

શીર્ષક ક્રમ અને શ્રેણી પરના આ ચોથા વ્યાખ્યાનમાં હું તમને બધાનું સ્વાગત કરું છું, ચાલો આપણે અગાઉના વ્યાખ્યાનના અંતે બનાવેલી વ્યાખ્યાને યાદ કરીએ, એટલે કે ક્રમ આપવામાં આવેલ શ્રેણીની વ્યાખ્યા અને અભિવ્યક્તિને ધ્યાનમાં લો.

1 વત્તા 2 વત્તા 3 વત્તા વગેરે આ અભિવ્યક્તિનો અર્થ ક્રમ સાથે સંકળાયેલ શ્રેણી દ્વારા થાય છે અને આ સમય સુધીમાં ક્રમ અને શ્રેણી વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ ક્રમ હોવો જોઈએ એ સંખ્યાઓની ક્રમબદ્ધ સૂચિ છે અને શ્રેણી એ એક સરવાળો છે જે મને ટિપ્પણી કરવા દો એ પણ કે 1 વત્તા 2 વત્તા 3 વત્તા વગેરે અસંખ્ય સંખ્યાઓનો સરવાળો એટલે કે અભિવ્યક્તિનો વિચાર કરતી વખતે અમને એ ચિંતા નથી કે શું આ અભિવ્યક્તિ આખરે વાસ્તવિક મૂલ્યનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે કે નહીં તે પ્રશ્નોના જવાબ આપવામાં આવશે અથવા શ્રેણી સાથે જોડાયેલા અન્ય ખ્યાલોમાં તેની ચર્ચા કરવામાં આવશે.

શ્રેણી આપણે ફક્ત આ અભિવ્યક્તિનો અર્થ કરીએ છીએ

અથવા ઔપચારિક સરવાળો  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  વત્તા 2 વત્તા 3 વત્તા વગેરે એ પણ નોંધીએ કે વ્યાખ્યા પ્રમાણે ક્રમ એ  $n$  ના સબસેટમાંથી એક કાર્ય છે

ઓન-નેગેટિવ પૂર્ણાંકો જો તે સબસેટ સીમિત હોય તો આપણને એક મર્યાદિત ક્રમ મળે છે જેથી  $a_1, a_2, a_3$  વગેરે શબ્દોના આ સંગ્રહમાં જો આપણે બિન-નકારાત્મક પૂર્ણાંકોના સમૂહના સબસેટમાંથી ફક્શન સાથે વ્યવહાર કરીએ તો માત્ર મર્યાદિત સંખ્યામાં જ પદ હશે.

જ્યાં સબસેટ એ અનંત સબસેટ છે તે અનુરૂપ રીતે આપણને અનંત ક્રમ મળી શકે છે અને તે કિસ્સામાં શ્રેણી

ટૂંકમાં અનંત રકમ હશે [તાળીઓ] હું જે અભિવ્યક્ત કરવા માંગુ છું તે નીચે મુજબ છે જો ક્રમ એક મર્યાદિત હોય તો અનુરૂપ શ્રેણી મર્યાદિત હોય તો ક્રમ અને ચાલો આપણે  $n$  લખીએ 1 ની બરાબર અનંત છે તો અનુરૂપ શ્રેણી અનંત છે નોંધ કરો કે એક મર્યાદિત શ્રેણી

જે 1 વત્તા 2 વત્તા વગેરે જેવી દેખાઈ શકે છે તે ફક્ત ઘણા વાસ્તવિક મૂલ્યોનો સરવાળો છે

તેથી તે હંમેશા મર્યાદિત વાસ્તવિક સંખ્યાનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે જ્યારે અનંત શ્રેણી એક વત્તા બે વત્તા વગેરે સીમિત વાસ્તવિક સંખ્યાને રજૂ કરી શકે છે અથવા ન પણ કરી શકે, ચાલો આપણે જે નોટેશન રજૂ કરીએ છીએ તેને યાદ કરીએ.

સરવાળો

એટલે કે સિગ્મા નોટેશન  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  વત્તા વગેરે વત્તા એકને સરળ બનાવવા ખાતર સિગ્મા નોટેશનનો ઉપયોગ કરીને લખી શકાય છે સમેશન  $\sum_{i=1}^n a_i$  એ 1 થી  $n$  સમાન છે સમાનરૂપે શ્રેણી  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  વત્તા વગેરે સિગ્મા નોટેશનનો ઉપયોગ કરીને નીચે પ્રમાણે રજૂ કરી શકાય છે  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  વત્તા વગેરે સરવાળો  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  બરાબર છે 1 ની અનંતતા માટે આ ઉપલી મર્યાદામાં અનંતતા એ દર્શાવવા માટે વપરાય છે

કે આપણે જે શ્રેણી સાથે વ્યવહાર કરીએ છીએ તે અનંત શ્રેણી છે તે વ્યાખ્યાયિત કર્યા પછી શ્રેણી શું છે ચાલો આપણે વધુ એક સાથે આગળ વધીએ વ્યાખ્યા ક્રમને ધ્યાનમાં લો અને ચાલો કહીએ કે  $n$  બરાબર 1 ને અનંતતા માટે આપણે આપેલ ક્રમ  $a_n$  માંથી એક નવો ક્રમ બનાવીએ છીએ અને તે ક્રમને હું  $s_n$  તરીકે કહું છું નીચે પ્રમાણે પ્રથમ શબ્દ  $s_1$  એ  $a_1$  સમાન છે અને બીજો શબ્દ  $s_2$  એ સરવાળો સમાન છે આપેલ ક્રમના પ્રથમ બે પદોમાંથી  $s_3$  એ  $a_1 + a_2 + a_3$  છે તેથી  $s_n$  એ  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  વત્તા વગેરે વત્તા  $s_n$  એ સિગ્મા નોટેશનનો ઉપયોગ કરીને સૂચિત કરી શકાય છે, ચાલો યાદ કરીએ કે તમને એક અનુક્રમ સાથે આપવામાં આવે છે અને અમે એક ને બનાવીએ છીએ.

$w$  ક્રમ  $s_n$  જ્યાં શરતો નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે ક્રમ  $s_n$  એ શ્રેણીના આંશિક સરવાળોનો ક્રમ કહેવાય છે સરવાળો  $\sum_{i=1}^n a_i$  થી અનંતની બરાબર છે અમે આંશિક રકમના ક્રમની વ્યાખ્યા બનાવી રહ્યા છીએ યાદ રાખો કે અમે અનુરૂપ શ્રેણી તરીકે વ્યક્ત કરીએ છીએ તે અનુક્રમ આપેલ છે.

$n$  સરવાળો  $n$  બરાબર 1 થી અનંત  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  અને આ શ્રેણી માટે આપણે આંશિક સરવાળોનો ક્રમ કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ તે આંશિક સરવાળોના ક્રમને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે આપણે એક નવો ક્રમ ક્રમ રચીએ છીએ  $s_n$  હતા  $s_1$  એ  $a_1$   $s_2$  એ  $a_1 + a_2$  અને

તેથી વ્યાખ્યા હવે સ્પષ્ટ છે પ્રશ્ન એ છે કે યાદ કરવા માટે આ વ્યાખ્યા શું છે કે જ્યારે આપણે 1 વત્તા 2 વત્તા 3 વત્તા વગેરે અનંત ઘણા વાસ્તવિક સંખ્યાઓના સરવાળા સાથે વ્યવહાર કરીએ છીએ ત્યારે આપણે ઉમેરવાનું ચાલુ રાખી શકતા નથી અને જોઈ શકતા નથી કે શું બહાર આવે છે તો પછી આપણે અનંત માટે ચોક્કસ અર્થ કેવી રીતે નક્કી કરીએ? સરવાળો એ 1 વત્તા 2 વત્તા 3 વત્તા અને તેથી જવાબ નીચે આપેલ છે આપણે આંશિક સરવાળોનો ક્રમ

બનાવીએ છીએ હા અને  $n$ મી પદવી એટલે કે આંશિક રકમના ક્રમમાં  $s_n$  એ  $c$  છે સંલગ્ન  $n$ મો આંશિક સરવાળો  $s_n$  કહેવાય છે  $n$  આંશિક ઉપ યાદ રાખો  $n$ મો આંશિક સરવાળો  $s_n$  એ એક વત્તા 2 વત્તા વગેરે વત્તા છે જે સામાન્ય ઉમેરા દ્વારા શોધી શકાય છે આગળ આપણે શું કરીએ છીએ તે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે  $n$  મોટા અને મોટા થતા  $s_m$  નું શું થાય છે શું આપણે  $s_n$  સિક્વન્સના કન્વર્જન્સ કે ડાયવર્જન્સનું અવલોકન કરીએ છીએ જો આંશિક સરવાળો  $s_n$  નો ક્રમ કન્વર્જન્ટ હોય તો આપણે કહીએ છીએ કે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે અને જો આંશિક સરવાળોનો ક્રમ કન્વર્જન્ટ ન હોય તો આપણે કહીએ છીએ કે શ્રેણી ભિન્ન છે ચાલો આપણે તેને વ્યાખ્યા તરીકે બનાવીએ

આપેલ ક્રમ માટે એક અને અનુરૂપ શ્રેણીનો સરવાળો  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  એ એકની બરાબર છે અનંત રચના ક્રમ  $s_n$  જેને આંશિક સરવાળોનો ક્રમ કહેવામાં આવે છે જો આંશિક સરવાળોનો આ ક્રમ કન્વર્જન્ટ હોય એટલે કે જો ત્યાં વાસ્તવિક સંખ્યાની મૂડી અસ્તિત્વમાં હોય  $L$  જેમ કે તમે આગળ વધો ક્રમનો અંત  $s_n$  શબ્દો આની પૂરતા નજીક આવી રહ્યા છે  $L$  પછી આપણે કહીએ છીએ કે સરવાળો એ કન્વર્જન્ટ છે અન્યથા આપણે કહીએ છીએ કે સમેશન એ અલગ છે  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  સાહજિક રીતે તમે

1 વત્તા  $a_2$  વત્તા 3 અને વત્તા ઉમેરવાને બદલે આ રીતે સમજી શકો છો અને જે બહાર આવે છે તે જોઈને જે વ્યવહારુ નથી, આપણે સૌ પ્રથમ પ્રથમ  $n$  પદોનો સરવાળો શોધીએ છીએ એટલે કે આપણે  $s_m$   $n$ મો આંશિક સરવાળો શોધીએ છીએ.

પેટર્ન અને જુઓ કે શું  $sn$  અમુક સંખ્યાની નજીક બને છે 1 જેમ  $n$  મોટો અને મોટો થતો જાય છે જો હા તે સંખ્યાને નોટેશનમાં આ અનંત શ્રેણીના સરવાળા તરીકે લેવામાં આવે તો જો મર્યાદા  $n$  અનંત  $sn$  તરફ વલણ ધરાવે છે તો 1 બરાબર છે એટલે કે ક્રમની શરતો  $sn$  બની જાય છે.

1 ની નજીક જેમ  $n$  મોટો અને મોટો થતો જાય છે તો આપણે કહીએ છીએ કે સરવાળો એ સમાન 1 ની બરાબર છે અને 1 એ આ અનંત શ્રેણીના સરવાળા તરીકે લેવામાં આવે છે તેના બદલે જે બહાર આવે છે તે ઉમેરવા અને અવલોકન કરવાનું ચાલુ રાખવાને બદલે આપણે  $n$  તરીકે આંશિક સરવાળાનું શું થાય છે તેનું અવલોકન કરીએ છીએ મોટા અને મોટા થાય છે અને ક્રમ કન્વર્જન્સનો ઉપયોગ એ કહેવા માટે થાય છે કે શું શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે શ્રેણી આપવામાં આવી નથી અમે એક નવો ક્રમ બનાવીએ છીએ જેને આંશિક સરવાળોનો ક્રમ કહેવાય છે અને જો આંશિક સરવાળોનો ક્રમ કન્વર્જન્ટ છે હળવાશથી આપણે કહીએ છીએ કે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે સાહજિક રીતે તેનો અર્થ એ છે કે આ અનંત રકમ આખરે એક મર્યાદિત મૂલ્યને જન્મ આપે છે જ્યારે આપણે કહીએ છીએ કે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે અમારો અર્થ એ છે કે શ્રેણી આ બધા અનંત સંખ્યાના વાસ્તવિક મૂલ્યોને ઉમેર્યા પછી આપણે આવીશું મર્યાદિત મૂલ્ય સાથે અપ કરો

તેથી સરવાળો કરવા માટે કે આપણે અનંત સરવાળા જવાબ માટે ચોક્કસ અર્થ કેવી રીતે અસાધન કરીએ છીએ તે આંશિક સરવાળોના ક્રમના કન્વર્જન્સ દ્વારા છે કન્વર્જન્સ શબ્દ ક્રમ માટે ક્રમ અને શ્રેણી કન્વર્જન્સ બંને સાથે જોડાયેલ છે તે કંઈક છે જે કહે છે કે શું થાય છે ક્રમમાં જેમ જેમ તમે ક્રમના પૂંછડીના અંત તરફ આગળ વધો છો તેમ તેમ શ્રેણીના કન્વર્જન્સ અને શ્રંખલાના કન્વર્જન્સ માટે કંઈક એવું કહેવાનું છે કે શું શ્રેણી સંક્ષિપ્ત છે એટલે બધી શરતો ઉમેર્યા પછી તમે મર્યાદિત મૂલ્ય સાથે આવશો કે નહીં હવે અમને તેનો ચોક્કસ અર્થ મળ્યો છે.

અનંત સરવાળો એ 1 વતા 2 વતા વગેરેનો અર્થ શું થાય છે કે આપણે તેની સાથે સંખ્યા કેવી રીતે જોડીએ જે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં તેના પર આધાર રાખે છે અને શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં તે આંશિક સરવાળોના ક્રમના કન્વર્જન્સ પર આધાર રાખે છે તે ક્રમ અને શ્રંખલાના કન્વર્જન્સના સખત અભ્યાસમાં પ્રવેશી શકશે નહીં પરંતુ પછી આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ તે સમજવા માટે કે આપણે કેવી રીતે કહી શકીએ કે શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે કેવી રીતે જુઓ કે અનંત રકમ આખરે મર્યાદિત મૂલ્યને જન્મ આપે છે કે નહીં હું તમને એક ઉદાહરણ આપું જેથી આપેલ શ્રેણી 1 વતા 1 બાય 2 વતા 1 બાય 4 વતા 1 બાય 8 વતા વગેરે 1 બાય 16 વતા વગેરે છે, આશા છે કે તમે અવલોકન કરી શકશો.

એક પેટર્ન તે છેદમાં 2 ની શક્તિઓ છે 2 ઘાત 1 2 ચોરસ 2 ઘન 2 ઘાત 4 અને

તેથી જ સંકેતોને સ્પષ્ટ કરવા માટે કે આ શ્રેણીનો સરવાળો

1 બાય 2 ઘાત  $nn$  ક્રમ 1 થી અનંત 0 ની બરાબર છે.

તે ક્રમની પ્રથમ અવધિ 1 બાય 1 છે જે પ્રથમ સરવાળો છે અને અહીં ક્રમની બીજી અવધિ 1 બાય 2 ઘાત 1 છે જે બીજો સરવાળો છે અને આ અનંત રકમમાં અને

તેથી વધુ હવે આપણે જે પ્રશ્નનો જવાબ આપવા માંગીએ છીએ તે છે કે શું આ અનંત એસ  $um$  એ મર્યાદિત મૂલ્યનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે કે નહીં અન્ય શબ્દોમાં આ શ્રેણી સરવાળો છે કે નહીં તે વધુ તકનીકી શબ્દ છે કે શું આ શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં તે જોવા માટે આપણે સિદ્ધાંતમાં વિકાસ કર્યો છે તેમ પ્રથમ આપણે આંશિક સરવાળાનો ક્રમ જોવો પડશે

તેથી ચાલો આપણે શોધીએ.

આ આપેલ શ્રેણી માટે આંશિક સરવાળોનો ક્રમ પ્રથમ આંશિક સરવાળો એટલે કે  $s_1$  એ  $a_1$  છે જે 1 છે બીજો આંશિક સરવાળો  $s_2$  એ 1 વતા  $a_2$  છે અહીં તે 1 વતા 1 બાય 2 છે અવલોકન કરો કે સામાન્ય ઉમેરા દ્વારા  $s_2$  શોધી શકાય છે ત્રીજા આંશિક

સરવાળો  $s_3$  એ 1 વતા 2 વતા  $a_3$  છે જે 1 વતા 1 બાય 2 વતા 1 બાય 4 છે અને

તેથી  $s_2$  એ 3 બાય 2 એફ 3 છે 3 બાય 2 વતા 1 બાય 4 જે 7 બાય 4 છે અને

તેથી  $sn$   $n$  નો આંશિક સરવાળો 1 વતા 1 બાય 2 વતા 1 બાય 3 વતા વગેરે વતા 1 બાય  $n$  હશે

તેથી આપેલ

શ્રેણી સરવાળો કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં તે પ્રશ્નનો જવાબ આપવા માટે આપણે આ ક્રમ જોવો પડશે  $sn$   $n$  એ 1 થી અનંતની બરાબર છે.

કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં, ચાલો એક પેટર્ન જોવાનો પ્રયાસ કરીએ કે  $s_1$  એ 1  $s_2$  છે 3 બાય 2 1 વતા અડધા  $s_3$  એ 7 બાય છે 4 અને

તેથી તે થોડું સંકળાયેલું છે પરંતુ હજુ પણ ધ્યાનપૂર્વક અવલોકન કરવાથી તે જોઈ શકાય છે કે એક પેટર્ન છે અને હા  $n$   $n$ મી ટર્મ હશે 2 ઘાત  $n$  માર્ઇનસ 1 બાય 2 ઘાત  $n$  માર્ઇનસ 1 પ્રથમ ટર્મ એ ક્રમમાં 1 સેકન્ડ ટર્મ છે આંશિક રકમનો 3 બાય 2 ત્રીજો પદ 7 બાય 4 છે અને

તેથી  $n$ મી અવધિ 2 ઘાત  $n$  માર્ઇનસ 1 બાય 2 ઘાત  $n$  માર્ઇનસ 1 છે આના જેવી  $sn$  માટે અભિવ્યક્તિ જોવા માટે તે થોડું

સંકળાયેલું છે જો કે ચાલો તેને એકમાં કરવાનો પ્રયાસ કરીએ થોડી અલગ રીતે એક એકમ ચોરસને ધ્યાનમાં લો કલ્પના કરો કે એકમ

ચોરસની બે નકલો આ રીતે પેસ્ટ કરવામાં આવી છે આ એકનું ક્ષેત્રફળ એક છે ચાલો આપણે આ પહેલા અડધા ભાગનો બીજા એકમ

ચોરસ વિસ્તાર એક બાય બે છે અને બીજા અડધા ભાગનો એક બાય બે છે અને આંશિક રકમ  $s_2$  માં બીજા શબ્દને પ્રથમ ચોરસના

ક્ષેત્રફળ વતા બીજા ચોરસના ક્ષેત્રફળના અડધા ભાગ સાથે જોડી શકાય છે

તેથી  $s_2$  એ કુલ ક્ષેત્રફળ છે જે 2 ઓછા અડધા છે આ ભાગ ખૂટે છે તમે જોઈ શકો છો કે  $s_3$  1 વતા 1 છે 2 વતા 1 બાય 4 જે

પ્રથમ ડિસ્ક એકમ સ્કવાનો વિસ્તાર છે

બીજા એકમ ચોરસના અડધા ભાગનો ફરીથી વતા ક્ષેત્રફળ અને ફરીથી તમારે બાકીના અડધા ભાગનો અડધો ભાગ ઉમેરવાનો છે આ

1 બાય 4 છે આ  $s_3$  છે

તેથી  $s_3$  1 વતા અડધો વતા એક બાય ચાર છે જે વાસ્તવમાં કુલ ક્ષેત્રફળ ઓછા એક બાય ચાર કુલ ક્ષેત્રફળ છે બે ઓછા એક બાય

4 આ ભાગ ખૂટે છે તે જ રીતે  $s_4$  માં તમે જોઈ શકો છો કે  $s_4$  એ 1 વતા 1 બાય 2 વતા 1 બાય 4 વતા 1 બાય 8 નો સરવાળો

છે જે કુલ ક્ષેત્રફળ 2 છે જેમાં 1 બાય 8 ખૂટે છે અને

તેથી હવે તમે અવલોકન કરી શકો છો કે  $s_1$  એ  $1 \leq s_2 \leq 2$  ઓછા અડધા  $s_3 \leq 2$  ઓછા  $1 \leq s_4 \leq 2$  ઓછા  $1 \leq s_8$  અને

તેથી પેટર્નનું અવલોકન કરવા પર  $s_n$  2 ઓછા  $1 \leq s_{2n}$  માઈનસ 1 હશે એટલે કે આપણને  $s_n$  એ 2 ધાત  $n$  માઈનસ 1  $1 \leq s_{2n}$  માઈનસ 1 બરાબર મળે છે જે 2 ઓછા  $1 \leq s_{2n}$  માઈનસ 1 છે આમ આપેલ શ્રેણી માટે 1 વતા  $1 \leq s_{2n}$  વતા  $1 \leq s_{4n}$  વતા  $1 \leq s_{8n}$  વતા વગેરે આંશિક સરવાળો  $s_{2n}$  નો ક્રમ 1 થી અનંત સુધી આપવામાં આવે છે  $s_n$  એ 1 મારા 2 ઓછા  $1 \leq s_{2n}$  માઈનસ 1 આંશિક રકમ  $s_1 \leq s_2 \leq s_3 \leq \dots \leq a_n$  ના આ ક્રમને અવલોકન કરે છે  $d$

તેથી તે જોવું મુશ્કેલ નથી કે જેમ  $n$  વધે છે ક્રમની શરતો  $s_n$  2 ની નજીક જાય છે કારણ કે  $n$  વધે છે આ  $n$  માઈનસ 1 એ મોટી કિંમત છે

તેથી  $1 \leq s_{2n}$  માઈનસ 1 મોટી કિંમત 0 પર જાય છે જેથી  $n$  બને મોટા અને મોટા  $s_n$  એ 2 ની નજીક આવે છે જેને આપણે મર્યાદા  $n$  તરીકે લખીએ છીએ જે અનંત તરફ વલણ ધરાવે છે  $yes \ n \ is \ equal \ to \ 2$ .

અનૌપચારિક રીતે આપણે જે અવલોકન કર્યું છે તે એ છે કે આંશિક સરવાળાનો ક્રમ કન્વર્જન્ટ છે અને આંશિક સરવાળાના ક્રમની મર્યાદા 2 છે.

શ્રૃંખલાના કન્વર્જન્સ માટે આપણે બનાવેલી વ્યાખ્યાને યાદ કરીએ તો તે સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ કે આંશિક સરવાળાનો ક્રમ કન્વર્જન્ટ હોવાથી અનુરૂપ શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે

તેથી 1 વતા  $1 \leq s_{2n}$  વતા  $1 \leq s_{4n}$  વતા વગેરે કન્વર્જન્ટ છે એટલે કે આ અનંત રકમ આખરે આપે છે.

તમે એક મર્યાદિત સંખ્યા છો અને તે સંખ્યા 1 વતા  $1 \leq s_{2n}$  વતા  $1 \leq s_{4n}$  વતા વગેરે શું છે તે આંશિક રકમના ક્રમની મર્યાદા છે એટલે કે તે 2 છે આમ આપેલ શ્રેણી માટે આ ઉદાહરણમાં આપણે આંશિક સરવાળાનો ક્રમ બનાવ્યો છે.

નિરીક્ષક  $n s_n$  ની દ્રષ્ટિએ આંશિક સરવાળાના ક્રમની  $n$ મી અવધિ આપણે 2 ઓછા  $1 \leq s_{2n}$  માઈનસ 1 ની બરાબર છે, કારણ કે આપણે  $n$  ની દ્રષ્ટિએ  $s_n$  લખી શકીએ છીએ, કારણ કે  $n$  મોટું થતાં  $s_n$  નું શું થાય છે તે આપણે અવલોકન કરી શકીએ છીએ.

વધુ મોટું અને આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે જેમ જેમ  $n$  મોટો થતો જાય છે તેમ તેમ આંશિક સરવાળાના ક્રમની શરતો 2 ની નજીક આવે છે અને તે 2 ને આ અનંત શ્રેણીના સરવાળા તરીકે ગણવામાં આવે છે જો તમે આ પ્રક્રિયાનું અવલોકન કરો છો તો તે સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ કે આની સફળતા આધાર રાખે છે.

આ ચોક્કસ ઉદાહરણમાં આપણે  $s_n$  ને  $n$  ના સંદર્ભમાં વ્યક્ત કરી શકીએ કે નહીં તેના પર, જો કે તે થોડું સંકળાયેલું છે, તો અમે અવલોકન કરી શકીએ છીએ કે  $s_n$  ને  $n$  ની દ્રષ્ટિએ વ્યક્ત કરી શકાય છે અને તેના દ્વારા આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે  $n$  ની દ્રષ્ટિએ શું થાય છે કારણ કે  $n$  પૂરતું મોટું થાય છે કે આપણે શોધી શકીએ છીએ કે આપેલ શ્રેણી સરવાળો છે કે નહીં જો કે આંશિક સરવાળાનો ક્રમ એવી રીતે શોધવો હંમેશા શક્ય ન હોય કે  $n$  ની દ્રષ્ટિએ  $s_n$  આપવામાં આવે આ રીતે આપેલ શ્રેણી કન્વર્જન્ટ મી છે કે કેમ તે પરીક્ષણ

આપેલ અનંત રકમ આખરે મર્યાદિત મૂલ્ય આપે છે કે કેમ તે અંગેનું પરીક્ષણ એ થોડું સંકળાયેલું કાર્ય છે, યાવો આપણે

આપેલ શ્રેણી કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં વગેરે કેવી રીતે ચકાસવું તેની વિગતો દાખલ ન કરીએ વગેરે હકીકતમાં તેનો ક્રમ શોધવાનું હંમેશા સલાહભર્યું નથી.

આંશિક સરવાળો કરો અને પછી તપાસો કે આંશિક રકમનો ક્રમ કન્વર્જન્ટ છે કે નહીં, આપણે કેટલીક સરળ તકનીકો પર આધાર રાખવો પડશે, યાવો આપણે તે વિગતો દાખલ ન કરીએ, સરવાળો કરવા માટે આપણી પાસે ક્રમ અને શ્રેણી ક્રમ વચ્ચે સ્પષ્ટ તફાવત હોવો જોઈએ સંખ્યાઓની સૂચિ ક્રમાંકિત છે.

અને શ્રેણી એ એક સરવાળો છે તે અનુક્રમની શરતોનો સરવાળો છે કારણ કે આપણે વાસ્તવિક સંખ્યાઓની અનંત સંખ્યાના સરવાળા સાથે વ્યવહાર કરવો પડી શકે છે અને કારણ કે તે વાસ્તવિક સંખ્યાઓની કેટલીક મર્યાદિત સંખ્યા સાથે વ્યવહાર કરવા માટે સીધો આગળ નથી.

વાસ્તવિક સંખ્યાઓની અનંત સંખ્યાના સરવાળાને વગતી કેટલીક ધારણાઓ અને ધારણા એ કન્વર્જન્સ અથવા અમુક ગતિશીલતા છે અને શ્રેણીની અમુક ક્ષમતા અથવા કન્વર્જન્સ ક્રમના કન્વર્જન્સ દ્વારા પ્રાપ્ત થાય છે.

uence આમ ક્રમના કન્વર્જન્સની કલ્પના અમને

મર્યાદિત સંખ્યાઓના સરવાળાની સાંકડી મર્યાદાને તોડવામાં મદદ કરે છે, અમે અનુક્રમના કન્વર્જન્સનો ઉપયોગ કરીને કેટલીક અસીમ સંખ્યાની વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો પણ વ્યવહાર કરી શકીએ

છીએ આગળ આપણે કેટલાક વિશિષ્ટ પ્રકારના ક્રમ અને શ્રેણીની ચર્ચા કરીશું જ્યાં તે સંદર્ભમાં ક્રમ અથવા શ્રેણીની શરતો વચ્ચે થોડો સંબંધ છે, આપણે સૌ પ્રથમ અંકગણિત પ્રગતિ તરીકે જેને કહેવાય છે તેની ચર્ચા કરીશું, યાવો આપણે કેટલાક ઉદાહરણોનું અવલોકન કરીએ ક્રમ 2 4 6 8 10 વગેરે 2  $n$  વગેરે હકીકતમાં તે ક્રમબદ્ધ સૂચિ છે.

સમ સંખ્યાઓ અનુક્રમને ધ્યાનમાં લે છે 5 10 15 20 25 વગેરે 4 3 2 1 0 -1 વગેરે

ક્રમને ધ્યાનમાં લો જો તમે પ્રથમ ક્રમનું અવલોકન કરો અને પૂછો કે ક્રમની પ્રગતિ કેવી રીતે થાય છે તે આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે બીજા પદ અને પ્રથમ પદ એટલે કે 4 વચ્ચેનો તફાવત અને 2 જે 2 છે તે ત્રીજો મુદત અને બીજો મુદત વચ્ચેના તફાવત સમાન છે 6 ઓછા 4 જે 2 છે.

જે ફરીથી ચોથા પદ વચ્ચેના તફાવત જેટલો જ છે.

$d$  ત્રીજો મુદત એ જ રીતે બીજા ઉદાહરણમાં બીજો મુદત અને પ્રથમ મુદત વચ્ચેનો તફાવત  $ph_i$  છે જે ત્રીજો મુદત અને બીજો મુદત વચ્ચેના તફાવત જેટલો છે જે ફરીથી  $ph_i$  છે જે ચોથી પદ અને ત્રીજો મુદત વચ્ચેના તફાવત જેટલો જ છે અને તેથી વધુ સમાન છે.

ત્રીજા ઉદાહરણ સાથેનો કેસ જ્યાં બીજી મુદત અને પ્રથમ પદ વચ્ચેનો તફાવત એટલે કે ત્રણ માઈનસ ચાર એટલે કે ત્રીજી મુદત અને બીજી મુદત વચ્ચે માઈનસ એકનો તફાવત એટલે કે 2 ઓછા 3 એટલે માઈનસ 1 અને તેથી વધુ આ પ્રકારના ક્રમના ઉદાહરણોમાં સતત બે પદ વચ્ચેનો તફાવત રહે છે.

સમાન આવા ક્રમને અંકગણિત ક્રમ અથવા અંકગણિત પ્રગતિ કહેવામાં આવે છે તે ક્રમ કે જેમાં બે સળંગ પદો વચ્ચેનો તફાવત સમાન રહે છે તેને અંકગણિત ક્રમ અથવા અંકગણિત પ્રગતિ કહેવામાં આવે છે ટૂંકમાં પ્રતીકોમાં આપણે અંકગણિત પ્રગતિને નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ એક ક્રમ  $ann$  સમાન છે 1 થી અનંત સુધી અંકગણિત ક્રમ કહેવાય છે અથવા અંકગણિત પ્રગતિ દો  $m e ap$  લખો જો વત્તા 1 એ દરેક  $n$  કરતાં વધુ અથવા 1 થી બરાબર માટે વત્તા  $d$  બરાબર હોય જ્યાં  $d$  એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે  $n$  વત્તા એક શબ્દ ફક્ત  $d$  ઉમેરીને  $n$ મી પદમાંથી મેળવવામાં આવે છે આ દરેક  $n$  માટે સાચું છે તેથી બીજી અવધિ માટે પ્રથમ પદ વત્તા  $d$  ત્રીજી પદ બીજી પદ વત્તા  $d$  છે અને

તેથી જ્યાં તે  $d$  અહીં સમાન રહે છે  $d$  જે સતત બે પદ વચ્ચેનો સ્થિર તફાવત છે તેને સામાન્ય તફાવત કહેવામાં આવે છે તેથી ઉદાહરણમાં આપણે બે સાથે શરૂ કર્યું છે તે બીજામાં સામાન્ય તફાવત છે ઉદાહરણ  $ph_i$  એ સામાન્ય તફાવત છે અને ત્રીજા ઉદાહરણમાં માઈનસ 1 એ સામાન્ય તફાવત છે ચાલો આપણે નોંધ કરીએ કે અંકગણિતની પ્રગતિ સાથે પ્રથમ પદ  $a$  તરીકે અને સામાન્ય તફાવત  $d$  તરીકે  $aa$  વત્તા  $da$  વત્તા  $2d$  અને

તેથી આગળ  $aa$  વત્તા તરીકે લખી શકાય છે.

$da$  વત્તા  $2d$  એ પ્રથમ પદ  $a$  અને સામાન્ય તફાવત સાથે અંકગણિત પ્રગતિનું સામાન્ય સ્વરૂપ છે  $d$  અવલોકન કરો કે જ્યારે આપણી પાસે  $ap$   $aa$   $plus$   $da$   $plus$   $2d$  માં ત્રણ પદ હોય છે ત્યારે બે સામાન્ય તફાવતો હોય છે જે તમે કામ કરી શકો છો ત્રીજા અને બીજા વચ્ચેના બીજા અને પ્રથમ તફાવત વચ્ચેના તફાવત પર હકીકતમાં તે સમાન હશે જો કે જો ત્યાં ત્રણ શરતો હોય તો અમે બે સામાન્ય તફાવતો સાથે કામ કરી શકીએ છીએ જો પાંચ શરતો હોય તો તમે જોઈ શકો છો કે જો ત્યાં  $n$  હોય તો તમે ચાર સામાન્ય તફાવતો સાથે કામ કરી શકો છો શરતોમાં  $n$  માઈનસ 1 સામાન્ય તફાવતો છે જે તમે વિચારી શકો છો અને આ  $n$  માઈનસ 1 સામાન્ય તફાવતો ઉમેરીને પ્રથમ પદમાંથી  $n$ મી પદ મેળવી શકાય છે શું તમે તેને જુઓ છો કે સેકન્ડ ત્રીજી પદ પ્રથમ પદમાંથી ઉમેરીને મેળવી શકાય છે  $2d$  અને તે  $2d$  બે સામાન્ય તફાવતો શું છે જ્યારે આપણે પ્રથમ પદથી ત્રીજા પદમાં જઈએ છીએ તેથી સામાન્ય રીતે પ્રથમ પદ  $a$  અને સામાન્ય તફાવત  $d$  સાથે અંકગણિતની પ્રગતિની  $n$ મી મુદત એ વત્તા  $n$  માઈનસ 1 માં  $t$  છે જ્યારે આપણે સામનો કરવો પડે છે  $n$  શરતો આપણી પાસે  $n$  માઈનસ 1 સામાન્ય તફાવત હોઈ શકે છે જે જ્યારે  $a$  માં ઉમેરવાથી  $n$ મી પદ મળશે તો ચાલો આપણે અંકગણિતની પ્રગતિ વિશેની કેટલીક હકીકતોનું અવલોકન કરીએ, જો આપણે દરેક પદમાં સ્થિરાંક ઉમેરીએ તો અંકગણિત પ્રગતિમાં પરિણામી ક્રમ એ ફરીથી એક અંકગણિત ક્રમ અથવા અંકગણિત પ્રગતિ છે કે જો આપણને અંકગણિત પ્રગતિ સાથે આપવામાં આવે તો  $ann$  1 થી અનંત સુધી વિસ્તૃત સ્વરૂપમાં 1  $a$  2  $a$  3 ની બરાબર છે અને તેથી આપણે એક નવો ક્રમ બનાવીએ છીએ  $bnn$  1 થી અનંતની બરાબર છે આપણે તે કેવી રીતે કરીએ કે આપેલ અનુક્રમમાં  $bn$  એ  $n$ મો શબ્દ છે વત્તા  $d$  મને  $d$  ડેશ લખવા દો કે આપણે 1 વત્તા  $da$  2 વત્તા  $d$   $a3$  વત્તા  $d$  અને તેથી વધુ ગણીએ અને હકીકત એ છે કે જો આપેલ અનુક્રમ  $a1$   $a2$   $a3$  એ એક  $ap$  છે જેનો અર્થ એ છે કે બે સળંગ પદોનો તફાવત એ જ સ્થિર રહે છે તો અમે જે નવો ક્રમ બનાવ્યો છે તે  $ap$  જ રહેશે જે આ નવા અનુક્રમમાં સતત બે પદો વચ્ચેનો તફાવત પણ એ જ રહેશે

તેથી અમે આપેલ  $ap$  માંથી નવા  $aps$  બનાવી શકીએ છીએ દરેક પદ સાથે સમાન સ્થિરાંક ઉમેરીને તમામ પદો પર આપણે અંકગણિતની પ્રગતિ વિશેના કેટલાક વધુ તથ્યો અને આગામી ક્લેમાં કેટલાક નવા પ્રકારના ક્રમ સાથે ચાલુ રાખી શકીએ છીએ.

$ss$  તમારો આભાર