میں آپ سب کو عنوان کی ترتیب اور سیریز کے اس چوتھے لیکچر میں خوش آمدید کہتا ہوں اس کے ساتھ شروع کرنے کے لیے آئیے ایک تعریف یاد کرتے ہیں جو ہم نے پچھلے لیکچر کے آخر میں کی تھی یعنی ایک ترتیب دی گئی سیریز کی تعریف اور اظہار پر غور کریں۔ 1 جمع ایک 2 جمع ایک 3 جمع وغیرہ اس اظہار کا مطلب وہی ہے جو ترتیب سے منسلک سیریز سے ہے اور اس وقت تک ترتیب اور سیریز کے درمیان فرق واضح ترتیب ہونا چاہئے نمبروں کی ترتیب شدہ فہرست ہے اور سیریز ایک مجموعہ ہے مجھے تبصرہ کرنے دیں۔ یہ بھی کہ ایکسپریشن یعنی لامحدود تعداد کے مجموعے پر غور کرتے ہوئے ایک 1 جمع ایک 2 جمع ایک 3 جمع وغیرہ ہمیں اس بات کی پرواہ نہیں ہے کہ آیا یہ اظہار آخر کار ایک حقیقی قدر کی نمائندگی کرتا ہے یا نہیں ان سوالات کا جواب دیا جائے گا یا سیریز سے منسلک دیگر تصورات میں ان پر بحث کی جائے گی۔ ایک جمع 3 جمع وغیرہ ہم یہ بھی نوٹ کرتے ہیں کہ تعریف کے a 1 جمع a 2 سلسلہ جس سے ہمارا مطلب صرف اس اظہار ہے یا رسمی رقم کے ذیلی سیٹ سے ایک فعل ہے ۔ منفی انٹیجرز اگر وہ سب سیٹ محدود ہے n لحاظ سے ایک ترتیب وغیرہ میں صرف ایک محدود تعداد ہو گی اگر ہم غیر منفی a1 a2 a3 تو ہمیں ایک محدود ترتیب ملتی ہے تاکہ اصطلاحات کے اس مجموعہ میں انٹیجرز کے سیٹ کے ذیلی سیٹ سے کسی فنکشن سے ڈیل کریں جہاں سب سیٹ ایک لامحدود سب سیٹ ہے اسی مناسبت سے ہمیں ایک لامحدود ترتیب مل سکتی ہے اور اس صورت میں سیریز مختصر طور پر ایک لامحدود رقم ہوگی میں جو بیان کرنا چاہوں گا وہ درج ذیل ہے اگر ترتیب ایک محدود ہے

لکھتے ہیں 1 کے برابر لامحدود ہے n تو متعلقہ سلسلہ محدود ہے اگر ترتیب اور آئیے

تو سے متعلقہ سیریز لامحدود ہے نوٹ کریں کہ ایک محدود سیریز جو 1 جمع 2 جمع وغیرہ کی طرح نظر آتی ہے جمع ایک بہت سی حقیقی اقدار کا مجموعہ ہے۔ اس لیے یہ ہمیشہ ایک محدود حقیقی عدد کی نمائندگی کرتا ہے جبکہ ایک لامحدود سلسلہ ایک جمع دو جمع وغیرہ کسی محدود حقیقی نمبر کی نمائندگی کر سکتا ہے یا نہیں کر سکتا آئیے ہم اس اشارے کو یاد کرتے ہیں جس کے لیے ہم متعارف کراتے ہیں۔ رقم کو آسان بنانے کی aii 1 کو سگما اشارے کا استعمال کرتے ہوئے لکھا جاسکتا ہے سمیشن an وغیرہ پلس a 1 plus a 2 plus خاطر یعنی سگما اشارے a 1 جمع وغیرہ کو سگما اشارے کا استعمال کرتے ہوئے دکھایا جاسکتا ہے۔ a 1 جمع a 2 کے برابر ہے یکساں طور پر ایک سیریز n سے کے لیے اس لامحدودیت کو بالائی حد میں اس بات کی نشاندہی aii is 1 to infinity جمع وغیرہ سمیشن کے برابر ہے a 2 جمع کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے کہ ہم جس سیریز سے نمٹتے ہیں وہ لامحدود سیریز ہے اس کی وضاحت کرنے کے بعد کہ سیریز کیا ہے آئیے کے برابر لامحدودیت کے لیے ہم دی گئی ترتیب n 1 ایک اور کے ساتھ آگے بڑھتے ہیں۔ تعریف ترتیب پر غور کریں اور آئیے ہم کہتے ہیں کہ s2 کی طرح ہے دوسری اصطلاح s1 a1 کہتا ہوں جیسا کہ پہلی اصطلاح sn میں سے ایک نئی ترتیب بناتے ہیں اور اس ترتیب کو میں a a3 جمع a2 پلس a1 ہے s3 رقم کے برابر ہے۔ دی گئی ترتیب کی پہلی دو اصطلاحات میں سے کو سگما اشارے کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کیا جا سکتا ہے آئیے ہمیں یاد کریں an soon sn پلس وغیرہ پلس a2 پلس a1 ہے sn تو جہاں اصطلاحات کی وضاحت اس طرح کی گئی ہے w sequence sn کہ آپ کو ایک ترتیب کے ساتھ دیا گیا ہے اور ہم ایک کو بناتے ہیں۔ کے لامحدود کے برابر ہے ہم جزوی رقوم کی ترتیب کی تعریف summation ann 1 سیریز کے جزوی رقوم کی ترتیب کہلاتا ہے sn sn کے لامحدود کے برابر ہے n 1 کر رہے ہیں یاد رکھیں ایک ترتیب دی گئی ہے جس کا اظہار ہم نے متعلقہ سیریز کے طور پر کیا ہے۔ خلاصہ اور اس سیریز کے لیے ہم جزوی رقوم کی ترتیب کو جزوی رقوم کی ترتیب کی وضاحت کے لیے کس طرح متعین کرتے ہیں ہم ایک نئی ترتیب ترتیب اور اسی طرح اب تعریف واضح ہے سوال یہ ہے کہ یاد کرنے کے لیے یہ تعریف کیا ہے a2 جمع a1 ہے a1 s2 ہے sn s1 بناتے ہیں کہ جب ہم 1 جمع ایک 2 جمع ایک 3 جمع وغیرہ کے لامحدود حقیقی اعداد کے مجموعہ سے نمٹتے ہیں

تو ہم جوڑنا جاری نہیں رکھ سکتے اور دیکھتے ہیں کہ کیا نکلتا ہے

تو پھر ہم لامحدود کے لیے ایک قطعی معنی کیسے مقرر کریں گے؟ جمع ایک 1 جمع ایک 2 جمع ایک 3 جمع اور اسی طرح جواب درج ذیل ہے ہم کہا alled nth partial sum sn ہے c جزوی رقم کی ترتیب میں sn ویں اصطلاح یعنی n جزوی رقم کی ترتیب بناتے ہیں ہاں جمع وغیرہ پلس ایک ہے جسے عام اضافے سے مل سکتا a 2 ایک جمع nth partial sum sn یاد رکھیں n partial sub جاتا ہے کی ترتیب کے کنورجنسس یا sn بڑا ہوتا جاتا ہے کیا ہم n کے ساتھ کیا ہوتا ہے جیسا کہ sm ہے اگلا ہم کیا کرتے ہیں ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ کی ترتیب کنورجنٹ ہے sums sn ڈائیورجن کا مشاہدہ کرتے ہیں اگر جزوی

تو ہم کہتے ہیں کہ سیریز کنورجینٹ ہے اور اگر جزوی رقم کی ترتیب کنورجنٹ نہیں ہے

تو ہم کہتے ہیں کہ سیریز متضاد ہے آئیے ہم اسے ایک تعریف کے طور پر بناتے ہیں۔ ایک دی گئی ترتیب کے لیے ایک اور متعلقہ سیریز کا خلاصہ کے برابر ہے جسے جزوی رقوم کی ترتیب کہا جاتا ہے اگر جزوی رقم کی یہ ترتیب متضاد ہے sn ایک سے لامحدود کنسٹرکٹ سیکوینس ann کے کافی قریب ہوتی جا l اصطلاحات اس sn موجود ہو جیسے جیسے آپ آگے بڑھتے ہیں ترتیب کا اختتام l یعنی اگر کوئی حقیقی عدد کیپٹل a 2 بدیہی طور پر آپ 1 جمع nt ہے an diverge متضاد ہے ورنہ ہم کہتے ہیں کہ خلاصہ an رہی ہیں پھر ہم کہتے ہیں کہ خلاصہ اور جمع کو شامل کرنے کے بجائے اس طرح سمجھ سکتے ہیں اور یہ دیکھتے ہوئے کہ کیا نکلتا ہے جو عملی نہیں ہے ہم سب سے a 3 جمع کسی عدد sn جزوی رقم تلاش کرتے ہیں پیٹرن اور دیکھیں کہ کیا sm nth اصطلاحات کا مجموعہ تلاش کرتے ہیں جو کہ ہم n پہلے پہلے بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے اگر ہاں اس نمبر کو اشارے میں اس لامحدود سیریز کے مجموعہ کے طور پر لیا n جیسا کہ l کے قریب ہو جاتا ہے بڑا اور بڑا ہوتا n کے قریب جب l بن جاتی ہیں۔ sn کے برابر ہے یعنی ترتیب کی شرائط l کا رجحان sn لامحدود n جاتا ہے اگر حد جاتا ہے

کو اس لامحدود سیریز کے مجموعہ کے طور پر لیا جاتا ہے بجائے اس l کے برابر ہے اور یہ کہ l ایک ہی an تو ہم کہتے ہیں کہ سمیشن بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے اور ترتیب n کے جوڑتے رہیں اور جو کچھ نکلتا ہے اس کا مشاہدہ کرتے ہیں ہم دیکھتے ہیں کہ جزوی رقم کا کیا ہوتا ہے کنورجنس کا استعمال یہ کہنے کے لیے کیا جاتا ہے کہ آیا سیریز کنورجنٹ ہے یا سیریز نہیں دی گئی، ہم ایک نئی ترتیب بناتے ہیں جسے جزوی ہم کہتے ہیں کہ سلسلہ بدیہی طور پر متضاد ہے اس کا مطلب gent رقوم کی ترتیب کہا جاتا ہے اور اگر جزوی جمع کی ترتیب بدل جاتی ہے۔ ہے کہ یہ لامحدود رقم بالآخر ایک محدود قدر کو جنم دیتی ہے جب ہم کہتے ہیں کہ ایک سلسلہ کنورجنٹ ہے ہمارا مطلب یہ ہے کہ سیریز ان تمام لامحدود حقیقی اقدار کو شامل کرنے کے بعد اس معنی میں سمیبل ہے ایک محدود قدر کے ساتھ اس کا خلاصہ یہ ہے کہ ہم لامحدود مجموعے کے جواب کے لیے ایک قطعی معنی کیسے تفویض کرتے ہیں، یہ جزوی رقوم کی ترتیب کے کنورجنشن کے ذریعے ہوتا ہے کنورجنسی لفظ ایک ترتیب کے لیے ترتیب اور سیریز کے کنورجنسنس دونوں کے ساتھ منسلک ہوتا ہے، جو کہتا ہے کہ کیا ہوتا ہے ترتیب کی طرف جب آپ تسلسل کے آخری سرے کی طرف بڑھتے ہیں اور کسی سلسلے کے کنورژنس کی طرف بڑھتے ہیں

تو یہ کہنا کچھ ہے کہ آیا سیریز سمیبل کا مطلب ہے تمام شرائط کو شامل کرنے کے بعد کہ آیا آپ ایک محدود قدر کے ساتھ آئیں گے یا نہیں اب ہمیں اس کے لیے ایک قطعی معنی مل گیا ہے۔ ایک لامحدود رقم ایک 1 جمع ایک 2 جمع وغیرہ کا کیا مطلب ہے کہ ہم اس کے ساتھ کسی نمبر کو کیسے جوڑتے ہیں جو اس بات پر منحصر ہے کہ سیریز متضاد ہے یا نہیں اور سلسلہ کنورجنٹ ہے یا نہیں اس کا انحصار جزوی رقوم کی ترتیب کے کنورجنشن پر ہوتا ہے ہو سکتا ہے کہ ترتیب اور سلسلہ کے کنورژنس کا سخت مطالعہ نہ کیا جا سکے لیکن پھر آئیے کچھ مثالیں یہ سمجھنے کے لیے پیش کرتے ہیں کہ ہم یہ کیسے کہتے ہیں کہ کوئی سلسلہ کنورجنٹ ہے یا ہم کیسے دیکھیں کہ آیا ایک لامحدود رقم بالآخر ایک محدود قدر کو جنم دیتی ہے یا نہیں میں آپ کو ایک مثال دیتا ہوں تاکہ دی گئی سیریز ہے 1 جمع 1 از 2 جمع 1 از 4 جمع 1 از 8 جمع وغیرہ 1 از 16 جمع

وغیرہ مجھے امید ہے کہ آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں۔ ایک پیٹرن یہ ہے کہ 2 کی طاقتیں 2 کی طاقت 1 2 مربع 2 مکعب 2 طاقت 4 اور اسی طرح سے 0 کے لامحدود کے برابر ہے۔ اس ترتیب کی nn صرف اشارے کو واضح کرنے کے لیے کہ یہ سیریز کا خلاصہ ایک ترتیب 1 بائی 2 پاور پہلی اصطلاح 1 ضرب 1 ہے جو کہ پہلی رقم ہے اور یہاں ترتیب کی دوسری اصطلاح 1 ضرب 2 قوت 1 ہے جو کہ دوسری رقم ہے اور اس ایک محدود قدر کی نمائندگی کرتا um لامحدود رقم میں اور اسی طرح اب سوال جس کا ہم جواب دینا چاہتے ہیں وہ یہ ہے کہ کیا یہ لامحدود ایس ہے یا نہیں دوسرے لفظوں میں کہ آیا یہ سلسلہ سمیبل ہے یا نہیں زیادہ تکنیکی لفظ یہ ہے کہ آیا یہ سلسلہ کنورجنٹ ہے یا نہیں اسے دیکھنے کے لیے جیسا کہ ہم نے تھیوری میں تیار کیا ہے پہلے ہمیں جزوی جمع کی ترتیب کو دیکھنا ہوگا

s2 جو کہ 1 ہے دوسری جزوی رقم a1 ہے s1 تو آئیے تلاش کریں۔ اس دی گئی سیریز کے لیے جزوی رقم کی ترتیب پہلی جزوی رقم یعنی ایک 1 sum s3 عام اضافے سے پایا جا سکتا ہے تیسرے جزوی s 2 ہے یہاں یہ 1 جمع 1 بذریعہ 2 ہے مشاہدہ کریں کہ a 2 ایک 1 جمع ہے 3 ضرب 2 جمع 1 3 f ہے 3 ضرب 2 2 s ہے جو 1 جمع 1 بذریعہ 2 جمع 1 بذریعہ 4 ہے اور اسی طرح a 3 جمع a 2 جمع n سے جزوی رقم ہوگی 1 جمع 1 از 2 جمع 1 بذریعہ 3 جمع وغیرہ جمع 1 بذریعہ n sn بذریعہ 4 جو 7 ضرب 4 ہے اور اسی طرح سے لامحدود کے 1 sn n تو اس سوال کا جواب دینے کے لیے کہ آیا دی گئی سیریز سمیبل کنورجنٹ ہے یا نہیں ہمیں اس ترتیب کو دیکھنا ہوگا اور 4 by ہے 7 s3 جمع آدھا 1 2 x ہے 3 s2 ہے 1 1 s برابر ہے۔ متضاد ہے یا نہیں آئیے ایک نمونہ دیکھنے کی کوشش کریں کہ n ویں ٹرم ہوگی 2 پاور n اس طرح یہ تھوڑا سا شامل ہے لیکن پھر بھی بغور مشاہدہ کرنے سے یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ ایک نمونہ ہے اور ہاں مائنس 1 پہلی ٹرم ترتیب میں 1 سیکنڈ ٹرم ہے۔ جزوی رقم کا 3 ضرب 2 تیسری اصطلاح ہے 7 ضرب 4 اور اسی by 2 power n مائنس 1 کے اظہار کو دیکھنا تھوڑا سا شامل ہے تاہم آئیے اسے sn مائنس 1 اس طرح n مائنس 1 ضرب 2 پاور n ویں اصطلاح ہے 2 پاورn طرح ایک میں کرنے کی کوشش کریں قدرے مختلف انداز میں یونٹ مربع پر غور کریں تصور کریں کہ یونٹ مربع کی دو کاپیاں اس طرح چسپاں کی گئی ہیں اس ایک کا رقبہ ایک ہے آئیے اس پہلے نصف حصے کا دوسرا یونٹ مربع رقبہ ایک بائے دو اور دوسرا نصف حصہ ایک بائے دو ہے اور جزوی کل s2 میں دوسری اصطلاح کو پہلے مربع کے رقبہ کے ساتھ دوسرے مربع کے نصف حصے کے ساتھ منسلک کیا جا سکتا ہے لہذا s2 رقم جمع 1 ہے 2 جمع 1 بائی 4 جو کہ پہلی ڈسک یونٹ 1 s3 رقبہ ہے جو کہ 2 مائنس نصف ہے اس حصے کی کمی ہے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ s3 اسکوا کا رقبہ ہے۔ دوسری یونٹ مربع کے آدھے حصے کا ری پلس رقبہ اور پھر آپ کو بقیہ نصف کا نصف جوڑنا ہوگا یہ 1 بائی 4 ہے یہ ہے

ہے 1 جمع آدھا جمع ایک بذریعہ چار جو کہ اصل میں کل رقبہ مائنس ایک بائے چار کل رقبہ ہے دو مائنس ایک بائے 4 یہ حصہ غائب ہے s3 تو جمع 1 بذریعہ 2 جمع 1 بذریعہ 4 جمع 1 بذریعہ 8 ہے یہ کل رقبہ 2 ہے جس میں 1 1 4 s میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ 4 s اسی طرح ہے 2 4 s 4 by ہے 2 مائنس 1 3 s ہے 2 منفی نصف 2 s ہے 1 1 s ضرب 8 غائب ہے اور اسی طرح اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ sn مائنس 1 ہوگا۔ یہ وہی ہے جو ہمیں ملا ہے by 2 power n مائنس 1 2 sn اور اسی طرح ہمیں پیٹرن کا مشاہدہ کرنے پر 8 by مائنس 1 مائنس 1 اس طرح دی گئی سیریز کے لیے by 2 power n مائنس 1 جو کہ 2 مائنس by 2 power n 1 مائنس n 1 برابر ہے 2 پاور کے ذریعہ دی گئی sn کی ترتیب 1 سے لامحدود کے برابر ہے snn یعنی 1 جمع 1 از 2 جمع 1 بذریعہ 4 جمع 1 از 8 پلس وغیرہ جزوی رقم اسی طرح یہ دیکھنا مشکل نہیں d کی اس ترتیب کو دیکھ کر s1 s2 s3 an مائنس 1 جزوی رقم n ہے 1 میرا 2 مائنس 1 ضرب 2 طاقت میں اضافہ ہوتا n اس n کے قریب ہو جاتا ہے کیونکہ جیسے ہی sn 2 ترتیب کی اصطلاحات میں اضافہ ہوتا ہے n ہے کہ جیسے جیسے ہے مائنس 1 ایک بڑی قدر ہے

کے طور n کے کافی قریب ہو جاتا ہے جیسے ہم حد sn 2 بن جائے بڑا اور بڑا n تو 1 سے 2 کی طاقت ایک بڑی قدر یہ 0 تک جاتی ہے تاکہ 2۔ غیر رسمی طور پر جو ہم نے دیکھا ہے کہ جزوی رقم کی ترتیب متضاد ہے yes n is equal to پر لکھتے ہیں لامحدودیت کی طرف اور جزوی جمع کی ترتیب کی حد 2 ہے۔ ایک سیریز کے کنورجنس کے لیے جو تعریف ہم نے کی ہے اسے یاد کرتے ہوئے یہ واضح ہونا چاہیے کہ چونکہ جزوی رقم کی ترتیب کنورجنٹ ہے اس لیے متعلقہ سیریز کنورجنٹ ہے اس لیے 1 جمع 1 از 2 جمع 1 بذریعہ 4 جمع وغیرہ کنورجنٹ ہے جس کا مطلب ہے کہ یہ لامحدود رقم بالآخر دیتی ہے۔ آپ ایک محدود نمبر ہیں اور وہ نمبر کیا ہے 1 جمع 1 از 2 جمع 1 بذریعہ 4 جمع وغیرہ جزوی رقم کی ترتیب کی حد ہے جو کہ 2 ہے اس طرح ایک دی گئی سیریز کے لیے اس مثال میں ہم نے جزوی رقم کی ترتیب بنائی ہے مبصر ایک مائنس 1 کے برابر ہے n ویں اصطلاح لکھ سکتے ہیں 2 مائنس 1 ضرب 2 پاورn کے لحاظ سے جزوی رقم کی ترتیب کی nsn نمونہ بنا کر ہم کا کیا ہوتا ہے بڑا اور ہم دیکھ سکتے ہیں sn کے بڑے ہونے پر n لکھ سکتے ہیں ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ sn کے لحاظ سے n کیونکہ ہم بڑا اور بڑا ہوتا جاتا ہے جزوی رقم کی ترتیب کی اصطلاحات 2 کے قریب آتی ہیں اور 2 کو اس لامحدود سیریز کا مجموعہ n کہ جیسے جیسے سمجھا جاتا ہے اگر آپ اس طریقہ کار کا مشاہدہ کرتے ہیں

کا اظہار کر سکتے ہیں یا نہیں اگرچہ یہ sn تو یہ واضح ہونا چاہئے کہ اس کی کامیابی کا انحصار ہے۔ اس بات پر کہ آیا ہم اس خاص مثال میں کا sn کے لحاظ سے کیا جا سکتا ہے اور اس کے ذریعے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ n کا اظہار sn تھوڑا سا شامل ہے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ کافی بڑا ہو جاتا ہے کہ ہم یہ جان سکتے ہیں کہ آیا دی گئی سیریز کا خلاصہ ہے یا نہیں تاہم جزوی رقم کی ترتیب کو اس n کیا ہوتا ہے جب کے لحاظ سے دیا گیا ہو اس طرح یہ جانچنا ہو گا کہ آیا دیا گیا سلسلہ مجھے n کو sn طرح تلاش کرنا ہمیشہ ممکن نہیں ہو سکتا ہے کہ ٹیسٹنگ کہ آیا دی گئی لامحدود رقم آخر کار ایک محدود قدر دیتی ہے یا نہیں اس میں تھوڑا سا شامل کام ہے آئیے aning کنورجنٹ ہے یا نہیں۔ ہم اس بات کی تفصیلات میں داخل نہیں ہوتے ہیں کہ یہ کیسے چیک کیا جائے کہ آیا دی گئی سیریز کنورجنٹ ہے یا نہیں وغیرہ وغیرہ درحقیقت اس کی ترتیب تلاش کرنا ہمیشہ مناسب نہیں ہوتا ہے۔ جزوی رقم اور پھر چیک کریں کہ آیا جزوی رقم کی ترتیب متضاد ہے یا نہیں ہمیں کچھ آسان تکنیکوں پر بھروسہ کرنا پڑ سکتا ہے ، ہمیں ان تفصیلات میں داخل نہیں کرنا چاہئے خلاصہ کرنے کے لئے ہمیں ترتیب اور سلسلہ ترتیب کے درمیان واضح فرق ہونا چاہئے نمبروں کی فہرست ترتیب دی گئی ہے۔ اور سیریز ایک مجموعہ ہے یہ ایک ترتیب کی اصطلاحات کا مجموعہ ہے کیونکہ ہمیں حقیقی اعداد کی لامحدود تعداد کے مجموعے سے نمٹنا پڑ سکتا ہے اور چونکہ یہ حقیقی اعداد کی کچھ محدود تعداد سے نمٹنے کے لیے سیدھا نہیں ہے جس پر ہمیں محفوظ کرنا پڑے گا۔ حقیقی اعداد کی لامحدود تعداد کے مجموعے کے بارے میں کچھ تصورات اور تصور کنورجنسی یا کچھ حرکت پذیری ہے اور کچھ قابلیت یا سیریز کی کنورژنس سیق کے کنورژنس سے حاصل ہوتی ہے۔ اس طرح ایک ترتیب کے کنورجنسس کا تصور ہمیں محدود اعداد کے مجموعے کی تنگ حد کو

توڑنے میں مدد کرتا ہے، ہم ترتیب کے کنورژنس کا استعمال کرتے ہوئے حقیقی اعداد کی لامحدود تعداد کو بھی ڈیل کر سکتے ہیں اگلا ہم کچھ خاص قسم کی ترتیب اور سیریز پر بات کریں گے جہاں اس سیاق و سباق میں ترتیب یا سیریز کی شرائط کے درمیان کچھ تعلق ہے ہم پہلے اس پر بحث وغیرہ پر غور کریں n کریں گے جسے ریاضی کی پیشرفت کہا جاتا ہے آئیے ہم کچھ مثالوں کا مشاہدہ کریں ترتیب 2 4 6 8 10 وغیرہ 2 حقیقت میں یہ ترتیب شدہ فہرست ہے۔ یکساں اعداد ترتیب پر غور کریں 5 10 15 20 25 وغیرہ ترتیب 4 3 2 1 0 -1 وغیرہ پر غور کریں اگر آپ پہلی ترتیب کا مشاہدہ کریں اور پوچھیں کہ ترتیب کی ترقی کیسے ہوتی ہے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دوسری اصطلاح اور پہلی اصطلاح یعنی 4 کے درمیان فرق اور 2 جو 2 ہے تیسری ٹرم اور دوسری ٹرم کے درمیان فرق کے برابر ہے 6 مائنس 4 جو 2 ہے۔ جو کہ پھر وہی ہے جو ہے جو phi تیسری اصطلاح اسی طرح دوسری مثال میں دوسری ٹرم اور پہلی ٹرم کے درمیان فرق d کے درمیان فرق ہے an چوتھی ٹرم ہے جو چوتھی ٹرم اور تیسری ٹرم کے درمیان فرق کے برابر ہے اور اسی phi کہ تیسری ٹرم اور دوسری ٹرم کے درمیان فرق ہے جو کہ پھر

طرح تیسری مثال کے ساتھ معاملہ جہاں دوسری ٹرم اور پہلی ٹرم کے درمیان فرق یعنی تین مائنس فور ہے تیسری ٹرم اور دوسری ٹرم کے درمیان
مائنس ایک کا فرق ہے یعنی 2 مائنس 3 مائنس 1 ہے اور اسی طرح ترتیب کی اس قسم کی مثالوں میں لگاتار دو اصطلاحات کا فرق باقی رہتا ہے۔
اسی طرح کی ترتیب کو ریاضی کی ترتیب یا ریاضی کی پیشرفت کہا جاتا ہے ایک ایسی ترتیب جس میں دو م
تواتر اصطلاحات کے درمیان فرق ایک ہی رہتا ہے اسے ریاضی کی ترتیب یا ریاضی کی پیشرفت کہا جاتا ہے مختصر میں علام
برابر ہے۔ 1 سے لامحدودیت کو ریاضی کی ترتیب کہا جاتا ann توں میں ہم ریاضی کی ترقی کی وضاحت اس طرح کر سکتے ہیں کہ ایک ترتیب
ایک حقیقی d سے زیادہ یا 1 کے برابر جہاں n کے برابر ہے ہر d لکھیں اگر ایک جمع 1 ایک جمع let m e ap ہے یا ریاضی کی ترقی
کے لیے درست ہے لہذا دوسری اصطلاح n ٹرم سے حاصل کیا جاتا ہے یہ ہر nth کا اضافہ کر کے d جمع ایک ٹرم صرف n نمبر ہے
جو کہ دو م d ایک ہی رہتا ہے یہاں d پہلی اصطلاح جمع ڈی تیسری اصطلاح دوسری اصطلاح جمع ڈی ہے اور اسی طرح جہاں وہ
تواتر اصطلاحات کے درمیان مستقل فرق ہے اسے مشترک فرق کہا جاتا ہے لہذا مثال کے طور پر ہم نے دو سے شروع کیا ہے دوسری میں
عام فرق ہے اور تیسری مثال میں مائنس 1 مشترک فرق ہے آئیے ہم نوٹ کریں کہ ایک ریاضی کی ترقی پہلی phi مشترکہ فرق ہے۔ مثال
da جمع aa کے طور پر لکھا جاسکتا ہے اور اسی طرح d جمع 2 da جمع aa کو d اور عام فرق کے طور پر a اصطلاح کے بطور
اور عام فرق کے ساتھ ریاضی کی ترقی کی عمومی شکل ہے تیسرے اور دوسرے کے درمیان دوسرے اور پہلے a پہلی اصطلاح d جمع 2
کے فرق پر حقیقت میں وہ ایک جیسے ہوں گے تاہم اگر تین اصطلاحات ہوں
تو ہم دو مشترک اختلافات کے ساتھ کام کر سکتے ہیں اگر پانچ اصطلاحات ہوں
مائنس 1 مشترک اختلافات ہیں جن کے n اصطلاحات میں n تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ آپ چار مشترکہ اختلافات کے ساتھ کام کر سکتے ہیں اگر
ٹرم حاصل کی جا سکتی ہے کیا آپ اسے nth مائنس 1 مشترکہ فرق کو شامل کر کے پہلی ٹرم سے n بارے میں آپ سوچ سکتے ہیں اور اس
کیا ہے جب ہم پہلی ٹرم سے تیسری ٹرم کی dاور وہ 2 dدیکھتے ہیں کہ سیکنڈ تھرڈ ٹرم کو شامل کر کے پہلی ٹرم سے حاصل کیا جا سکتا ہے 2
طرف جاتے ہیں
ہوتا ہے جب ہمیں اس t مائنس 1 میں n ایک جمع d ویں اصطلاح اور عام فرقn کے ساتھ ریاضی کی ترقی کی a تو عام طور پر پہلی ٹرم
ویں اصطلاح ملے n میں شامل کرنے سے a مائنس 1 مشترک فرق ہو سکتے ہیں جو n اصطلاحات میں ہمارے پاس n سے نمٹنا ہوتا ہے۔
گی آئیے ہم ریاضی کی ترقی کے بارے میں کچھ حقائق کا مشاہدہ کریں پہلی حقیقت اگر ہم ہر اصطلاح میں ایک مستقل کا اضافہ کریں ریاضی کی
پیشرفت میں نتیجہ کی ترتیب دوبارہ ایک ریاضی کی ترتیب یا ریاضی کی پیشرفت ہے جو کہ اگر ہمیں ریاضی کی پیشرفت کے ساتھ دیا جائے
سے لامحدود کے برابر ہے 1 ann تو
دی bn اور اسی طرح ہم ایک نئی ترتیب بناتے ہیں۔ 1 سے لامحدودیت کے برابر ہے ہم کیسے کریں گے کہ a 2 a 3 توسیع شدہ شکل میں 1
وغیرہ پر غور کریں اور d جمع a3 d جمع 2 da ڈیش لکھنے دیں یعنی ہم 1 جمع d مجھے d ویں اصطلاح ہے جمعn گئی ترتیب میں
ہے جس کا مطلب ہے کہ دو م ap ایک a1 a2 a3 حقیقت یہ ہے کہ اگر دی گئی ترتیب
ہی رہے گا جو کہ اس نئی ترتیب میں دو م ap تواتر اصطلاحات کا فرق ایک ہی رہتا ہے پھر جو نیا سلسلہ ہم نے بنایا ہے وہ ایک
تواتر اصطلاحات کے درمیان فرق بھی وہی رہے گا لہذا ہم تمام اصطلاحات میں ہر اصطلاح کے ساتھ ایک ہی مستقل کا اضافہ کر کے دیے گئے
بنا سکتے ہیں، ہم ریاضی کی ترقی کے بارے میں کچھ مزید حقائق اور اگلے کلے میں ترتیب کی کچھ نئی اقسام کے ساتھ aps سے نئے ap
شکریہ ss جاری رکھ سکتے ہیں۔