണ്ടാക്കാം a , ചെറുത് b എന്ന സംഖ്യയെ a പ്ലസ് b കൊണ്ട് രണ്ട് സംഖ്യകൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു a, b എന്നിവയുടെ ചുരുക്കത്തിൽ am എന്ന് വിളിക്കുന്നു ഞാൻ ലളിതമായ ഗണിത ശരാശരി നൽകട്ടെ a, b എന്നത് ഒരു പ്ലസ് b കൊണ്ട് 2 ആണ് നൽകുന്നത് എന്ന് നിങ്ങൾ മുമ്പ് നിരീക്ഷിച്ചത് രണ്ട് സംഖ്യകൾ നൽകുകയും അവയ്ക്കിടയിൽ ഗണിത ശരാശരി തിരുകുകയും ചെയ്യുമ്പോൾ മൂന്ന് സംഖ്യകളും ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളായി മാറും. ചെറിയ a, ചെറിയ b എന്നീ രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ ഒരു സംഖ്യ ചേർക്കുന്നതിനുപകരം നമുക്ക് പരിമിതമായ യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ ചേർക്കാമോ,

അങ്ങനെ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് സംഖ്യകളും t യും ചേർക്കാം. അവൻ സംഖ്യകൾ എല്ലാം ചേർത്തു , ചില ഗണിത പുരോഗതിയുടെ തുടർച്ചയായ നിബന്ധനകൾ കഴിയും, ഞാൻ അത് നിങ്ങൾക്കായി എഴുതട്ടെ a , b രണ്ട് അക്കങ്ങൾ ആയിരിക്കട്ടെ, എന്താണ് ചോദ്യം നൽകിയാൽ നമുക്ക് അക്കങ്ങൾ ഒരു സംഖ്യ മാത്രമല്ല, യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ പരിമിതമായ സംഖ്യകളും ചേർക്കാമോ, നമുക്ക് a1 a2 എന്ന് വിളിക്കാം a എന്നതിനാൽ aa ഒന്ന് a two a , b എന്നിവ ഒരു ശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളാണ്, അത് a, b എന്നീ രണ്ട് സംഖ്യകൾ നൽകിയിരിക്കുന്നു, അവയ്ക്കിടയിൽ n സംഖ്യകൾ ചേർക്കാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു,

അങ്ങനെ n പ്ലസ് ടു സംഖ്യകൾ എല്ലാം ഒരുമിച്ച് ഒരു സംഖ്യയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളാണ് . ഗണിതപുരോഗതി, ഈ ഓർമ്മപ്പെടുത്തലിന് ഉത്തരം നൽകാൻ ശ്രമിക്കാം. കൂടാതെ ആ AP റീകോളിന്റെ 12-ാം ടേം ആദ്യ ടേം സ്മോൾ എ നൽകിയാൽ , പൊതുവായ വ്യത്യാസം dn പ്ലസ് ടു ടേം ഫോർമുല ഉപയോഗിച്ച് ഫോർമുല ഉപയോഗിച്ച് n പ്ലസ് ടു എർത്ത് ടേം ലഭിക്കും 1a എന്നത് ഒരു പ്ലസ് n പ്ലസ് 2 മൈനസ് 1 ആയി d ആണ്, ഇവിടെ d എന്നത് ap യുടെ പൊതുവായ വ്യത്യാസമാണ്, ഈ n പ്ലസ് 2 സംഖ്യകൾ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളായി മാറണം , അതായത് b എന്നത് ഒരു പ്ലസ് n പ്ലസ് 1 ആയി d ആയി മാറണം. n പ്ലസ് 2 പദം b ഒരു പ്ലസ് n പ്ലസ് 2 മൈനസ് 1 ആയി d വർക്കൗട്ട് ചെയ്യേണ്ടതാണ് ഇവിടെ ആദ്യ പദത്തിന് നമ്പർ a നൽകിയിട്ടുണ്ട് , ഞങ്ങൾ ഇപ്പോൾ പൊതു വ്യത്യാസം d എന്നത് b മൈനസ് a കൊണ്ട് n പ്ലസ് 1 ആയി നേടിയിട്ടുണ്ട്,

അങ്ങനെ ക്യാപിറ്റൽ ചേർക്കുന്ന ആദ്യത്തെ സംഖ്യയായ രണ്ടാമത്തെ പദമായ a 1 എന്നത് ഒരു പ്ലസ് d ആയിരിക്കും. b മൈനസ് എ ബൈ n പ്ലസ് 1 ചേർക്കേണ്ട രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ, അതായത് ഈ ഗണിത പുരോഗതിയിലെ മൂന്നാമത്തെ ടേം ആകാൻ പോകുന്ന a2, അതിനാൽ a2 ഒരു പ്ലസ് 2d ആണ്, ഇത് സമാനമായ രീതിയിൽ b മൈനസ് എ ബൈ n പ്ലസ് 1 ആയി നിങ്ങൾക്ക് ഒരു 3 എഴുതാം, അത് പ്ലസ് 3 d an ആണ് d യുടെ ഫോർമുലയിൽ d പ്ലസ് 3 തവണ പ്ലഗ് ആകും, അതായത് b മൈനസ് a ബൈ n പ്ലസ് 1 , അങ്ങനെ നമ്മൾ അവസാന സംഖ്യയിൽ ചേർക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന സംഖ്യ, d-യിലേക്ക് ഒരു പ്ലസ് n-ന് തുല്യമാണ്, അത് പ്ലസ് n സമയമാണ്. b മൈനസ് a ബൈ n പ്ലസ് 1 ഇങ്ങനെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് സംഖ്യകൾ നൽകിയാൽ, അവയ്ക്കിടയിൽ നമുക്ക് എല്ലായ്പ്പോഴും പരിമിതമായ പല യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ ചേർക്കാൻ കഴിയും,

അങ്ങനെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾക്കൊപ്പം നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളും ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളായി മാറും, അതിനാൽ ഞാൻ നമുക്ക് സംഗ്രഹിക്കാം ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ നിർവചനം പരിശോധിച്ചപ്പോൾ, തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം സ്ഥിരമായി തുടരുന്ന ഒരു ശ്രേണിയെ ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഫോം എന്ന് പറയപ്പെടുന്നു , ആദ്യ ടേം സ്മോൾ എയും പൊതുവായ വ്യത്യാസം d aa പ്ലസ് ഡയും പ്ലസ് 2 ഡിയുമാണ്. n-ആം പദത്തിൽ a എന്ന ഫോർമുല a പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ആക്കി d എന്ന രണ്ട് സംഖ്യകൾ നൽകിയാൽ a , b എന്ന ഗണിത ശരാശരി a, b ഫോർമുല a പ്ലസ് b ന് 2 നൽകുന്നു, ഇത് a യ്ക്ക് മാത്രം ക്വിക്ക് റീക്യാപ്പ് അടുത്തതായി നമുക്ക് ഇനിപ്പറയുന്ന ചോദ്യം ചോദിക്കാം ആദ്യ ടേം a ഉള്ള ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയും പൊതുവായ വ്യത്യാസം d നൽകുകയും ചെയ്യാം, നമുക്ക് അത് അതിന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഫോമിൽ aa പ്ലസ് da പ്ലസ് 2 d ആയി എടുക്കാം ,

അങ്ങനെ നമ്മൾ ഉത്തരം നൽകാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന ചോദ്യത്തിന് ഇനിപ്പറയുന്നവയാണ്. ഈ എപിയുടെ ആദ്യ n നിബന്ധനകളുടെ ആകെത്തുക എത്രയാണ് , ഒരു പ്ലസ് എ പ്ലസ് ഡി പ്ലസ് എന്നിങ്ങനെ nth ടേം വരെയുള്ള ഒരു എക്സ്പ്രഷൻ ലഭിക്കാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, അതായത് ഒരു പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് t ലേക്ക് ഒരു ക്ലോസ്ഡ് ഫോം എക്സ്പ്രഷൻ ഉണ്ടാക്കാമോ? ഇതിന് ഉത്തരം നൽകുന്നതിന് മുമ്പ് ഞങ്ങൾ അടുത്തതായി അന്വേഷിക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, ഞാൻ നിങ്ങളോട് ഒരു ഡോട്ട് പങ്കിടട്ടെ, ഇത് ഗണിതശാസ്ത്ര രാജകുമാരൻ എന്നറിയപ്പെടുന്ന കാൾ ഫ്രെഡറിക് ഗോസിനെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരു പ്രസിദ്ധമായ കഥയാണ്, ഈ കഥ ഇങ്ങനെ പോകുന്നു ഗോസിനെ അവന്റെ മോശം പെരുമാറ്റത്തിന് അധ്യാപകൻ ശിക്ഷിച്ചത് എന്താണ് ശിക്ഷ? ആദ്യത്തെ നൂറ് സ്വാഭാവിക സംഖ്യകളുടെ ആകെത്തുക കണ്ടെത്തുകയായിരുന്നു ശിക്ഷ, അത് ശരിയായി ചെയ്യാൻ വളരെ എളുപ്പമാണ്, പക്ഷേ ഞാൻ നിങ്ങളെ ഓർമ്മിപ്പിക്കട്ടെ, കാരണം അഞ്ച് വയസ്സ് പ്രായമുള്ളപ്പോൾ അതിശയകരമാംവിധം ഗാസ് ഉയർന്നുവരാം നിമിഷങ്ങൾക്കുള്ളിൽ ഉത്തരം നൽകി, ഭൂമിയിൽ എങ്ങനെ ആദ്യ നൂറ് സ്വാഭാവിക സംഖ്യകൾ സെക്കൻഡിനുള്ളിൽ കണ്ടെത്താനാകും, അതും അഞ്ച് വയസ്സുള്ളപ്പോൾ അദ്ദേഹം ഒരു മികച്ച തന്ത്രം ഉപയോഗിച്ചു , ഈ നൂറ് സംഖ്യകളെ ഗ്രൂപ്പുചെയ്യുന്നതാണ് തന്ത്രം, ഞാൻ നിങ്ങൾക്ക് ഒന്ന് തരാം നൂറ് സ്വാഭാവിക സംഖ്യകൾ ഒന്ന് രണ്ട് മൂന്ന് എന്നിങ്ങനെ നൂറ് വരെയുള്ളവ പൂർണ്ണമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ലെന്ന് അദ്ദേഹം പട്ടികപ്പെടുത്തി, എന്നാൽ ഈ 100 സംഖ്യകളെ ഇനിപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ ഗ്രൂപ്പ് 100 ഒന്നിച്ച് ഗ്രൂപ്പ് 2 ഉം 99 ഉം ഒരുമിച്ച് ഗ്രൂപ്പ് 3 ഉം 90 8 ഉം ഒരുമിച്ച് തരംതിരിക്കാൻ കഴിയുമെന്ന് അദ്ദേഹത്തിന്

കാണാൻ കഴിഞ്ഞു.

അങ്ങനെ പോകുന്നു നൂറ് സംഖ്യകൾ ജോടിയാക്കുന്നത് നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നുണ്ടോ , ഓരോ ജോഡിയിലെയും തുക ഒന്നല്ല, 100 ന്റെ തുക ഒന്നല്ല രണ്ട്, 99 എന്നത് ഒന്നല്ല മൂന്ന്, 98 ഒന്നല്ല,

അങ്ങനെ ചിലത് ഓരോ ജോഡിയിലും ഒന്നല്ല, എത്ര ജോഡികൾ ഉണ്ട് എന്ന് ഓർക്കുക, നൂറ് സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്,

അങ്ങനെ അമ്പത് ജോഡികളുണ്ട് , ഓരോ ജോഡിയും ഒന്നല്ല ഒന്നല്ല, ആകെ തുക 50 ജോഡി ആയിരിക്കും ഒന്നിലേക്ക് 50 ഫൈ സീറോ ഫൈ സീറോ ഒന്നുമല്ല , ആദ്യ നൂറ് സ്വാഭാവിക സംഖ്യയുടെ ആകെത്തുക രണ്ടാമത്തേതിൽ ഗൗസിന് കണക്കാക്കാൻ കഴിയുന്നത് ഇങ്ങനെയാണ് , അഞ്ച് വയസ്സുള്ളപ്പോൾ തന്നെ ഉജ്ജ്വലമായി ജോടിയാക്കുക എന്ന ആശയവും അതേ ആശയവും വിഭാവനം ചെയ്യാൻ അദ്ദേഹത്തിന് കഴിഞ്ഞു എന്നത് ശ്രദ്ധേയമായ വസ്തുതയാണ് ഗണിത പുരോഗതിയുടെ aa പ്ലസ് da പ്ലസ് 2 d എന്നതിന്റെ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക എന്താണ് എന്ന ചോദ്യത്തിന് മുമ്പ് ഞാൻ ചോദിച്ച ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം നൽകാൻ ഞങ്ങൾ എന്താണ് ചെയ്യാൻ പോകുന്നത് എന്ന് കൂട്ടിച്ചേർക്കുന്നു. ആകെ നൂറ് ഇരുനൂറ് നമുക്ക് ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയെ സൂചിപ്പിക്കാം, അതിനാൽ sn എന്നത് aa പ്ലസ് പ്ലസ് എ പ്ലസ് ഡി പ്ലസ് മുതലായവയ്ക്ക് ഞാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന നൊട്ടേഷനാണ് കൂടാതെ nth ടേം ഒരു ap-ന്റെ nth ടെർമിനെ ആദ്യ ടേം ആയി ഓർക്കുക. d എന്നത് ഒരു പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ആയി d ആയി വരുന്നതിനാൽ പൊതുവായ വ്യത്യാസം, ഞങ്ങൾ തിരയുന്നത് ഈ തുകയുടെ ഒരു ഫോർമുലയാണ്, ഒരു പ്ലസ് a പ്ലസ് d പ്ലസ് മുതലായവയും പ്ലസ് n മൈനസ് 1 d നും തുല്യമാണ്, കാരണം ഞങ്ങളുടെ പരിഗണനയിൽ n നിബന്ധനകൾ മാത്രമേ ഉള്ളൂ എന്നെ അനിവദിക്കു nth term a plus n minus 1 നെ അവസാന പദമായി വിളിക്കുക , ഞാൻ അതിനെ l കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാൻ അനുവദിക്കുക, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഒരു പ്ലസ് a plus d plus etetera ന് തുല്യമായ sn കണ്ടെത്താൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, ഒപ്പം ഞങ്ങൾ ഉള്ള ആദ്യ നൂറ് സ്വാഭാവിക സംഖ്യയെ സംഗ്രഹിക്കുന്ന ആശയം ഓർക്കുക ഗ്രൂപ്പുചെയ്തത് ചെറിയ പരിഷ്ക്കരണത്തോടെ ആയിരിക്കാം നമുക്ക് sn എന്ന് എഴുതാം, sn എന്നത് ഒരു പ്ലസ് എ പ്ലസ് ഡി പ്ലസ് തുടങ്ങിയവയാണ് പ്ലസ് എൽ എന്ന് ഓർക്കുക , ഇത് അവസാന ടേം ആയി എഴുതാം l എന്നതിന് മുമ്പുള്ള പദവും l എന്നതിന് മുമ്പുള്ള പദവും നിങ്ങൾക്ക് പറയാമോ? l മൈനസ് ആകുക എന്നത് പൊതുവായ വ്യത്യാസം അല്ലേ , അതിനു മുമ്പുള്ളതും l മൈനസ് 2 ഡിയും

അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ നമ്മൾ ആദ്യ ടേം വരെ എത്തും a അതിനാൽ a മുതൽ l വരെ എഴുതുന്നതിനുപകരം ഞങ്ങൾ ഇപ്പോൾ l മുതൽ a ലേക്ക് എഴുതുകയാണ്. ഈ പദപ്രയോഗം sn എന്ന പദപ്രയോഗം a യിൽ നിന്ന് ആരംഭിച്ച് l യിൽ അവസാനിക്കുന്ന ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയും അതേ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയും എന്നാൽ ഇപ്പോൾ l ൽ നിന്ന് ആരംഭിച്ച് ഒരു പദത്തിൽ അവസാനിക്കുന്ന ഈ രണ്ട് ഇടത് വശം നിങ്ങൾക്ക് 2 sn നൽകുന്നു, അതിനാൽ 2 sn നിങ്ങൾക്ക് കാണുന്നതിന് തുല്യമാണ് ആദ്യ എക്സ്പ്രെസിലെ രണ്ടാമത്തെ ടേം a പ്ലസ് d പോലെ a പ്ലസ് l വരെ a, l എന്നിവ കൂട്ടിച്ചേർക്കുന്നു sion ഉം രണ്ടാമത്തെ എക്സ്പ്രഷനിലെ l മൈനസ് d എന്ന രണ്ടാമത്തെ പദവും ചേർത്താൽ പ്ലസ് lt റദ്ദാക്കപ്പെടും ,

അങ്ങനെ ആദ്യ എക്സ്പ്രഷനിലെ അവസാന ടേം l ആണ്, രണ്ടാമത്തെ എക്സ്പ്രഷനിലെ അവസാന പദം l പ്ലസ് a വരെ ചേർക്കുന്നു. ദയവായി 1 1 ഉം 2 ഉം വീണ്ടും നോക്കുക, വലത് വശത്തുള്ള പദപ്രയോഗത്തിലെ അനുബന്ധ പദങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യുക, ആദ്യ പദപ്രയോഗത്തിലെ ആദ്യ പദമാണ് രണ്ടാമത്തെ പദപ്രയോഗത്തിലെ ആദ്യ പദമാണ് l എന്നത് ആദ്യ പദപ്രയോഗത്തിന്റെ വലതുവശത്ത് ഒരു പ്ലസ് l രണ്ടാം പദത്തിലേക്ക് ചേർത്തു. രണ്ടാമത്തെ പദപ്രയോഗത്തിന്റെ വലതുവശത്തുള്ള ഒരു പ്ലസ് d ഉം രണ്ടാമത്തെ പദവും l മൈനസ് d ആണ്, അവ കൂട്ടിച്ചേർത്താൽ ഒരു പ്ലസ് എൽ നൽകുകയും

അങ്ങനെ ഒരു പ്ലസ് ല പ്ലസ് എൽ നൽകുകയും

അങ്ങനെ ഒരു പ്ലസ് എൽ നൽകുകയും ചെയ്യുന്നു ,

അങ്ങനെ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്ന പദങ്ങൾ എത്രയാണ് 2 sn എന്നത് 2sn-ന് പകരം n-ന് ഒരു പദപ്രയോഗം ആവശ്യമാണ്. n കൊണ്ട് 2 ആദ്യ ടേമിലേക്കും അവസാന ടേമിലേക്കും n ഇത് ഒരു പ്രധാന സൂത്രവാക്യമാണ്, ഇത് n ന് 2 ന് തുല്യമായി എഴുതാം, കൂടാതെ ഒരു പ്ലസ് ആയി എഴുതാം l എന്നത് ഞങ്ങൾ പരിഗണിക്കുന്ന അവസാന പദമാണ് n സംഖ്യകൾ അതിനാൽ l യഥാർത്ഥത്തിൽ ആ ap-ന്റെ n-ആം പദമാണ്, അത് പ്ലസ് n മൈനസ് ആണ്. 1 ലേക്ക് d, അതിനാൽ ഒരു ചെറിയ ഗണിതത്തിലൂടെ ഇത് n ആണ് 2 മടങ്ങ് 2 a പ്ലസ് n മൈനസ് 1 ലേക്ക് d എന്ന് നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും, ഇത് ഒരു ഗണിത പുരോഗതിയുടെ ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയ്ക്ക് ഒരു ബദൽ ഫോർമുല നൽകുന്നു നിങ്ങളാണെങ്കിൽ ആദ്യം ഒന്ന് ഉപയോഗിക്കാം ഒരു ap നൽകി , ആദ്യ ടേമും അവസാന ടേമും കൃത്യമായി നമുക്ക് കണ്ടെത്താനാകും, എന്നാൽ ആദ്യ ടേമും പൊതുവായ വ്യത്യാസവും അറിയാമെങ്കിൽ രണ്ടാമത്തേത് നമുക്ക് ഉപയോഗിക്കാം ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി എന്ന് വിളിക്കപ്പെടുന്ന ക്രമം , ഗണിത പുരോഗതിയിൽ തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിന് പകരം തുടർച്ചയായി രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം സ്ഥിരമായി തുടരുമെന്ന് ഓർക്കുന്നു. ഇൻസ് കോൺസ്റ്റന്റ് നമ്മൾ ആ ശ്രേണിയെ ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി എന്ന് വിളിക്കുന്നു, നിർവചനം കൃത്യമായി എഴുതട്ടെ, ഒരു സീക്വൻസ് ann എന്നത് 1 മുതൽ അനന്തതയ്ക്ക് തുല്യമാണ്, പദങ്ങളൊന്നും പൂജ്യമല്ലെങ്കിൽ , തുടർച്ചയായി രണ്ട് അനുപാതത്തിൽ പ്ലസ് 1 എന്ന് ചുരുക്കത്തിൽ ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി gp എന്ന് പറയുന്നു. n ന്റെ ഓരോ n മൂലകത്തിനും r ന് തുല്യമാണ് നിബന്ധനകൾ, പൂജ്യമല്ലാത്ത യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ ഒരു ക്രമം ആവർത്തിക്കട്ടെ, തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അനുപാതം പരിഗണിക്കാതെ തന്നെ പ്ലസ് 1 എന്ന അനുപാതം സ്ഥിരമായി തുടരുകയാണെങ്കിൽ, ജ്യാമിതീയ പുരോഗതി എന്ന് പറയപ്പെടുന്നു. ഒരു പദത്തെ അതിന്റെ മുൻകാല പദത്താൽ ഹരിച്ചാൽ അത് സ്ഥിരാങ്കങ്ങളെ ഓർമ്മിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്, ഈ വിഭജനത്തെ സുഗമമാക്കുന്ന ഒരു ശ്രേണിയുടെ പദവും 0 അല്ല എന്ന വ്യവസ്ഥ ദയവായി ശ്രദ്ധിക്കുക, ഒരു തൽക്ഷണം 3

6 12 24 എന്ന ക്രമം പരിഗണിക്കുക, നിങ്ങൾക്ക് രണ്ടാമത്തേത് പാറ്റേൺ നിരീക്ഷിക്കാമോ? പദമാണ് ആദ്യ പദത്തെ രണ്ട് മൂന്നാമത്തേത് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ രണ്ടാമത് തവണ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ രണ്ടാമത്തെ പദത്തെ ആദ്യ പദത്തെ 6 കൊണ്ട് 3 കൊണ്ട് 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മൂന്നാമത്തേതിന് തുല്യമാണ് രണ്ടാം ടേം 12 ബൈ 6 ന്റെ നാലാം ടേം മൂന്നാം ടേമിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇവിടെ ഒരു പ്ലസ് 1 ന്റെ ഓരോ n നും 2 ന് തുല്യമാണ് , ഈ പാറ്റേൺ പിന്തുടരുന്നു എന്ന അനുമാനത്തിൽ സമാനമായി ഒന്നിന് രണ്ടായി നാലായി ക്രമം പരിഗണിക്കുക എട്ട് ഒന്ന് മുതൽ പതിനാറ് മുതലായവ, ഒരു പൊതുപദം ഒന്ന് എഴുതാം n etceera 1 by 2 power n മുതലായവ ഇവിടെയും നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ അനുപാതം സ്ഥിരമായി തുടരുന്നത് പൂജ്യമല്ലാത്ത പദങ്ങളുടെ ഒരു ശ്രേണിയെ നമുക്ക് ഓർമ്മിക്കാം n ഈ r ന്റെ ഓരോ n മൂലകത്തിനും r ന്റെ പ്ലസ് 1 തുല്യമാണെങ്കിൽ ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയായി പറയപ്പെടുന്നു, തുടർച്ചയായി തുടരുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങളുടെ അനുപാതം , ഒരു ഗണിത പുരോഗതിക്ക് സമാനമായ പൊതു അനുപാതം എന്ന് വിളിക്കപ്പെടുന്നു ആദ്യ പദവും പൊതുവായതും വ്യത്യാസം ജിപിയുടെ ആദ്യ പദത്തിന്റെ പുരോഗതിയെ പൂർണ്ണമായും വിവരിക്കുന്നു, ആദ്യ പദം a ആണെങ്കിൽ പൊതുവായ അനുപാതം ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയെ പൂർണ്ണമായും വിവരിക്കുന്നു , സാധാരണ അനുപാതം r ആണെങ്കിൽ നമുക്ക് gp സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ എഴുതാം d ഫോം ഒരു ഓർക്കുക ഒരു പ്ലസ് 1 ന്റെ a ആണ് r, അതിനാൽ ഒരു പ്ലസ് 1 എന്നത് r ആണ്, അതിനാൽ രണ്ടാമത്തെ ടേം r ആണ് ആദ്യ ടേമിന്റെ മൂന്നാമത്തെ ടേം r ആണ്, അത് r സ്ക്വയർ a ആണ് , അങ്ങനെ

അങ്ങനെ ഒരു ജ്യാമിതീയ പുരോഗതിയുടെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഫോം , ആദ്യ ടേം a, കോമൺ റേഷ്യോ r എന്നിവ നൽകുന്നത് aarar സ്ക്വയർ ആണ്, അതിനാൽ ഈ പാറ്റേൺ പിന്തുടരുമ്പോൾ, സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഫോമിലെ ഈ gp-ന്റെ nth ടേം ഇനിപ്പറയുന്ന ar പവർ n മൈനസ് 1 ആണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും. ഒരു ജിപിയുടെ nth ടേമിനുള്ള എക്സ്പ്രഷൻ പൊതു അനുപാതം r ഉം ആദ്യ ടേമും ഗണിത പുരോഗതിയുടെ കാര്യത്തിന് സമാനമാണ്, നമുക്ക് ഇനിപ്പറയുന്ന ചോദ്യം ചോദിക്കാം, gp aarar സ്ക്വയർ പരിഗണിക്കുക മുതലായവ nth term ar power n മൈനസ് 1 മുതലായവ നമുക്ക് sn എന്നതിനായുള്ള ഒരു ഫോർമുല ലഭിക്കുമോ എന്നത് ആദ്യ n പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക a plus ar പ്ലസ് മുതലായവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു വ്യത്യസ്തമാണ് ent ടെക്നിക് ഓർക്കുക, ap-ന്റെ കാര്യത്തിൽ ഞങ്ങൾ ഇവിടെ ടെക്നിക് അല്ലെങ്കിൽ ഗ്രൂപ്പിംഗ് തന്ത്രം ശരിയായി ഉപയോഗിക്കുന്നു എന്ന് ഓർക്കുക, അടുത്ത ക്ലാസ്സിൽ sm-ന് ഒരു ഫോർമുല വികസിപ്പിക്കുന്നതിന് ഞങ്ങൾ മറ്റൊരു സാങ്കേതികത ഉപയോഗിച്ചേക്കാം, ഞങ്ങൾ ഫോർമുല സ്ഥാപിക്കുകയും gp, ap എന്നിവ പര്യവേക്ഷണം ചെയ്യുകയും ചെയ്യും നന്ദി

Prutor@IITK