

पहले व्याख्यान से अनुक्रम और श्रृंखला पर दूसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है, यह स्पष्ट होना चाहिए कि एक अनुक्रम a_n के बराबर है जो विस्तारित रूप में $1 a_2 a_3$ के रूप में लिखा गया है, इसलिए हम वास्तव में इसका मतलब है एक फ़ंक्शन f से n से r तक हम वास्तविक अनुक्रम के बारे में बात कर रहे हैं और पुनरावर्ती सूत्र सहित अनुक्रम का वर्णन करने के विभिन्न तरीके एक अनुक्रम के एक विशेष शब्द थे जो इसके पिछले कार्यकाल के एक या अधिक के संदर्भ में व्यक्त किए जाते हैं अब आइए हम एक का प्रतिनिधित्व करने का प्रयास करें ग्राफ़ का उपयोग करते हुए अनुक्रम आमतौर पर एक अनुक्रम को ग्राफ़ द्वारा दो तरह से दर्शाया जाता है, विचार करें कि अनुक्रम a_n एक से अनंत के बराबर है एक ग्राफ़ का उपयोग करके इसे दर्शाना एक तरीका है इस अनुक्रम के कुछ शब्दों को एक वास्तविक रेखा पर चिह्नित करना आइए मान लें कि एक 1 ए 2 ए 3 और इसी तरह एक विशिष्ट उदाहरण पर यह और अधिक स्पष्ट हो जाएगा कि अनुक्रम a_n अनंत के लिए 1 के बराबर है जहां रूट एन द्वारा दिया गया है n वां शब्द रूट एन द्वारा दिया गया है ताकि हम ग्राफ़ का उपयोग करके इसका प्रतिनिधित्व कर सकें।

t वास्तविक अक्ष यहां 0 है, $1 2 3 4 5$ है और इसलिए इस दिए गए अनुक्रम के पहले पद पर अर्थात् एक के रूप में रूट n 1 है,

इसलिए यह 1 है a_2 रूट 2 होने वाला है यह 2 से कम है 1 से बड़ा है तो कहीं कहीं एक 3 रूट 3 होगा जो रूट 2 से बड़ा है इसलिए यह कहीं है और 4 रूट 4 है जो 2 है ए 5 रूट 5 2 से बड़ा है लेकिन 3 से कम यह ग्राफ़ है दिए गए अनुक्रम रूट n का एक और उदाहरण देखते हैं अनुक्रम b_n 1 से अनंत के बराबर है जहां n th शब्द b_n को 1 बटा n द्वारा दिया गया है, आइए हम वास्तविक रेखा देखें कि b एक एक के बाद एक होगा बी दो एक बटा दो है तो यह बी एक बी दो एक बटा दो है जो शून्य के बीच आधा है और एक बी तीन एक बटा तीन है जो एक बटा 2 से कम है तो कहीं बी 4 1 बटा 4 है जो आधा बी है 0 और आधे के बीच तो यह b_4 है और इसी तरह आप देख सकते हैं कि अनुक्रम की शर्तें

शून्य के करीब और करीब आ रही हैं, यह एक तरीका है एक अनुक्रम को ग्राफ़ द्वारा निरूपित करने का दूसरा तरीका इस प्रकार है: याद रखें कि एक अनुक्रम एक फ़ंक्शन है और

इसलिए हम विशिष्ट उदाहरण के साथ इसे समझाने के लिए संबंधित फ़ंक्शन को ग्राफ़ कर सकते हैं, मान लें कि अनुक्रम a_n 1 से अनंत तक है जहां एक रूट n द्वारा दिया गया है।

n के f द्वारा दिए गए n से r तक के संगत फलन f पर विचार करने जा रहे हैं, जो कि n के मूल के बराबर है और हम इस फलन के ग्राफ़ पर विचार करने जा रहे हैं, ताकि इसके लिए हम n के साथ अक्ष पर विचार करें, जिसे x अक्ष के साथ प्लॉट किया गया हो और साथ में प्लॉट किया गया हो 1 के अनुरूप y अक्ष, फ़ंक्शन का मान रूट 1 है, जो 1 है, इसलिए बिंदु $1 1$ है, जो 2 के अनुरूप है, मुझे y अक्ष पर उन बिंदुओं को चिह्नित करने दें, जो 2 के अनुरूप हैं, फ़ंक्शन का मान रूट 2 है,

इसलिए हम प्लॉट 2 कॉमा रूट 2 2 यहां है रूट 2 1 और 2 के बीच में है।

इसलिए यह 2 कॉमा रूट 2 है और 3 के अनुरूप फ़ंक्शन का मान रूट 3 है जो 2 से कम है लेकिन रूट 2 से बड़ा है

इसलिए यहां कहीं 3 जड़ 3 सी 4 के अनुरूप फ़ंक्शन का मान रूट 4 है जो 2 है

इसलिए हम $4 2$ और इसी तरह प्लॉट करते हैं और ये अलग-अलग बिंदु अनुक्रम के अनुरूप फ़ंक्शन का ग्राफ़ प्रदान करते हैं जो रूट एन के बराबर है यह अनुक्रम को ग्राफ़ करने का एक और तरीका है

यह कहने के बाद, आइए हम कुछ उदाहरणों के साथ अनुक्रम की मूल अवधारणा को रेखांकन करने का अभ्यास करें, मैं कुछ समस्याएं देने जा रहा हूँ, सूत्र द्वारा दिए गए अनुक्रम के पहले पांच शब्दों को लिखें और अनुक्रम का n वां पद n के बराबर n प्लस 2 है I यह स्वीकार करना चाहिए कि

अनुक्रम के पहले पांच शब्दों को कहना थोड़ा भ्रमित करने वाला है क्योंकि हमने टिप्पणी की है कि एक अनुक्रम को n से r तक एक फ़ंक्शन के रूप में माना जा सकता है, उस स्थिति में संबंधित सूची $a_1 a_2 a_3$ होगी और इसी तरह या इसका इलाज किया जा सकता है उस स्थिति में n से r के उपसमुच्चय से एक फ़ंक्शन के रूप

में यह आवश्यक नहीं है कि अनुक्रम 1 से शुरू होता है, उदाहरण के लिए यह $6 a_7 a_8$ और इसी तरह हो सकता है, लेकिन जब तक अन्यथा निर्दिष्ट न हो, मान लें कि अनुक्रम w शुरू होता है i th n 1 के बराबर है यानी सूची में $1 a_2$ शामिल है और इसी तरह उस समझौते के साथ हम दिए गए अनुक्रम के पहले 5 शब्द पाएंगे 1 पहला पद 1 से 1 प्लस 2 है जो केवल n को प्लग करने से प्राप्त होता है से 1 है 3 है a_2 को n के बराबर 2 से 2 जोड़ 2 जो 2 गुणा 4 है जो $8 a_3$ को n को 3 के बराबर करके प्राप्त किया जाता है,

इसलिए 3 को 3 जमा 2 से गुणा किया जाता है जो 3 के बराबर होता है 5 से गुणा किया जाता है जो 50 है a_4 को 4 से गुणा किया जाता है जिसमें 4 जमा 2 के संगत संख्या से गुणा किया जाता है जो कि 4 से 6 है जो कि 24 है और 5 को सूत्र फाई में 5 के बराबर 5 से जोड़कर 5 प्राप्त किया जाता है जो कि है 5 से 7 जो 35 के बराबर है सूची में $3 8 15 24$ और 35 शामिल हैं, ये पहले 5 शब्द हैं यदि आप इसे एक क्रम के रूप में लिखना चाहते हैं तो यह $3 8 15 24 35$ आदि होगा और n वें स्थान पर होने वाली संख्या होगी एन में एन प्लस 2 आदि हो और यह हमेशा सुझाव दिया जाता है कि यदि संभव हो तो n वें स्थान पर शब्द को फू के रूप में लिखें केवल पहले कुछ शब्दों को सूचीबद्ध करने के बजाय n का अर्थ इस समस्या के अनुरूप अनुक्रम के लिए है, इसे हमेशा $3 8 15 24 35$ आदि के रूप में सूचीबद्ध करने का सुझाव दिया जाता है और फिर n वें स्थान तत्व n को n प्लस 2 आदि के बजाय सूचीबद्ध किया जाता है।

केवल $3 8 15 24 35$ आदि लिखने के कारण पहले कुछ शब्दों से पैटर्न हमेशा पहचानने योग्य नहीं हो सकता है आइए हम उदाहरण के साथ आगे बढ़ते हैं सूत्र द्वारा दिए गए अनुक्रम के पहले चार शब्दों को खोजें a के

बराबर n गुणा n वर्ग प्लस ϕ by 4.

बेशक यह सिर्फ संख्यात्मक है, लेकिन हम इसे चरण दर चरण सभी विवरण करते हैं, इस क्रम से संबंधित पहला शब्द अर्थात् ए 1 1 गुणा 1 वर्ग प्लस 5 बटा 4 है जो गणना पर 1 से 6 गुणा 4 तक कम हो जाता है जो हो सकता है 3 बटा 2 में सरलीकृत किया गया दूसरा पद a_2 2 गुणा 2 वर्ग जमा 5 बटा 4 के बराबर है जो गणना करने पर 2 गुणा 4 जमा 5 बटा 4 हो जाता है जो 2 गुणा 9 बटा 4 हो जाता है रद्द करने से यह 9 बटा 2 हो जाता है आइए हम आगे बढ़ें तीसरा पद a_3 होगा 3 गुणा 3 वर्ग जोड़ 5 बटा 4 जो गणना करने पर 3 बटा 3 वर्ग है 9 9 जमा 5 बटा 4 जो 3 गुणा 9 जमा 5 है 14 बटा 4 जो घटकर 3 बटा 7 बटा 2 हो जाता है जो 21 बटा 2 अंतिम पद है पाया गया चौथा पद है क्योंकि प्रश्न आपको पहले चार पदों को खोजने की मांग करता है 4 गुणा 4 वर्ग प्लस 5 बटा 4 है और यह गणना पर 4 गुणा 4 वर्ग है 16 जमा 5 बटा 4 जिसे 4 गुणा के रूप में लिखा जा सकता है 21 बटा 4 और जो एक पूर्ण संख्या इक्कीस देता है इसलिए ये पहले चार पद हैं यदि आप अकेले पहले चार पदों को सूचीबद्ध करते हैं तो यह तीन बटा दो नौ बटा दो इक्कीस बटा दो इक्कीस आशा है कि मैंने कोई गणना गलती नहीं की है अगले उदाहरण को फिर से जांचने के लिए एक अच्छा अभ्यास है, आपको अनुक्रम अनुक्रम का नौवां पद खोजने की मांग करता है एन बराबर 1 से अनंत तक है जहां एक शून्य से 1 शक्ति एन घटाकर एक से एन घन में दिया जाता है नौवां शब्द अर्थात् नौ को प्लग करके प्राप्त किया जा सकता है n सामान्य व्यंजक में 9 के बराबर तो एक नौ वसीयत माइनस 1 पावर 9 माइनस 1 गुणा 9 क्यूब है जो माइनस 1 पावर 8 गुणा 9 क्यूब के बराबर है जो माइनस 1 पावर 8 मात्रा 1 है और 9 क्यूब 81 गुणा 9 है जो 7 2 9 है जो पिछली समस्या को अगले में हल करता है उदाहरण के लिए आपको अनुक्रम अनुक्रम के पहले तीन पदों को खोजने के लिए कहा जाता है एन बराबर एक से अनंत तक एक सूत्र द्वारा वर्णित है एक शून्य के बराबर है 1 घटा 1 के लिए n 2 से बड़ा और एक 1 और एक 2 दो हैं I आपको याद करने के लिए सुझाव दूंगा खरगोश समस्या उदाहरण के बजाय n के संदर्भ में लिखने के बजाय हम एक अनुक्रम का वर्णन करते हुए इसके पिछले शब्दों के संदर्भ में इस तरह से लिखते हैं कि n th शब्द पिछले शब्दों के संदर्भ में व्यक्त किया जाता है इसे पुनरावृत्ति संबंध कहा जाता है या यह अनुक्रम की पुनरावृत्ति परिभाषा कहा जाता है और यहां आपको पुनरावृत्ति परिभाषा के साथ एक शून्य से 1 घटा 1 के बराबर दिया जाता है और पुनरावर्तन एक 1 और एक 2 के साथ शुरू होता है जो कि 2 को दिया जाता है।

वास्तव में एक 1 2 है और a_2 is 2 जो is यह दिया गया है कि आप 2 से अधिक एन के लिए रिकर्सन कैसे शुरू कर सकते हैं, इसे पिछले टर्म माइनस 1 के रूप में परिभाषित किया गया है, इसलिए रिकर्सिव रिलेशन में 3 को 2 के बराबर n डाल दिया जाएगा, 3 एक 2 माइनस 1 होगा और 2 दिया जाएगा।

होने के लिए 2 2 घटा 1 जो कि 1 है, तो आपको यह देखना चाहिए कि उस मामले के विपरीत जहां अनुक्रम को n के संदर्भ में एक विशेष शब्द प्राप्त करने के लिए पुनरावृत्ति परिभाषा में सूत्र के साथ वर्णित किया गया है, हमें पिछले शब्द को ढूंढना होगा और फिर प्लग करना होगा पिछला पद और इसी तरह हम एक और उदाहरण के साथ जारी रखते हैं अनुक्रम के पहले से चार पदों का पता लगाएं a_n is one to one to infinity थे a का वर्णन किया गया है a_1 के बराबर 3 और a बराबर 3 गुणा n घटा 1 n के लिए 2 से बड़ा या उसके बराबर देखें कि इस उदाहरण में भी अनुक्रम को एक पुनरावृत्ति संबंध के साथ वर्णित किया गया है पहला पद 3 दिया गया है और दूसरा पद a_2 पुनरावृत्ति संबंध का उपयोग करते हुए 3 गुणा 1 है जो 3 गुणा 3 3 वर्ग है तीसरा पद a_3 बराबर है 3 से 2 और 2 में हमने पहले पाया है जो 3 गुणा 3 वर्ग है जो 3 घन है 4 3 गुणा 3 है यह पुनरावृत्ति परिभाषा के अनुसार है जो 3 गुणा a_3 के बराबर है जो हमने पिछले चरण में पाया है और जो तीन घात के बराबर है, चार ये चार पद हैं जिन्हें खोजने के लिए कहा गया है, लेकिन फिर इस उदाहरण में हम देखते हैं कि क्या हम

n के पदों में से एक को ढूंढ सकते हैं याद रखें कि दिया गया पुनरावृत्ति संबंध 3 से घटा 1 है, पुनरावर्तन संबंध एक ऋण का उपयोग करके 1 माइनस 2 में 3 है और माइनस 2 माइनस 3 में 3 है और

इसलिए इसे लगातार लागू करने पर हम देखेंगे कि यह 1 बार अवलोकन होगा कि 1 को n माइनस n माइनस 1 के रूप में माना जा सकता है

ताकि 3 की घात जिसके साथ 1 को गुणा किया जाना है 3 शक्ति n माइनस 1 पैटर्न देखें जब हमारे पास माइनस 1 है 3 की घात 1 है जब हमारे पास माइनस 2 है 3 की घात 2 है और इसी तरह जब हम एक 1 है जो शून्य से n घटा 1 है 3 की शक्ति n घटा 1 है a_1 को 3 होने के लिए दिया गया है यह 3 पावर एन माइनस 1 इन 3 है जो इस उदाहरण में 3 पावर एम है, भले ही इस तरह के अनुक्रम को रिकर्सिव परिभाषा के संदर्भ में उस पुनरावृत्ति परिभाषा का उपयोग करके क्रमिक रूप से हम एन के संदर्भ में लिख सकते हैं इसे बंद फॉर्म अभिव्यक्ति कहा जाता है

n वें पद के लिए a को n के

एक फलन के रूप में व्यक्त किया जाता है ताकि किसी भी n को दिए जाने पर हम सीधे यह पता लगा सकें कि दिए गए n के संगत पद क्या होगा, पिछले पदों को इस प्रकार ज्ञात किए बिना कि a को केवल n के रूप में व्यक्त किया जाता है।

बंद रूप अभिव्यक्ति कहा जाता है, यह उदाहरण बताता है कि ऐसे मामले हैं जहां अनुक्रम मूल रूप से एक पुनरावृत्ति परिभाषा या पुनरावृत्ति संबंध के संदर्भ में व्यक्त किया जाता है, अंततः हम उसी अनुक्रम के लिए एक बंद रूप अभिव्यक्ति के साथ आ सकते हैं इसे पुनरावृत्ति संबंध का समाधान कहा जाता है निश्चित रूप से दिए गए पुनरावृत्ति संबंध को हल करने के लिए एक व्यवस्थित सिद्धांत है, हम इसके विवरण में नहीं जा रहे हैं, लेकिन इस उदाहरण की उम्मीद है ध्यान दें कि ऐसे मामले हैं जहां अनुक्रम के लिए दिए गए पुनरावृत्ति संबंध को n के संदर्भ में अनुक्रम के n वें पद को प्राप्त करने के लिए हल किया जा सकता है, ऐसे मामले हैं जहां n के संदर्भ में सूत्र के बजाय पुनरावृत्ति संबंध को प्राथमिकता दी जाती है, मुझे यह कहने दें कुछ और उदाहरणों के साथ जारी रखें लेकिन इस बार एक अलग इरादे के साथ अनुक्रम पर विचार करें n अनंत के लिए 1 के बराबर है जहां अभिव्यक्ति का उपयोग करके n के संदर्भ में n वां शब्द दिया

गया है, स्पष्ट होने के लिए 1 बटा n के बराबर है मुझे कुछ लिखने दें इस क्रम का पहला पद है 1 दूसरा पद है 1 बटा 2 तीसरा पद 1 बटा 3 है चौथा पद 1 बटा 4 है और इसी तरह याद रखें कि एक ही बात को ग्राफिक रूप से दो तरह से व्यक्त किया जा सकता है, आइए मैं

पहले तरीके का उपयोग करता हूँ वास्तविक अक्ष में शब्दों को चिह्नित करने के लिए यह प्राकृतिक संख्याओं के साथ वास्तविक अक्ष है या अधिक विशेष रूप से गैर-ऋणात्मक पूर्णांक इंगित करता है कि पहला शब्द 1 है, इसलिए यह 1 सेकंड का शब्द है 1 बटा 2 यह 0 और 1 वें के बीच में है is एक 2 1 बटा 2 है और ए 3 1 बटा 3 है, यहाँ एक 4 है 1 बटा 4 यह 0 और ए 2 के बीच में है

इसलिए यह ए 4 है और इसी तरह आप या तो अनुक्रम में तत्वों की सूची से देखते हैं या से ग्राफ जो हमने प्लॉट किया है कि जैसे-जैसे हम अनुक्रम के अंत की ओर बढ़ते हैं, एक-एक करके दो-एक करके 3 1 बटा 4 वगैरह वगैरह वगैरह शब्द 0 के करीब और करीब आते जाते हैं क्योंकि जैसे-जैसे आप अनुक्रम के अंत की ओर बढ़ते हैं n इसके अनुरूप संख्या बढ़ जाती है पहले स्थान पर दूसरे स्थान पर तीसरे स्थान पर और इसी तरह n की वृद्धि होती है, n वें स्थान पर होने वाली संख्या 1 बटा n होती है, इसलिए n की वृद्धि 1 से n घटती रहती है और यह अंततः 0 के करीब आती है,

इसलिए इस संबंध में अवलोकन उदाहरण यह है कि जैसे-जैसे हम अनुक्रम के अंत की ओर बढ़ते हैं, दूसरे शब्दों में, जैसे-जैसे हम n बढ़ाते हैं, शब्द एक निश्चित संख्या शून्य के करीब हो जाता है जो कि ग्राफ $a_1 a_2 a_3 a_4$ से स्पष्ट होता है जो इसे ध्यान में रखते हुए शून्य की ओर बढ़ता है, आइए हम आगे बढ़ें एक और परीक्षा कृपया अनुक्रम 0 1 बटा 2 2 बटा 3 3 बटा 4 आदि पर विचार करें जैसा कि मैंने आपको पहले बताया था कि यदि संभव हो तो n वें स्थान पर शब्द क्या है, यह लिखना हमेशा विचारोत्तेजक होता है यदि आप पैटर्न देखते हैं तो यह n घटा 1 बटा n है और इसी तरह आगे भी इस क्रम पर विचार करें अब हम पिछले उदाहरण की तरह ही अभ्यास करते हैं,

आइए देखें कि इस अनुक्रम का क्या होता है क्योंकि n बड़ा और बड़ा हो जाता है इसे करने का एक तरीका है ग्राफ खींचना मेरा मतलब है कि पहली विधि का उपयोग करके ग्राफ का उपयोग करके अनुक्रम का प्रतिनिधित्व करना मैंने सुझाव दिया है कि यहाँ शून्य है यहाँ 1 है हम 2 कहते हैं और

इसलिए पहले पद पर 0 है यह एक 1 दूसरा पद है 1 बटा 2 है जो 0 और 1 के बीच में है यह 8 है 2 तीसरा पद 2 बटा 3 है जो अधिक है 1 बटा 2 से आप इसे देख सकते हैं लेकिन यह 1 से कम है

इसलिए यहाँ कहीं a_3 है a_4 फिर से 1 से कम है क्योंकि यह 3 बटा 4 है लेकिन यह a_3 से बड़ा है

इसलिए कहीं न कहीं आप अधिक से अधिक अंक देख सकते हैं एफआईए छह और इसी तरह आप देख सकते हैं कि इस उदाहरण तक की शर्तें c .

है एक बार के करीब आता है और एक के करीब आता है इसे प्लॉट पर भरोसा किए बिना एक अलग तरीके से भी देखा जा सकता है आइए हम शब्द 0 1 बटा 2 2 बटा 3 लिखें और इसी तरह n वें पद पर n घटा 1 बटा n को 1 के रूप में फिर से लिखा जा सकता है माइनस 1 बटा n अब नहीं है, दूसरा टर्म वास्तव में 1 माइनस 1 बटा 2 है तीसरा टर्म 1 माइनस 1 बटा 3 है और इसी तरह n वें टर्म पर 1 माइनस 1 बटा n अब क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि क्या होता है जब n बड़ा और बड़ा हो जाता है क्योंकि n बड़ा हो जाता है 1 बटा n 0 के करीब आता है जिससे कि 1 घटा 1 बटा n वे संख्याएं 1 के करीब आ जाएंगी।

इस प्रकार जहां तक इस विशेष उदाहरण का संबंध है जैसे n बढ़ता है या जब आप टेल एंड की ओर बढ़ते हैं अनुक्रम की शर्तें 1 के करीब और करीब आ रही हैं ।

पिछले उदाहरण में याद करें कि अनुक्रम 1 बटा n जैसे-जैसे n बड़ा और बड़ा होता जाता है, शब्द 0 के बहुत करीब होते जा रहे थे और इस उदाहरण में जैसे n बड़ा होता जाता है और इसे कहने का दूसरा तरीका यह है कि जैसे-जैसे आप n की ओर बढ़ते हैं अनुक्रम का nd शब्द 1 के करीब और करीब हो जाता है।

आइए हम एक और उदाहरण के साथ जारी रखें, अर्थात् अनुक्रम रूट nn बराबर है 1 से अनंत तक स्पष्ट होने के लिए आइए कुछ और शब्दों को सूचीबद्ध करें 1 रूट 2 सेकंड टर्म रूट 3 तीसरा टर्म और इसी तरह n th टर्म रूट n है और

इसलिए यह एक अनंत क्रम है, आइए हम पहले किए गए अभ्यास को करते हैं अर्थात् यह देखने का प्रयास करें कि क्या होता है जब n बड़ा और बड़ा हो जाता है याद रखें जब n बड़ा हो जाता है रूट n बड़ा हो जाता है उदाहरण के लिए सौ का रूट जो है दस, दो की जड़ से बड़ा है, दस हजार का मूल, 100 के मूल से बड़ा है, अर्थात् 10 और इसी तरह जब आप अनुक्रम के अंत की ओर बढ़ते हैं तो शर्तें बड़ी और बड़ी होती जा रही हैं और यह वृद्धि इस अर्थ में नियंत्रित नहीं है जैसे आप आगे बढ़ो आप शब्दों के मूल्य को बढ़ा सकते हैं इस प्रकार पिछले उदाहरण के विपरीत इस उदाहरण में हम यह नहीं देखते हैं कि जैसे-जैसे n बड़ा और बड़ा होता जाता है, अनुक्रम की शर्तें कुछ p के करीब हो जाती हैं यदि आप इसे रेखांकन करते हैं तो यह ऐसा होगा जैसे पहला पद 1 है दूसरा पद मूल 2 है जो 1 से बड़ा है तीसरा पद मूल 3 है जो 1 से बड़ा है और मूल 2 से भी बड़ा है।

एक 4 जो मूल 4 है जो 2 है और इसी तरह मैं आपको जो भी बड़ी संख्या देता हूँ, आप इस क्रम में एक शब्द ढूँढ सकते हैं जैसे कि वह शब्द मेरे द्वारा दी गई संख्या से बड़ा है उदाहरण के लिए मान लीजिए कि मैं 100 कहता हूँ आप हमेशा इस क्रम में 100 से अधिक शब्द ढूँढ सकते हैं उदाहरण के लिए यदि आप एक 1001 खोजें यह वास्तव में दस हजार का मूल होगा और दस हजार का मूल होगा और एक सौ से बड़ा है

इसलिए दिए गए सौ में मुझे एक शब्द मिल सकता है जिसका नाम दस हजार एक शब्द है जो सौ से बड़ा है अब मान लीजिए कि मैं इससे बड़ी संख्या देता हूँ सौ अभी भी आप एक शब्द पा सकते हैं जो दी गई संख्या k से बड़ा है दूसरे शब्दों में जैसे-जैसे आप प्रगति करते हैं अनुक्रम की शर्तें बड़ी और बड़ी होती जा रही हैं

इसलिए आपको कोई निश्चित संख्या नहीं मिलती है जिसके लिए शब्द अब निकट होते जा रहे हैं आइए हम एक और उदाहरण के साथ आगे बढ़ें अनुक्रम 1 घटा 1 1 घटा 1 आदि पर विचार करें n th टर्म माइनस 1 पावर n प्लस 1 पहला टर्म माइनस 1 वर्ग है जो 1 सेकंड टर्म माइनस 1 पावर 3 है जो माइनस 1 है और इसी तरह यहाँ आप जैसे हैं दूसरे शब्दों में अनुक्रम के अंत की ओर प्रगति जब आप n को बड़ा और बड़ा करते हैं तो अनुक्रम का क्या होता है, यह 1 और -1 के बीच वापस आ जाता है यदि n एक बड़ी संख्या है जो एक ode पूर्णांक है तो n प्लस 1 सम होगा और पद 1 हो जाएगा और यदि n एक बड़ी संख्या है जो एक सम पूर्णांक है तो n जमा 1 ode बन

जाएगा और

इसलिए पद माइनस 1 होगा इस प्रकार जैसे n आगे बढ़ता है, पद या तो 1 या माइनस 1 होगा, हम इसे निश्चित रूप से नहीं कह सकते यह इस बात पर निर्भर करता है कि n का मान क्या है,

इसलिए हम एक संख्या नहीं खोज सकते हैं, जिसके लिए अनुक्रम की शर्तें पिछले उदाहरणों को समेकित करती हैं, जिन्हें आप पहले उदाहरण में देखते हैं, अर्थात् 1 बटा n जो हुआ वह था जैसे n शब्दों में परिवर्तन को बढ़ाता है लेकिन फिर यह बनता है दूसरे उदाहरण में शून्य के करीब और करीब जैसे-जैसे n बढ़ता है, शब्द तीसरे उदाहरण में एक के करीब और करीब आता है, जैसे-जैसे n बढ़ता है, शब्द बड़ा और बड़ा होता जाता है,

इसलिए हम यह नहीं कह सकते कि सभी शब्द अंततः किसी निश्चित संख्या के करीब होंगे।

पिछले उदाहरण में हालांकि पद बढ़े नहीं हो रहे हैं या तो यह 1 या ऋण 1 होगा, लेकिन फिर भी हम एक संख्या नहीं ढूंढ सकते हैं ताकि सभी शब्द इस विशेष संख्या के करीब आ रहे हों, इन उदाहरणों से यह स्पष्ट होना चाहिए कि ऐसे मामले हैं जहां अनुक्रम व्यवहार करता है इस तरह से कि जैसे-जैसे n बढ़ता है, पद एक संख्या के करीब हो जाता है और ऐसे उदाहरण हैं जहां n बढ़ने पर अनुक्रम की शर्तें इन दो मामलों को अलग करने के लिए एक निश्चित संख्या के पास नहीं रहती हैं, हम अनौपचारिक रूप से अभिसरण अनुक्रम और भिन्न अनुक्रम नामक शब्दों को पेश करते हैं।

अनुक्रम को अभिसारी कहा जाता है यदि n अनुक्रम के n वें पद को बढ़ाता है तो एक निश्चित संख्या के निकट आता है 1 मुझे जानकारी लिखने दें

यदि n बढ़ता है $ana\ ns$ पर्याप्त रूप से एक संख्या के करीब हो जाता है तो एक अनुक्रम an अनंत के लिए 1 के बराबर होता है, इसे अभिसरण कहा जाता है 1 पहले उदाहरण को ध्यान में रखें अर्थात् अनुक्रम 1 से n जैसे-जैसे n बढ़ता है, शब्द 0 के करीब हो जाते हैं।

याद रखें कि संख्या 1 अनुक्रम में एक शब्द नहीं हो सकता है उदाहरण के लिए 1 बटा n शब्द 0 के करीब और करीब होते जा रहे हैं लेकिन कोई भी शब्द बिल्कुल 0 नहीं है।

ऐसे अनुक्रम जिनके लिए एक संख्या 1 मौजूद है जैसे कि n अनुक्रम की सभी शर्तों को बढ़ाता है जो 1 के पास आता है उसे अभिसरण कहा जाता है इस 1 को उस अनुक्रम की सीमा कहा जाता है, हम इसे सीमा n के रूप में लिखते हैं जो अनंत की ओर अग्रसर होता है और 11 के बराबर होता है जिसे अनुक्रम की सीमा कहा जाता है और ऐसा अनुक्रम है अभिसरण कहा जाता है यदि कोई संख्या 1 नहीं है जिसके लिए n बढ़ता है और 1 के करीब आता है तो अनुक्रम को विचलन कहा जाता है जो किसी फ़ंक्शन की सीमा को याद करते हैं, वे समझ सकते हैं कि यह एक विशेष मामला है कि s अनुक्रम भी एक फ़ंक्शन है, आइए हम इस अभिसरण अनुक्रम आदि के विवरण में न जाएं,

लेकिन कम से कम अनौपचारिक रूप से अभिसरण के अनुक्रम का अर्थ क्या है और सीमा का अर्थ क्या स्पष्ट होना चाहिए हम अभिसरण की सटीक परिभाषा पर ध्यान नहीं देंगे कि कैसे अनुक्रम रूपांतरण और एक फ़ंक्शन की सीमा जिसका आपने अध्ययन किया है वगैरह की अनौपचारिक परिभाषा ज्ञात होने से जुड़े हुए हैं, आइए हम कुछ और उदाहरणों के साथ अभ्यास करें, मान लें कि अनुक्रम $en\ 1$ से अनंत के बराबर है जहां एक 5 के बराबर है n वर्ग यहाँ पाठ्यक्रम मैंने सेट नोटेशन के बजाय एक ब्रैकेट का उपयोग किया है, मुझे यह कहना चाहिए कि

सेट नोटेशन के बजाय इस तरह के कोष्ठक का उपयोग करके एक अनुक्रम का भी प्रतिनिधित्व किया जा सकता है जो हमने अब तक उपयोग किया है, इस तरह एक अनुक्रम लिखने के बजाय

हम इस तरह से भी लिख सकते हैं वास्तव में मुझे लगता है कि यह इस अर्थ में अधिक विचारोत्तेजक है कि इसे एक सेट अनुक्रम के साथ भ्रमित नहीं किया जाएगा, जबकि सेट कोई विशिष्ट नहीं है तत्वों का क्रम अब हम उस अनुक्रम पर विचार करते हैं जहां n वर्ग n वर्ग द्वारा सूत्र ϕ_i द्वारा दिया गया है, अब मैं चाहूंगा कि आप अनुमान लगाएं कि अनुक्रम की शर्तों का क्या होता है क्योंकि n बड़ा और बड़ा हो जाता है आइए कुछ शब्दों की सूची बनाएं पहला पद 5 है दूसरा पद 5 बटा 2 वर्ग है तीसरा पद 5 बटा 3 वर्ग है चौथा पद 5 बटा 4 वर्ग है और इसी तरह ध्यान दें कि अंश 5 हो गया है और हर बढ़ जाता है जैसे 2 वर्ग 3 वर्ग 4 वर्ग आदि।

100वाँ पद 5 बटा 100 वर्ग आदि होगा,

इसलिए जैसे-जैसे आप आगे बढ़ते हैं n बड़ा और बड़ा होता जाता है, पद 5 बहुत बड़ी संख्या में 0 हो जाता है।

इसलिए उसके बाद के लगभग सभी पद शून्य होंगे, वास्तव में लगभग सभी पद वास्तव में प्रत्येक पद नहीं होगा।

शब्दों की परिमित संख्या को छोड़कर शून्य के करीब और करीब हो जाना ठीक है, दूसरे शब्दों में इसे सीमा n द्वारा दर्शाया जा सकता है जो अनंत 5 से n वर्ग 0 है या अनुक्रम 5 बटा n वर्ग अभिसारी है और 0 अंतिम उदाहरण के रूप में इसकी सीमा है।

अनुक्रम अनुक्रम $uence\ an\ 1$ से अनंत के बराबर है जहाँ a को 4 घटा 7 n घात 6 द्वारा n घात 6 जमा 3 द्वारा दिया जाता है। प्रश्न यह है कि अनुक्रम की शर्तों का क्या होता है जब n बड़ा और बड़ा हो जाता है या यह निर्धारित करता है कि क्या दिया गया अनुक्रम दिए गए रूप से अभिसरण है या नहीं, यह देखने के लिए सीधा नहीं हो सकता है कि अनंत के लिए एक के रूप में क्या होता है, लेकिन आइए हम कुछ हेरफेर करते हैं जिसे लिखा जा सकता है क्योंकि मैं अंश से एक एन पावर 6 आम ले रहा हूँ,

इसलिए यह होगा 4 बटा n पावर 6 माइनस 7 गुणा n पावर 6 1 जमा 3 गुणा n पावर 6.

अब n पावर 6 कैसिल आउट और n वें टर्म को 4 बटा n पावर 6 माइनस 7 बटा 1 जमा 3 n पावर 6 के रूप में फिर से लिखा जा सकता है।

जैसे n बड़ा और बड़ा होता जाता है 4

गुणा n घात 6, 0 के करीब और करीब हो जाता है क्योंकि हर n घात 6 बढ़ जाता है

इसलिए यह 0 हो जाता है

इसलिए अंश घटाकर माइनस 7 हो जाता है क्योंकि n बड़ा हो जाता है इसी तरह हर 1 जमा 3 गुणा n घात 6 दूसरा योग अर्थात् 3 बटा n शक्ति 6 0 पर जाता है क्योंकि $n \rightarrow \infty$ की ओर प्रवृत्त होता है इनिटी थ्री बाय एन पावर सिक्स शून्य के करीब हो जाता है इसलिए हर एक प्लस शून्य के करीब हो जाता है, इसलिए परिणामस्वरूप जब आप देखते हैं कि n बड़ा हो जाता है और बड़ा माइनस 7 के करीब आता है तो दिया गया क्रम अभिसारी है और सीमा माइनस -7 है हम अनुक्रम के बारे में अधिक चर्चा करेंगे और फिर अगली कक्षा में श्रृंखला में प्रवेश करेंगे धन्यवाद

Prutor@iitk