ah تو سب سے پہلے میں گنتی کے چند مزید طریقوں سے شروع کرتا ہوں تاکہ ان میں سے ایک نام نہاد انجیکشن اصول ٹھیک ہے لہذا یہ اصول
فنکشن کی نوعیت پر منحصر ہے جس کا مطلب ہے کہ ah افعال کی تعداد گننے پر مبنی ہیں۔ ah ایک محدود سیٹ سے دوسرے محدود سیٹ تک
یہ ایک سے ایک فنکشن ہوسکتا ہے یا یہ ایک فنکشن وغیرہ ہوسکتا ہے لہذا اس پر منحصر ہے کہ آپ کے پاس نمبر ہوگا لہذا اگر وہ نمبر مماثل ہیں
اور a تو ان کا استعمال گنتی کے مختلف مسائل کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔ میں سب سے پہلے انجیکشن اصول کے بارے میں بات کرتا ہوں لہذا
تک ایک سے ایک میپنگ موجود ہے b سے f کو محدود سیٹ ہونے دیں اگر b
کے عناصر کی تعداد سے کم یا اس کے برابر ہے۔ یہ سمجھنے میں بہت آسان چیز ہے مثال کے طور پر میں b ah کے عناصر کی تعداد a تو
صرف ایک خاکہ نما نمائندگی کرتا ہوں میرے پاس یہاں عناصر کی ایک خاص تعداد ہے اور اس لیے ان میں سے ہر ایک سے ایک کام ہے لہذا
قدرتی طور پر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہر ایک عنصر کو یہاں ممبر کے ساتھ میپ کیا گیا ہے لہذا اگر کچھ ممبر رہ گئے ہیں
کی کارڈنلٹی سے زیادہ یا اس کے برابر ہوتی ہے لہذا یہ اس سے کم یا اس کے برابر ہے اگر ہم اس پر ایک a کی کارڈنلٹی ہمیشہ سیٹ b تو
اضافی پابندی لگاتے ہیں۔ اس کے بعد آپ کے پاس براہ راست گنتی ہے اس لیے اسے bijection اصول کہا جاتا ہے یا ہم اسے ah bp
موجود ہے جس کا مطلب ہے bijection میں کوئی b سے a ہونے دیں اگر finite set کو b اور a کہتے ہیں لہذا
کے بارے میں بھی بات کر ah کی طرح ہے ہم b ah کی بنیادی حیثیت a cardinality اور نقشہ سازی پر پھر ah one to one
سکتے ہیں کئی بار ایسے مسائل ہوتے ہیں جن میں ہم سے کہا جاتا ہے کہ کسی دیے گئے فطری عدد کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد معلوم کریں
آئیے اس پر غور کریں تاکہ ah کو اسی طرح کی چیز سمجھ سکتے ہیں۔ یہ بائیجیکشن طریقہ سے ہے ah تو یہاں ہم کیا کریں ہم اصل میں
ریاضی کے بنیادی تھیوریم کے اطلاقات کو عام طور پر ہم اسے چارٹ میں ایف ٹی اے کہتے ہیں تاکہ فطری عدد کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد
دو سے بڑا یا اس کے n معلوم کی جا سکے کہ ریاضی کا بنیادی نظریہ کیا ہے میرے خیال میں تمام طلباء اس سے واقف ہیں کہ ہر فطری نمبر
کچھ کے لیے الگ الگ mk سے پاور m 2 pk کے پاور m 1 p 2 سے پاور p 1 برابر n برابر ہے فیکٹرائز کیا جا سکتا ہے کیونکہ
ایسی فیکٹرائزیشن منفرد ہے اگر ہم پرائمز کی ترتیب کو نظر انداز کرتے m one m two mk اور کچھ قدرتی اعداد pk دو p ایک p پرائمز
کو پاور p 2 وغیرہ اگر ہم ترتیب کو تبدیل کریں سب سے پہلے ہم m 2 سے پاور p میں m 1 کی جگہ پاور p 1 ہیں جس کا مطلب ہے
پر لکھتے ہیں پھر اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا پھر اس فیکٹرائزیشن کو منفرد سمجھا جاتا ہے یہ نمبر m 1 کو پاور p 1 پر ڈالتے ہیں پھر m 2
تھیوری کے بنیادی نتائج میں سے ایک ہے۔ حقیقت یہ ہے کہ یہ یوکلڈ کے زمانے میں معلوم تھا جس نے اسے ایک ابتدائی کیس کے لیے ثابت کیا تھا
اور پوری شکل میں اسے کارل فریڈرک گیس نے اٹھارہ سو ایک ہجری میں ثابت کیا تھا اب آئیے دیکھتے ہیں کہ اس کو تمام تقسیم کاروں کا پتہ لگانے
اصول یہاں کہیے کہ ستر دو کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد bijection کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ میں آپ کو درخواست دکھاؤں گا۔
تلاش کریں
x تو ستر دو کو دو مکعب کے طور پر تین مربع میں لکھا جا سکتا ہے، لہذا فیکٹرائزیشن تھیوریم کے ذریعہ یہ اس کی منفرد نمائندگی ہے لہذا اگر
ستر دو کا تقسیم ہے
b کا تعلق سیٹ 0 1 2 3 سے ہے اور a کہنے کے برابر ہے جہاں b کو 3 سے پاور a فارم میں 2 کو پاور x لکھا جا سکتا ہے x تو
کا تعلق سیٹ 0 1 اور 2 سے ہے۔
اقدار 0 1 2 3 a کا سیٹ ہے جہاں tuples ab کے تقسیم کرنے والوں کا سیٹ اس b کو ہونے پر غور کریں۔ 72 اور a تو اب آئیے
کی قدریں لے سکتا ہے۔ اس پوری چیز کو ظاہر کریں درحقیقت ہمارے پاس فنکشن ہے آپ اس طرح لکھ سکتے ہیں 2 1 0 b لے سکتا ہے اور
دیکھیں اگر میں 0 0 کا انتخاب کرتا ہوں f
ایک جو کہ تقسیم کرنے والا f تو اس کا مطلب ہے کہ صفر ہی صفر آپ کو بالکل ایک آہ ملتی ہے لہذا مجھے یہ کہنا پڑے گا کہ یہ اس طرح ہے
کے مساوی a جو کہ ur صفر کے برابر ہے اگر ہم تقسیم کرنے والے کو دو ویں پر غور کریں b کے مساوی ہے صفر کے برابر ہے a ہے
صفر کے برابر ہے اسی طرح اگر میں تقسیم کرنے والے کو تین سمجھتا ہوں b ہے ایک کے برابر ہے اور
کے برابر ہے اگر میں تقسیم چار کو سمجھتا ہوں b کے مساوی ہے صفر a تو یہ
کے مساوی ہے۔ دو ہی کے برابر صفر کے برابر ہے اگر میں تقسیم کو چھ سمجھتا ہوں a تو یہ
ایک کے برابر ہے پھر اگر ہم تقسیم آٹھ پر غور کریں b کے مساوی ہے ایک کے برابر ہے a تو یہ
کے برابر صفر کے اگر ہم نو پر غور کریں b کے مساوی ہے تین a تو وہ
کے برابر ہے اگر ہم بارہ کو سمجھتے ہیں b کے مساوی ہے صفر a تو یہ
ایک کے مساوی ہے اگر ہم اٹھارہ کو سمجھتے ہیں b کے مساوی ہے دو کے برابر ہے اور a تو یہ
برابر ہے دو کے اگر ہم چوبیس کو سمجھتے ہیں b کے مساوی ہے۔ ایک کے برابر ہے اور a تو یہ
کے برابر ہے ایک چھتیس کے برابر ہے اگر ہم غور کریں b کے مساوی ہے تین a تو یہ
تین دو nding to ہے 72 correspo f تو یہ دو دو کے مساوی ہے یعنی چار میں نو اور آخر میں
کے کل بارہ عناصر کی تعداد کے مساوی ہیں b کے تمام 12 عناصر سیٹ a تو اگر آپ دیکھیں 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 سیٹ
ہے bijection لہذا یہ دو نقشے پر ایک ہے یہ ایک
کے کل ah کے عناصر کی تعداد کے برابر ہے جو کہ بارہ ہے، نمبر 72 کے b کے عناصر کی تعداد a کے اصول کے مطابق bijection تو
بارہ تقسیم ہیں
تو اب میں صرف کچھ بتاتا ہوں۔ آہ کچھ قدرے بڑے نمبروں پر سادہ ایپلی کیشنز ہیں لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ بارہ ہزار چھ سو اکتیس ہزار سات سو
باون کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد معلوم کریں کہ پچپن ہزار ایک سو پچیس ہیں
تو آئیے دیکھتے ہیں اس بارہ ہزار چھ سو ہو سکتے ہیں۔ فیکٹرائزڈ دو مکعب تین مربع میں پانچ مربع میں سات میں پاور ایک میں اس طرح کوئی بھی
دیکھیں گے کہاں وہ تعلق رکھتے abcd کا ہے جہاں اب آپ d اور 7 پاور c پاور 5 b سے پاور 3 a تقسیم کرنے والا شکل 2 کا پاور
ہو سکتا ہے کوئی بھی عدد صفر ایک دو اور c کوئی بھی نمبر ہو سکتا ہے صفر ایک دو b میں کوئی بھی نمبر ہو سکتا ہے صفر ایک دو تین a ہیں
کے برابر ہے abcd کی تعریف کی گئی میپنگ f سے faf کے x کوئی بھی عدد صفر ایک ہو سکتا ہے لہذا d
تک بارہ ہزار چھ سو کے تقسیم کاروں کا مجموعہ ہے جو چار ٹیپلز کے مجموعہ کے b جو کہ سیٹ bijection سے ایک a تو یہ ہے
کے درمیان ہے صفر d کے درمیان ہے صفر سے دو اور c کے درمیان ہے صفر سے دو b صفر سے تین ah a سوا کچھ نہیں ہے جہاں
ہے یہاں آپ کے پاس چار عناصر ہیں یہاں cardinality ah کی b سے ایک کے درمیان ہے وہ عددی اعداد ہیں اب یہاں کتنے عناصر ہیں
آپ کے پاس تین عناصر ہیں یہاں آپ کے تین عناصر ہیں اور یہاں آپ کے پاس دو عناصر ہیں
تو یہ کچھ بھی نہیں ہے لیکن بالکل 72 تقسیم کرنے والوں کی تعداد بارہ ہزار چھ سو کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد 72 ھ ہے اسی طرح آئیے ہم
یہ کہتے ہیں کہ تین اکتیس ہزار سات سو باون اے ایچ یہ نمبر دو مکعب ہے تین کی طاقت چار میں سات مربع ہے
کے طور پر سمجھیں c کو سات کو پاور b کو تین کو پاور a ای ایکس کو دو پاور w تو اگر

سے کم یا برابر ہوگا۔ دو میں c سے کم یا اس کے برابر چار صفر سے کم یا b کا تعلق صفر سے کم یا اس کے برابر abc تو
کی کارڈنلٹی چار میں پانچ میں تین یعنی ساٹھ ہے اس طرح اس کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد ہے اسی طرح اگر میں پچپن ہزار ایک سو b تو
پچیس پر غور کروں
تو اس کو مربع میں پانچ مکعب میں سات میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مربع
کی کارڈنالٹی تین سے چار میں تین بن جائے گی جو چھتیس بنتی ہے b تو اس صورت میں
کے ah ریاضی کے اس بنیادی تھیوریم کے اطلاق کے طور پر بیان کر سکتے ہیں اور ah تو عام طور پر ہم مندرجہ ذیل تھیوریم کو
کے اطلاق کے طور پر fta اصول کے لیے ہمارے پاس درج ذیل نتیجہ ہے کسی فطری عدد کے تقسیم کرنے والوں کی تعداد پر bijection
ower m میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ p سے m 1 p 2 کی طاقت p 1 کو n اور اب میں نے ایک نظریہ کی شکل میں بیان کیا ہے کہ اگر
الگ pk دو p one p دو سے بڑا یا مساوی ہے جہاں n جہاں power mk سے pk اور اسی طرح 2 p 3 to the power m 3
دو m ایک جمع ایک کے ذریعے m کو n کے n قدرتی اعداد ہیں پھر تقسیم کرنے والوں کی تعداد mk دو m one m الگ پرائمز ہیں اور
تقسیم کرنے ah تک، لہذا یہ بائیجیکشن اصول کا ایک اطلاق تھا جو ایک قدرتی عدد کے ah جمع ایک mk جمع ایک میں دیا جاتا ہے اور اسی طرح
والوں کی تعداد کو شمار کرنے میں مفید ہے۔ گنتی کے کچھ اور طریقہ کار آہ اس لیے انہیں قبضے کے اصول کہا جاتا ہے جو کہ بہت سی اشیاء
کو ایک عدد سیل میں ڈالنا یا کئی خانوں میں کئی گیندوں کو ڈالنا ہے، اس لیے اس میں وسیع اقسام کی ایپلی کیشنز ہوتی ہیں جب ہم لوگ بیٹھتے ہیں آہ
کو ترتیب دینا کسی قسم کے اشارے وغیرہ
الگ n تو عام طور پر ان کو قبضے کے مسائل کہا جاتا ہے لہذا میں اس کو دیکھتا ہوں کہ تقسیم کرنے کے طریقوں کی تعداد ایک جیسی گیندوں کو
کا انتخاب کریں r ah مائنس ون کے برابر ہے n پلس r مائنس ون جو n مائنس والے منتخب کرتے ہیں n پلس nr خانوں میں
ایک جیسی اشیاء ہو سکتی ہیں تاکہ ہم اپنی ایک جیسی گیندیں کہہ سکیں اور r تو مجھے مسئلہ بتانے دیں جیسا کہ میں نے بتایا کہ آپ کے پاس
الگ الگ سیلز میں رکھا جائے اور الگ الگ باکس وغیرہ r انہیں
r ستاروں کے ذریعے r مائنس 1 کا انتخاب کریں میں اس کا ثبوت دیتا ہوں ہمیں n مائنس 1 کے ذریعے دیا گیا ہے n جمع r تو یہ نمبر
گیندوں کی نمائندگی کرنے دیں
ایپل کے طور پر لکھتے ہیں اور اس کے درمیان ہم ہیں آہ سنتری وغیرہ رکھ r تو یہ صرف نمائندگی کرنے کا ایک طریقہ ہے بعض اوقات ہم اسے
رہا ہوں
تو میں صرف سادہ ترین اشارے والے ستارے لگا رہا ہوں ٹھیک ہے
n جمع ایک عمودی سلاخوں کے درمیان n بکس کو n گیندیں ایک جیسی ہیں تاکہ ان کو اس چیز کے طور پر سمجھا جا سکے اور اس r تو یہ
خالی جگہوں سے اشارہ کریں مجھے اس کی وضاحت کرنے دیں فرض کریں کہ میرے پاس دو خانے ہیں
تو اگر میں تین آہ تین عمودی سلاخوں کو اس طرح ڈالوں
تو یہ ایک باکس کے طور پر کام کرتا ہے یہ ایک باس کے طور پر کام کرتا ہے اسی طرح اگر میرے پاس تین خانے ہیں
تو میں چار بار بناتا ہوں
ایک جیسی گیندوں کو ان خانوں میں ڈالیں r ستاروں کو جو کہ r تو اب کیا ہو رہا ہے کہ ستارے ہیں درمیان میں کیونکہ ہم ہیں۔ اس
پلس ایک عمودی n ستارے ہیں اور آپ کے پاس اس عمودی سلاخوں میں سے ایک بار پھر r تو یہ کچھ اس طرح ہے کہ آپ کے پاس یہاں
ستارہ ہو سکتا ہے تاکہ r مائنس ون عمودی سلاخیں اور n سلاخیں ہیں اس کے درمیان ایک آغاز اور ایک اختتام ہونا ضروری ہے۔ آپ کے پاس
چیزوں کو منتخب کرنا ہے دونوں ایک r مائنس ایک چیز کو منتخب کرنا ہے یا آپ کہہ سکتے ہیں کہ n مائنس ون ہو اس میں سے n پلس r
بن جاتا ہے۔ مائنس ایک کا انتخاب کریں آر آر پلس این مائنس ون سی این مائنس ون لہذا اس ترتیب میں n پلس r جیسی درست ہیں لہذا یہ
مائنس 1 میں ترتیب دیا جا سکتا ہے r پلس n ستاروں کو r مائنس 1 بارز ہیں اور n شروع میں عمودی سلاخیں ہیں اور آخر میں باقی rn
اب اس ترتیب میں یہ امکان ہو سکتا ہے کہ آہ کچھ خانہ خالی ہے اب فرض کریں کہ ہم کچھ ah مائنس 1 کا انتخاب کریں مائنس 1 بمقابلہ r پلس
اضافی پابندی لگا دیتے ہیں کہ کوئی بھی خانہ خالی نہیں ہے
الگ الگ خانوں n تو امکانات کی تعداد کا کیا ہوگا آیئے ہم دیکھتے ہیں کہ یہ ایک تبدیلی ہے یہ قبضے کا مسئلہ تقسیم کرنے کے طریقوں کی تعداد
r مائنس 1 کا انتخاب کریں r مائنس ون جو کہ n مائنس ون کا انتخاب کریں r میں ایک جیسی گیندیں ہیں تاکہ کوئی خانہ خالی نہ رہے تاکہ
سے بڑا یا برابر ہے میں اس بیان کو بھی ثابت کرتا ہوں اگر خالی خانے نہ ہوں r n یہاں n مائنس
تو کوئی دو عمودی سلاخیں متصل نہیں ہوسکتی ہیں مثال کے طور پر اس میں میں نے ان دو سلاخوں کو ملحقہ بنایا ہے اور ان کے درمیان کوئی
مائنس 1 کو عمودی سلاخوں n مائنس 1 اسپیس جس میں سے r ستاروں کے پاس ہے r ستارہ نہیں ہے اس لیے یہ امکان نہیں ہوگا اس لیے
r مائنس ون کا انتخاب کریں n مائنس ون میں کیا جا سکتا ہے r مائنس ون ہیں لہذا یہ n نے قبضہ کرنا ہے یعنی کتنی عمودی سلاخیں ہیں جو
طریقے آہ n مائنس r مائنس ون کا انتخاب کریں
r الگ الگ خانوں میں جو کہ n تو میں نے قبضے کے دو مسائل کا حل دیا ہے ایک یہ کہ تقسیم کرنے کے طریقوں کی تعداد ایک جیسی گیندوں کو
مائنس ون اور اگر ہم اضافی پابندی لگا دیں کہ کوئی باکس نہیں خالی ہے n مائنس ون ہے منتخب کریں n پلس
مائنس ایک کا انتخاب اور مائنس ون ہو جاتا ہے R تو یہ نمبر
کو گیارہ نشس pqr تو آیئے ہم اس 11 افراد کی درخواست کو دیکھتے ہیں جن میں تین مخصوص افراد شامل ہیں کہتے ہیں
ملحقہ بیجوں پر قبضہ نہ کرے یہ کتنے طریقوں سے ہے؟ ایسا کیا جا سکتا ہے اس گیارہ افراد میں سے تین افراد pqr توں پر بٹھانا ہے تاکہ
مخصوص ہیں جن پر ہم کچھ پابندی لگا رہے ہیں
تو ہم کیا کریں ہم سب سے پہلے آٹھ افراد کو ٹھیک رکھتے ہیں
کو چھوڑ کر چھوڑ دیا ہے۔ آپ اس آہ شخص کی طرح r اور pq تو پہلے ہم آٹھ افراد کو آٹھ فیکٹریل طریقوں سے ترتیب دیتے ہیں یعنی ہم نے
دیکھ سکتے ہیں ایک دو تین چار پانچ چھ سات آٹھ اب کتنی جگہیں رہ گئی ہیں اب ہمارے درمیان سات جگہیں ہیں اور اس طرف بھی دو جگہیں ہیں
ٹھیک ہے r اور pq تو کل نو جگہیں ہیں جن میں ہم اسے رکھ سکتے ہیں
تو یہ کتنے طریقوں سے کیا جا سکتا ہے نو باقی جگہوں پر تین سیٹیں نو پی تھری میں رکھی جا سکتی ہیں جو کہ نو میں آٹھ میں سات طریقوں سے
ہو سکتی ہے
نو سے آٹھ میں سات میں آٹھ فیکٹوریل بن جاتا ہے جو یقیناً ایک بڑی تعداد ہے آہ چھ الگ الگ علامتیں ایک ilities تو ممکنہ کی کل تعداد
کمیونیکیشن چینل کے ذریعے منتقل کی جاتی ہیں مجموعی طور پر 18 خالی جگہوں کو علام
توں کے درمیان ڈالنا ہوتا ہے جس میں علام
توں کے ہر جوڑے کے درمیان کم از کم دو خالی جگہیں ہوتی ہیں ۔ علام
توں اور خالی جگہوں کو کتنے طریقوں سے ترتیب دیا جا سکتا ہے، میں صرف اس مسئلے کو دوبارہ دہراتا ہوں چھ مختلف علامتیں ہیں جن کو ایک آہ
اب علام ah کمیونیکیشن چینل کے ذریعے منتقل کیا جاتا ہے

توں کے درمیان ہمیں اٹھارہ خالی جگہیں ڈالنی ہوں گی جیسے کہ علام
توں کے ہر جوڑے کے درمیان کم از کم دو خالی جگہیں ہیں پھر یہ نشانات اور خالی جگہوں کی ترتیب کو کتنے طریقوں سے کیا جا سکتا ہے
تو چھ علام
دو s ایک s کہنے دیں b توں کو
چھ ٹھیک ہے اب ہم یہاں یہ خالی جگہیں ہیں ٹھیک ہے یہ خالی جگہیں صرف علام s پانچ آہ معذرت اور s چار اور s تین s دو s ایک s تو
توں کے درمیان ڈالنی ہوں گی لہذا علام
توں کے درمیان آپ کے پاس پانچ جگہیں ہیں لہذا اس پر غور کیا جاسکتا ہے۔ سرخ 18 ایک جیسی گیندیں رکھنے کا مسئلہ ہے جو کہ وہ خالی جگہ ہے جسے ہم ایک جیسی گیندوں کے طور پر پانچ خانوں میں رکھ سکتے ہیں اب پہلی بات یہ ہے کہ یہ لکھا ہے کہ ہر جوڑے کے درمیان کم از کم دو خالی جگہیں ہونی چاہئیں
تو پہلے ہم دو دو ڈالتے ہیں۔ وہاں خالی جگہیں ہیں لہذا پہلے ہم آہ دو خالی جگہوں کا انتخاب کرتے ہیں لہذا اٹھارہ ایک جیسی چیزوں میں سے اگر ہم دس ایک جیسی چیزوں کا انتخاب کرتے ہیں
تو ہمارے پاس باقی رہ جاتا ہے اس لیے چونکہ وہ سب ایک جیسی ہیں اس انتخاب کا کوئی مطلب نہیں بنیادی طور پر اس کا مطلب صرف ایک ہی راستہ ہے باقی اب کیسے بہت سے ہیں آٹھ خالی جگہ باقی رہ گئے ہیں اب باقی آٹھ خالی جگہوں کو پانچ بکسوں میں آٹھ جمع پانچ مائنس ون سی فائیو مائنس ون میں رکھا جا سکتا ہے جو کہ 12 سی 4 طریقوں سے ہے لہذا آپ اس مسئلے کو دیکھ سکتے ہیں کہ ہم نے ایک جیسی گیندیں رکھنے کے مسئلے کے طور پر دوبارہ ترتیب دیا ہے۔ الگ الگ خانوں میں نیز ہمارے پاس یہاں کچھ اضافی شرط تھی کہ علام
توں کے ہر جوڑے کے درمیان دو خالی جگہیں ہوتی ہیں اس لیے ہم نے اس حصے کو الگ رکھ کر خیال رکھا کہ 10 خالی جگہ پہلے منتخب cr مائنس ایک n پلس r کیا اور وہاں ڈال دیا کیونکہ وہ سب ایک جیسے ہیں پھر منتخب کرنے کے طریقوں کی تعداد صرف ایک ہے اب باقی چار دس کے x تین جمع x دو جمع x ایک جمع x مائنس ون بن جاتا ہے اور ہم نے یہ کام کیا ہے یہاں غیر منفی انٹیجر کی تعداد تلاش کریں برابر ہے اب اس کو دس کی تقسیم کا مسئلہ سمجھا جا سکتا ہے دس ایک ہیں
ایک صفر آہ ہو سکتا ہے کیونکہ ہم غیر منفی عدد ڈال رہے ہیں x تو
ایک ہو سکتا ہے۔ صفر ایک سے دس ایکس دو صفر ایک سے دس ہوسکتے ہیں اور اسی طرح بنیادی طور پر یہ ایک بار تقسیم کرنے کا مسئلہ x تو ہے لہذا دس الگ الگ ایک جیسی ہیں جنہیں چار الگ خانوں میں رکھنا ہے لہذا یہ دس ایک جیسی گیندوں کو تقسیم کرنے کے مترادف ہے۔ چار الگ الگ نامعلوم میں ایک مساوات لکھنے تک n 3۔ لہذا ہم حقیقت میں اس نتیجے کو c مائنس 1 یعنی 13 cn مائنس 1 r پلس n خانوں میں تاکہ یہ ہے ایک غیر منفی عدد ہے میں اس مساوات نمبر ایک r جہاں r برابر ہے xn جمع 2 x جمع 1 x بڑھا سکتے ہیں لہذا مساوات پر غور کریں مائنس ون n پلس r ہوگا جو کہ cr مائنس ون n جمع r کو کال کرتا ہوں پھر مساوات نمبر ایک کے غیر منفی عدد کے حل کا نمبر جو کہ ایک xi خانوں میں تقسیم کرنے کا مسئلہ اگر ہم یہ پابندی لگاتے ہیں کہ n ایک جیسی چیزوں کو r مائنس ون ہوگا کیونکہ یہ ایک جیسا ہے۔ cn مائنس 1 rr مائنس 1 cn مائنس 1 r سے زیادہ یا اس کے برابر ہے جس کا مطلب ہے کہ 1 کے مثبت انٹیجر حل کی تعداد صفر ہے جو کہ ہے مائنس این دس حروف کو پانچ حرفوں میں سے دہرانے کی اجازت ہے ٹھیک ہے پانچ حرف صحیح ہیں اور ہمیں اس میں سے 10 کو منتخب cr کرنا ہے یعنی ان تمام اعداد کو دہرایا جا سکتا ہے
تو پہلی بات یہ ہے کہ یہ کتنے طریقوں سے ہو سکتا ہے نمبر کیا ہے اگر ہر حرف کو کم از کم ایک بار منتخب کرنا ہو
تو یہاں اگر آپ حل دیکھیں
دس مائنس پانچ c تو دس جمع پانچ مائنس ایک سی دس جو کہ چودہ سی دس کے برابر ہے جو دوسری صورت میں ہزار ایک ہے یہ دس مائنس ایک الگ خانوں میں تقسیم کرنے کے طریقے تلاش کریں جیسے کہ ایک باکس زیادہ سے زیادہ ایک چیز n پانچ ہے ایک جیسی اشیاء کو c ہے جو کہ نو کو پکڑ سکتا ہے آئیے ہم یہاں اس کی دلیل دیتے ہیں تاکہ باکس ایک کر سکے یا
تو کوئی چیز یا ایک چیز نہیں ہے لہذا اگر باکس ون میں کوئی شے نہیں ہے
r مائنس ون باکسز میں n ایک جیسی چیزوں کو r مائنس ون کے الگ خانوں میں رکھیں پھر ہم n ایک جیسی چیزوں کو r تو مسئلہ یہ ہے کہ طریقوں سے تقسیم کر سکتے ہیں اور اگر ہم رکھیں کہ اگر باکس ون میں ایک چیز ہے cr مائنس دو n پلس
مائنس ون طریقے سے تقسیم کر سکتے ہیں cr مائنس تھری n پلس r مائنس ون بکس میں n مائنس ون ایک جیسی اشیاء کو r تو ہم مائنس تین کروڑ مائنس پہلے ہم نے ان کے n پلس r مائنس دو کروڑ پلس ہے۔ n جمع r تو اضافی اصول کے مطابق طریقوں کی کل تعداد انتخاب پر غور کیا ہے یا آپ کہہ سکتے ہیں کہ الگ الگ آئٹمز کی فہرست میں سے ایک خاص طریقے سے ترتیب دینا ہے
تو یا
کو چھوڑ کر combination اور ah permutation کو جنم دیتا ہے۔ c تو غیر ترتیب شدہ طریقوں کو کم آرڈر کیا جاتا ہے جس سے
اب اسے خانوں میں گیندوں کی تقسیم کا مسئلہ بھی سمجھا جا سکتا ہے اگر ہم الگ الگ گیندوں اور الگ الگ خانوں وغیرہ پر غور کریں
تو میں یہ تصورات بھی بتاتا ہوں
الگ الگ خانوں میں اس n تو اب ہم الگ الگ اشیاء کی تقسیم کو الگ الگ خانوں میں سمجھتے ہیں۔ تقسیم کرنے کے طریقوں کی تعداد الگ الگ اشیاء کو طرح کہ ہر باکس میں زیادہ سے زیادہ ایک شے ہو سکتی ہے اس لیے میں یہاں اس کا ثبوت دیتا ہوں تاکہ یہاں آپ پچھلے سے فرق دیکھ سکیں کہ پہلے ہم ایک جیسی چیزیں لی تھیں اب ہم الگ الگ اشیاء لے رہے ہیں بکس پہلے بھی الگ الگ تھے اب وہی ہیں
تو یہ اصل میں کچھ نہیں ہے مگر حکم دیا گیا ہے کہ میں اس کا باقاعدہ ثبوت پیش کرتا ہوں
آبجیکٹ ڈالیں r الگ بکس اب آپ کہہ رہے ہیں کہ آپ کریں گے اس میں n تو آپ نے کہا ہے
اس سے کم یا اس کے برابر ہے اس لیے آپ یہاں r تو یہ ایک جیسی چیز ہے کیونکہ ہر باکس میں زیادہ سے زیادہ ایک چیز ہوسکتی ہے لہذا یہاں n چیزوں کا ایک انتظام ہے لہذا اسے صرف r میں سے n یہ کہہ سکتے ہیں کہ آپ اسے جہاں کہیں بھی ڈالتے ہیں وہ کچھ نہیں ہے مگر کے سوا کچھ نہیں ہے۔ بنیادی npr سے n الگ الگ اشیاء کے ترتیب شدہ ترتیبوں کی تعداد کے طور پر سمجھا جا سکتا ہے جو بنیادی طور پر باکسز کا انتخاب کر رہے ہیں اور یہاں آپ یہ بھی کہہ رہے ہیں کہ نمبر اہم r میں سے n طور پر آپ جو کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ آپ یہاں ہے اس کا مطلب ہے کہ ہم نے انہیں یہاں کس ترتیب میں رکھا ہے، آہ ہم اس طرح کی دلیل بھی دے سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل طریقے سے بھی کوئی r مائنس n آبجیکٹ کو rth مائنس ون خانوں میں اور اسی طرح n خانوں میں رکھ سکتا ہے پھر دوسری چیز کو n پہلی چیز کو کسی بھی r مائنس n میں ضرب کے مائنس ون اور اسی طرح n پلس ون وے بکس میں رکھ سکتا ہے لہذا ترتیب کی کل تعداد کچھ نہیں ہے مگر اصول میں nd ہے تقسیم کرنے کے طریقوں کی تعداد npr ah فیکٹوریل جو r مائنس n فیکٹوریل سے تقسیم n پلس ون تک جو کچھ نہیں ہے مگر میں رکھ سکتا ہے لہذا یہاں آپ دیکھ سکتے r پاور n الگ الگ اشیاء ہیں اسٹینکٹ باکسز جیسے کہ کوئی بھی باکس کسی بھی تعداد میں اشیاء کو n باکس میں رکھا جا سکتا ہے دوسری چیز کو کسی میں بھی رکھا جا سکتا ہے۔ دیگر n ہیں کہ دلیل تھوڑا سا مختلف ہے پہلی چیز کو کسی بھی r میں ہے n میں n میں ہے جو کہ n میں n میں n میں n میں رکھا جا سکتا ہے جو کہ n خانوں اور اسی طرح ہماری ہر چیز کو میں تقسیم کرنے کے طریقوں کی تعداد باکس اس طرح کہ ہر باکس میں اشیاء کی n الگ الگ اشیاء کو r طریقوں سے گنتی کا ایک اور طریقہ ہے

ترتیب اہمیت رکھتی ہے
مائنس 1 تک۔ لہٰذا اس r پلس n پلس 1 ہے اور اسی طرح n میں n فیکٹوریل کے برابر ہے جو r میں cr مائنس 1 r پلس n تو پھر یہ
مسئلے کو حل کرنے کے لیے آئیے میں پہلے فرض کرتا ہوں کہ آئیے پہلے فرض کریں کہ اشیاء ایک جیسی ہیں اگر ایسا ہے
مائنس 1 فیکٹریل کو r جمع n مائنس 1 ہے جو کہ cn مائنس 1 r جمع n باکس میں رکھنے کے طریقوں کی تعداد کی تعداد n تو ان کو
اگر اشیاء الگ الگ ہیں اور ترتیب دینے والے معاملات ہیں i فیکٹوریل اب r سے تقسیم کیا گیا ہے۔ مائنس 1 فیکٹریل n
فیکٹوریل ہے اگر اشیاء الگ ہیں اور ترتیب دینے والے معاملات r چیزوں کی ترتیب کی کل تعداد r تو
r مائنس 1 فیکٹوریل n مائنس 1 فیکٹوریل تقسیم r ہے جمع n فیکٹوریل ہے لہذا طریقوں کی کل تعداد r اشیاء کی ترتیب کی کل تعداد r تو
مائنس ون فیکٹوریل سے تقسیم کیا جاتا ہے جو یقیناً آہ ہے اگر آپ اسے n مائنس ون فیکٹوریل کو r پلس n فیکٹوریل میں جو کہ r فیکٹوریل
آسان بناتے ہیں
کے طور پر بھی لکھ pr ah مائنس ون r پلس n پلس بن جاتا ہے مائنس ٹو اور اسی طرح جس پر ہم n مائنس ون ٹو r پلس n تو یہ
سکتے ہیں مجھے ایک دوسرے کے قبضے کا مسئلہ اٹھانے دیں فرض کریں کہ ٹائپ ون کی ایک جیسی چیزیں ہیں اور ٹائپ ٹو کی دو ایک جیسی
اشیاء کی کل تعداد ہے جس میں n جو کہ nk جمع n 2 جمع n 1 ہے n قسم کی ایک جیسی اشیاء جہاں K اشیاء ہیں اور اسی طرح کے
اشیاء کی ترتیب کا n ایک قطار میں ان nu مختلف قسم کے ہیں پھر ah دو ایک جیسی ہیں اور اسی طرح وہ تمام n ایک جیسی ہیں n 1 سے
فیکٹوریل n 1 فیکٹوریل کو n ہے جو cnk مائنس nk 1 مائنس n 1 مائنس n اور اسی طرح cn 2 n 1 مائنس n ایک ncn نمبر
دو فیکٹوریل این کے فیکٹوریل سے تقسیم کیا جاتا ہے n
فیکٹوریل کی n ایک اشیاء ایک جیسے ہیں اور دو یکساں ہیں اور اسی طرح یہ n اشیاء کی ترتیب کی طرح ہے جس میں n تو یہ ہے اصل میں
ایک فیکٹوریل اور دو فیکٹوریل این کے فیکٹوریل سے تقسیم کیا گیا ہے لہذا یہ آہ قبضے کے مسائل ان کے پاس پہلے سے ہی n طرح ہے جس کو
مختلف ایپلی کیشنز ہیں کچھ مسائل دیکھے جو اس ترتیب سے حل ہو جاتے ہیں کہ کیا آپ نے چیزوں کو دو مختلف خلیوں میں تقسیم کر کے کچھ
چیزوں کو ایک خاص ترتیب میں لے کر ترتیب دیا ہے اور اسی طرح بہت سارے مسائل ہیں جو ان تصورات کو استعمال کرتے ہوئے حل کیے جا
سکتے ہیں۔ میں اپنی گفتگو کو اجازت کے مجموعے قبضے کے مسائل اور گنتی کے کچھ اصولوں پر ختم کرتا ہوں اس وقت آپ