[संगीत ] मागील व्याख्यानात मी मोजणीचा विषय मांडला आहे आणि आम्ही त्यातील ऐतिहासिक पैलूंची थोडीशी चर्चा केली आहे म्हणजे गेल्या काही शतकांमध्ये हा विषय कसा विकसित झाला
आणि मग आम्ही मोजणीच्या मूलभूत तत्त्वांवर चर्चा करू लागलो.
तत्त्व हे जोडण्याचे तत्त्व होते जे सरळ सांगते की जर एक प्रकारची गोष्ट करण्याचे अनेक मार्ग असतील तर दुसरी गोष्ट करण्याचे अनेक मार्ग असतील तर त्यापैकी एक करण्याच्या पद्धतींची एकूण संख्या किती आहे म्हणून ते फक्त जोडत आहे मोजणीच्या दुसऱ्या मूलभूत तत्त्वाला गुणाकार तत्त्व म्हणतात ज्यामध्ये आपण दोन वेगवेगळ्या घटनांच्या एकाच वेळी घडणाऱ्या घटना पाहत आहोत, म्हणून जर एक घटना m मार्गांनी घडली आणि दुसरी घटना n मार्गांनी घडली तर दोन्ही किती प्रकारे एकत्र घडतात? याचा अर्थ एकतर आपण म्हणतो की प्रथम येते नंतर दुसरी येते किंवा दुसरी येते नंतर प्रथम येते किंवा ते अगदी एकाच वेळी असू शकते.
o नंतर ते गुणाकार बनते जे एकूण टप्प्यांची संख्या m मध्ये n आहे, तर ही गोष्ट स्पष्ट करण्यासाठी आपण काही उदाहरणे पाहणे सुरू ठेवूया, तर पुढील समस्या अशी आहे की किती सहा अंकी नैसर्गिक संख्या तयार होऊ शकतात ज्यांचा पहिला आणि तिसरा ah अंक हा पहिला नसून पाचवा आणि तिसरा अंक विषम आहे आणि उरलेले अंक सम ah आहेत आपण गृहीत धरतो की शून्य देखील सम आहे कारण येथे g शून्य हा अंक असू शकतो म्हणून आपण येथे शून्य ah आहे असे गृहीत धरू
त्यामुळे आपण उपाय पाहू.
पहिला अंक अगदी आहे
त्यामुळे तेथे शक्यता आहे 2 4 6 8 म्हणजे 4 मार्ग आहेत ठीक आहे अहो पहिला अंक शून्य असू शकत नाही कारण आपण सहा अंकी संख्या म्हणत आहोत म्हणून पहिला अंक शून्य असू शकत नाही म्हणून आपण म्हणत आहोत की ते करावे लागेल सम असू द्या कारण आपण अट घातली आहे तिसरा आणि पाचवा अंक विषम आहेत म्हणून पहिला दुसरा चौथा आणि सहावा अंक ते सम आहेत म्हणून पहिला अंक सम चार वेगवेगळ्या प्रकारे निवडला जाऊ शकतो नंतर दुसरा चौथा आणि si xवा अंक प्रत्येकी
0 2 चार सहा आठ पैकी असू शकतो म्हणजे पाच ते पाच ते पाच अशा प्रकारे मी गुणाकार तत्त्व लागू केले आहे म्हणजे दुसरा अंक पाच प्रकारे निवडला जाऊ शकतो आणि चौथा अंक पाच प्रकारे निवडला जाऊ शकतो.
सहावा अंक पाच प्रकारे निवडला जाऊ शकतो आणि ते सर्व एकत्र असले पाहिजेत म्हणून पाच ते पाच ते पाच अशा प्रकारे आता आपण तिसरा पाहू या तिसरा आणि पाचवा अंक प्रत्येकी एक तीन पाच सात किंवा नऊ असू शकतो म्हणजे पाच तिसरा अंक निवडण्याचे वेगवेगळे मार्ग आणि पाचवा अंक निवडण्याच्या पाच वेगवेगळ्या पद्धती म्हणजे पाच मध्ये पाच मार्ग म्हणून आता आपण निश्चित केले आहे की पहिला अंक चार प्रकारे निवडला जाऊ शकतो दुसरा तिसरा चौथा पाचवा आणि सहावा प्रत्येकी पाच मध्ये निवडला जाऊ शकतो मार्ग म्हणजे एकूण मार्गांची संख्या इतकी होईल की
अशा सहा अंकी संख्यांची एकूण संख्या चार ते पाच ते घात पाच आहे, अर्थातच तुम्ही त्याचा गुणाकार करू शकता आणि नंतर उत्तर पहा बारा हजार पाचशे अशा संख्या आहेत अहो मला फक्त पुनरावृत्ती करू द्या किंवा समस्येचे पुनरावलोकन करू द्या सहा अंक आहेत आम्हाला विशिष्ट फॅशनमध्ये हा सहा अंकी क्रमांक निवडायचा आहे म्हणून आम्ही म्हणालो की तिसरा आणि पाचवा अंक विषम आहे आणि उर्वरित अंक जरी आम्ही केले तरीही की मग पहिला अंक निवडण्यासाठी आपल्याला दोन चार सहाशे पैकी निवडावे लागेल
त्यामुळे आता एकूण मार्गांची संख्या चार आहे उर्वरित प्रत्येकाची निवड पाच वेगवेगळ्या प्रकारे करता येते
त्यामुळे पाच अंक म्हणजे पहिला दुसरा आह दुसरा तिसरा चौथा पाचवा आणि सहावा अंक ते पाच ते घात पाच अशा प्रकारे निवडले जाऊ शकतात म्हणून एकूण शक्यतांची संख्या चार ते पाच ते घात पाच अशी एकूण बारा 12500 संख्या आहेत आपण आणखी एक घेऊ.
गणिताच्या परिषदेत समस्या n गणितज्ञ आहेत अहो असे दिसून आले की प्रत्येक गणितज्ञाने परिषदेत प्रत्येक गणितज्ञांशी एकच समस्या चर्चा केली म्हणजे किती समस्यांवर चर्चा केली गेली म्हणून प्रत्येकजण n वजा एक इतर गणितज्ञांशी चर्चा करतो अहो एकूण n गणितज्ञ आहेत प्रत्येकजण दुसऱ्या n वजा एक बरोबर चर्चा करतो म्हणून ते गुणाकार तत्त्वाने n वजा एक समस्या बनते आता या विशिष्ट मोजणीमध्ये प्रत्येक व्यक्तीची दोनदा गणना केली जाते कारण उदाहरणार्थ जर मी गणितज्ञ ब गणितज्ञांशी चर्चा करतो असे म्हटले तर मी ते पुन्हा एकदा मोजले आहे आता मी म्हणत आहे की गणितज्ञ ब गणितज्ञांशी चर्चा करतो म्हणजे ते दोन वेळा असेल तर मी निर्बंध घालत आहे की प्रत्येकाने दुसऱ्याशी चर्चा करावी समस्या म्हणजे आता प्रत्येक व्यक्तीची गणना n मध्ये दोनदा n वजा एक मध्ये केली आहे
त्यामुळे आपल्याला दोनने भागावे लागेल परंतु येथे प्रत्येकाची संख्या दोनदा ah मोजली गेली आहे म्हणून आपण गुणाकार तत्त्व प्रत्यक्षात लागू केले आहे परंतु या विशिष्ट समस्येमध्ये थोडासा ah बदल केला आहे.
अहो, मी आणखी एक समस्या सोडवतो की 10 अंकी टेलिफोन कोड
कुठे तयार केले जाऊ शकतात पहिले दोन अंक नऊ आणि चार आहेत आणि तिसरा अंक शून्य असू शकत नाही म्हणून तुम्ही हे बघितले तर पहिले स्थान नऊ असे निश्चित केले आहे, म्हणून पहिला अंक दुसऱ्या अंकासाठी एक मार्गाने तुम्ही चार ठरवत आहात
त्यामुळे आता तिसरा अंक नाही शून्य म्हणजे तिसरा अंक हा अंक एक दोन तीन ते नऊ पर्यंत असू शकतो
त्यामुळे नऊ मार्ग आणि चौथ्या स्थानापर्यंत दहाव्या स्थानापर्यंत तुमच्याकडे शून्य एक दोन ते नऊ पैकी एक असू शकतो
त्यामुळे प्रत्येकी दहा मार्ग आहेत
त्यामुळे आता हे सात आहेत
त्यामुळे गुणाकाराने तत्त्व म्हणून गुणाकार
तत्त्वानुसार कोडची एकूण संख्या
नऊ ते दहा ते घात सात आहे , उदाहरणार्थ, जर मी x अधिक y अधिक z अधिक t म्हटल्यास a अधिक b अधिक c अधिक d अधिक er असे म्हणण्याचा विचार केला तर अभिव्यक्तीमध्ये किती भिन्न संज्ञा आहेत म्हणा मी x एक अधिक x दोन अधिक xmy एक अधिक y दोन अधिक ynz एक अधिक z दोन अधिक zt आता आपण विचार करू शकता की आम्ही येथे उत्पादन पाहतो तर ते काही नाही तर ते दोन संचांच्या कार्टेशियन उत्पादनासारखे दिसत आहे.

n ज्यात पहिल्या संचात चार घटक आहेत आणि दुसऱ्या संचात पाच घटक आहेत कारण प्रत्येक पद दुसऱ्या प्रकरणात प्रत्येक पदासह अगदी एकदा दिसेल जसे तुमच्याकडे xa अधिक xb अधिक xc अधिक xd अधिक xe असेल त्याचप्रमाणे नंतर yayb इत्यादि आणि शेवटी tatbte इत्यादि म्हणून हे दोन संचांचे कार्टेशियन उत्पादन म्हणून कार्य करत आहे एकामध्ये चार घटक असतात आणि दुसऱ्यामध्ये पाच घटक असतात, म्हणून पहिल्या प्रकरणात एकूण संज्ञांची संख्या कार्टेशियन उत्पादनाच्या क्रॉस b प्रमाणेच असते जेथे 4 आहे आणि b चे कार्टेशियन उत्पादन कार्डिनॅलिटी पाच आहे

त्यामुळे क्रॉस b ची कार्डिनॅलिटी काही नाही तर चार ते पाच म्हणजे वीस च्या बरोबरी आहे म्हणून जर आपण हा युक्तिवाद दुसऱ्या भागात या समस्येच्या दुसऱ्या भागापर्यंत विस्तारित केला तर तुम्ही पाहू शकता की मी m घटकांचा समावेश असलेला सेट e 2 चा संच विचारात घ्या आणि n घटकांचा समावेश असलेला e 2 आणि t घटकांचा समावेश असलेला e 3 संच विचारात घ्या, तर ते e one क्रॉस e चे गुणाशिवाय दुसरे काहीही नाही.

दोन क्रॉस ई तीन

त्यामुळे

एकामध्ये दिलेल्या तर्कानुसार आपण म्हणू शकतो की संज्ञांची संख्या m मध्ये n मध्ये t ah आहे आता मी ah पुढील नोटेशन सादर करतो ज्याला फॅक्टोरियल नोटेशन म्हणतात

त्यामुळे नोटेशन n फॅक्टोरियल पहिल्याच्या गुणाकाराचे प्रतिनिधित्व करते

n नैसर्गिक संख्या जी n 1 ते 2 3 मधील n उणे 1 मधील n च्या बरोबरीची आहे , उदाहरणार्थ आपण म्हणतो की एक गुणन्य एक बरोबर आहे दोन गुणन्य एक बरोबर दोन म्हणजे दोन तीन गुणन्य एक बरोबर आहे दोन ते तीन म्हणजे सहा च्या बरोबरीचे आहे आणि असेच एक नियम म्हणून आम्ही शून्य फॅक्टोरियल एक आह अशी व्याख्या करतो हे क्रमपरिवर्तन आणि संयोजनाच्या काही इतर नोटेशन्ससह सुसंगतता ठेवण्यासाठी आहे जे मी नंतर ah वर वापरणार आहे ज्यामध्ये असे दिसून येईल जर आपण 0 फॅक्टोरियल 1 साठी घेतले तर नोटेशनची सुसंगतता देखील राहील आम्ही ऋण पूर्णांकाचे फॅक्टोरियल परिभाषित करत नाही म्हणून ते फक्त मूळतः सकारात्मक पूर्णांकांसाठी आहे आणि आम्ही 0 फॅक्टोरियल एक विशेष म्हणून समाविष्ट करतो.

आता अगदी सोप्या गोष्टी तुम्ही पाहू शकता की हे n गुणन्य समान आहे n ते n वजा एक गुणांक ah मी सुरुवातीला संयोजक विषयाच्या ऐतिहासिक विकासाबद्दल सांगितले होते ah असे संकेत आहेत की प्रत्यक्षात ही नोटेशन भारतीय गणितज्ञांना देखील माहित होती.

ah हे नैसर्गिक संख्यांचे अखंड उत्पादन आहे ah तथापि त्यांनी ah हे नोटेशन n फॅक्टोरियल इत्यादि वापरलेले नाही हे नोटेशन n फॅक्टोरियल प्रत्यक्षात 1808 मध्ये ah ख्रिश्चन क्रॅमने सादर केले आहे

असे संकेत आहेत की प्राचीन भारतीय गणितज्ञ नवीन ah

सलग नैसर्गिक उत्पादनाची संकल्पना संख्या आधुनिक नोटेशन

ख्रिश्चन क्रॅमने अठराशे आठ ah मध्ये सादर केले होते , या ah क्रमांक ah या नोटेशनबद्दल काय निरीक्षण करणे महत्वाचे आहे, म्हणून उदाहरणार्थ एक फॅक्टोरियल एक दोन फॅक्टोरियल आहे दोन तीन फॅक्टोरियल आहे सहा तुम्ही पाहू शकता की ते खूप वेगाने वाढते म्हणून मी फक्त हे स्पष्ट करतो की आपण लक्षात घेऊ शकतो की n फॅक्टोरियल वाढते n जितक्या वेगाने वाढतो, उदाहरणार्थ, जर मी म्हंटले की चार गुणनूज ते चोवीस होतात, जर मी पाच गुणगुणांचा विचार केला तर ते चार गुणगुणांचे पाच होते ते एकशे सव्वीस होते ते सहा पैकी पाच गुणज होते जे सातशेवीस होते आणि

सात होते फॅक्टोरियल सात ते सातशे वीस होईल

त्यामुळे तुम्ही लगेच पाहू शकता की ही संख्या सात फॅक्टोरियलने खूप वेगाने वाढत आहे आम्ही पाच हजार चाळीस वर आलो आणि नंतर तुम्ही पाहू शकता की मी आठ फॅक्टोरियल ठेवले तर पुन्हा मला या अह ने गुणाकार करावा लागेल आठ म्हणजे मी चाळीस हजार अधिक असे काहीतरी मिळवेन जेणेकरुन 4 ते 10 ते पॉवर 3 प्रकारची गोष्ट असेल आणि नंतर जर तुम्ही n 9 फॅक्टोरियल 10 फॅक्टोरियल आह म्हणाल तर संख्या खूप वेगाने वाढत आहे अह तथापि ही फॅक्टोरियल नोटेशन आहे

सध्याच्या गणितीय शब्दावलीचा एक महत्त्वाचा भाग आणि तुम्ही संभाव्यता सिद्धांत करत आहात की नाही हे प्रत्येक पैलूंपैकी एक म्हणू शकता इथर तुम्ही आह कॉम्बिनेटोरिक्स करत आहात किंवा तुम्ही कॅल्क्युलस करत आहात तिथे सर्वत्र हे फॅक्टोरियल नोटेशन मोठ्या प्रमाणावर वापरले जाते आता हे वापरून आपण पुढील टर्मवर आलो ज्याला क्रमपरिवर्तन म्हणतात तर

क्रमपरिवर्तन म्हणजे काय n च्या संचापासून k भिन्न

घटकांची क्रमबद्ध मांडणी विशिष्ट घटकांना ak क्रमपरिवर्तन म्हणतात .

सर्व k क्रमपरिवर्तनांची एकूण संख्या

नोटेशन द्वारे दर्शविली जाते npr क्षमस्व npk काहीवेळा ते या npk प्रमाणे देखील लिहिलेले असते

त्यामुळे विविध पुस्तकांमध्ये तुम्हाला विविध नोटेशन्स दिसतील मी हे नोटेशन वापरत आहे आता आपण काय ते पाहू या याचे मूल्य असेल म्हणजे जर आपल्याकडे n भिन्न घटकांचा संच असेल तर तिथून k भिन्न घटकांची किती क्रमबद्ध मांडणी केली जाऊ शकते म्हणून कृपया लक्षात घ्या की येथे मी क्रमबद्ध व्यवस्थेबद्दल बोलत आहे समजा मी n समान तीन आहे म्हणून समजा मी abc म्हंटले तर समजा मी येथे तीन घटकांचा विचार करत आहे समजा हा संच a आहे आणि मला येथे दोन म्हणायचे आहेत.

मी abi निवडू शकतो

aci निवडू शकतो bc निवडू शकतो पण जर मी ऑर्डर केलेली व्यवस्था पाहत असेल तर मी baca आणि cb देखील मोजेन

त्यामुळे एकूण अशा सहा केसेस बनतात

त्यामुळे सर्वसाधारणपणे जर मी n मधून k ऑर्डर केलेल्या गोष्टी निवडत असेल तर किती म्हणून मी नोटेशन npk दिले आहे npk चे मूल्यमापन करण्यासाठी आपण या गोष्टीची गणना करू या npk चे मूल्यमापन करण्यासाठी आपण पुढीलप्रमाणे पुढे जाऊ शकतो पहिला घटक n मार्गांनी

निवडला जाऊ शकतो दुसरा घटक n वजा 1 मार्गांनी निवडला जाऊ शकतो आणि त्याचप्रमाणे kth घटक देखील निवडू शकतो n उणे k अधिक एक फुलदाणी मध्ये निवडले जावे म्हणून आता तुम्ही सामान्य गुणाकार तत्त्व लागू करा म्हणजे सामान्य गुणाकार तत्त्वानुसार एकूण मार्गांची संख्या n ते n वजा एक ते n वजा दोन आणि पुढे n उणे k अधिक एक पर्यंत आहे जेणेकरून npk आहे म्हणून आम्ही npk साठी फॉर्म्युला विकसित केला आहे ok ah, आम्ही हे पाहू शकतो जेणेकरून आपण npk ला n मध्ये n वजा एक आणि पुढे n उणे k प्लस वन पर्यंत लिहू शकतो आणि मी n उणे ने गुणाकार करतो.

skn उणे k उणे एक पर्यंत तीन ते एक आणि नंतर n उणे k ला n उणे k उणे एक मध्ये भागाकार करा आणि पुढे तीन दोन एक पर्यंत ही संख्या काही नाही पण जर तुम्ही पाहिले तर अंक n फॅक्टोरियल होतो आणि भाजक हा n उणे k फॅक्टोरियल आहे म्हणजे npk ला पर्यायी अभिव्यक्ती आहे n फॅक्टोरियल भागाकार n वजा k फॅक्टोरियल या क्रमाने तुमच्याकडे k पेक्षा कमी किंवा समान n ah पेक्षा कमी किंवा समान असणे आवश्यक आहे.

प्रत्यक्षात n देखील येथे समाविष्ट केला आहे याचा अर्थ असा आहे की आपण सर्व n निवडले तर अशा किती गोष्टी असतील त्या n घटकात्मक होतील, म्हणून मी हे पुन्हा स्पष्ट करतो म्हणजे आपण n भिन्न घटकांच्या सर्व संभाव्य व्यवस्थांचा विचार केला तर ते होईल npn च्या बरोबरी म्हणजे n n ने भागिले n वजा n n गुणन्य भाग n n गुणन्य भागिले n गुणन्य भाग n आहे जे n आहे लेमेंट्स a आणि b नंतर मार्गांची संख्या abba असेल म्हणजे 2 किंवा 2 फॅक्टोरियल जर मी 3 abc मानतो तर ते abcacbbcabaccab आणि cbc होईल म्हणून एकूण संख्या सहा होईल जी तीन फॅक्टोरियल नसून तीन असेल कारण तीन ते दोन एक अह जर आपण पुनरावृत्तीला परवानगी दिली तर उत्तर बदलेल

त्यामुळे एका वेळी k घेतलेल्या n वेगवेगळ्या वस्तूंच्या क्रमपरिवर्तनांची संख्या
n ते घात k ah आहे कारण प्रथम स्थानावर मी
n दुसऱ्या ठिकाणी कोणत्याही n चा विचार करू शकतो.

कारण पुनरावृत्तीला अनुमती आहे म्हणून n nk वेळा मध्ये म्हणून ती आता n ची पॉवर k होईल जर आपण येथे विचार केला तर मी हे सर्व n आयटम वेगळे मानले आहेत परंतु काही आयटम वेगळे नसण्याची शक्यता आहे

त्यामुळे त्या बाबतीत हे सूत्र k विविध प्रकारच्या n वस्तूंच्या ah वेगळे करता येण्याजोग्या क्रमपरिवर्तनांची संख्या सुधारित केली जाऊ शकते , उदाहरणार्थ जेथे n एक वस्तू सहयोगी आहेत मूलतः ते समान असतात.

ld प्रत्यक्षात समान स्वरूपाचे आहे म्हणून मला सारखे लिहू देऊ नका मला n2 सारखे आहेत आणि nk एकसारखे आहेत आणि तुमच्याकडे n1 अधिक n 2 अधिक nk समान आहे n नंतर वेगळे करता येण्याजोग्या क्रमपरिवर्तनांची संख्या n एक गुणज भागिले आहे n दोन फॅक्टोरियल आणि याप्रमाणे nk फॅक्टोरियल आह मला तर्क स्पष्ट करू द्या मी विचार करतो की जर आपल्याकडे n भिन्न घटकांची सर्व संभाव्य व्यवस्था असेल
तर ती n आहे आता समजा या n पैकी दोन वस्तू समान आहेत आणि उर्वरित n वजा दोन आहेत आता वेगळे जर आपण अशा कोणत्याही स्थानांचा विचार करत आहोत जिथे या दोन वस्तू एकसारख्या दिसतात तर ते ज्या क्रमाने दिसतील ते वेगळे करता येणार नाहीत म्हणजे जर मी त्यांना दोन वेळा n गुणात्मक मध्ये मोजत असेल तर मला दोनने भागले पाहिजे म्हणजे उत्तर येईल दोन घटकानुरूप किंवा दोन समान रीतीने n गुणगुणित व्हा, जर मी असे म्हणतो की तीन वस्तू समान आहेत, तर त्या तीन वस्तू जेथे असतील त्या क्रमाने त्या क्रमाने फरक पडत नाही कारण ते सारखे आहेत किंवा सारखे आहेत आता आपण त्यांना तीन गुणनात्मक वेळा मोजले आहेत जे एक दोन मध्ये तीन आहेत

त्यामुळे संख्या n होईल भागाकार भागिले तीन भाज्य, म्हणून आता जर आपण हा युक्तिवाद वाढवला तर जर n एक गोष्ट समान असेल तर आपण n ने भागले पाहिजे एक फॅक्टोरियल नंतर दुसऱ्या n दोन प्रकारच्या गोष्टी सारख्या असतात मग आपण n दोन फॅक्टोरियल ने भागले पाहिजे आणि शेवटी जेव्हा nk गोष्टी समान असतात तेव्हा त्या nk फॅक्टोरियल गोष्टी देखील भागल्या पाहिजेत कारण ऑर्डर केलेल्या व्यवस्थेची संख्या अक्रमित मांडणी सारखीच असते कारण येथे ऑर्डर देणे किंवा ऑर्डर करणे यात काही फरक पडत नाही कारण सर्व आयटम सारखेच आहेत, उदाहरणार्थ मी थेट वस्तूद्वारे दर्शवितो, म्हणून ही दोन पेन तेथे आहेत म्हणून आपण येथे पाहू शकता की ते एकसारखे आहेत म्हणून मी हे येथे ठेवले आहे का आणि हे इथे किंवा मी हे इथे आणि हे इथे ठेवलं तर फरक पडत नाही पण जर मी हा निळा आणि हा काळा मानला तर तुम्ही पाहिलं की मी हे पहिले आणि हे इथे ठेवले की ते डावे आणि आर ight आणि जर मी क्रम बदलला तर या दोन भिन्न व्यवस्था आहेत

त्यामुळे आता जर तुम्ही आता तीनचा विचार केला तर माझ्याकडे तीन वेगळ्या गोष्टी असतील तर मला फक्त या तीन वेगळ्या गोष्टी घेऊ द्या मग माझ्याकडे एक दोन तीन असू शकतात म्हणजे मी ते इथे ठेवू शकतो ही दुसरी व्यवस्था आहे मी इथे ठेवू शकतो ही दुसरी व्यवस्था आहे आणि ही मी इथे ठेवू शकतो ही दुसरी व्यवस्था आहे मग मी इथे ठेवू शकतो ही दुसरी व्यवस्था आहे आणि ही मी इथे ठेवू शकतो ही दुसरी व्यवस्था आहे

त्यामुळे एकूण सहा व्यवस्था आहेत पण जर त्यापैकी दोन एकसारखे आहेत म्हणून मी आता हे घेतले तर आपण पाहू या की किती व्यवस्था असतील हे येथे आहे किंवा हे येथे आहे म्हणून एकूण तीन व्यवस्था आहेत आता तीन वेगळ्या व्यवस्था आहेत का कारण या दोन आपण कोणत्या क्रमाने ठेवता काही फरक पडत नाही म्हणजे तीन गुणांकन दोन ने भागले म्हणजे सहा भागिले दोन जे तुम्हाला उत्तर तीन देतात

त्यामुळे तुमच्याकडे हे सामान्य सूत्र आहे म्हणजे जर माझ्याकडे n भिन्न वस्तू असतील ज्यापैकी n1 एकसारखे आहेत n2 एकसारखे आहेत आणि nk एकसारखे आहेत, तर वेगळे करता येण्याजोग्या क्रमपरिवर्तनांची एकूण संख्या n गुणनिषेष भागिले n एक भाज्य n दोन भाज्य आणि nk भाजक आहे जे भाजकात येत आहे म्हणून ah मला आशा आहे की मी स्पष्टीकरण अगदी स्पष्ट केले आहे आपण येथे काही उदाहरणे पाहू या
दोन a's तीन b's दोन c's आणि 3d's ah वापरून किती वेगवेगळे 10 अक्षर कोड तयार केले जाऊ शकतात माझ्याकडे एकूण दहा अक्षरे उपलब्ध आहेत जी दोन a's तीन b's आहेत.

दोन c's आणि तीन d म्हणजे एकूण दहा संख्या आहेत जसे तुम्ही इथे पाहू शकता तेथे a पैकी दोन आहेत
त्यामुळे मी कोणत्याही क्रमाने ठेवल्यास काही फरक पडणार नाही तेथे तीन b आहेत ज्या क्रमाने मी ठेवेन
त्यामुळे फरक पडणार नाही सुमारे दोन सीएस आणि त्याचप्रमाणे सुमारे तीन डीएस म्हणून या सूत्राद्वारे एकूण व्यवस्थांची संख्या भिन्न कोड असेल जे 10 अक्षरे सर्व 10 येथे वापरले जातात जे 2 ने भागलेल्या 10 फॅक्टोरियलच्या बरोबरीचे असतात factorial 3 factorial two factorial three factorial
त्यामुळे काही सरलीकरणानंतर या संख्येचे मूल्यमापन करता येईल असे पंचवीस हजार दोनशे कोड शक्य आहेत अहो मी इथे आणखी एक समस्या घेतो की राष्ट्र या शब्दाची सर्व अक्षरे वापरून किती शब्द बनवता येतील.
आपण हे पहा जर मला सर्व सहा अक्षरे वापरायची असतील तर तुम्ही पहा येथे किती भेद आहेत तेथे aion आणि t घडत आहे म्हणून 5 भिन्न अक्षरे आहेत त्यापैकी n एकदाच पुनरावृत्ती होते म्हणून येथे सहा अक्षरे आहेत n दोनदा येतो म्हणून सूत्रानुसार या सहा अक्षरांच्या एकूण मांडणीची संख्या सहा गुणनिषक भागिले दोन घटकांक होईल म्हणजे तीनशे साठ एह समान असेल तत्सम समस्या या शब्दाच्या संभाव्यता शब्दाच्या 11 अक्षरांच्या किती वेगळ्या मांडणी आहेत ते पाहू.
बनवता येऊ शकते म्हणून तुम्ही येथे पाहू शकता की आमच्याकडे अकरा अक्षरे आहेत
त्यामुळे एकूण अक्षरांची संख्या यापैकी अकरा आहे जर तुम्ही b दोन घडते.
बर्फ आणि i हा i देखील दोनदा येतो
त्यामुळे या सूत्रानुसार एकूण मांडणीची संख्या अकरा भागाकार भागिले दोन भाज्य भाग होईल ah या संख्येचे मूल्यमापन केले जाऊ शकते ते ah 99 लाख 99 हजार दोनशे ah आहे.
येथे पाहू शकता की ही अकरा फॅक्टोरियल ही एक मोठी संख्या आहे म्हणजे याच्या चार पट आहे ज्याला आपण चार ने भागले आहे म्हणून आपल्याला मिळत आहे म्हणून ती आधीच दहा लाखांमध्ये येत आहे प्रत्यक्षात एह
या संख्येचे स्वरूप आहे कारण ते वाढते अहो आता खूप वेगाने, जर आपण संभाव्यतेमध्ये पाहिले तर तेथे काही स्वर आणि काही व्यंजने आहेत, तर समजा आपल्याला ती व्यवस्था देखील पहायची आहे, तर मी येथे फक्त एक समस्या
मांडतो की यापैकी किती व्यवस्था स्वर दिसतात.
एकत्र तर आपण हे पाहू या येथे सात व्यंजने आहेत ज्यात b दोनदा पुनरावृत्ती होते ठीक आहे, आता आपण सर्व स्वर एकत्र आहेत असे मानले तर याचा अर्थ whe ते कधीच घडत नाहीत ते एकत्र दिसतात मग प्रत्यक्षात येथे मुळात आठ आयटम आहेत ते सात व्यंजने आहेत आणि सर्व स्वर एकत्र आहेत म्हणून आपण याला एक आयटम मानू शकतो कारण चारही स्वर जिथे मी पुनरावृत्ती होते ते एकत्र दिसावे लागतात आमच्याकडे एकूण आठ आयटम आहेत तर मांडणीची संख्या 8 गुणात्मक भागिले 2 गुणगुणित आहे कारण b ची पुनरावृत्ती झाली आहे ah आता येथे एक कॅच आहे हे स्वर जरी एकत्र घेतले असले तरी ते आपापसात फेरफटका मारू शकतात
त्यामुळे अशा किती मांडणी शक्य आहेत ah पासून स्वर असू शकतात आपापसात अशा व्यवस्थांना 4 गुणगुण भागिले 2 गुणगुणित आहेत कारण मी येथे पुनरावृत्ती केली आहे म्हणजे ते आह बाराशिवाय दुसरे काहीही नाही
त्यामुळे आता अंतिम संख्या शब्दाच्या संभाव्यतेच्या अक्षरांमधील एकूण शब्दांच्या संख्येइतकी असेल जिथे स्वर एकत्र येतात आठ घटकानुषंगिक भागिले दोन घटकानुक्रमे बारा होतील
त्यामुळे नक्कीच तुम्ही त्याचे मूल्यमापन करू शकता चोवीस आह बरोबर दोन लाख एकचाळीस हजार नऊशे वीस आह आम्ही काय केले आम्ही संभाव्यता या शब्दापासून तयार होणारे सर्व शब्द मोजले आहेत आम्ही स्वर कुठे एकत्र दिसतात त्या व्यवस्था देखील मोजल्या आहेत
त्यामुळे तुम्हाला एक अतिरिक्त समस्या आहे.
येथून सोडवा समजा आपण असे म्हटले की स्वर एकत्र दिसत नाहीत तर यापैकी किती स्वर
एकत्र दिसत नाहीत तर ते एकूण व्यवस्थेच्या संख्येवरून असेल वजा ज्यामध्ये स्वर एकत्र आहेत त्या व्यवस्थेची संख्या असेल तर तुम्ही प्रश्नाचे उत्तर घ्या क्रमांक तीन वजा प्रश्न क्रमांक चारचे उत्तर म्हणजे ती संख्या एकोणण्णव लाख एकहत्तर हजार दोनशे वजा दोन लाख एकचाळीस हजार नऊशे वीस म्हणजे सत्ताण्णव लाख सदतीस हजार दोनशे ऐंशी होईल, तर मला आणखी एक समस्या सोडवू द्या समान स्वरूपातील शब्दाची अक्षरे टॉवेल म्हटल्या जाणाऱ्या किती प्रकारे व्यवस्थित करता येतील जेणेकरून सर्व स्वर एकत्र येतील तेथे आणि सर्व व्यंजने एकत्र येतात म्हणून आपण हे बघूया की येथे किती व्यंजने आहेत तीन व्यंजने आहेत ती सर्व भिन्न आहेत म्हणजे tw आणि l त्याचप्रमाणे दोन स्वर o आणि e आहेत म्हणून ते देखील वेगळे आहेत म्हणून जर मी सर्व म्हणत असेल तर मुळात व्यंजन एकत्र दिसतात नंतर ते एक अस्तित्व मानले जाते आणि दोन स्वर एकत्र येतात मग ते देखील एक अस्तित्व मानले जाते म्हणून त्यांची मांडणी एकतर प्रथम सर्व व्यंजन असू शकते नंतर सर्व स्वर त्याच्या उलट असतात म्हणून मुळात दोन शक्यता आहेत परंतु आता तुम्ही बघा ही व्यंजने स्वतःच क्रमबद्ध होऊ शकतात आणि ते सर्व वेगळे आहेत
त्यामुळे त्यापैकी तीन आहेत म्हणून ते तीन गुणात्मक बनतात त्याचप्रमाणे सर्व स्वर देखील आपापसांत क्रमवारी लावले जाऊ शकतात म्हणजे ते दोन घटकात्मक आहेत म्हणून तुमच्याकडे मार्गांची संख्या असेल 2 ते 3 फॅक्टोरियल मधील 2 फॅक्टोरियल असेल म्हणजे 24 च्या बरोबरीने टॉवेलची एकूण 24 अक्षरे आहेत जिथे मी सर्व व्यंजने दिसतात एकत्र आणि सर्व स्वर एकत्र दिसतात म्हणून मी येथे क्रमपरिवर्तनाच्या विषयावर पुनरावृत्ती करूया आपण वस्तुंची क्रमबद्ध मांडणी पाहत आहोत याचा अर्थ जर मी आह पोझिशन्सचा विचार करत असेल तर जर मी च्या पोझिशन्सची अदलाबदल केली तर ते निश्चित केले जावेत.
आयटम नंतर आता ती दुसरी व्यवस्था मानली जाते जर आपण ती गोष्ट वगळली म्हणजे जर मी ही व्यवस्था आणि ही व्यवस्था समान मानली म्हणजे मी अक्रमित मांडणी मानतो तर त्याला संयोजन म्हणतात म्हणून मी आता एक नवीन व्याख्या देतो k ची अक्रमित व्यवस्था.

n वेगळ्या वस्तूंच्या संचातील वस्तूंना
ak संयोजन म्हणतात
सर्व k संयोजनांची एकूण संख्या nck द्वारे दर्शविली जाते

किंवा आणखी एक नोटेशन आहे जे लोकप्रियपणे वापरले जाते nck काहीवेळा ते nck असे देखील लिहिले जाते
त्यामुळे विविध पुस्तकांमध्ये तुम्हाला वेगवेगळ्या नोटेशन्स असतील i सामान्यतः nck यासारखे किंवा यासारखे पुन्हा वापरेल तुम्ही येथे पाहू शकता की एक k कमी t पेक्षा कमी किंवा समान आहे han किंवा n ah च्या बरोबरीने आता आपण याचे मूल्य शोधून काढूया x हे nck च्या बरोबरीचे आहे असे मानण्यासाठी आपण पुढीलप्रमाणे पुढे जाऊ, जर आपण ऑर्डर केलेल्या व्यवस्थांचा विचार केला तर npk ऑर्डर केलेल्या k व्यवस्थांची संख्या npk ah आहे या k गोष्टींसाठी k फॅक्टोरियल अशा गोष्टी आहेत पण आता जर आपण असे म्हणू की ऑर्डर करणे महत्वाचे नाही तर या सर्व गोष्टी समान मानल्या जातील, उदाहरणार्थ जर मी ab
so ab आणि ba असे म्हटले तर ते वेगळे आहेत जर मी क्रमबद्ध क्रमपरिवर्तनाचा विचार करत आहे.
जर मी अक्रमित मानतो तर ab आणि ba समान आहेत म्हणजे तुम्हाला संख्या दोनने भागिले दोन असे मानले पाहिजे त्याचप्रमाणे जर मी तीन गोष्टींचा विचार केला तर abcbca आणि अशाच प्रकारे माझ्याकडे अशा तीन घटक आहेत अशा गोष्टी आता मी त्या सर्वांचा विचार करेन.
एक म्हणून मला संख्येला तीन भागाकार भागाकार भागाकार करावा लागेल
म्हणून मी हे पाहिल्यास k फॅक्टोरियल क्रमपरिवर्तन आहेत आता हे सर्व या k वस्तूंपैकी समान मानले जातील म्हणून तुमच्याकडे n असणे आवश्यक आहे pk भागिले k ने भागिले x म्हणजे nck आहे
त्यामुळे हे सूत्र आहे की आता तुम्हाला nck मिळालेला npk म्हणजे k फॅक्टोरिअल ने भागलेला npk हे दुसरे काहीही नाही तर याचा अर्थ असा होतो की nck हे n फॅक्टोरियल ने भागलेले k फॅक्टोरियल n वजा k फॅक्टोरियल आहे मी 0 चा देखील विचार करू शकतो कारण 0 फॅक्टोरियल आम्ही ऐतिहासिक नोटीस परिभाषित केली आहे की ऐतिहासिकदृष्ट्या उम हा प्रकार भारतीय गणितज्ञ भास्कराचारच्या कार्यात दिसून येतो 2 ही टाइमलाइन 114 ते 1185 च्या आसपास आहे आह या संयोजनाचे काही गुणधर्म पाहू या.
प्रत्यक्षात या अटी npk आणि nck यांच्यात बरेच संबंध आहेत आणि बरेच गुणधर्म आहेत म्हणून मी यापैकी काही येथे कव्हर करेन, उदाहरणार्थ nck हे ncn वजा k च्या बरोबरीचे आहे हा पुरावा अत्यंत सोपा आहे कारण तो फक्त तुम्ही जे लिहित आहात त्यावर आधारित आहे.
nc n वजा k समान n गुणनिषेष भागिले n उणे k गुणन्य भाग n उणे n उणे k गुणगुणित भागाकार n उणे k गुणगुणित भागाकार l जे काही नाही पण पुन्हा nck ah म्हणून मित्रांनो खरं तर आपण मोजणीच्या चार प्रमुख तत्त्वांवर चर्चा केली आहे एक म्हणजे बेरीजचे मूलभूत तत्त्व दुसरे म्हणजे गुणाकार तत्त्व तिसरे क्रमानुसार क्रमाने दर्शविलेल्या एकूण व्यवस्थांची संख्या आहे जी आपण क्रमपरिवर्तनाद्वारे दर्शवित आहोत आणि चौथी म्हणजे क्रमशून्य व्यवस्थांची संख्या जी आपण पुढील वर्गांमध्ये nck ah ने दर्शवत आहोत, मी याच्या गुणधर्मांचे वर्णन करत राहीन आणि त्यावर आधारित असलेल्या विविध समस्यांचे निराकरण मी पुढील काही व्याख्यानांमध्ये करेन.