

ક્રમ અને શ્રેણી પરના વ્યાખ્યાનમાં પાછું સ્વાગત છે,

યાલો આપણે એક અંકગણિત પ્રગતિને યાદ કરીએ જેને આપણે છેલ્લા વ્યાખ્યાનમાં વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે, યાલો ટૂંકમાં એપી કહીએ કે અંકગણિત પ્રગતિ એ એક ક્રમ છે જેમ કે તફાવત

1 થી અનંત સુધીના અનુક્રમને સરળ રીતે મૂકવા માટે કોઈપણ સતત બે પદ સમાન રહે છે,

જો 1 કરતા વધારે અથવા સમાન પૂર્ણાંકો માટે વત્તા 1 એ વત્તા  $d$  સમાન હોય તો તેને અંકગણિત પ્રગતિ કહેવામાં આવે છે .

આ આવશ્યકપણે કહે છે કે તફાવત બે સળંગ પદો એટલે કે વત્તા 1 અને એક  $d$  છે જ્યાં  $d$  એ સ્થિર છે પ્રથમ પદ  $a$  એક અને સામાન્ય તફાવત  $d$  એ અંકગણિતની પ્રગતિને સંપૂર્ણપણે નિર્ધારિત કરે છે એટલે

કે જો  $ann$  1 થી અનંતની બરાબર હોય તો એ 1 સાથે અંકગણિત પ્રગતિ

છે કહેવાય પ્રથમ પદ સમાન અને બે અનુગામી પદો વચ્ચેના તફાવતને  $d$  કહેવામાં આવે છે સામાન્ય તફાવત પછી અંકગણિત પ્રગતિ લખી શકાય છે નીચે મુજબ પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં

બીજી પદ એ વત્તા સામાન્ય તફાવત હશે  $d$  ત્રીજી પદ વત્તા 2 ડી હશે અને

તેથી જ અવલોકન કરો કે  $n$  પદો વચ્ચે  $n$  માઈનસ 1 ક્રમિક સામાન્ય તફાવત છે

તેથી અથવા અન્યથા આ પેટર્નને અનુસરીને તે એ જોવું અઘરું નથી કે

આ  $ap$  ની મુદતમાં એટલે કે પ્રથમ ટર્મ  $a$  સાથે  $ap$  અને સામાન્ય તફાવત  $d$  એ પ્લસ  $n$  માઈનસ 1 માં  $d$  સૂત્ર દ્વારા આપવામાં આવે છે, યાલો આપણે અંકગણિત પ્રગતિના કેટલાક ગુણધર્મોનું અવલોકન કરીએ જેમાં આપણે પ્રથમ ગુણધર્મની ચર્ચા કરી છે.

છેલ્લું લેક્ચર હું તમને યાદ અપાવી દઉં કે જો  $ann$  એ 1 થી અનંતની બરાબર છે તો અંકગણિતની પ્રગતિ છે તો આપેલ  $ap$  ના દરેક પદમાં સમાન સંખ્યા ઉમેરીને મેળવેલ ક્રમ  $bn$  એ ક્રમ છે જ્યાં  $n$ th શબ્દ  $bn$  એ વત્તા  $k$  બરાબર છે દરેક  $n$  માટે ફરીથી અંકગણિત પ્રગતિ છે અંકગણિત પ્રગતિ એ અનિવાર્યપણે આ ગુણધર્મ કહે છે કે આપણે આપેલ અંકગણિત પ્રગતિમાંથી ઉમેરીને અંકગણિત પ્રગતિ બનાવી શકીએ છીએ

દરેક પદ માટે સ્થિરાંક રાખવો એ દરેક પદમાં સ્થિરાંક ઉમેરવાને બદલે બીજી ગુણધર્મ ખૂબ જ સમાન છે અમે બાદબાકી કરી શકીએ છીએ અથવા બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો આ  $k$

સ્પષ્ટ કરવા માટે હકારાત્મક અથવા નકારાત્મક હોઈ શકે છે, જો  $ann$  1 થી અનંતની બરાબર હોય તો હું તેને સૂચિબદ્ધ કરું છું.

અંકગણિત પ્રગતિ પછી અંકગણિતની પ્રગતિ પછી

દરેક પદ માટે સતત કહે  $k$  બાદ કરીને મેળવેલ ક્રમ  $bn$  એ ફરીથી અંકગણિત પ્રગતિ છે

તેથી યાલો લખીએ  $bn$  એ 1 થી શરૂ થતા દરેક  $n$  માટે ઓછા  $k$  બરાબર છે

દાવો એ છે કે ક્રમ  $bn$  એ યાલુ રાખવા માટે અંકગણિત પ્રગતિ છે યાલો આપણે એક સમાન ગુણધર્મ ધરાવીએ જો અનુક્રમ એન એ એક થી અનંતની સમાન હોય તો એ એક અંકગણિત પ્રગતિ અથવા અંકગણિત ક્રમ હોય તો અનુક્રમના

દરેક પદને

સતત સાથે ગુણાકાર કરીને મેળવેલ ક્રમ એ અંકગણિતની પ્રગતિ છે જો કે તે સીધા આગળ છે યાલો આપણે કામ કરીએ.

વિગતો અમારી ધારણા છે કે  $an$  એ એપી છે તેનો અર્થ એ છે કે વત્તા 1 ઓછા  $an$  એ એક સ્થિર છે યાલો આપણે તેને દરેક  $n$  માટે  $d$  તરીકે કહીએ

આ આપેલ ક્રમનો ઉપયોગ કરીને પ્રાકૃતિક સંખ્યા  $n$  ના સમૂહનું તત્વ યાલો આપણે એક નવો ક્રમ બનાવીએ  $bn$  ક્રમને ધ્યાનમાં લઈએ  $bnn$  1 થી અનંતતા ની બરાબર કેવી રીતે  $bn$  બાંધીએ છીએ આપણે ફક્ત એકને સ્થિરાંક સાથે ગુણાકાર કરીએ  $bn$  દરેક  $n$  માટે અમુક  $c$  ગુણ્યા  $a$  બરાબર છે.

આપણે અવલોકન કરવું પડશે કે આ ક્રમ  $bn$  ફરીથી અંકગણિત પ્રગતિમાં છે યાલો આપણે કરીએ કે

$bn$  માં બે ક્રમિક પદોના તફાવતને ધ્યાનમાં લઈએ એટલે કે  $bn$  વત્તા 1 ઓછા  $bn$  આ  $c$  ગુણ્યા વત્તા 1 ઓછા  $c$  ગુણ્યા હશે અને જે  $c$  ગુણ્યા વત્તા છે.

1 બાદબાકી એક અંકગણિત ક્રમ બનાવે છે અને વત્તા 1 ઓછા  $an$  એ બધા માટે એક અચલ છે  $n$

તેથી આપણને  $c$  ગુણ્યા  $d$  મળે છે

તેથી આપણે બધી પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ માટે શું અવલોકન કરીએ છીએ

$n$  તફાવત  $bn$  વત્તા 1 ઓછા  $bn$  સ્થિર રહે છે આ હકીકતને સ્થાપિત કરે છે કે અનુક્રમ  $bn$  એ એક અંકગણિત ક્રમ છે પરંતુ અન્ય કિસ્સામાં વિપરીત શું આપણે આપેલ અંકગણિત પ્રગતિમાંથી એક અનુક્રમ બાંધ્યો હતો અને તેમાં સ્થિરાંક ઉમેરીને અહીં રચનાનો સામાન્ય તફાવત આપેલ અંકગણિત પ્રગતિના સામાન્ય તફાવતથી  $ted$  ક્રમ જુદો છે તે જુઓ કે તફાવત  $a$  વત્તા 1 ઓછા  $an$   $d$  છે જ્યારે તફાવત  $bn$  વત્તા 1 ઓછા  $bn$  સમાન  $d$  નથી પણ આ  $c$  શું છે તેના આધારે તે  $d$  થી અલગ હોઈ શકે છે.

સમાન પરિણામ ભાગાકાર માટે કહી શકાય તે મને ઝડપથી અહીં લખવા દો જો અનુક્રમ એન 1 થી અનંતની બરાબર હોય તો અંકગણિતની પ્રગતિ હોય તો અનુક્રમના પ્રત્યેક પદને વિભાજિત કરીને મેળવવામાં આવેલ ક્રમ  $bn$  ને બિન શૂન્ય સ્થિરાંકો સાથે  $ap$  આપવામાં આવે તો  $ap$  જ રહે છે.

તમે એ એપીના દરેક પદને બિન-શૂન્ય નંબર સાથે વિભાજિત કરી શકો છો,

તમે નવો ક્રમ મેળવી શકો છો અને એ જોવું મુશ્કેલ નથી કે નવો ક્રમ ફરીથી અંકગણિતની પ્રગતિ છે જેનો સરવાળો કરવા માટે આપણે આપેલ એપીમાંથી ઉમેરીને એપી બનાવી શકીએ છીએ.

પ્રત્યેક પદમાંથી સ્થિરાંકને બાદ કરીને પ્રત્યેક પદ સાથે સ્થિરાંકનો ગુણાકાર કરીને અથવા ભાગાકારના કિસ્સામાં દરેક પદને સ્થિરાંક વડે ભાગીને ખાતરી કરો કે નિષ્ક્રિય  $er$  જેનાથી તમે ભાગાકાર કરી રહ્યા છો તે શૂન્ય નથી હવે યાલો આપણે નીચેનો પ્રશ્ન પૂછીએ કે અલ્પવિરામ  $b$  ને

વાસ્તવિક સંખ્યાઓ આપેલ સંખ્યાઓ આપવામાં આવે છે શું આપણે કોઈ સંખ્યા દાખલ કરીએ છીએ યાલો તેને મૂકી તરીકે કહીએ

જેમ કે આપેલ સંખ્યા નાની અને આ સંખ્યાની મૂડી a જે આપણે દાખલ કરવા માંગીએ છીએ અને આપેલ સંખ્યા b એ શરતો અને અંકગણિત પ્રગતિ છે

તેથી આ તે પ્રશ્ન છે જેને અમે હમણાં સંબોધવા માંગીએ છીએ,

તમને બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ આપવામાં આવી છે યાલો આપણે તેને નાના a અને નાના b દ્વારા દર્શાવીએ અને અમને પૂછવામાં આવે છે શું આપણે મૂડી સાથે આવી શકીએ કે કેમ તે જોવા માટે કે નાની મૂડી a અને સ્મોલ b અંકગણિત ક્રમની સળંગ ત્રણ પદ બને છે તે જોવા માટે અવલોકન કરો કે અંકગણિત પ્રગતિ અથવા અંકગણિત ક્રમ માટે કોઈપણ બે ક્રમિક પદનો તફાવત સમાન રહેવો જોઈએ.

તે મૂળભૂત સિદ્ધાંત અથવા અમે આ પ્રશ્નનો જવાબ આપી શકીએ છીએ કારણ કે મૂડી a અને b એ એપીમાં હોવા જોઈએ એટલે કે કેપિટલ a માઈનસ સ્મોલ a એ b માઈનસ કેપીટના તફાવત સાથે સુસંગત હોવું જોઈએ a1 a આ બે એ એક વત્તા b ની બરાબર વાંચે છે જે એક વત્તા b ની બરાબર 2 દ્વારા મૂડી પ્રદાન કરે છે આમ બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ નાની a અને નાની b આપવામાં આવે છે, સંખ્યાની મૂડી મેળવવી હંમેશા શક્ય છે જેમ કે મૂડી a અને b છે અંકગણિત પ્રગતિની શરતો અને મૂડી a એ વત્તા b દ્વારા 2 દ્વારા આપવામાં આવે છે.

યાલો આપણે અહીં વ્યાખ્યા કરીએ કે

બે સંખ્યાઓ નાની a અને નાની b એ સંખ્યા a વત્તા b બે દ્વારા આપવામાં આવે છે જેને a અને b ના ટૂંકા માટે અંકગણિત સરેરાશ am કહેવામાં આવે છે.

યાલો હું a ની સાદો અંકગણિત સરેરાશ મુકું અને b એ વત્તા b દ્વારા 2 દ્વારા આપવામાં આવે છે તમે અગાઉ અવલોકન કર્યું છે કે જ્યારે બે સંખ્યાઓ આપવામાં આવે છે અને આપણે તેમની વચ્ચે અંકગણિત સરેરાશ દાખલ કરીએ છીએ તો ત્રણ સંખ્યાઓ અંકગણિત પ્રગતિના સતત ત્રણ પદો બની શકે છે.

આ કહ્યું યાલો આપણે થોડો સામાન્ય પ્રશ્ન પૂછીએ કે આપેલ બે સંખ્યાઓ નાની a અને નાની b વચ્ચે એક સંખ્યા દાખલ કરવાને બદલે આપણે વાસ્તવિક સંખ્યાઓની મર્યાદિત સંખ્યા દાખલ કરી શકીએ જેથી આપેલ બે સંખ્યાઓ અને t તેણે એકસાથે સંખ્યાઓ દાખલ કરી છે કેટલાક અંકગણિત પ્રગતિના ક્રમિક પદો મને તમારા માટે લખવા દો a અને b બે નંબરો હોવા દો, પ્રશ્ન શું છે તે જોતાં શું આપણે માત્ર એક નંબર નહીં પરંતુ વાસ્તવિક સંખ્યાઓની મર્યાદિત સંખ્યાને a1 a2 વગેરે પર કોલ કરી શકીએ.

a જેથી કરીને aa એક a બે an અને b એ અનુક્રમના અનુગામી પદો છે જે છે અને ap

તેથી બે સંખ્યાઓ a અને b આપવામાં આવે છે, અમે તેમની વચ્ચે n સંખ્યાઓ દાખલ કરવા માંગીએ છીએ જેથી n વત્તા બે સંખ્યાઓ એક સાથે અનુક્રમિક શબ્દો હોય.

અંકગણિત પ્રગતિ, યાલો આપણે આનો જવાબ આપવાનો પ્રયાસ કરીએ તે એપી રિકોલની વત્તા 12મી મુદત,

પ્રથમ ટર્મ સ્મોલ એ અને સામાન્ય તફાવત dn વત્તા બે ટર્મને ફોર્મ્યુલા દ્વારા n વત્તા બે અર્થ ટર્મનો ઉપયોગ કરીને મેળવી શકાય છે.

1a એ એક વત્તા n વત્તા 2 ઓછા 1 માં d છે જ્યાં d એ એપીનો સામાન્ય તફાવત છે જેના માટે આ n વત્તા 2 નંબર સળંગ પદો બનવા જોઈએ કે જે b છે તે એક વત્તા n વત્તા 1 માં d સમાન હોવા જોઈએ કારણ કે b બહાર આવ્યું છે n વત્તા 2 શબ્દ b એ વત્તા n વત્તા 2 ઓછા 1 માં d સાથે સુસંગત હોવો જોઈએ અહીં પ્રથમ પદને નંબર a આપવામાં આવ્યો છે અને આપણે હમણાં જ b માઈનસ a બાય n વત્તા 1 તરીકે સામાન્ય તફાવત d મેળવ્યો છે આમ બીજી મુદત કે જે પ્રથમ નંબર છે જે મૂડી a 1 દાખલ કરવામાં આવશે તે વત્તા d હશે જે વત્તા છે b માઈનસ a બાય n વત્તા 1 દાખલ કરવાની બીજી સંખ્યા એટલે કે a2 જે આ અંકગણિતની પ્રગતિમાં ત્રીજી પદ હશે

તેથી a2 એ વત્તા 2d છે જે એક વત્તા 2 માં b માઈનસ a બાય n વત્તા 1 સમાન રીતે તમે 3 લખી શકો છો જે વત્તા 3 d an છે d તે d માટેના સૂત્રમાં પ્લસ 3 ગણો પ્લગ હશે એટલે કે b માઈનસ a બાય n વત્તા 1 અને

તેથી છેલ્લી સંખ્યા કે જે આપણે સાદા an માં દાખલ કરવા માંગીએ છીએ તે d માં વત્તા n બરાબર છે જે વત્તા n વખત છે b માઈનસ a બાય n વત્તા 1 આમ કોઈપણ બે સંખ્યાઓ આપવામાં આવે તો આપણે હંમેશા તેમની વચ્ચે ઘણી બધી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ દાખલ કરી શકીએ જેથી આ દાખલ કરેલ સંખ્યાઓ સાથે આપેલ સંખ્યાઓ અંકગણિતની પ્રગતિના ક્રમિક પદો બની શકે તેથી યાલો હું સરવાળો કરું કે આપણી પાસે છે.

અંકગણિત પ્રગતિની વ્યાખ્યામાં જોવામાં આવે તો એવો ક્રમ છે કે કોઈપણ બે અનુગામી પદો વચ્ચેનો તફાવત સ્થિર રહે છે

તે અંકગણિત પ્રગતિનું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ કહેવાય છે જેમાં પ્રથમ પદ નાના a અને સામાન્ય તફાવત d એ aa વત્તા da વત્તા 2 d છે અને

તેથી nમી પદ પર an એ સૂત્ર દ્વારા a વત્તા n માઈનસ 1 માં d આપવામાં આવે છે બે સંખ્યાઓ a અને b નો અંકગણિત સરેરાશ અને b એ સૂત્ર a વત્તા b બાય 2 દ્વારા આપવામાં આવે છે આ ફક્ત a માટે છે ઝડપી રીકેપ આગળ યાલો આપણે નીચેનો પ્રશ્ન પૂછીએ પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય તફાવત d સાથે અંકગણિતની પ્રગતિ આપેલ છે યાલો આપણે તેને તેના પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ aa plus da plus 2 d માં લઈએ અને

તેથી જે પ્રશ્નનો આપણે જવાબ આપવા માંગીએ છીએ તે નીચે મુજબ છે આ એપીની પ્રથમ n શરતોનો સરવાળો શું છે સરળ રીતે આપણે પ્લસ એ પ્લસ ડી પ્લસ વગેરે માટે nમી ટર્મ સુધી એક્સપ્રેશન મેળવવા માંગીએ છીએ એટલે કે પ્લસ n માઈનસ 1 માં ટી શું આપણી પાસે આ માટે બંધ ફોર્મ એક્સપ્રેશન હોઈ શકે છે તે શું છે આનો જવાબ આપતા પહેલા અમે આગળ તપાસ કરવા માંગીએ છીએ,

યાલો હું તમારી સાથે એક બિંદુ શેર કરું અને આ કાર્લ ફ્રેડરિક ગૌસ વિશેની એક પ્રસિદ્ધ વાર્તા છે જે ગણિતના રાજકુમાર તરીકે

જાણીતી છે, વાર્તા આ રીતે આગળ વધે છે કે ગૌસને તેના શિક્ષક દ્વારા તેના ગેરવર્તન બદલ સજા કરવામાં આવી હતી.

આપવામાં આવેલ સજા પ્રથમ સો કુદરતી સંખ્યાઓનો સરવાળો હતો તે બરાબર કરવું ખૂબ જ સરળ હતું પરંતુ હું તમને યાદ અપાવી દઉં કે જ્યારે કારણ એકદમ પાંચ વર્ષનું હતું ત્યારે આશ્ચર્યજનક રીતે ગૌસ આવી શકે છે.

સેકન્ડમાં જવાબ સાથે હવે તે પૃથ્વી પર કેવી રીતે પ્રથમ સો કુદરતી સંખ્યાઓમાંથી સેકન્ડની અંદર આવી શકે તે પણ પાંચ વર્ષની ઉંમરે તેણે એક અદ્ભુત યુક્તિ વાપરી અને યુક્તિ આ સો સંખ્યાઓને જૂથબદ્ધ કરી રહી છે, યાલો હું તમને એક આપીશ.

રૂપરેખા તેમણે સો કુદરતી સંખ્યાઓની યાદી આપી એક બે ત્રણ વગેરે સો સુધી કદાચ સંપૂર્ણ રીતે લખી શકાય નહીં પરંતુ પછી તે જોઈ શક્યો કે આ 100 નંબરોને નીચેની રીતે

જૂથ 100 એકસાથે જૂથ 2 અને 99 એકસાથે જૂથ 3 અને 90 8 એકસાથે જૂથબદ્ધ કરી શકાય છે અને

તેથી સો નંબરની જોડી બનાવી રહી છે, શું તમે અવલોકન કરો છો કે દરેક જોડીમાં એક સરવાળો એક નથી, 100 નો સરવાળો એક નથી બેનો સરવાળો છે અને 99 એક નથી ત્રણનો સરવાળો છે અને 98 એક નથી અને

તેથી કેટલાક દરેક જોડીમાં એક નથી કેટલી જોડી છે યાદ કરો ત્યાં સો સંખ્યાઓ છે

તેથી ત્યાં પચાસ જોડી છે અને દરેક જોડીનો સરવાળો એક નહીં,

તેથી કુલ સરવાળો 50 જોડી હશે ત્યાં દરેક જોડીનો સરવાળો એક નહીં,

તેથી તે છે એકમાં 50 ફી શૂન્ય ફી શૂન્ય નથી આ રીતે ગૌસ પ્રથમ સો પ્રાકૃતિક સંખ્યાના સરવાળાની ગણતરી સેકન્ડની બાબતમાં કરી શકે છે તેમાં કોઈ શંકા નથી કે તે એક નોંધપાત્ર હકીકત છે કે પાંચ વર્ષની ઉંમરે તે આ વિચારની કલ્પના કરી શક્યો હતો અને

તેજસ્વી રીતે જોડી બનાવવાનો સમાન વિચાર અને ઉમેરવું એ છે કે અંકગણિતની પ્રગતિ  $aa$  વત્તા  $d$  વત્તા  $2d$  ની  $n$  શરતોનો સરવાળો શું છે તે પ્રશ્ન શું હતો તે પહેલાં મેં પૂછેલા પ્રશ્નનો જવાબ આપવા માટે આપણે શું કરવા જઈ રહ્યા છીએ અને

તેથી યાલો ગૌસ દ્વારા ઉપયોગમાં લેવાતા વિચાર સાથે તેનો જવાબ આપીએ.

સરવાળો એક બે સો યાલો આપણે  $sn$  દ્વારા અંકગણિત પ્રગતિના પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો દર્શાવીએ

તેથી  $sn$  એ સંકેત છે જેનો હું

$aa$  વત્તા  $d$  વત્તા  $d$  વત્તા  $d$  વગેરે માટે ઉપયોગ કરું છું અને  $n$ th શબ્દ યાદ રાખો  $ap$  ની  $n$ મી અવધિ  $a$  તરીકે પ્રથમ પદ સાથે

અને સામાન્ય તફાવત એ છે કે  $d$  એ વત્તા  $n$  માઈનસ 1 માં  $d$  છે અને આપણે જે શોધી રહ્યા છીએ તે આ સરવાળા  $sn$  માટે એક વત્તા  $pn$  વત્તા  $d$  વગેરે વત્તા  $pn$  માઈનસ 1  $d$  માટેનું સૂત્ર છે કારણ કે અમારી વિચારણામાં ફક્ત  $n$  શરતો છે મને દો  $n$ મા પદને

$a$  વત્તા  $n$  માઈનસ 1 ને  $d$  માં છેલ્લી મુદત તરીકે કહી અને યાલો હું તેને 1 વડે દર્શાવું જેથી આપણે  $sn$  બરાબર  $a$  plus  $a$  plus  $d$  plus etcetera plus શોધવા માંગીએ છીએ.

તેને અનુક્રમિત કરીને તેને જૂથબદ્ધ કરીએ છીએ તે થોડા ફેરફાર સાથે હોઈ શકે છે અમે  $sn$  પણ લખી શકીએ છીએ કારણ કે યાદ રાખો કે  $sn$  એ  $pn$  વત્તા  $d$  વગેરે છે વત્તા 1 આને છેલ્લી ટર્મ તરીકે પણ લખી શકાય છે 1 વત્તા 1 પહેલાનો શબ્દ શું તમે

કહી શકો છો 1 માઈનસ હોવો સામાન્ય તફાવત શું તે 1 માઈનસ 2  $d$  થી પહેલાનો નથી અને

તેથી આગળ આપણે પ્રથમ ટર્મ  $a$  સુધી પહોંચીશું

તેથી  $a$  થી 1 લખવાને બદલે આપણે 1 થી  $a$  લખીએ છીએ હવે યાલો બંને ઉમેરીએ આ અભિવ્યક્તિ  $sn$  પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો  $a$  થી શરૂ થાય છે અને 1 થી સમાપ્ત થાય છે અને સમાન  $n$  પદોનો સરવાળો કરે છે પરંતુ હવે 1 થી શરૂ કરીને અને  $a$  સાથે સમાપ્ત થાય છે યાલો આપણે આ બે ડાબી બાજુનો સરવાળો કરીએ તો તમને 2  $sn$  મળે છે

તેથી 2  $sn$  બરાબર તમે જુઓ છો કે  $a$  અને 1 એ વત્તા 1 સુધી ઉમેરે છે તેવી જ રીતે પ્રથમ એક્સપ્રેસમાં બીજી ટર્મ  $a$  વત્તા  $d$  sion અને બીજી સમીકરણમાં 1 માઈનસ  $d$  એ વત્તા આપવા માટે ઉમેરે છે 1  $t$  રદ થઈ જાય છે અને

તેથી પ્રથમ અભિવ્યક્તિમાં છેલ્લું પદ 1 છે અને બીજી અભિવ્યક્તિમાં છેલ્લું પદ  $a$  છે જે 1 વત્તા  $a$  સુધી ઉમેરે છે મહેરબાની કરીને 1 1 અને 2 ને ફરીથી જુઓ અને જમણી બાજુની અભિવ્યક્તિમાં અનુરૂપ શબ્દોની તુલના કરો પ્રથમ અભિવ્યક્તિમાં પ્રથમ પદ એ

બીજી અભિવ્યક્તિમાં પ્રથમ પદ છે 1 તેઓ પ્રથમ અભિવ્યક્તિની જમણી બાજુએ વત્તા 1 બીજા પદ સુધી ઉમેરે છે બીજી અભિવ્યક્તિની જમણી બાજુએ  $a$  વત્તા  $d$  અને બીજી પદ 1 ઓછા  $d$  છે તેઓ વત્તા 1 આપવા માટે ઉમેરે છે અને

તેથી વધુ લા વત્તા 1 અને

તેથી વધુ 1 અને

તેથી કેટલા  $n$  પદો છે આમ આપણને મળે છે 2  $sn$  બરાબર  $n$  ગુણ્યા વત્તા 1 છે અમને 2  $sn$  કરતાં  $sn$  માટે અભિવ્યક્તિ જોઈએ છે

તેથી યાલો  $sn$  બરાબર  $n$  ને 2 ગણા વત્તા 1 લખીએ અને આ તમને અંકગણિતની પ્રગતિની પ્રથમ  $n$  શરતોનો સૂત્ર સરવાળો આપે છે.

પ્રથમ ટર્મમાં  $n$  બાય 2 વડે છેલ્લી ટર્મ ધ્યાનમાં રાખીને  $n$  તે એક મહત્વપૂર્ણ સૂત્ર છે તેને  $sn$  બરાબર  $n$  બાય 2 વત્તામાં  $sn$  તરીકે પણ લખી શકાય છે યાદ રાખો કે 1 એ છેલ્લી મુદત છે જે આપણે  $n$  સંખ્યાઓ પર વિચાર કરી રહ્યા છીએ

તેથી 1 એ એપીનો  $n$ મો શબ્દ છે જે વત્તા  $n$  માઈનસ છે 1 માં  $d$

તેથી થોડા અંકગણિત દ્વારા આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે તે  $n$  બાય 2 ગુણ્યા 2 એક વત્તા  $n$  બાદ 1 માં  $d$  છે આ

એક અંકગણિત પ્રગતિના પ્રથમ  $n$  શરતોના સરવાળા માટે વૈકલ્પિક સૂત્ર આપે છે જો તમે પહેલાનો ઉપયોગ કરી શકો છો એપી સાથે સખ્યા કરવામાં આવે છે અને ચોક્કસપણે આપણે પ્રથમ ટર્મ અને છેલ્લી ટર્મ શોધી શકીએ છીએ જ્યારે બીજી ટર્મનો ઉપયોગ કરી

શકીએ છીએ જો પ્રથમ ટર્મ અને સામાન્ય તફાવત જાણીતો હોય અને શરતોની સંખ્યા આપવામાં આવી હોય અને એપ પર આ કહું હોય તો યાલો આપણે બીજા પ્રકારના ક્રમ વિશેષ પર આગળ વધીએ.

ક્રમને ભૌમિતિક પ્રગતિ કહેવામાં આવે છે તે યાદ કરો કે અંકગણિત પ્રગતિમાં અનુક્રમિક પદો અને અનુગામી પદોનો

તફાવત કોઈપણ બે અનુગામી પદોના તફાવતને બદલે સ્થિર રહે છે જો અનુક્રમના કોઈપણ બે ક્રમિક પદોનો ગુણોત્તર ઇન્સન્ટન્ટ અમે

તે ક્રમને ભૌમિતિક પ્રગતિ તરીકે ઓળખીએ છીએ, મને વ્યાખ્યા લખવા દો એક ક્રમ  $ann$  1 થી અનંતની બરાબર છે તે ટૂંકમાં ભૌમિતિક પ્રગતિ  $gp$  કહેવાય છે જો કોઈ પદ શૂન્ય અને વત્તા 1 ના ગુણોત્તર દ્વારા બે અનુગામી હોય.

$n$  ના દરેક  $n$  તત્વ માટે શરતો  $r$  ની બરાબર છે મને એક અનુક્રમનું પુનરાવર્તન કરવા દો, શૂન્ય સિવાયની વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો એક ભૌમિતિક પ્રગતિ કહેવાય છે જો ગુણોત્તર એક વત્તા 1 દ્વારા સ્થિર રહે તો  $n$  તમે કોઈપણ બે અનુગામી પદ વચ્ચેનો ગુણોત્તર લો છો.

એક શબ્દ તેના પહેલાના શબ્દ દ્વારા વિભાજિત થાય છે તે સ્થિરાંકોને યાદ કરાવે છે કૃપા કરીને એ શરતની નોંધ લો કે ક્રમનો કોઈ શબ્દ 0 નથી જે આ વિભાજનને સરળ બનાવે છે એક વત્તા 1 દ્વારા ત્વરિત ક્રમ 3 6 12 24 વગેરેને ધ્યાનમાં લો, શું તમે બીજી પેટર્નનું અવલોકન કરી શકો છો? પ્રથમ પદ એ બે ત્રીજી પદ સાથેનો ગુણાકાર એ બીજી વાર 2 સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે છે અને બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો બીજી અવધિ પ્રથમ પદ 6 વડે 3 દ્વારા ત્રીજી અવધિ સમાન છે બીજી ટર્મ 12 બાય 6 એ ચોથી ટર્મ બાય ત્રીજી ટર્મ સમાન છે અને

તેથી અહીં દરેક  $n$  માટે ખસ 1 બાય એ 2 બરાબર છે એવી ધારણા સાથે કે આ પેટર્ન એ જ રીતે એક બાય બે એક બાય ફોર વન બાય ક્રમને ધ્યાનમાં લો આઠ એક બાય સોળ વગેરે હું એક સામાન્ય પદ લખું છું એક બાય ટુ પાવર  $n$  વગેરે 1 બાય 2 પાવર  $n$  વગેરે અહીં પણ તમે જોઈ શકો છો કે બે ક્રમિક પદોનો ગુણોત્તર સ્થિર રહે છે ચાલો વ્યાખ્યા યાદ કરીએ બિન-શૂન્ય પદોનો ક્રમ છે.

ભૌમિતિક પ્રગતિ કહેવાય છે જો  $n$  ના દરેક  $n$  તત્વ માટે વત્તા 1 બાય  $r$  બરાબર હોય તો આ  $r$  કોઈપણ બે અનુગામી પદોનો ગુણોત્તર જે સ્થિર રહે છે તેને સામાન્ય ગુણોત્તર કહેવામાં આવે છે જે અંકગણિત પ્રગતિ સમાન છે તે પ્રથમ પદ અને સામાન્ય હતા.

તફાવત

એ પ્રથમ અવધિ  $gp$  ના કિસ્સામાં પ્રગતિનું સંપૂર્ણ વર્ણન કરે છે અને સામાન્ય ગુણોત્તર સંપૂર્ણપણે ભૌમિતિક પ્રગતિનું વર્ણન કરે છે જો પ્રથમ પદ  $a$  હોય અને સામાન્ય ગુણોત્તર  $r$  હોય તો આપણે  $gp$  ને ધોરણમાં લખી શકીએ.

d ફોર્મ

યાદ રાખો  $an$  વત્તા 1 બાય  $an$   $r$  છે

તેથી વત્તા 1 એ  $r$  ગણો છે

તેથી બીજી મુદત  $r$  ગણી પ્રથમ ટર્મ ત્રીજી ટર્મ  $r$  ગણી બીજી ટર્મ હશે જે  $r$  ચોરસ  $a$  છે અને

તેથી વધુ પ્રથમ પદ  $a$  અને સામાન્ય ગુણોત્તર સાથે ભૌમિતિક પ્રગતિનું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ  $r$  એ અરર ચોરસ દ્વારા આપવામાં આવે છે અને

તેથી પેટર્નને અનુસરવા પર તમે જોઈ શકો છો કે પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં આ  $gp$  ની  $n$ મી પદ નીચેની  $ar$  પાવર  $n$  માઈનસ 1 છે આ સામાન્ય ગુણોત્તર  $r$  સાથે  $gp$  ની  $n$ મી પદની અભિવ્યક્તિ અને અંકગણિત પ્રગતિના કિસ્સા સમાન છે, ચાલો આપણે નીચેનો પ્રશ્ન પૂછીએ કે શું આપણે  $gp$  ની પ્રથમ  $n$  શરતોના સરવાળા માટે બંધ સ્વરૂપની અભિવ્યક્તિ મેળવી શકીએ છીએ? વગેરે  $n$ th ટર્મ  $ar$  પાવર  $n$  માઈનસ 1 વગેરે શું આપણે  $sn$  માટે ફોર્મ્યુલા મેળવી શકીએ છીએ જે પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો દર્શાવે છે  $a$  વત્તા  $ar$  વત્તા વગેરે વત્તા  $ar$  પાવર  $n$  માઈનસ 1 આપણે આગલા વર્ગમાં સૂત્ર વિકસાવીશું આ અહીં આપણે થોડું અપનાવીશું અલગ  $ent$  ટેકનિક યાદ કરો કે એપીના કિસ્સામાં અમે ટેકનિકનો ઉપયોગ કરીએ છીએ અથવા ગૂપિંગની યુક્તિનો યોગ્ય રીતે ઉપયોગ કરીએ છીએ અહીં અમે  $sm$  નેક્સ્ટ ક્લાસ માટે ફોર્મ્યુલા વિકસાવવા માટે એક અલગ ટેકનિકનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ અમે ફોર્મ્યુલા સ્થાપિત કરીશું અને  $gp$  અને  $ap$  ને વધુ એક્સપ્લોર કરીશું તમારો આભાર