

எனவே முதலில் இன்னும் சில எண்ணும் முறைகளுடன் தொடங்குகிறேன், எனவே அவற்றில் ஒன்று ஊசி கொள்கை சரி என அழைக்கப்படுகிறது, எனவே இந்த கொள்கைகள்  $ah$  செயல்பாடுகளின் எண்ணிக்கையை  $ah$  ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட தொகுப்பிலிருந்து மற்றொரு வரையறுக்கப்பட்ட தொகுப்பிற்கு கணக்கிடுவதை அடிப்படையாகக் கொண்டவை.

ஆ, செயல்பாட்டின் தன்மையைப் பொறுத்து, அது ஒன்றுக்கு ஒன்று செயல்பாடாக இருக்கலாம் அல்லது இது ஒரு செயல்பாட்டின் மீது இருக்கலாம், எனவே அதைப் பொறுத்து உங்களிடம் எண் இருக்கும், எனவே அந்த எண்கள் பொருந்தினால் இவை பல்வேறு எண்ணும் சிக்கல்களைச் செய்யப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

முதலில் உட்செலுத்துதல் கொள்கையைப் பற்றி பேசுகிறேன், எனவே  $a$  மற்றும்  $b$  வரையறுக்கப்பட்ட தொகுப்புகளாக இருக்கட்டும்,  $a$  இலிருந்து  $b$  வரை ஒரு மேப்பிங்  $f$  இருந்தால்,  $a$  இன் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை  $b$   $ah$  இன் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.

இது புரிந்து கொள்ள மிகவும் எளிமையான ஒன்று எடுத்துக்காட்டாக, நான் ஒரு வரைபட பிரதிநிதித்துவத்தை உருவாக்குகிறேன், இங்கு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான உறுப்புகள் உள்ளன, எனவே அவை ஒவ்வொன்றும் ஒன்றுக்கு ஒன்று செயல்பாடு ஆகும், எனவே இயற்கையாகவே ஒவ்வொன்றையும் நீங்கள் பார்க்கலாம்.

உறுப்பு இங்கே ஒரு உறுப்பினருக்கு வரைபடமாக்கப்பட்டுள்ளது, எனவே சில உறுப்பினர்கள் விடுபட்டிருந்தால்,  $b$  இன் கார்டினாலிட்டி எப்போதும்  $a$  தொகுப்பின் கார்டினாலிட்டியை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும், எனவே நாம் ஒரு கூடுதல் கட்டுப்பாட்டை வைத்தால் இது குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.

இதை நீங்கள் நேரடியாக எண்ணுகிறீர்கள்,

அதனால் அதை பைஜெக்ஷன் கொள்கை என்று அழைக்கப்படுகிறது அல்லது நாங்கள் அதை  $ah$   $bp$  என்று அழைக்கிறோம், எனவே  $a$  மற்றும்  $b$  வரையறுக்கப்பட்ட தொகுப்புகளாக இருக்கட்டும்,  $a$  முதல்  $b$  வரை ஒரு இருமுனைப்பு இருந்தால், அதாவது  $ah$  ஒன்றுக்கு ஒன்று மற்றும் மேப்பிங்கிற்கு பிறகு கார்டினாலிட்டி  $a$  என்பது  $b$   $ah$  இன் கார்டினாலிட்டியைப் போன்றே நாம்  $ah$  பற்றிப் பேசலாம் அதாவது பைஜெக்ஷன் முறை மூலம் இதை கருத்தில் கொள்வோம், எனவே எண்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றத்தின் பயன்பாடுகள் ஆ பொதுவாக ஒரு இயற்கை எண்ணின் வகுப்பான்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறிவதற்காக அதை விளக்கப்படத்தில்  $fta$  என்று அழைக்கிறோம் எண்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றம் என்ன எல்லா மாணவர்களும் இதை நன்கு அறிந்திருக்கிறார்கள் என்று நினைக்கிறேன், ஒவ்வொரு இயற்கை எண்ணும்  $n$  இரண்டுக்கும் அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ காரணியாக்கப்படலாம், ஏனெனில்  $n$  என்பது  $p$  1 க்கு சமம்  $p$  1 சக்தி  $m$  1  $p$  2 க்கு சக்தி  $m$  2  $pk$  to power  $mk$  க்கு சிலருக்கு தனித்த பகா எண்கள்  $p$  one  $p$  two  $pk$  மற்றும் சில இயற்கை எண்கள்  $m$  one  $m$  two  $mk$  அத்தகைய காரணியாக்கம் தனித்தன்மை வாய்ந்தது, அதாவது  $p$  1 க்கு பதிலாக  $m$  1 க்கும்  $p$  க்கும்  $p$  க்கும்  $m$  2 போன்றவற்றுக்கும் ப்ரைம்களின் வரிசையை நாம் புறக்கணித்தால்.

முதலில் வரிசையை மாற்றுவோம்  $p$  2 ஐ சக்தி  $m$  2 க்கு வைத்து பிறகு  $p$  1 ஐ  $m$  1 சக்திக்கு எழுதுகிறோம், அது எந்த வித்தியாசத்தையும் ஏற்படுத்தாது, இந்த காரணியாக்கம் தனித்துவமானதாகக் கருதப்படுகிறது ஆ இது எண் கோட்பாட்டின் அடிப்படை முடிவுகளில் ஒன்றாகும்.

யூக்ளிட் காலத்தில் இதை ஒரு அடிப்படை வழக்கில் நிரூபித்தவர் யார் என்பது தெரிந்தது மற்றும் முழு வடிவில்

கார்ல் ஃபிரடெரிக் கேஸ் மூலம் பதினெட்டு நூற்றி ஒரு ஆஹா நிரூபிக்கப்பட்டது.

இன் பயன்பாட்டை நான் உங்களுக்குக் காண்பிப்பேன் இருபத்தி இரண்டின் வகுப்பான்களின் எண்ணிக்கையை இங்கு இருபத்தி இரண்டாகக் காணலாம், எனவே எழுபத்தி இரண்டை இரண்டு கனசதுரமாக மூன்று சதுரமாக எழுதலாம், எனவே காரணியாக்கத் தேற்றம் மூலம் இது  $ah$  தனித்துவமான பிரதிநிதித்துவமாகும், எனவே  $x$  என்பது எழுபத்தி இரண்டின் வகுத்தால்  $x$  ஐ எழுதலாம்.

$x$  வடிவில் 2 என்ற சக்தியை  $a$  ஆக 3 ஆகக் கூறுவது சமமாகும் 72 மற்றும்  $b$  இன் வகுப்புகளின் தொகுப்பாக இந்த tuples  $ab$  இன் தொகுப்பாக இருக்கும், இதில்  $a$  மதிப்புகள் 0 1 2 3 மற்றும்  $b$  0 1 2 மதிப்புகளை எடுக்கலாம்.

பிறகு இயற்கையாகவே

$a$  முதல்  $b$   $ah$  வரை பைஜெக்ஷன் இருப்பதைக் காணலாம்.

இந்த முழு விஷயத்தையும் காட்டுங்கள் உண்மையில் எங்களிடம் செயல்பாடு உள்ளது நீங்கள் இப்படி எழுதலாம்  $f$  நான் 0 0 ஐ தேர்வு செய்தால் இதைப் பாருங்கள் , அதாவது பூஜ்ஜியம்  $b$  பூஜ்ஜியத்தை நீங்கள் சரியாகப் பெறுவீர்கள், எனவே இது இது போன்றது என்று நான் சொல்ல வேண்டும் அது வகுக்கும் ஒன்றாகும்  $a$  க்கு சமமானது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம்  $b$  என்பது வகுப்பான் இரண்டைக் கருத்தில் கொண்டால் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம்  $en$ ,  $a$  உடன் தொடர்புடையது ஒன்றுக்கு சமம் மற்றும்  $b$  என்பது பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம், அதே போல் நான் வகுத்தல் மூன்றைக் கருதினால், அது  $a$  க்குச் சமம் பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம்  $b$  என்பது ஒன்றுக்கு சமம்.

சமம் இரண்டு  $b$  என்பது பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம் என்று நான் வகுத்து ஆறாகக் கருதினால், அது  $a$  க்குச் சமம் ஒரு  $b$ , ஒன்றுக்கு சமம்.

ஒன்பதைக் கருத்தில் கொண்டால், அது  $a$  க்கு சமம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம்  $b$  என்பது நாம் பன்னிரண்டாகக் கருதினால் இரண்டுக்குச் சமம்,  $a$  க்கு சமம் இரண்டு மற்றும்  $b$  என்பது ஒன்று என்று நாம் கருதினால் பதினெட்டைக் கருத்தில் கொண்டால் அது  $a$  க்கு ஒத்ததாகும்.

ஒன்றுக்கு சமம் மற்றும்  $b$  என்பது இருபத்தி நான்கு என்று நாம் கருதினால் அது இரண்டுக்கு சமம்.

எழுபத்திரண்டு என்பது கரஸ்போ மூன்று இரண்டில் முடிவடைகிறது, எனவே நீங்கள் 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ஐப் பார்த்தால்  $a$  தொகுப்பின் அனைத்து 12 கூறுகளும்  $b$  தொகுப்பின் பன்னிரண்டு கூறுகளின் மொத்த எண்ணிக்கையுடன் தொடர்புடையவை, எனவே இது இரண்டு வரைபடத்தில் ஒன்று அது ஒரு பைஜெகூன் எனவே பைஜெகூன் கோட்பாட்டின் மூலம்  $a$  இன் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையானது  $b$  இன் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையானது பன்னிரண்டு ஆகும், எழுபத்தி இரண்டு ஆ எண்ணின் மொத்தம் பன்னிரண்டு வகுப்புகள் உள்ளன, எனவே இப்போது சிலவற்றை மட்டும் தருகிறேன்.

ஆஹா , சில சிறிய எண்களுக்கு எளிமையான பயன்பாடுகள், எனவே பன்னிரண்டாயிரத்து அறுநூற்று முப்பத்தி ஒன்றாயிரத்து எழுநூற்று ஐம்பது இரண்டு ஐம்பத்து ஐந்தாயிரத்து நூற்று இருபத்தி ஐந்து என்று கூறும் வகுப்பான்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிப்போம், எனவே இந்த பன்னிரண்டாயிரத்து அறுநூற்று என்று பார்ப்போம்.

இரண்டு கனசதுரமாக மூன்று சதுரமாக ஐந்து சதுரமாக ஏழாக இருந்து சக்தி ஒன்றுக்கு காரணியாக்கப்பட்டது, எனவே எந்த வகுப்பானும் வடிவம் 2 க்கு சக்தி  $a$  3 லிருந்து பவர்  $b$  5 க்கு பவர்  $c$  மற்றும் 7 பவர்  $d$  க்கு இப்போது நீங்கள்  $abcd$  ஐ எங்கே பார்க்கிறீர்கள் அவர்கள் சொந்தம்  $a$  க்கு எந்த எண் பூஜ்ஜியம் ஒன்று இரண்டு மூன்று  $b$  எந்த எண் பூஜ்ஜியம் ஒன்று இரண்டு  $c$  எந்த எண் பூஜ்ஜியம் ஒன்று இரண்டும் மற்றும்  $d$  எந்த எண் பூஜ்ஜியம் ஒன்றும் இருக்கலாம் எனவே  $x$  இன்  $faf$  ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட  $f$  என்பது  $abcd$  க்கு சமம் பின்னர் இது  $a$  இலிருந்து

பன்னிரண்டாயிரத்து அறுநூற்று வரையிலான வகுப்புகளின் தொகுப்பாகும், இது  $b$  என்ற தொகுப்பின் தொகுப்பைத் தவிர வேறில்லை,  $ah$   $a$  பூஜ்ஜியத்திலிருந்து மூன்று  $b$  இடையே இருக்கும் நான்கு tuples தொகுப்பைத் தவிர வேறு ஒன்றும் இல்லை பூஜ்ஜியத்திலிருந்து ஒன்றுக்கு இடையே உள்ளவை இப்போது முழு எண்களாக உள்ளன  $b$  இன் கார்டினாலிட்டி இங்கே எத்தனை உறுப்புகள் உள்ளன என்பது இங்கே உங்களுக்கு நான்கு கூறுகள் உள்ளன, இங்கே உங்களுக்கு மூன்று கூறுகள் உள்ளன, இங்கே உங்களுக்கு மூன்று கூறுகள் உள்ளன, இங்கே உங்களுக்கு இரண்டு கூறுகள் உள்ளன, எனவே இது ஒன்றும் சரியாக எழுபத்து இரண்டு அல்ல.

வகுப்புகளின் எண்ணிக்கை பன்னிரண்டாயிரத்து அறுநூற்று வகுப்புகளின் எண்ணிக்கை எழுபத்தி இரண்டு ஆ, அதே போல் மூன்று முப்பத்து ஒன்றாயிரத்து எழுநூற்று ஐம்பத்து இரண்டு ஆ இந்த எண் இரண்டு கனசதுரமாக மூன்றாக இருந்து நான்கு ஏழு சதுரமாக இருந்தால்  $w$   $e$   $x$  ஐ இரண்டாகக் கருதி  $a$  ஆக மூன்று சக்தியாக இருந்து  $b$  ஆக ஏழு சக்தியாக  $c$  ஆக இருந்தால்  $abc$  ஆனது பூஜ்ஜியத்திற்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் இரண்டிற்கு ,  $b$  இன் கார்டினாலிட்டி நான்கிலிருந்து ஐந்தில் மூன்று , அது அறுபது ஆகும், எனவே இதைப் பிரிப்பவர்களின் எண்ணிக்கை ஐம்பத்து ஐந்தாயிரத்து நூற்று இருபத்தைந்து என்று நான் கருதினால், அதை சதுரமாக ஐந்து கனசதுரமாக ஏழு ஆக வெளிப்படுத்தலாம்.

சதுரம் எனவே இந்த வழக்கில்  $b$  இன் கார்டினாலிட்டி மூன்றில் இருந்து நான்காக மூன்றாக மாறும் , அது முப்பத்தி ஆறு ஆகும், எனவே பொதுவாக பின்வரும் தேற்றத்தை  $ah$  எண்கணிதத்தின் இந்த அடிப்படை தேற்றம் மற்றும் ஆ பைஜெகூன் கொள்கையின் பயன்பாடாகக் கூறலாம்.

fta இன் பயன்பாடாக கொடுக்கப்பட்ட இயல் எண்ணின் வகுப்பிகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் பைஜெகூடன் கொள்கையின் மீது இப்போது நான் ஒரு தேற்றத்தின் வடிவில் கூறினேன்  $m^2 p^3$  க்கு பவர்  $m^3$  மற்றும்  $pk$  க்கு  $pk$  க்கு இரண்டுக்கு அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் இடத்தில்  $p$  one  $p$  two  $pk$  தனித்த பகா எண்கள் மற்றும்  $m$  one  $m$  two  $mk$  இயற்கை எண்கள் பின்னர் வகுப்பிகளின் எண்ணிக்கை  $n$  இன்  $n$  ஆனது  $m$  ஒன் பிளஸ் ஒன் ஆல் மீ  $\pi$  பிளஸ் ஒன் மற்றும் பல  $mk$  ப்ளஸ் ஒன் ஆ வரை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, எனவே இது ஒரு இயல் எண்ணின்  $ah$  வகுப்பிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுவதற்குப் பயன்படும் பைஜெகூடன் கொள்கையின் ஒரு பயன்பாடாகும்.

இன்னும் சில எண்ணும் முறைகள் ஆ,

அதனால் அவை ஆக்கிரமிப்புக் கொள்கைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, அவை பல பொருள்களை பல செல்களில் வைப்பது அல்லது பல பெட்டிகளில் பல பந்துகளை வைப்பது, எனவே நாம் இருக்கையில் மக்களை உட்கார வைக்கும் போது இது பல்வேறு வகையான பயன்பாடுகளைக் கொண்டுள்ளது.

சில வகையான குறிப்புகளை ஏற்பாடு செய்தல், எனவே பொதுவாக அவை ஆக்கிரமிப்பு சிக்கல்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, எனவே நான் இதைப் பார்க்கிறேன்.

$r$  பிளஸ்  $n$  மைனஸ் ஒன் தேர்வு  $r$   $ah$  ஐப் போலவே உள்ளது, எனவே நான் குறிப்பிட்டுள்ளபடி நீங்கள் ஒரே மாதிரியான பொருட்களை வைத்திருக்கலாம், எனவே அவற்றை ஒரே மாதிரியான பந்துகள் என்று அழைக்கலாம், மேலும் அவை  $r$  தனித்துவமான கலங்களில் வைக்கப்பட வேண்டும்  $n$  தனித்துவமான பெட்டிகள் போன்றவை எனவே இந்த எண்  $r$  கூட்டல்  $n$  மைனஸ் 1 ஐ தேர்வு  $n$  மைனஸ் 1 ஆல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது இதற்கு ஒரு ஆதாரம் தருகிறேன்,  $r$  பந்துகளை  $r$  நட்சத்திரங்களால் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவோம், எனவே இது ஒரு வழி தான் சில சமயங்களில் அதை  $r$  ஆப்பிள்களாக எழுதுகிறோம்.

ஆ ஆரஞ்சு மற்றும் பலவற்றை வைப்பதால், நான் எளிமையான நட்சத்திரக் குறியீடுகளை வைக்கிறேன், எனவே இந்த  $r$  பந்துகள் ஒரே மாதிரியானவை, எனவே அவை இந்த விஷயமாக கருதப்படலாம் மற்றும் இந்த  $n$  பெட்டிகளை  $n$  பிளஸ் ஒன் செங்குத்து கம்பிகளுக்கு இடையில்  $n$  இடைவெளிகளால் குறிக்கலாம்.

என்னிடம் இரண்டு பெட்டிகள் உள்ளன என்று வைத்துக்கொள்வோம், நான் மூன்று ஆ மூன்று செங்குத்து பட்டைகளை வைத்தால், இது ஒரு பெட்டியாக செயல்படுகிறது, அதே போல் நான் மூன்று பெட்டிகள் என்று சொன்னால், நான் நான்கு பார்களை உருவாக்குகிறேன், எனவே இப்போது என்ன நடக்கிறது என்றால் நட்சத்திரங்கள் இடையில் நாம் இருப்பதால் இந்தப் பெட்டிகளில் ஒரே மாதிரியான பந்துகளாக இருக்கும் இந்த ஆர் நட்சத்திரங்களை வைப்பதால், உங்களிடம் இங்கே  $r$  நட்சத்திரங்கள் உள்ளன, மேலும் இந்த செங்குத்து பட்டிகளில்  $n$  பிளஸ் ஒன் செங்குத்து பட்டைகள் உள்ளன, இதற்கு இடையில் ஒரு தொடக்கமும் ஒரு முனையும் இருக்க வேண்டும்.

நீங்கள்  $n$  மைனஸ் ஒன் செங்குத்து பட்டைகள் மற்றும்  $r$  நட்சத்திரத்தை வைத்திருக்கலாம், அது  $r$  கூட்டல்  $n$  மைனஸ் ஒன்று  $n$  மைனஸ் ஒன்றை தேர்வு செய்ய வேண்டும் அல்லது  $r$  விஷயங்களை தேர்வு செய்ய வேண்டும் என்று நீங்கள் கூறலாம் இரண்டும் ஒரே மாதிரியான உண்மை, எனவே அது  $r$  கூட்டல்  $n$  ஆக மாறும் மைனஸ் ஒன் தேர்வு  $r$   $r$   $r$  பிளஸ்  $n$  மைனஸ் ஒன் சிஎன் மைனஸ் ஒன் எனவே இந்த ஏற்பாட்டின் தொடக்கத்தில் செங்குத்து பட்டைகள் உள்ளன மற்றும் முடிவில் மீதுமுள்ள  $n$  மைனஸ் 1 பார்கள் மற்றும்  $r$  நட்சத்திரங்களை  $n$  கூட்டல்  $r$  கழித்தல் 1 தேர்வு  $r$   $r$   $r$  கூட்டல்  $r$  கழித்தல் 1 தேர்வு  $n$  இல் வரிசைப்படுத்தலாம் மைனஸ் 1 vs  $ah$  இப்போது இந்த ஏற்பாட்டில் ஆஹா சில பெட்டிகள் காலியாக இருக்க வாய்ப்புகள் இருக்கலாம் இப்போது எந்த பெட்டியும் காலியாக இல்லை என்று சில கூடுதல் கட்டுப்பாடுகளை வைத்துள்ளோம், பின்னர் சாத்தியக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையில் என்ன நடக்கும் என்று பார்ப்போம், அது ஒரு மாறுபாடு ஆகும்.

இது ஆக்கிரமிப்பு பிரச்சனை

விநியோகிப்பதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கை  $n$  தனித்தனி பெட்டிகளில் ஒரே மாதிரியான பந்துகள்,

அதனால் எந்தப் பெட்டியும் காலியாக இருக்காது,

அதனால்  $r$  கழித்தல் ஒன்று  $n$  மைனஸ் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவும், இது  $r$  கழித்தல் 1 தேர்வு  $r$  கழித்தல்  $n$  இங்கே  $r$  என்பது  $n$  ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் வெற்று பெட்டிகள் இல்லை என்றால் இந்த அறிக்கையை நிரூபிக்கிறேன்,

இரண்டு செங்குத்து பட்டைகள் அருகருகே இருக்க முடியாது எடுத்துக்காட்டாக இதில் நான்

இந்த இரண்டு பார்க்களையும் அருகருகே செய்துள்ளேன், இடையில் எந்த நட்சத்திரமும் இல்லை, எனவே இந்த வாய்ப்பு இருக்காது, எனவே  $r$  நட்சத்திரங்கள் உள்ளன  $r$  கழித்தல் 1 இடைவெளிகளில்  $n$  கழித்தல் 1 செங்குத்து பட்டைகளால் ஆக்கிரமிக்கப்பட வேண்டும், அதாவது  $n$  கழித்தல் ஒன்று எத்தனை செங்குத்து பட்டைகள் ஆகும், எனவே இதை  $r$  மைனஸில் செய்யலாம், ஒன்று  $n$  மைனஸ் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுங்கள், அது  $r$  மைனஸ் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

ஆ, நான் இரண்டு ஆக்கிரமிப்பு பிரச்சனைகளுக்கு தீர்வைக் கொடுத்துள்ளேன் ஒன்று ஆ, விநியோகிப்பதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கை  $n$  தனித்தனி பெட்டிகளில் ஒரே மாதிரியான பந்துகள், அதாவது  $r$  கூட்டல்  $n$  கழித்தல் ஒன்று தேர்வு  $n$  கழித்தல் ஒன்று மற்றும் கூடுதல் கட்டுப்பாட்டை வைத்தால் பெட்டி இல்லை காலியாக இருந்தால், இந்த எண்  $r$  மைனஸ் ஒன்று தேர்வு  $n$  மைனஸ் ஒன்று ஆக மாறும், எனவே இந்த 11 நபர்களின் பயன்பாட்டைப் பார்ப்போம், மூன்று குறிப்பிட்ட நபர்கள் உட்பட, பதினொரு இருக்கைகளில்  $pqr$  அமர வேண்டும் என்று கூறுகிறார்கள், இதனால்  $pqr$

அடுத்தடுத்த விதைகளை எத்தனை வழிகளில் ஆக்கிரமிக்காது இந்த பதினொரு நபர்களில் மூன்று பேர் குறிப்பிட்டவர்கள், அதில் நாம் சில கட்டுப்பாடுகளை விதிக்கிறோம், எனவே நாம் முதலில் எட்டு நபர்களை வைப்போம், எனவே முதலில் எட்டு நபர்களை எட்டு காரணி வழிகளில் ஏற்பாடு செய்கிறோம், அதாவது  $pq$  மற்றும்  $r$

so ஐத் தவிர்த்துவிட்டோம் நீங்கள் இப்படிப் பார்க்கலாம் ஆ, ஒருவர் இரண்டு மூன்று நான்கு ஐந்து ஆறு ஏழு எட்டு இப்போது எத்தனை இடங்கள் விடுபட்டுள்ளன, இப்போது நமக்கு இடையில் ஏழு இடங்கள் உள்ளன, பக்கத்திலும் இரண்டு இடங்கள் உள்ளன, எனவே மொத்தம் ஒன்பது இடங்கள் உள்ளன, அதில் இதைப் போடலாம்.

$pq$  மற்றும்  $r$  ok ஆக, மீதமுள்ள ஒன்பது இடங்களில் மூன்று இருக்கைகளை ஒன்பது ப மூன்றில், ஒன்பது முதல் எட்டு வரை ஏழு வழிகளில் வைக்கலாம், எனவே மொத்த சாத்தியக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை ஐலிட்டிகள் ஒன்பதிலிருந்து எட்டிலிருந்து ஏழு எட்டு எட்டு காரணிகளாக மாறும், இது நிச்சயமாக ஒரு பெரிய எண் ஆ ஆறு தனித்துவமான குறியீடுகள் ஒரு தகவல்தொடர்பு சேனல் மூலம் அனுப்பப்படுகின்றன, மொத்தம் 18 வெற்றிடங்கள் ஒவ்வொரு ஜோடி சின்னங்களுக்கும் இடையில் குறைந்தது இரண்டு வெற்றிடங்களைக் கொண்ட குறியீடுகளுக்கு இடையில் செருகப்பட வேண்டும்.

சின்னங்கள் மற்றும் வெற்றிடங்களை எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம் என்பதை மீண்டும் சொல்கிறேன், ஆறு வெவ்வேறு குறியீடுகள் உள்ளன, அவை ஒரு ஆ தொடர்பு சேனல் மூலம் அனுப்பப்பட வேண்டும், இப்போது சின்னங்களுக்கு இடையில் பதினெட்டு வெற்றிடங்களைச் செருக வேண்டும்.

குறைந்த பட்சம் இரண்டு வெற்றிடங்கள் உள்ளன பிறகு எத்தனை வழிகளில் இந்த சின்னங்கள் மற்றும் வெற்றிடங்களை ஏற்பாடு செய்யலாம் எனவே

ஆறு சின்னங்கள்  $b$  என்று சொல்லட்டும்  $s$  ஒன்று இரண்டு

அதனால்  $s$  ஒன்று இரண்டு மூன்று நான்கு நான்கு மற்றும்  $s$  ஐந்து ஆ மன்னிக்கவும் ஆறு சரி இப்போது நாம் இங்கே இந்த இடைவெளிகள் உள்ளதா சரி, இந்த வெற்றிடங்களை சின்னங்களுக்கு இடையில் மட்டுமே செருக வேண்டும், எனவே சின்னங்களுக்கு இடையில் ஐந்து இடங்கள் உள்ளன, எனவே இதைக் கருத்தில் கொள்ளலாம் சிவப்பு நிறத்தில் ஒரே மாதிரியான 18 பந்துகளை வைப்பதில் ஒரு பிரச்சனையாக இருக்கும்.

வெற்றிடங்கள் உள்ளன

எனவே முதலில் பதினெட்டு ஒரே மாதிரியான விஷயங்களில் இருந்து இரண்டு வெற்றிடங்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம்.

பல எட்டு வெற்றிடங்கள் உள்ளன இப்போது மீதமுள்ள எட்டு வெற்றிடங்களை ஐந்து பெட்டிகளில்

எட்டு கூட்டல் ஐந்து கழித்தல் ஒரு சி ஐந்து கழித்தல் ஒன்று என்று என்று 12 சி 4 வழிகளில் வைக்கலாம், எனவே இந்த சிக்கலை ஒரே மாதிரியான பந்துகளை வைப்பதில் உள்ள சிக்கலாக நாங்கள் மறுவடிவமைத்திருப்பதை நீங்கள் பார்க்கலாம்

தனித்தனி பெட்டிகளாகவும்,

ஒவ்வொரு ஜோடி சின்னங்களுக்கும் இடையில் இரண்டு வெற்றிடங்கள் இருக்க வேண்டும் என்ற சில கூடுதல் நிபந்தனைகளை நாங்கள் வைத்துள்ளோம், எனவே அந்த பகுதியை தனித்தனியாக 10 வெற்றிடங்களை வைத்து கவனித்துக்கொண்டோம்.

தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, அவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை என்பதால், தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை இப்போது ஒன்றுதான், மீதமுள்ளவை  $r$  கூட்டல்  $n$  மைனஸ் ஒரு  $cr$  மைனஸ் ஒன்று ஆகின்றன, நாங்கள் அதைச் செய்துள்ளோம், எதிர்மறை அல்லாத முழு எண் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

$x$  ஒன்று கூட்டல்  $x$  இரண்டு கூட்டல்  $x$  மூன்று கூட்டல்  $x$  நான்கு இப்போது பத்துக்குச் சமம் இது பத்து

ஒன்றை விநியோகிப்பதில் உள்ள பிரச்சனையாகக் கருதலாம் பூஜ்ஜியம் ஒன்று முதல் பத்து  $x$  இரண்டு வரை பூஜ்ஜியம் ஒன்று முதல் பத்து வரை இருக்கலாம், எனவே அடிப்படையில் இது ஒரு முறை விநியோகிப்பதில் சிக்கல் உள்ளது, எனவே பத்து வெவ்வேறு ஒரே மாதிரியானவை நான்கு வெவ்வேறு பெட்டிகளில் வைக்கப்பட வேண்டும், எனவே இது பத்து ஒரே மாதிரியான பந்துகளை விநியோகிப்பது போன்றது.

நான்கு தனித்தனி பெட்டிகளில், அது  $n$  கூட்டல்  $r$  கழித்தல்  $1$   $cn$  கழித்தல்  $1$  ஆகும், அது  $13c - 3$  ஆகும்.

எனவே நாம் உண்மையில் இந்த முடிவை  $n$  தெரியாதவற்றில் ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுவதற்கு நீட்டிக்கலாம், எனவே சமன்பாட்டைக் கருத்தில்  $x - 1$  கூட்டல்  $x - 2$  கூட்டல்  $xn$  சமம் ஆர்  $r$  என்பது எதிர்மறை அல்லாத முழு எண்ணாக இருந்தால், இந்த சமன்பாட்டை எண் ஒன்று என்று அழைக்கிறேன், பின்னர் சமன்பாடு எண் ஒன்றுக்கு எதிர்மறை அல்லாத முழு எண் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை  $r$  கூட்டல்  $n$  மைனஸ் ஒரு  $cr$  ஆக இருக்கும்.

$x$ ஐக் காட்டிலும் அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் என்ற கட்டுப்பாட்டை வைத்தால்,  $r$  ஒத்த விஷயங்களை  $n$  பெட்டிகளில் விநியோகிப்பதில் சிக்கல் ஏற்படும் ஐந்து உயிரெழுத்துக்களில் இருந்து 10 எழுத்துக்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன ஒவ்வொரு உயிரெழுத்தும் குறைந்தபட்சம் ஒரு முறை தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும் என்றால் எண் என்ன, எனவே இங்கே நீங்கள் பத்து மற்றும் ஐந்து கழித்தல் ஒரு சி பத்து என்ற தீர்வைப் பார்த்தால், அது பதினான்கு சி பத்துக்கு சமம் அதாவது இரண்டாவது வழக்கில் ஆயிரம் ஒன்று இது பத்து கழித்தல் ஒன்று சி பத்து கழித்தல் ஐந்து அதாவது ஒன்பது சி ஐந்து என்பது ஒரே மாதிரியான பொருள்களை  $n$  தனித்தனி பெட்டிகளில் விநியோகிப்பதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும், அதாவது ஒரு பெட்டியில் அதிகப்பட்சம் ஒரு பொருளை வைத்திருக்க முடியும்.

இதற்கான வாதத்தை இங்கே கொடுக்கலாம்.

எந்த பொருளும் அல்லது ஒரு பொருளும் இல்லை, எனவே பெட்டியில் பொருள் இல்லை என்றால், ஒரே மாதிரியான விஷயங்களை  $n$  கழித்தல் ஒரு தனித்தனி பெட்டிகளில் வைப்பது பிரச்சனையாகும், பின்னர்  $r$  ஒரே மாதிரியான பொருட்களை  $n$  கழித்தல் ஒரு பெட்டியில்  $r$  கூட்டல்  $n$  கழித்தல் இரண்டு வழிகளில் விநியோகிக்கலாம் மற்றும் பெட்டியில் ஒரு பொருள் இருந்தால்,  $r$  மைனஸ் ஒன்று ஒரே மாதிரியான பொருட்களை  $n$  மைனஸ் ஒரு பெட்டியில்  $r$  கூட்டல்  $n$  மைனஸ் மூன்று  $cr$  கழித்தல் ஒரு வழிகளில் விநியோகிக்கலாம், எனவே கூட்டல் கொள்கையின்படி மொத்த வழிகளின் எண்ணிக்கை  $r$  கூட்டல்  $n$  கழித்தல் இரண்டு  $cr$  கூட்டல் ஆகும்  $r$  கூட்டல்  $n$  மைனஸ் தரீ சி ஆர் மைனஸ் முந்தையதைத் தேர்ந்தெடுப்பதைக் கருத்தில் கொண்டோம் அல்லது தனித்தனிப் பொருட்களின் பட்டியலிலிருந்து தனித்தனியான பொருட்களை ஒரு குறிப்பிட்ட வழியில் வரிசைப்படுத்துவது என்று நீங்கள் கூறலாம்.

$ah$  வரிசைமாற்றம் மற்றும் சேர்க்கைக்கு பிறகு இப்போது வித்தியாசமான பந்துகள் மற்றும் வித்தியாசமான பெட்டிகள் போன்றவற்றைக் கருத்தில் கொண்டால், இது பந்துகளில் சிக்கலைப் பிரிப்பதாகக் கருதலாம், எனவே இந்த கருத்துகளையும் தருகிறேன் ஆ, எனவே இப்போது தனித்துவமான பொருட்களை வெவ்வேறு பெட்டிகளாக விநியோகிப்பதைக் கருதுகிறோம்.

விநியோகிப்பதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கையானது வெவ்வேறு பொருட்களை  $n$  தனித்தனி பெட்டிகளாக உள்ளது, அதாவது ஒவ்வொரு பெட்டியும் அதிகப்பட்சம் ஒரு பொருளை வைத்திருக்க முடியும்,

அதனால்  $npr$  ஆக இருக்கும், அதற்கான ஆதாரத்தை இங்கே தருகிறேன், எனவே முந்தையவற்றிலிருந்து வேறுபாட்டை இங்கே காணலாம்.

ஒரே மாதிரியான பொருட்களை எடுத்தோம், இப்போது வித்தியாசமான பொருட்களை எடுத்துக்கொள்கிறோம், முன்பு வித்தியாசமாக இருந்த பெட்டிகளும் இப்போது உள்ளன, எனவே இது உண்மையில் ஆர்டர் செய்யப்பட்ட ஏற்பாட்டைத் தவிர வேறு ஒன்றும் இல்லை, இதற்கு முறையான ஆதாரம் தருகிறேன், எனவே நீங்கள்  $n$  வித்தியாசமான பெட்டிகள் என்று

சொல்கிறீர்கள், இப்போது நீங்கள் சொல்கிறீர்கள் இதில்  $r$  பொருள்களை வைக்கவும், எனவே இது போன்றது தான் ஏனெனில் ஒவ்வொரு பெட்டியும் அதிகபட்சம் ஒரு பொருளைக் கொண்டிருக்கலாம், எனவே இங்கே  $r$   $n$  ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ உள்ளது எனவே, நீங்கள் எங்கு வைத்தாலும் இங்கே சொல்லலாம்.

அடிப்படையில் நீங்கள் என்ன செய்கிறீர்கள் என்றால், நீங்கள் இங்கே  $n$  இலிருந்து  $r$  பெட்டிகளைத் தேர்வு

செய்கிறீர்கள், மேலும் இங்கே எண் முக்கியம் என்று சொல்கிறீர்கள் அதாவது எந்த வரிசையில் அவற்றை நாங்கள் இங்கு வைத்துள்ளோம் என்பது போன்ற வாதத்தை நாங்கள் கொடுக்கலாம். பின்வரும் வழியிலும் ஒருவர் முதல் பொருளை எந்த  $n$  பெட்டியிலும், இரண்டாவது பொருளை  $n$  மைனஸ் ஒரு பெட்டியிலும்,

அதனால்  $r$ th பொருளை  $n$  மைனஸ்  $r$  பிளஸ் ஒரு வழிப் பெட்டிகளிலும் வைக்கலாம், எனவே மொத்த ஏற்பாடுகளின் எண்ணிக்கை  $n$  இன் பெருக்கல் கொள்கையால் தவிர வேறில்லை. மைனஸ் ஒன்று மற்றும்  $n$  மைனஸ்  $r$  பிளஸ் ஒன் வரை  $n$  மைனஸ்  $r$  பிளஸ் ஒன் என்பது  $n$  காரணியாலானதைத் தவிர  $n$  மைனஸ்  $r$  காரணியால் வகுத்தால்  $npr$  ஆகும் எந்தப் பெட்டியும்  $r$  க்கு எத்தனை பொருள்களை வேண்டுமானாலும் வைத்திருக்கலாம், எனவே இங்கே நீங்கள் வாதம் சற்று வித்தியாசமாக இருப்பதைக் காணலாம் முதல் பொருளை எந்த  $n$  பெட்டியிலும் வைக்கலாம், இரண்டாவது பொருளை எந்தப் பெட்டியிலும் வைக்கலாம்.

மற்ற  $n$  பெட்டிகள் மற்றும் பல, நம் ஒவ்வொரு பொருளையும்  $n$  இல் வைக்கலாம், அதாவது  $n$  ஆக  $n$  ஆக  $n$  முறை, அது சக்தி  $r$  வழிகளில் கணக்கிடுவதற்கான மற்றொரு வழி,  $r$  தனித்துவமான பொருட்களை  $n$  தனித்தனியாக விநியோகிப்பதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கை.

ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் பொருள்களை

வரிசைப்படுத்துவது முக்கியம் எனவே அது  $n$  கூட்டல்  $r$  கழித்தல்  $1$   $cr$  க்கு சமமாக  $r$  காரணியாக இருக்கும், அது  $n$  ஆக  $n$  பிளஸ்  $1$  ஆகவும், மேலும்  $n$  கூட்டல்  $r$  கழித்தல்  $1$  ஆகவும் இருக்கும்.

எனவே இந்த சிக்கலை தீர்க்கலாம்.

முதலில் பொருள்கள் ஒரே மாதிரியானவை என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

கழித்தல்  $1$  காரணி  $r$  காரணி இப்போது  $i$  பொருள்கள் தனித்தனியாகவும், வரிசைப்படுத்துதல் முக்கியத்துவமாகவும் இருந்தால், பொருள்கள் தனித்தனியாக இருந்தால், ஆர் பொருள்களின் மொத்த வரிசைப்படுத்தல்களின் எண்ணிக்கை காரணியாக இருக்கும், மேலும் வரிசைப்படுத்தும் விஷயங்கள் காரணிகளாக இருக்கும்.

கூட்டல்  $r$  கழித்தல்  $1$  காரணியை  $n$  மைனஸ்  $1$  காரணி  $r$  காரணியாக வகுத்தால் அது  $n$  கூட்டல்  $r$  மைனஸ் ஒரு காரணியை  $n$  மைனஸ் ஒரு காரணியால் வகுத்தால் ஆ, நிச்சயமாக நீங்கள் இதை எளிமைப்படுத்தினால் அது  $n$  கூட்டல்  $r$  கழித்தல் ஒன்று இரண்டு  $n$  கூட்டல்  $r$  ஆக மாறும் மைனஸ் இரண்டு மற்றும் அதுவரை  $n$  பிளஸ்  $r$  மைனஸ் ஒன் பிஆர்எஃஹ் என எழுதலாம்.

நான் ஒன்றையொன்று ஆக்கிரமிப்புச் சிக்கலை எடுத்துக்கொள்கிறேன், வகை ஒன்றின் ஒரே மாதிரியான பொருள்கள் ஒன்றும், வகை இரண்டின் இரண்டு ஒத்த பொருள்களும் உள்ளன என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

$n$  என்பது  $n$   $1$  கூட்டல்  $n$   $2$  கூட்டல்  $nk$  என்பது ஒரே மாதிரியான பொருள்கள், அதாவது  $n$  பொருள்களின் மொத்த எண்ணிக்கை இதில்  $n$   $1$  ஒரே மாதிரியானவை  $n$  இரண்டும் ஒரே மாதிரியானவை, மேலும் அவை அனைத்தும்  $ah$  வெவ்வேறு வகையாகும், பின்னர்  $nu$  ஒரு வரிசையில் உள்ள இந்த  $n$  பொருட்களின் அமைப்புகளின் எண்ணிக்கை  $ncn$  ஒன்று  $n$  கழித்தல்  $n$   $1$   $cn$   $2$  மற்றும்  $n$  மைனஸ்  $n$   $1$  மைனஸ்  $nk$  மைனஸ்  $1$   $cnk$  ஆகும், இது  $n$  காரணியாக  $n$   $1$  காரணி  $n$  இரண்டு காரணி  $nk$  காரணியால் வகுத்தால் இதுவே ஆகும்.

உண்மையில்

$n$  ஒரு பொருள்கள் ஒரே மாதிரியாகவும், இரண்டும் ஒரே மாதிரியாகவும் இருக்கும்  $n$  பொருள்களின் ஏற்பாட்டைப் போலவே உள்ளது, மேலும் இது  $n$  காரணியாக  $n$  ஒரு காரணி மற்றும் இரண்டு காரணி  $nk$  காரணிகளால் வகுக்கப்படுவதைப் போன்றது.

இந்த ஏற்பாட்டைப் பயன்படுத்தி தீர்க்கப்பட்ட சில சிக்கல்களைப் பார்த்தீர்கள், அதாவது நீங்கள் இரண்டு வெவ்வேறு கலங்களில் பொருட்களை விநியோகித்திருக்கிறீர்கள், சில விஷயங்களை ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் ஏற்பாடு செய்திருக்கிறீர்கள்,

அதனால் பல சிக்கல்களை இப்போது இந்த கருத்துகளைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க முடியும்

வரிசைமாற்றங்கள் சேர்க்கைகள் ஆக்கிரமிப்பு சிக்கல்கள் மற்றும் இந்த நேரத்தில் நீங்கள் எண்ணுவதற்கான சில கொள்கைகள் பற்றிய எனது விவாதத்தை முடிக்கிறேன்

Prutor@iITK