

शीर्षक अनुक्रम और श्रृंखला पर इस चौथे व्याख्यान में मैं आप सभी का स्वागत करता हूँ, आइए हम पिछले व्याख्यान के अंत में बनाई गई एक परिभाषा को याद करें, अर्थात् एक श्रृंखला की परिभाषा एक अनुक्रम दी गई है एक अभिव्यक्ति पर विचार करें 1 प्लस 2 प्लस 3 प्लस इत्यादि इस अभिव्यक्ति का मतलब अनुक्रम से जुड़ी एक श्रृंखला से है, इस समय तक अनुक्रम और श्रृंखला के बीच का अंतर स्पष्ट होना चाहिए अनुक्रम संख्याओं की एक क्रमबद्ध सूची है और श्रृंखला एक योग है मुझे टिप्पणी करने दें यह भी कि व्यंजक अर्थात् अपरिमित रूप से कई संख्याओं का योग 1 जमा 2 जमा 3 जोड़ आदि पर विचार करते समय हमें इस बात की कोई परवाह नहीं है कि क्या यह व्यंजक अंत में एक वास्तविक मूल्य का प्रतिनिधित्व करता है या नहीं, उन प्रश्नों का उत्तर या चर्चा श्रृंखला से जुड़ी अन्य धारणाओं में किया जाएगा एक श्रृंखला से हमारा तात्पर्य केवल इस व्यंजक से है या एक औपचारिक योग a_1 जमा a_2 जमा a_3 जोड़ आदि हमें यह भी ध्यान दें कि परिभाषा के अनुसार अनुक्रम n के उपसमुच्चय से एक फलन है ऋणात्मक पूर्णांक यदि वह उपसमुच्चय परिमित है तो हमें एक परिमित अनुक्रम प्राप्त होता है ताकि शब्दों के इस संग्रह में a_1 a_2 a_3 आदि शब्दों की केवल एक सीमित संख्या होगी यदि हम गैर-ऋणात्मक पूर्णाकों के सेट के उपसमुच्चय से एक फंक्शन के साथ व्यवहार करते हैं।

जहां उपसमुच्चय एक अनंत उपसमुच्चय है, हमें एक अनंत अनुक्रम मिल सकता है और उस स्थिति में श्रृंखला संक्षेप में एक अनंत योग होगी

जो मैं बताना चाहता हूँ वह निम्नलिखित है यदि अनुक्रम परिमित है तो संबंधित श्रृंखला परिमित है यदि अनुक्रम a हम लिखते हैं n बराबर 1 से अनंत अनंत है तो संगत श्रृंखला अनंत है ध्यान दें कि एक परिमित श्रृंखला जो 1 प्लस 2 प्लस वगैरह प्लस n की तरह दिख सकती है, केवल अंतिम रूप से कई वास्तविक मूल्यों का योग है

इसलिए यह हमेशा एक सीमित वास्तविक संख्या का प्रतिनिधित्व करता है जबकि एक अनंत श्रृंखला एक प्लस एक दो प्लस वगैरह एक सीमित वास्तविक संख्या का प्रतिनिधित्व कर सकता है या नहीं, आइए हम उस संकेतन को याद करें जिसका हम परिचय देते हैं योग को सरल बनाने के लिए सिग्मा नोटेशन 1 प्लस 2 प्लस इत्यादि प्लस n को सिग्मा नोटेशन का उपयोग करके लिखा जा सकता है एआईआई 1 से एन के बराबर है समान रूप से एक श्रृंखला 1 प्लस 2 प्लस इत्यादि को सिग्मा नोटेशन का उपयोग करके निम्नानुसार दर्शाया जा सकता है 1 प्लस 2 प्लस इत्यादि योग के बराबर है एआईआई 1 से अनंत के बराबर है ऊपरी सीमा में इस अनंत का उपयोग यह दर्शाने के लिए किया जाता है कि जिस श्रृंखला से हम निपटते हैं वह अनंत श्रृंखला है परिभाषित होने वाली श्रृंखला क्या है आइए हम

एक और के साथ आगे बढ़ें परिभाषा अनुक्रम पर विचार करें, आइए हम कहते हैं कि n अनंत के बराबर है, हम दिए गए अनुक्रम a से एक नया अनुक्रम बनाते हैं और उस अनुक्रम को मैं s_n के रूप में कहता हूँ, पहला पद s_1 a_1 के समान है, दूसरा शब्द s_2 योग के समान है दिए गए अनुक्रम के पहले दो पदों में से s_3 a_1 जमा a_2 जोड़ a_3 है,

इसलिए s_n पर a_1 जमा a_2 जोड़ आदि है और साथ ही s_n को सिग्मा संकेतन का उपयोग करके निरूपित किया जा सकता है, आइए याद करें कि आपको एक अनुक्रम के साथ दिया गया है, हम एक n का निर्माण करते हैं डब्ल्यू अनुक्रम एसएन जहां शब्दों को अनुक्रम के रूप में परिभाषित किया गया है एसएन को श्रृंखला के आंशिक योगों का अनुक्रम कहा जाता है योग एन अनंत के लिए 1 के बराबर है हम आंशिक रकम के अनुक्रम की परिभाषा बना रहे हैं याद रखें कि एक अनुक्रम दिया गया है जिसे हमारे पास संबंधित श्रृंखला के रूप में व्यक्त किया गया है योग n बराबर 1 से अनंत तक और इस श्रृंखला के लिए हम आंशिक योगों के अनुक्रम को कैसे परिभाषित करते हैं आंशिक योगों के अनुक्रम को परिभाषित करने के लिए हम एक नया अनुक्रम अनुक्रम बनाते हैं s_n थे s_1 a_1 है s_2 a_1 प्लस a_2 है और

इसलिए परिभाषा अब स्पष्ट है प्रश्न यह है कि याद करने के लिए यह परिभाषा क्या है कि जब हम अपरिमित रूप से कई वास्तविक संख्याओं के योग के साथ सौदा करते हैं

a_1 जमा 2 जमा 3 जमा वगैरह हम जोड़ना जारी नहीं रख सकते हैं और देख सकते हैं कि क्या निकलता है तो हम अनंत के लिए एक निश्चित अर्थ कैसे निर्दिष्ट करते हैं योग 1 प्लस 2 प्लस 3 प्लस और इसी तरह उत्तर पर हम आंशिक योग के अनुक्रम का निर्माण करते हैं हां एन एनवां टर्म अर्थात् एसएन आंशिक योग के अनुक्रम में सी है संबद्ध n th आंशिक योग s_n को n आंशिक उप कहा जाता है याद रखें n th आंशिक योग s_n एक प्लस 2 प्लस इत्यादि प्लस है जो सामान्य जोड़ द्वारा पाया जा सकता है हम आगे क्या करते हैं हम देखते हैं कि एसएन के साथ क्या होता है क्योंकि एन बड़ा और बड़ा हो जाता है क्या हम एसएन अनुक्रमों के अभिसरण या विचलन का निरीक्षण करते हैं यदि आंशिक रकम एसएन का अनुक्रम अभिसरण है तो हम कहते हैं कि श्रृंखला अभिसरण है और यदि आंशिक योग का अनुक्रम अभिसरण नहीं है तो हम कहते हैं कि श्रृंखला भिन्न है आइए इसे एक परिभाषा के रूप में बनाते हैं किसी दिए गए अनुक्रम के लिए एक और संबंधित श्रृंखला योग एन एक के बराबर है अनंत निर्माण अनुक्रम एसएन जिसे आंशिक योग का अनुक्रम कहा जाता है यदि आंशिक योग का यह अनुक्रम अभिसरण है यानी यदि कोई वास्तविक संख्या पूंजी मौजूद है जैसे कि आप प्रगति की ओर बढ़ते हैं अनुक्रम का अंत s_n शब्द इस 1 के काफी करीब होते जा रहे हैं तो हम कहते हैं कि योग एक अभिसरण है अन्यथा हम कहते हैं कि योग एक विचलन है सहज रूप से आप इस तरह से समझ सकते हैं जैसे

कि 1 जमा 2 जमा 3 और प्लस जोड़ने के बजाय और जो सामने आता है वह व्यावहारिक नहीं है, हम पहले पहले n पदों का योग पाते हैं कि हम s_n n th आंशिक योग पाते हैं जिसे हम देखते हैं पैटर्न और देखें कि क्या s_n किसी संख्या 1 के करीब हो जाता है क्योंकि n बड़ा और बड़ा हो जाता है यदि हाँ तो उस संख्या को इस अनंत श्रृंखला के योग के रूप में लिया जाता है यदि सीमा n अनंत s_n की ओर झुकाव 1 के बराबर है जिसका अर्थ है अनुक्रम की शर्तें s बन जाती हैं जैसे-जैसे n बड़ा और बड़ा होता जाता है, वैसे-वैसे हम कहते हैं कि योग a समान 1 के बराबर है और 1 को इस अनंत श्रृंखला के योग के रूप में लिया जाता है बजाय इसके कि जो कुछ निकलता है उसे जोड़ते और देखते रहें, हम देखते हैं कि n के रूप में आंशिक योग का क्या होता है।

बड़ा और बड़ा हो जाता है और अनुक्रम अभिसरण का उपयोग यह कहने के लिए किया जाता है कि श्रृंखला अभिसरण है या श्रृंखला नहीं दी गई है, हम एक नया अनुक्रम बनाते हैं जिसे आंशिक योग का अनुक्रम कहा जाता है और यदि आंशिक योग का अनुक्रम परिवर्तित

होता है सज्जन हम कहते हैं कि श्रृंखला सहज रूप से अभिसरण है जिसका अर्थ है कि यह अनंत राशि अंततः एक परिमित मूल्य को जन्म देती है जब हम कहते हैं कि एक श्रृंखला अभिसरण है हमारा मतलब है कि श्रृंखला इस अर्थ में योग करने योग्य है इन सभी अनंत वास्तविक मूल्यों को जोड़ने के बाद हम आएंगे एक परिमित मूल्य के साथ योग करने के लिए हम अनंत योग के लिए एक निश्चित अर्थ कैसे निर्दिष्ट करते हैं उत्तर यह आंशिक रकम के अनुक्रम के अभिसरण के माध्यम से है अभिसरण शब्द अनुक्रम और श्रृंखला दोनों के साथ जुड़ा हुआ है एक अनुक्रम के लिए अभिसरण कुछ ऐसा है जो कहता है कि क्या होता है जैसे-जैसे आप अनुक्रम के टेल एंड की ओर बढ़ते हैं और एक श्रृंखला का अभिसरण कुछ कहने के लिए है कि क्या श्रृंखला योग योग्य है, सभी शब्दों को जोड़ने के बाद क्या आप एक परिमित मूल्य के साथ आएंगे या नहीं, अब हमें एक निश्चित अर्थ मिला है एक अनंत योग 1 जमा 2 जमा आदि इसका क्या मतलब है कि हम इसे एक संख्या कैसे जोड़ते हैं जो इस पर निर्भर करता है कि श्रृंखला अभिसरण है या नहीं और श्रृंखला अभिसरण है या नहीं, आंशिक योगों के अनुक्रम के अभिसरण पर निर्भर करता है,

अनुक्रम और श्रृंखला के अभिसरण के कठोर अध्ययन में प्रवेश नहीं कर सकता है, लेकिन फिर हमें यह समझने के लिए कुछ उदाहरण देते हैं कि हम कैसे कहते हैं कि एक श्रृंखला अभिसरण है या हम कैसे करते हैं देखें कि क्या एक अनंत योग अंततः एक परिमित मूल्य को जन्म देता है या नहीं मैं आपको एक उदाहरण देता हूँ

इसलिए दी गई श्रृंखला 1 जोड़ 1 बटा 2 जोड़ 1 बटा 4 जोड़ 1 बटा 8 जमा आदि है 1 बटा 16 जमा आदि मुझे आशा है कि आप देख सकते हैं एक पैटर्न यह हर में 2 की शक्ति है 2 शक्ति 1 2 वर्ग 2 घन 2 शक्ति 4 और इसी तरह सिर्फ नोटेशन को स्पष्ट करने के लिए कि यह श्रृंखला योग अनुक्रम 1 से 2 शक्ति एनएन से उत्पन्न होता है 0 से अनंत के बराबर है उस अनुक्रम का पहला पद 1 बटा 1 है जो कि पहला योग है और यहां अनुक्रम का दूसरा पद 1 बटा 2 घात 1 है जो कि दूसरा योग है और इस अनंत योग में और इसी तरह अब हम जिस प्रश्न का उत्तर देना चाहते हैं वह यह है कि क्या यह अनंत उम एक परिमित मूल्य का प्रतिनिधित्व करता है या नहीं, दूसरे शब्दों में यह श्रृंखला योग योग्य है या नहीं अधिक तकनीकी शब्द यह है कि क्या यह श्रृंखला अभिसरण है या नहीं इसे देखने के लिए जैसा कि हमने सिद्धांत में विकसित किया है पहले हमें आंशिक योग का अनुक्रम देखना होगा तो आइए खोजें इस दी गई श्रृंखला के लिए आंशिक योग का क्रम पहला आंशिक योग अर्थात् $s_1 = a_1$ है जो कि 1 है जो दूसरा आंशिक योग है $s_2 = a_1 + a_2$ एक 1 जमा 2 है यहाँ यह 1 जमा 1 बटा 2 है निरीक्षण करें कि s_2 सामान्य जोड़ द्वारा पाया जा सकता है तीसरा आंशिक योग $s_3 = a_1 + a_2 + a_3$ एक 1 जमा 2 जमा 3 है जो 1 जमा 1 बटा 2 जोड़ 1 बटा 4 है और इसी तरह $s_4 = s_3 + a_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ बटा 2 है $f_3 = 3 + 3 = 6$ बटा 2 जमा 1 बटा 4 है जो 7 बटा 4 है और

इसलिए $s_n = n$ से आंशिक योग 1 जमा 1 बटा 2 जोड़ 1 बटा 3 जोड़ आदि जोड़ 1 बटा n होगा इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए कि दी गई श्रृंखला योगात्मक अभिसरण है या नहीं, हमें यह क्रम देखना होगा $s_n = n$ अनंत के लिए 1 के बराबर है अभिसरण है या नहीं आइए हम एक पैटर्न देखने की कोशिश करें देखें कि $s_1 = 1$ है $s_2 = 3$ बटा 2 1 जमा आधा $s_3 = 7$ है 4 और

इसलिए यह थोड़ा सा शामिल है लेकिन फिर भी एक सावधानीपूर्वक अवलोकन के साथ यह देखा जा सकता है कि एक पैटर्न है और हाँ n वां पद 2 शक्ति n माइनस 1 बटा 2 पावर n माइनस 1 होगा अनुक्रम में पहला शब्द 1 सेकंड का शब्द है आंशिक योग का 3 बटा 2 है, तीसरा पद 7 बटा 4 है और

इसलिए n वें पद पर 2 शक्ति n घटा 1 गुणा 2 शक्ति n घटा 1 है

, यह इस तरह से एसएन के लिए एक अभिव्यक्ति देखने के लिए थोड़ा सा शामिल है, हालांकि आइए इसे एक में करने का प्रयास करें थोड़ा अलग तरीके से एक इकाई वर्ग पर विचार करें, कल्पना करें कि इकाई वर्ग की दो प्रतियां इस तरह चिपकाई जाती हैं, इस एक का क्षेत्रफल एक है, आइए हम इस पहले आधे भाग का दूसरा इकाई वर्ग क्षेत्रफल एक बटा दो और दूसरा आधा भाग एक बटा दो है और आंशिक योग s_2 में दूसरा पद पहले वर्ग के क्षेत्रफल और दूसरे वर्ग के आधे क्षेत्रफल के साथ जोड़ा जा सकता है,

इसलिए s_2 कुल क्षेत्रफल है जो 2 घटा आधा है यह भाग गायब है आप देख सकते हैं कि $s_3 = 1 + 2 + 1 = 4$ जमा 1 है 2 जमा 1 बटा 4 जो पहली डिस्क इकाई वर्ग का क्षेत्रफल है

दूसरी इकाई वर्ग के आधे का पुनः जोड़ क्षेत्र और फिर से आपको शेष आधे का आधा जोड़ना होगा यह 1 बटा 4 है यह s_3 है

इसलिए $s_3 = 1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 7$ जमा आधा जोड़ एक बटा चार है जो वास्तव में कुल क्षेत्रफल घटा एक बटा चार कुल क्षेत्रफल है दो घटा एक बटा 4 है यह भाग s_4 में समान रूप से गायब है आप देख सकते हैं कि $s_4 = 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 10$ जमा 1 बटा 2 जोड़ 1 बटा 4 जोड़ 1 बटा 8 का योग है जो कुल क्षेत्रफल 2 है जिसमें 1 बटा 8 गायब है और

इसलिए अब आप देख सकते हैं कि $s_1 = 1$ है $s_2 = 3$ है 2 घटा आधा $s_3 = 7$ है 2 घटा 1 बटा 4 $s_4 = 10$ है 2 घटा 1 बटा 8 है और इसी तरह पैटर्न देखने पर $s_n = 2^n - 1$ घटा 1 बटा 2 शक्ति n घटा 1 होगा यही हमें मिला एसएन 2 पावर एन माइनस 1 बटा 2 पावर एन माइनस 1 के बराबर है जो 2 माइनस 1 बटा 2 पावर एन माइनस 1 इस प्रकार दी गई श्रृंखला के लिए अर्थात् 1 प्लस 1 बटा 2 प्लस 1 बटा 4 प्लस 1 बटा 8 प्लस आदि आंशिक योग s_{nn} का क्रम 1 से अनंत के बराबर है s_n द्वारा दिया गया है 1 my 2 माइनस 1 बटा 2 पावर n माइनस 1 के बराबर है जो आंशिक योग $s_1 = 1$ $s_2 = 3$ $s_3 = 7$ $s_4 = 15$ के इस क्रम को देखता है d

इसलिए यह देखना मुश्किल नहीं है कि जैसे-जैसे n अनुक्रम की शर्तें बढ़ाता है

$s_n = 2^n - 1$ के करीब हो जाता है क्योंकि जैसे-जैसे n बढ़ता है n माइनस 1 एक बड़ा मान होता है

इसलिए 1 बटा 2 शक्ति एक बड़ा मान यह 0 हो जाता है ताकि n बन जाए बड़ा और बड़ा $s_n = 2^n - 1$ के काफी करीब हो जाता है जिसे हम सीमा n के रूप में लिखते हैं जो अनंत की ओर अग्रसर होता है हाँ $n = 2$ के बराबर है।

अनौपचारिक रूप से हमने जो देखा है वह यह है कि आंशिक योग का अनुक्रम अभिसारी है और आंशिक योग के अनुक्रम की सीमा 2 है।

एक श्रृंखला के अभिसरण के लिए हमने जो परिभाषा बनाई है, उसे याद करते हुए यह स्पष्ट होना चाहिए कि चूंकि आंशिक योग का अनुक्रम अभिसारी है,

इसलिए संबंधित श्रृंखला अभिसरण है

इसलिए 1 प्लस 1 बटा 2 प्लस 1 बटा 4 प्लस आदि अभिसरण है जिसका अर्थ है कि यह अनंत योग अंततः देता है आप एक परिमित

संख्या हैं और वह संख्या क्या है 1 जोड़ 1 बटा 2 जोड़ 1 गुणा 4 जोड़ आदि आंशिक योग के अनुक्रम की सीमा है यानी यह 2 है इस प्रकार इस उदाहरण में दी गई श्रृंखला के लिए हमने आंशिक योग के अनुक्रम का निर्माण किया है प्रेक्षक एक पैटर्न के अनुसार हम एनएसएन के संदर्भ में आंशिक योग के अनुक्रम की n वीं अवधि लिख सकते हैं 2 घटा 1 बटा 2 शक्ति n घटा 1 के बराबर है क्योंकि हम n के संदर्भ में s_n लिख सकते हैं हम देख सकते हैं कि s के साथ क्या होता है क्योंकि n बड़ा हो जाता है और बड़ा और हम देख सकते हैं कि जैसे-जैसे n बड़ा और बड़ा होता जाता है, आंशिक योग के अनुक्रम की शर्तें 2 के करीब आती हैं और 2 को इस अनंत श्रृंखला के योग के रूप में माना जाता है यदि आप इस प्रक्रिया का पालन करते हैं तो यह स्पष्ट होना चाहिए कि इसकी सफलता निर्भर करती है इस विशेष उदाहरण में हम एसएन को एन के रूप में व्यक्त कर सकते हैं या नहीं, हालांकि यह थोड़ा सा शामिल है, हम देख सकते हैं कि एसएन को एन के संदर्भ में व्यक्त किया जा सकता है और इसके माध्यम से हम देख सकते हैं कि एसएन के साथ क्या होता है क्योंकि एन काफी बड़ा हो जाता है और इसके माध्यम से कि हम यह पता लगा सकते हैं कि दी गई श्रृंखला योग योग्य है या नहीं, हालांकि आंशिक योगों के अनुक्रम को इस तरह से खोजना हमेशा संभव नहीं हो सकता है कि s को n के संदर्भ में दिया जाता है, इस प्रकार परीक्षण किया जाता है कि दी गई श्रृंखला अभिसारी है या नहीं।

एनिंग परीक्षण क्या दिया गया अनंत योग अंत में एक सीमित मूल्य देता है या नहीं, थोड़ा शामिल कार्य है आइए हम इस बात के विवरण में प्रवेश न करें कि यह कैसे जांचा जाए कि दी गई श्रृंखला अभिसरण है या नहीं आदि आदि वास्तव में अनुक्रम को खोजने के लिए हमेशा सलाह नहीं दी जाती है आंशिक योग और फिर जांचें कि आंशिक योग का अनुक्रम अभिसरण है या नहीं, हमें कुछ आसान तकनीकों पर भरोसा करना पड़ सकता है आइए हम उन विवरणों में प्रवेश न करें, हमें

अनुक्रम और श्रृंखला अनुक्रम के बीच स्पष्ट अंतर होना चाहिए संख्याओं की सूची का आदेश दिया गया है और श्रृंखला एक योग है यह एक अनुक्रम की शर्तों का योग है क्योंकि हमें वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या के योग से निपटना पड़ सकता है और चूंकि यह सीधे आगे नहीं है क्योंकि वास्तविक संख्याओं की कुछ सीमित संख्या से निपटने के लिए हमें आरक्षित करना है

वास्तविक संख्याओं की अनंत संख्या के योग के बारे में कुछ धारणाएँ और धारणा अभिसरण या कुछ गतिशीलता है और श्रृंखला की कुछ क्षमता या अभिसरण seq के अभिसरण के माध्यम से प्राप्त किया जाता है इस प्रकार अनुक्रम के अभिसरण की धारणा हमें परिमित संख्याओं के योग की संकीर्ण सीमा को तोड़ने में मदद करती है हम अनुक्रम के अभिसरण का उपयोग करके कुछ अनंत वास्तविक संख्याओं का भी सौदा कर सकते हैं, आगे हम कुछ विशेष प्रकार के अनुक्रम और श्रृंखला पर चर्चा करेंगे जहाँ उस संदर्भ में अनुक्रम या श्रृंखला की शर्तों के बीच कुछ संबंध है, हम पहले चर्चा करेंगे कि अंकगणितीय प्रगति क्या कहलाती है आइए कुछ उदाहरणों पर ध्यान दें, अनुक्रम 2 4 6 8 10 आदि 2 एन आदि पर विचार करें, वास्तव में यह क्रमबद्ध सूची है सम संख्याएँ अनुक्रम 5 10 15 20 25 आदि पर विचार करें अनुक्रम 4 3 2 1 0 -1 आदि पर विचार करें यदि आप पहले अनुक्रम का निरीक्षण करते हैं और पूछते हैं कि अनुक्रम कैसे प्रगति करता है तो हम देख सकते हैं कि दूसरे पद और पहले पद के बीच का अंतर 4 है और 2 जो 2 है, तीसरे पद और दूसरे पद के बीच के अंतर के समान है 6 घटा 4 जो कि 2 है।

जो फिर से चौथे पद के बीच के अंतर के समान है।

d तीसरा पद इसी प्रकार दूसरे उदाहरण में दूसरे पद और पहले पद के बीच का अंतर ϕ है जो तीसरे पद और दूसरे पद के बीच के अंतर के समान है जो कि फिर से ϕ है जो चौथे पद और तीसरे पद के बीच के अंतर के समान है और इसी तरह यह है तीसरे उदाहरण के साथ मामला जहाँ दूसरे पद और पहले पद के बीच का अंतर तीन घटा चार है, तीसरे पद और दूसरे पद के बीच का अंतर है, अर्थात् 2 घटा 3 शून्य से 1 है और इसी तरह अनुक्रम के इस प्रकार के उदाहरणों में दो लगातार पदों के बीच का अंतर रहता है इसी तरह के अनुक्रम को अंकगणितीय अनुक्रम या अंकगणितीय प्रगति कहा जाता है एक अनुक्रम जिसमें

दो लगातार पदों के बीच अंतर समान रहता

है अंकगणितीय अनुक्रम या अंकगणितीय प्रगति एपी संक्षेप में प्रतीकों में हम एक अंकगणितीय प्रगति को इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं जैसे अनुक्रम एन बराबर है 1 से अनंत तक को अंकगणितीय अनुक्रम कहा जाता है या अंकगणितीय प्रगति माना जाता है m ई एपी लिखें यदि एक प्लस 1 एक प्लस डी के बराबर है प्रत्येक n के लिए 1 से बड़ा या बराबर है जहाँ डी एक वास्तविक संख्या है n प्लस एक शब्द केवल d जोड़ने से n th टर्म से प्राप्त होता है यह हर n के लिए सच है

इसलिए दूसरा टर्म पहला पद जमा d है तीसरा पद दूसरा पद जमा d है और इसी तरह जहाँ d यहाँ समान रहता है d

जो कि दो क्रमागत पदों के बीच का निरंतर अंतर है इसे सामान्य अंतर कहा जाता है

इसलिए उदाहरण में हमने दो से शुरू किया दूसरे में सामान्य अंतर है उदाहरण फाई सामान्य अंतर है और तीसरे उदाहरण में माइनस 1 सामान्य अंतर है आइए ध्यान दें कि पहले पद के साथ एक अंकगणितीय प्रगति ए और डी के रूप में सामान्य अंतर को एए प्लस दा प्लस 2 डी के रूप में लिखा जा सकता है

और इसी तरह एए प्लस da plus $2d$ एक अंकगणितीय प्रगति का सामान्य रूप है जिसमें प्रथम पद a और सार्व अंतर है d यह देखते हुए कि जब हमारे पास AP aa plus da plus $2d$ में तीन पद हैं तो दो सामान्य अंतर हैं जो आप काम कर सकते हैं तीसरे और दूसरे के बीच दूसरे और पहले अंतर के बीच अंतर पर वास्तव में वे समान होंगे लेकिन अगर तीन शब्द हैं तो हम दो सामान्य अंतरों के साथ काम कर सकते हैं यदि पांच शब्द हैं तो आप देख सकते हैं कि आप चार सामान्य अंतरों के साथ काम कर सकते हैं यदि n हैं पदों में n माइनस 1 सामान्य अंतर हैं जिनके बारे में आप सोच सकते हैं और n वां पद पहले पद से n घटाकर 1 सामान्य अंतर को जोड़कर प्राप्त किया जा सकता है क्या आप इसे देखते हैं सेकंड तीसरा शब्द जोड़कर प्राप्त किया जा सकता है $2d$ और वह $2d$ दो सामान्य अंतर क्या है जब हम पहले पद से तीसरे पद पर जाते हैं तो सामान्य तौर पर पहले पद a और सामान्य अंतर d के साथ अंकगणितीय प्रगति का n वाँ पद एक प्लस n घटा 1 से t होता है जब हमें इससे निपटना होता है n पदों में हमारे पास n घटा 1 सामान्य अंतर हो सकता है, जो कि वसीयत में जोड़े जाने पर n वाँ पद देता है, आइए हम अंकगणितीय प्रगति के बारे में कुछ तथ्यों को देखें, पहला तथ्य यदि हम प्रत्येक पद में एक स्थिरांक जोड़ते हैं एक अंकगणितीय प्रगति में परिणामी अनुक्रम फिर से एक अंकगणितीय अनुक्रम या अंकगणितीय प्रगति है, अर्थात् यदि हमें एक अंकगणितीय प्रगति के साथ दिया जाता है, तो विस्तारित रूप में 1 से अनंत तक 1

के बराबर है और इसी तरह हम एक नया अनुक्रम bnn बनाते हैं।

अनंत के लिए 1 के बराबर है, हम यह कैसे करते हैं कि bn दिए गए अनुक्रम में n वाँ पद है, साथ ही d मुझे d डैश लिखने दें कि क्या हम 1 जमा दा 2 जमा d a_3 जमा d और इसी तरह पर विचार करते हैं और तथ्य यह है कि यदि दिया गया अनुक्रम $a_1 a_2 a_3$ एक एपी है जिसका अर्थ है कि दो लगातार पदों का अंतर समान रहता है तो हमने जो नया अनुक्रम बनाया है वह एक एपी बना रहता है यानी इस नए अनुक्रम में दो लगातार शब्दों के बीच का अंतर भी वही रहेगा

इसलिए हम दिए गए एपी से नए एपी का निर्माण कर सकते हैं, प्रत्येक शब्द के साथ सभी पदों के लिए समान स्थिरांक जोड़कर हम अंकगणितीय प्रगति के बारे में कुछ और तथ्यों और अगले वर्ग में कुछ नए प्रकार के अनुक्रमों के साथ जारी रख सकते हैं।

एसएस धन्यवाद

Prutor@Gmail