[संगीत ] पिछले व्याख्यान में मैंने गिनती के विषय का परिचय दिया है और हमने इसके ऐतिहासिक पहलुओं पर थोड़ी चर्चा की है कि पिछली कुछ शताब्दियों में इस विषय का विकास कैसे

हुआ और फिर हमने

पहली गिनती के मूलभूत सिद्धांतों पर चर्चा शुरू की।

सिद्धांत जोड़ सिद्धांत था जो केवल यह कहता है कि यदि एक प्रकार की चीज करने के कई तरीके हैं तो दूसरी चीज करने के कई तरीके हैं तो उनमें से किसी एक को करने के तरीकों की कुल संख्या क्या है,

इसलिए यह केवल जोड़ रहा है  गणना के दूसरे मूलभूत सिद्धांत को गुणन सिद्धांत कहा जाता है जिसमें हम दो अलग-अलग घटनाओं के एक साथ घटित होने को देख रहे हैं,

इसलिए यदि एक घटना m  तरीके से होती है और दूसरी घटना n  तरीकों से होती है तो दोनों एक साथ कितने तरीकों से घटित होती हैं इसका मतलब है कि या तो हम कहते हैं कि पहले होता है फिर दूसरा होता है या दूसरा होता है फिर पहला होता है या यह बिल्कुल एक साथ भी हो सकता है  o  तो यह गुणन बन जाता है जो कि चरणों की कुल संख्या m  से n  है तो आइए हम इस बात को स्पष्ट करने के लिए कुछ उदाहरणों को देखना जारी रखें ताकि अगली समस्या इस तरह हो कि कितनी छह अंकों की प्राकृतिक संख्याएँ बनाई जा सकती हैं जिनकी पहली और तीसरी आह  अंक आह पहले नहीं बल्कि पांचवां है और तीसरा अंक विषम है और शेष अंक भी आह है हम मानते हैं कि शून्य भी है क्योंकि जी शून्य यहां एक अंक हो सकता है

इसलिए हम शून्य को यहां भी मानते हैं तो आइए समाधान देखें पहला अंक सम है

इसलिए संभावनाएं हैं 2 4 6 8 यानी 4 तरीके हैं, ठीक है , पहला अंक शून्य नहीं हो सकता क्योंकि हम छह अंकों की संख्या कह रहे हैं

इसलिए पहला अंक शून्य नहीं हो सकता है

इसलिए आह क्योंकि हम कह रहे हैं कि इसे करना है  सम हो क्योंकि हमने शर्त रखी है कि तीसरे और पांचवें अंक विषम हैं

इसलिए पहले दूसरे चौथे और छठे अंक वे सम हैं

इसलिए पहले अंक को भी चार अलग-अलग तरीकों से चुना जा सकता है फिर दूसरा चौथा और एसआई  xth  अंक प्रत्येक 0 2 चार छह आठ में से किसी एक से हो सकता है जिसका अर्थ है पांच गुणा पांच गुणा पांच तरीकों से

इसलिए मैंने यहां गुणन सिद्धांत लागू किया है कि दूसरे अंक को पांच तरीकों से चुना जा सकता है चौथे अंक को पांच तरीकों से चुना जा सकता है और  छठा अंक पांच तरीकों से चुना जा सकता है और उन सभी को एक साथ होना चाहिए

इसलिए पांच गुणा पांच में पांच तरीकों से अब हम तीसरे को देखते हैं तीसरा और पांचवां अंक प्रत्येक या तो एक तीन पांच सात या नौ हो सकता है यानी पांच तीसरे अंक को चुनने के अलग-अलग तरीके और पांचवें अंक को चुनने के पांच अलग-अलग तरीके जो पांच गुणा पांच तरीके हैं

इसलिए अब हमने तय किया है कि पहला अंक चार तरीकों से चुना जा सकता है दूसरा तीसरा चौथा पांचवां और छठा उनमें से प्रत्येक को पांच में चुना जा सकता है तरीकों की कुल संख्या इतनी हो जाती है कि ऐसी छह अंकों की संख्याओं की कुल संख्या चार गुणा पांच है, निश्चित रूप से आप इसे गुणा कर सकते हैं और फिर उत्तर देखें बारह हजार पांच सौ  ऐसी संख्याएं हैं आह मुझे समस्या को दोहराने या समीक्षा करने दें, छह अंक हैं जिन्हें हम विशेष रूप से छह अंकों की संख्या चुनना चाहते थे,

इसलिए हमने कहा कि तीसरा और पांचवां अंक विषम है और शेष अंक भले ही हम करते हैं  कि फिर पहले अंक को चुनने के लिए हमें दो चार छह सौ में से चुनना होगा ताकि कुल तरीकों की संख्या चार हो, शेष के लिए उनमें से प्रत्येक को पांच अलग-अलग तरीकों से चुना जा सकता है,

इसलिए पांच अंक जो हैं पहला दूसरा आह दूसरा तीसरा चौथा पांचवां और छठा अंक उन्हें पांच तरीकों से पांच तरीकों से चुना जा सकता है

इसलिए संभावनाओं की कुल संख्या चार गुणा पांच से पांच गुना है यानी कुल बारह 12500 संख्याएं हैं आइए हम एक और लेते हैं गणित सम्मेलन में समस्या n  गणितज्ञ हैं आह यह पता चला है कि प्रत्येक गणितज्ञ ने सम्मेलन में हर दूसरे गणितज्ञ के साथ चर्चा की बिल्कुल एक समस्या तो कितने समस्याओं पर चर्चा की गई थी,

इसलिए प्रत्येक ने n  माइनस एक अन्य गणितज्ञों के साथ चर्चा की, कुल n  गणितज्ञ हैं, प्रत्येक एक दूसरे n  माइनस एक के साथ चर्चा करता है,

इसलिए यह गुणन सिद्धांत n  से n  घटा एक समस्या बन जाता है, अब इस विशेष गणना में प्रत्येक व्यक्ति को दो बार गिना जाता है क्योंकि उदाहरण के लिए यदि मैं गणितज्ञ को गणितज्ञ बी के साथ चर्चा करता हूं तो मैंने इसे एक बार फिर से गिना है, मैं कह रहा हूं कि गणितज्ञ बी गणितज्ञ के साथ चर्चा करता है, जो कि दो बार होगा जबकि मैं प्रतिबंध लगा रहा हूं कि प्रत्येक एक दूसरे के साथ चर्चा करता है।

समस्या तो इसका मतलब है कि अब प्रत्येक व्यक्ति को n  में n  घटा एक में दो बार गिना जाता है,

इसलिए हमें दो से विभाजित करना होगा, हालांकि यहां सभी को दो बार ah  गिना जाता है,

इसलिए हमने वास्तव में गुणन सिद्धांत को लागू किया है, लेकिन इस विशेष समस्या में थोड़ा सा संशोधन के साथ आह, मुझे एक और ऐसी समस्या का समाधान करने दें,  जहां कितने 10 अंकों के टेलीफोन कोड बनाए जा सकते हैं  पहले दो अंक नौ और चार हैं और तीसरा अंक शून्य नहीं हो सकता है,

इसलिए यदि आप इसे देखते हैं तो पहला स्थान नौ के रूप में तय किया गया है,

इसलिए पहले अंक को दूसरे अंक के लिए ठीक एक तरह से आप चार के रूप में ठीक कर रहे हैं

इसलिए अब तीसरा अंक नहीं है  शून्य

इसलिए तीसरा अंक संख्या एक दो तीन से नौ तक हो सकता है

इसलिए नौ तरीके और चौथे स्थान से दसवें स्थान तक आपके पास शून्य एक दो से नौ तक हो सकता है

इसलिए प्रत्येक में दस तरीके हैं
इसलिए अब ये सात हैं
इसलिए गुणा से  सिद्धांत
इसलिए गुणन सिद्धांत द्वारा कूटों की कुल संख्या नौ गुणा दस से घात सात है  , उदाहरण के लिए भावों में कितने अलग-अलग शब्द हैं, यदि मैं x  प्लस y  प्लस z  प्लस t  को a  प्लस b  प्लस c  प्लस d  प्लस एर मानता हूं  मान लें कि मैं एक्स वन प्लस एक्स टू प्लस एक्समी वन प्लस वाई टू प्लस वाईएनजेड वन प्लस जेड टू प्लस जेडटी पर विचार करता हूं, अब आप यह देखने पर विचार कर सकते हैं कि क्या हम यहां उत्पाद को देखते हैं, यह कुछ भी नहीं है, लेकिन दो सेटों के कार्टेशियन उत्पाद के समान दिखता है I    n  जिसमें पहले सेट में चार तत्व होते हैं और दूसरे सेट में पांच तत्व होते हैं क्योंकि प्रत्येक पद दूसरे मामले में प्रत्येक पद के साथ ठीक उसी तरह दिखाई देगा जैसे आपके पास xa plus xb plus xc plus xd plus xe  इसी तरह फिर yayb  वगैरह और अंत में tatbte  होगा।
वगैरह तो यह वास्तव में दो सेटों के कार्टेशियन उत्पाद के रूप में कार्य कर रहा है, एक में चार तत्व होते हैं और दूसरे में पांच तत्व होते हैं,
इसलिए पहले मामले में शब्दों की कुल संख्या ठीक वैसी ही होती है जैसे कार्टेशियन उत्पाद में एक क्रॉस बी जहां 4 है और बी की कार्टेशियन उत्पाद कार्डिनैलिटी पांच है
इसलिए क्रॉस बी की कार्डिनैलिटी चार गुणा पांच के अलावा कुछ भी नहीं है जो बीस के बराबर है
इसलिए यदि हम इस तर्क को दूसरे भाग में इस समस्या के दूसरे भाग तक बढ़ाते हैं तो आप देख सकते हैं कि क्या मैं  सेट ई पर विचार करें जिसमें एम तत्व शामिल हैं सेट ई 2 में एन तत्व शामिल हैं और सेट ई 3 में टी तत्व शामिल हैं तो यह ई वन क्रॉस ई के उत्पाद के अलावा कुछ भी नहीं बन जाता है दो क्रॉस ई थ्री
इसलिए
एक में दिए गए तर्क का पालन करते हुए हम कह सकते हैं कि शब्दों की संख्या m  गुणा n  में t  ah  है, अब मैं ah  को अगला नोटेशन पेश करता हूं जिसे फैक्टोरियल नोटेशन कहा जाता है,
इसलिए नोटेशन n  फैक्टोरियल पहले के उत्पाद का प्रतिनिधित्व करता है
n  प्राकृत संख्याएं जो कि n  भाज्य है, 1 गुणा 2 गुणा 3 गुणा n  घटा 1 गुणा n  के बराबर है, उदाहरण के लिए हम कहते हैं कि एक भाज्य एक के बराबर है दो भाज्य एक गुणा दो के बराबर है अर्थात दो तीन भाज्य एक के बराबर है  दो से तीन जो छह के बराबर है और इसी तरह एक सम्मेलन के रूप में हम शून्य भाज्य को एक आह के रूप में परिभाषित करते हैं यह क्रमपरिवर्तन और संयोजन के कुछ अन्य नोटेशन के साथ निरंतरता बनाए रखने के लिए है जिसे मैं बाद में आह में उपयोग करूंगा कि यह पता चलेगा कि  यदि हम 0 भाज्य को 1 मान लेते हैं तो अंकन की निरंतरता भी बनी रहेगी हम ऋणात्मक पूर्णांक के भाज्य को परिभाषित नहीं करते हैं,
इसलिए यह केवल मूल रूप से धनात्मक पूर्णांकों के लिए है और हम 0 भाज्य को एक विशेष के रूप में शामिल करते हैं  मामला अब कुछ बहुत ही सरल है जिसे आप देख सकते हैं कि यह एन फैक्टोरियल एन गुणा एन माइनस एक फैक्टोरियल के बराबर है, जिसका मैंने शुरुआत में कॉम्बीनेटरिक विषय के ऐतिहासिक विकास के बारे में उल्लेख किया था, ऐसे संकेत हैं कि वास्तव में यह संकेतन भारतीय गणितज्ञों को भी पता था।
आह, यह प्राकृतिक संख्याओं का निरंतर उत्पाद है, हालांकि उन्होंने अंकन एन फैक्टोरियल वगैरह का उपयोग नहीं किया है, यह अंकन एन फैक्टोरियल वास्तव में 1808 में एह क्रिश्चियन क्रैम द्वारा पेश किया गया है, ऐसे संकेत हैं कि प्राचीन भारतीय गणितज्ञ नए आह लगातार प्राकृतिक के उत्पाद की अवधारणा  अठारह सौ आठ आह में ईसाई क्रैम द्वारा आधुनिक अंकन की शुरुआत की गई थी,  इस आह संख्या के बारे में क्या देखना महत्वपूर्ण है, यह संकेतन
इसलिए उदाहरण के लिए एक भाज्य है एक दो भाज्य है दो तीन भाज्य है छह है आप देख सकते हैं कि यह बहुत तेजी से बढ़ता है
इसलिए  मुझे इसे स्पष्ट करने दें, हम नोट कर सकते हैं कि n  फैक्टोरियल बढ़ता है बहुत तेजी से जैसे n  बढ़ता है उदाहरण के लिए यदि मैं चार भाज्य कहता हूँ तो यह चौबीस हो जाता है यदि मैं पाँच भाज्य मानता हूँ तो यह पाँच गुणा चार भाज्य हो जाता है यानी एक सौ छब्बीस भाज्य छह गुणा पाँच भाज्य हो जाता है जो सात सौ बीस फिर सात हो जाता है  भाज्य सात गुणा सात सौ बीस हो जाएगा ताकि आप तुरंत देख सकें कि संख्या सात भाज्य से बहुत तेजी से बढ़ रही है हम पांच हजार चालीस तक आ गए हैं और फिर आप देख सकते हैं कि अगर मैं आठ भाज्य डालता हूं तो फिर से मुझे इस आह से गुणा करना होगा आठ तो मैं चालीस हजार प्लस कुछ की तरह कुछ प्राप्त करूंगा ताकि 4 गुणा 10 से घात 3 तरह की चीज हो और फिर यदि आप कहते हैं n  9  फैक्टोरियल 10 फैक्टोरियल आह संख्या बहुत तेजी से बढ़ रही है, हालांकि यह भाज्य संकेतन है आप वर्तमान गणितीय शब्दावली के महत्वपूर्ण भागों में से एक कह सकते हैं और हर पहलू में चाहे आप संभाव्यता सिद्धांत कर रहे हों  ईथर आप एएच कॉम्बिनेटरिक्स कर रहे हैं या आप वहां हर जगह कैलकुलस कर रहे हैं इस फैक्टोरियल नोटेशन का व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है अब इसका उपयोग करके हम अगले शब्द पर आते हैं जिसे क्रमपरिवर्तन कहा जाता है, तो क्रमपरिवर्तन क्या है  n  के एक सेट से k  अलग तत्वों की एक क्रमबद्ध व्यवस्था  अलग-अलग तत्वों को एके क्रमपरिवर्तन कहा जाता है
, सभी k  क्रमपरिवर्तन की कुल संख्या को अंकन द्वारा दर्शाया जाता है npr  क्षमा करें npk  कभी-कभी इसे इस तरह भी लिखा जाता है npk
इसलिए विभिन्न पुस्तकों में आप विभिन्न नोटेशन देखेंगे, मैं इस नोटेशन का उपयोग करूंगा, अब देखते हैं कि क्या इसका मूल्य होगा इसका मतलब है कि अगर हमारे पास n  अलग-अलग तत्वों से युक्त एक सेट है तो वहां से k  अलग-अलग तत्वों की कितनी व्यवस्था की जा सकती है,
इसलिए कृपया ध्यान दें कि मैं यहां ऑर्डर की गई व्यवस्थाओं के बारे में बात कर रहा हूं मान लीजिए कि n  तीन के बराबर है तो मान लीजिए कि मैं एबीसी कहता हूं मान लीजिए कि मैं यहां तीन तत्वों पर विचार कर रहा हूं मान लीजिए कि यह सेट ए है और मैं यहां दो कहना चुनना चाहता हूं  मैं एबीआई चुन सकता हूं

एसीआई चुन सकता हूं बीसी चुन सकता
हूं लेकिन अगर मैं ऑर्डर की गई व्यवस्था को देख रहा हूं तो मैं बाका और सीबी भी गिनूंगा,
इसलिए कुल ऐसी व्यवस्था छह ऐसे मामले बन जाती है,
इसलिए सामान्य तौर पर अगर मैं एन से ऑर्डर की गई चीजें चुन रहा हूं तो कितने
इसलिए मैंने नोटेशन एनपीके दिया है, आइए हम एनपीके का मूल्यांकन करने के लिए इस चीज़ की गणना करें, हम निम्नानुसार आगे बढ़ सकते हैं
पहला तत्व एन तरीकों से चुना जा सकता है दूसरा तत्व एन माइनस 1 तरीकों से चुना जा सकता है और इसी तरह केथ तत्व पर n माइनस k प्लस वन फूलदान में चुना जाना है,
इसलिए अब आप सामान्य गुणन सिद्धांत को लागू करते हैं ताकि सामान्य गुणन सिद्धांत द्वारा कुल तरीकों की संख्या n गुणा n घटा एक से n घटा दो और इसी तरह n माइनस k प्लस वन तक हो ताकि एनपीके है
इसलिए हमने एनपीके के लिए सूत्र विकसित किया है, ठीक है, हम इसे देख सकते हैं,
इसलिए हम वास्तव में एनपीके को एन के रूप में एन माइनस वन में लिख सकते हैं और इसी तरह एन माइनस के प्लस वन तक और मैं एन मिनु द्वारा गुणा पर विचार करता हूं स्कन माइनस के माइनस वन टू थ्री वन और फिर उसी संख्या से विभाजित करें जो n माइनस k है n माइनस k माइनस वन और इसी तरह तीन दो एक तक तो यह संख्या कुछ भी नहीं है लेकिन यदि आप देखते हैं कि अंश n फैक्टोरियल हो जाता है और हर n माइनस k फ़ैक्टोरियल है,
इसलिए npk का एक वैकल्पिक एक्सप्रेशन n फ़ैक्टोरियल है जिसे n माइनस k फ़ैक्टोरियल से विभाजित किया जाता है ताकि यह अच्छी तरह से परिभाषित हो कि आपके पास n ah से कम या बराबर k से कम या बराबर होना चाहिए।
अर्थ है कि वास्तव में n को भी यहाँ शामिल किया गया है, जिसका अर्थ है कि यदि आप सभी n को चुनते हैं तो ऐसी कितनी चीजें होंगी जो n फैक्टोरियल हो जाएंगी तो मुझे इसे फिर से स्पष्ट करना चाहिए ताकि यदि हम n अलग-अलग तत्वों की सभी संभावित व्यवस्थाओं पर विचार करें तो वह बन जाएगा एनपीएन के बराबर जो एन फैक्टोरियल है जो एन माइनस एन फैक्टोरियल से विभाजित है जो एन फैक्टोरियल है जो शून्य फैक्टोरियल से विभाजित है जो एन फैक्टोरियल है क्योंकि शून्य फैक्टोरियल मैं एक होने के लिए ले रहा हूं उदाहरण के लिए यदि मैं दो ई पर विचार करता हूं लेमेंट्स ए और बी तो तरीकों की संख्या अब्बा होगी, इसका मतलब है कि 2 या 2 फैक्टोरियल अगर मैं 3 एबीसी पर विचार करता हूं तो यह
एबीसीएबीबीकैबकैब और सीबीसी बन जाएगा
इसलिए कुल संख्या छह हो जाएगी जो कि तीन फैक्टोरियल के अलावा और कुछ नहीं है क्योंकि तीन में दो एक आह यदि हम पुनरावृत्ति की अनुमति देते हैं तो उत्तर बदल जाएगा,
इसलिए एक समय में लिए गए n विभिन्न वस्तुओं के क्रमपरिवर्तन की संख्या जहां पुनरावृत्ति की अनुमति है, n शक्ति k ah है क्योंकि पहली जगह में मैं n को दूसरे स्थान पर किसी भी n पर विचार कर सकता हूं।
क्योंकि पुनरावृत्ति की अनुमति n को n बार में दी जाती है,
इसलिए यह n घात k हो जाता है, यदि हम यहां विचार करते हैं तो मैंने इन सभी n वस्तुओं को अलग माना है, लेकिन इस बात की संभावना है कि कुछ आइटम अलग नहीं हो सकते हैं,
इसलिए उस स्थिति में इस सूत्र को k विभिन्न प्रकार की n वस्तुओं के अलग-अलग क्रमपरिवर्तनों की संख्या को संशोधित किया जा सकता है, उदाहरण के लिए जहां n एक वस्तु सहयोगी हैं, मूल रूप से वे समान हैं 1d वास्तव में एक ही प्रकृति का हो,
इसलिए मुझे समान नहीं लिखना चाहिए I पसंद n2 समान हैं और
इसलिए nk समान हैं और आपके पास n1 जमा n 2 जमा nk n के बराबर है, तो अलग-अलग क्रमपरिवर्तन की संख्या n एक भाज्य द्वारा विभाजित n भाज्य है एन दो फैक्टोरियल और इसी तरह एनके फैक्टोरियल आह मुझे तर्क की व्याख्या करने दें, मुझे लगता है कि अगर हमारे पास एन अलग-अलग तत्वों की सभी संभावित व्यवस्थाएं हैं तो यह एन फैक्टोरियल है अब मान लीजिए कि इसमें से दो ऑब्जेक्ट समान हैं और शेष एन माइनस दो हैं अब अलग अगर हम किसी भी स्थिति पर विचार कर रहे हैं जहां ये दो आइटम समान रूप से दिखाई देते हैं तो वे जिस भी क्रम में दिखाई देते हैं, यह अलग नहीं होगा , इसका मतलब है कि अगर मैं उन्हें दो बार n फैक्टोरियल में गिन रहा हूं तो मुझे दो से विभाजित करना चाहिए तो जवाब होगा दो फैक्टोरियल या दो से n फ़ैक्टोरियल बनें इसी तरह अगर मैं कहता हूं कि तीन आइटम समान हैं तो वे तीन आइटम जहां भी वे किसी भी क्रम में दिखाई देते हैं, उस क्रम से कोई फर्क नहीं पड़ेगा क्योंकि वे समान या समान हैं अब हमने उन्हें तीन भाज्य समय गिना है जो एक में दो में तीन है
इसलिए संख्या n भाज्य बन जाएगी जो तीन भाज्य से विभाजित हो जाती है
इसलिए अब यदि हम इस तर्क का विस्तार करते हैं तो यदि n एक चीज समान है तो हमें n से विभाजित करना चाहिए एक फैक्टोरियल तो दूसरी एन दो तरह की चीजें समान हैं तो हमें एन दो फैक्टोरियल से विभाजित करना चाहिए और अंत में जब एनके चीजें समान होती हैं तो उन एनके फैक्टोरियल चीजों को भी विभाजित करना पड़ता है क्योंकि ऑर्डर की गई व्यवस्थाओं की संख्या अनियंत्रित व्यवस्था के समान होती है क्योंकि यहां ऑर्डर देने या ऑर्डर करने से कोई फर्क नहीं पड़ता क्योंकि सभी आइटम एक जैसे हैं
इसलिए उदाहरण के लिए मैं एक लाइव चीज़ के माध्यम से दिखाता हूं
इसलिए ये दो पेन हैं
इसलिए आप यहां देख सकते हैं कि वे एक जैसे हैं तो क्या मैं इसे यहां रखूं और इसे यहाँ या मैंने इसे यहाँ रखा है और यह यहाँ है इससे कोई फर्क नहीं पड़ता है लेकिन अगर मैं इस नीले और इस काले रंग पर विचार करता हूँ तो यदि आप देखते हैं कि क्या मैं इसे पहले रखता हूँ और यह यहाँ है जो बाएँ और r है ठीक है और अगर मैं आदेश बदलता हूं तो ये दो अलग-अलग व्यवस्थाएं हैं
इसलिए अब यदि आप तीन पर विचार करते हैं यदि मेरे पास तीन अलग-अलग चीजें हैं तो मुझे इन तीन अलग-अलग चीजों को लेने दें तो मेरे पास एक दो तीन हो सकते हैं ताकि मैं इसे यहां रख सकूं यह एक और व्यवस्था है मैं इसे यहां रख सकता हूं यह एक और व्यवस्था है

और इसे मैं यहां रख सकता हूं यह एक और व्यवस्था है तो मैं इसे यहां रख सकता हूं यह एक और व्यवस्था है और इसे मैंने यहां रखा है यह एक और व्यवस्था है

इसलिए कुल छह व्यवस्थाएं हैं लेकिन अगर उनमें से दो समान हैं,

इसलिए यदि मैं इसे लेता हूं तो अब देखते हैं कि कितनी व्यवस्थाएं होंगी यह यहां है या यह यहां है

इसलिए कुल तीन व्यवस्थाएं हैं अब तीन अलग-अलग व्यवस्थाएं हैं क्योंकि यह दोनों जिस भी क्रम में आप इसे रखते हैं कोई फर्क नहीं पड़ता है तो इसका मतलब है कि तीन भाज्य को दो से विभाजित किया गया है जो कि छह को दो से विभाजित किया गया है जो आपको उत्तर तीन देता है

इसलिए आपके पास यह सामान्य सूत्र है इसका मतलब है कि अगर मेरे पास n अलग-अलग आइटम हैं जिनमें से n1 एक जैसे हैं n2 एक जैसे हैं और n एक जैसे हैं तो अलग-अलग क्रमपरिवर्तन की कुल संख्या n फैक्टोरियल से विभाजित है n एक फैक्टोरियल n दो फैक्टोरियल और nk फैक्टोरियल जो हर में आ रहा है तो आह मुझे आशा है कि मैंने स्पष्टीकरण को बहुत स्पष्ट कर दिया है आइए हम यहां कुछ उदाहरण देखें कि दो ए के तीन बी के दो सी और तीन डी के आह का उपयोग करके कितने अलग-अलग 10 अक्षर कोड उत्पन्न किए जा सकते हैं, मेरे पास कुल दस अक्षर उपलब्ध हैं जो दो ए के तीन बी हैं दो सी और तीन डी तो कुल दस संख्याएं हैं जैसा कि आप यहां देख सकते हैं कि यहां दो हैं,

इसलिए जो भी क्रम मैं रखता हूं, इससे कोई फर्क नहीं पड़ेगा, तीन बी हैं जो भी क्रम में मैं रखूंगा इससे कोई फर्क नहीं पड़ेगा लगभग दो सीएस और इसी तरह लगभग तीन डीएस

इसलिए इस सूत्र द्वारा व्यवस्थाओं की कुल संख्या अलग-अलग कोड होगी जो कि 10 अक्षर है, सभी 10 का उपयोग यहां किया जाता है जो कि 10 भाज्य के बराबर 2 से विभाजित होता है भाज्य 3 भाज्य दो भाज्य तीन भाज्य तो कुछ सरलीकरण के बाद इस संख्या का मूल्यांकन किया जा सकता है यह पच्चीस हजार दो सौ कोड हैं जो संभव हैं आह मुझे यहां एक और समस्या लेने दो राष्ट्र शब्द के सभी अक्षरों का उपयोग करके कितने शब्द बनाए जा सकते हैं ठीक है तो चलो हम इसे देखते हैं अगर मुझे सभी छह अक्षरों का उपयोग करना है तो आप देखते हैं कि यहां कितने अलग हैं, यहां आयन हैं और टी हो रहा है

इसलिए 5 अलग-अलग अक्षर हैं जिनमें से n एक बार दोहराया जाता है

इसलिए यहां हमारे पास छह अक्षर हैं जहां n दो बार आता है

इसलिए

इन छह अक्षरों की व्यवस्था की कुल संख्या सूत्र द्वारा यह दो भाज्य से विभाजित छह भाज्य बन जाएगा, जो कि तीन सौ साठ आह के बराबर है इसी तरह की समस्या मुझे देखते हैं कि शब्द संभाव्यता के कितने अलग 11 अक्षर की व्यवस्था है बनाया जा सकता है,

इसलिए आप यहां देख सकते हैं कि हमारे पास ग्यारह अक्षर हैं,

इसलिए अक्षरों की कुल संख्या ग्यारह है, यदि आप देखते हैं कि बी दो बार होता है बर्फ और मैं भी यह मैं भी दो बार होता है

इसलिए इस सूत्र द्वारा व्यवस्थाओं की कुल संख्या यह ग्यारह भाज्य बन जाएगी दो भाज्य से विभाजित दो भाज्य आह इस संख्या का मूल्यांकन किया जा सकता है यह आह निन्यानबे लाख उनहत्तर हजार दो सौ आह है यहां देख सकते हैं कि यह ग्यारह भाज्य एक बड़ी संख्या है,

इसलिए इसका चार गुना है जिसे हमने चार से विभाजित किया है

इसलिए हम प्राप्त कर रहे हैं

इसलिए यह वास्तव में पहले से ही दसियों लाख में आ रहा है,

इसलिए आह कि इस संख्या की प्रकृति भाज्य यह बढ़ जाती है आह बहुत तेजी से अब इसमें ही अगर हम संभावना में देखते हैं कि कुछ स्वर हैं और कुछ व्यंजन हैं तो मान लीजिए कि हम उस व्यवस्था को भी देखना चाहते हैं तो मुझे यहां एक समस्या है कि इनमें से कितनी व्यवस्थाओं में स्वर दिखाई देते हैं एक साथ तो आइए हम इसे यहां देखें, हमारे पास सात व्यंजन हैं जिनमें बी दो बार दोहराया जाता है ठीक है तो अब अगर हम सभी स्वरों को एक साथ मानते हैं तो इसका मतलब है कि वे कभी नहीं होते हैं वे एक साथ दिखाई देते हैं तो वास्तव में यहां मूल रूप से आठ आइटम हैं जो सात व्यंजन हैं और सभी स्वर एक साथ हैं

इसलिए हम इसे एक आइटम के रूप में मान सकते हैं क्योंकि सभी चार स्वर जहां मुझे दोहराया जाता है एक साथ प्रकट होना है हमारे पास कुल आठ आइटम हैं

इसलिए व्यवस्थाओं की संख्या 8 भाज्य को 2 भाज्य से विभाजित किया जाता है क्योंकि बी को दोहराया गया है आह अब यहाँ एक पकड़ है इन स्वरों को एक साथ लिया जाता है, लेकिन वे आपस में अनुमति दे सकते हैं

इसलिए ऐसी कितनी व्यवस्था संभव है आह क्योंकि स्वर हो सकते हैं आपस में इस तरह की व्यवस्थाओं को 4 भाज्य को 2 भाज्य से विभाजित किया जाता है क्योंकि मुझे यहाँ दोहराया गया है ताकि आह बारह के अलावा कुछ भी नहीं है

इसलिए अब अंतिम संख्या शब्द प्रायिकता के अक्षरों से शब्दों की कुल संख्या के बराबर होगी जहाँ स्वर एक साथ आते हैं।

आठ भाज्य दो भाज्य से बारह में विभाजित हो जाएगा तो निश्चित रूप से आप इसका मूल्यांकन कर सकते हैं यह है चौबीस आह दो लाख इकतालीस हजार नौ सौ बीस आह के बराबर हमने जो किया है हमने उन सभी शब्दों की गणना की है जो शब्द प्रायिकता से बने हैं हमने उन व्यवस्थाओं की भी गणना की है जहां स्वर एक साथ दिखाई देते हैं

इसलिए एक अतिरिक्त समस्या है जो आप कर सकते हैं यहां से हल करें मान लीजिए कि हम कहते हैं कि स्वर एक साथ प्रकट नहीं होते हैं, तो इनमें से कितने स्वर

एक साथ प्रकट नहीं होते हैं, तो यह व्यवस्थाओं की कुल संख्या घटाकर उन व्यवस्थाओं की संख्या में से होगा जिनमें स्वर एक साथ होते हैं,

इसलिए आप प्रश्न का उत्तर लेते हैं।

संख्या तीन घटा प्रश्न संख्या चार का उत्तर ताकि संख्या निन्यानबे लाख उनहत्तर हजार दो सौ घटा दो लाख इक्यावन हजार नौ सौ बीस यानि नब्बे सात लाख सैंतीस हजार दो सौ अस्सी हो जाए, तो चलिए मैं एक और समस्या का समाधान करता हूं समान प्रकृति कितने प्रकार

से शब्द के अक्षरों जैसे तौलिया को व्यवस्थित किया जा सकता है ताकि सभी स्वर एक साथ हों थर और सभी व्यंजन एक साथ होते हैं तो आइए हम यह देखें कि यहां कितने व्यंजन हैं, तीन व्यंजन हैं, सभी अलग हैं जो कि ट्व है और एल इसी तरह दो स्वर ओ और ई हैं
इसलिए वे भी अलग हैं
इसलिए मूल रूप से अगर मैं सभी कह रहा हूं व्यंजन एक साथ प्रकट होते हैं फिर इसे एक इकाई के रूप में माना जाता है और दो स्वर एक साथ होते हैं फिर उसे भी एक इकाई माना जाता है
इसलिए मूल रूप से उनकी व्यवस्था या तो पहले सभी व्यंजन हो सकते हैं फिर सभी स्वर इसके विपरीत होते हैं
इसलिए मूल रूप से दो संभावनाएं होती हैं लेकिन अब आप देखते हैं कि इस व्यंजन को स्वयं क्रमादेशित किया जा सकता है और वे सभी अलग हैं
इसलिए उनमें से तीन हैं
इसलिए यह तीन भाज्य हो जाता है इसी तरह सभी स्वरों को भी आपस में क्रमबद्ध किया जा सकता है ताकि दो भाज्य हों,
इसलिए आपके पास तरीकों की संख्या होगी 2 गुणा 3 भाज्य में 2 भाज्य होगा जो कि 24 के बराबर होगा
इसलिए तौलिया के कुल 24 अक्षर हैं जहां मैं सभी व्यंजन दिखाई देते हैं एक साथ और सभी स्वर एक साथ दिखाई देते हैं,
इसलिए मुझे यहाँ क्रमपरिवर्तन के विषय में दोहराना है, हम वास्तव में वस्तुओं की क्रमबद्ध व्यवस्था को देख रहे हैं, जिसका अर्थ है कि यदि मैं आह पदों पर विचार कर रहा हूँ तो उन्हें ठीक करना होगा यदि मैं पदों की अदला-बदली करता हूँ आइटम तो अब इसे एक और व्यवस्था माना जाता है यदि हम उस चीज़ को बाहर कर देते हैं जिसका अर्थ है कि यदि मैं इस व्यवस्था और इस व्यवस्था को समान मानता हूं जिसका अर्थ है कि मैं अनियंत्रित व्यवस्था पर विचार करता हूं तो इसे संयोजन कहा जाता है
इसलिए मैं एक नई परिभाषा देता हूं अब k विशिष्ट की एक अनियंत्रित व्यवस्था n अलग-अलग वस्तुओं के एक सेट से आइटम को ak संयोजन कहा जाता है , सभी k संयोजनों की कुल संख्या nck द्वारा निरूपित की जाती है या कोई अन्य संकेतन लोकप्रिय रूप से उपयोग किया जाता है, कभी-कभी इसे nck के रूप में भी लिखा जाता है ,
इसलिए विभिन्न पुस्तकों में आपके पास अलग-अलग संकेतन होंगे I आम तौर पर इस तरह या फिर इस तरह nck का उपयोग करेंगे आप यहाँ देख सकते हैं कि k कम t .
से कम या बराबर है han या n के बराबर अब हम इसका मान ज्ञात करने के लिए कहते हैं कि x का मूल्यांकन करने के लिए nck के बराबर है, हम निम्नानुसार आगे बढ़ते हैं,
इसलिए यदि हम आदेशित व्यवस्थाओं पर विचार करते हैं तो npk हैं , आदेशित k व्यवस्थाओं की संख्या
अब npk ah है इस k चीजों के लिए k फैक्टोरियल ऐसी चीजें हैं, लेकिन अब अगर हम कहते हैं कि ऑर्डर करना महत्वपूर्ण नहीं है, तो इन सभी चीजों को समान माना जाएगा, उदाहरण के लिए यदि मैं ab सो अब और ba कहता हूं तो वे अलग हैं यदि मैं ऑर्डर किए गए क्रमपरिवर्तन पर विचार कर रहा हूं लेकिन अगर मैं अनियंत्रित मानता हूं तो एबी और बीए समान हैं, इसका मतलब है कि आपको संख्या को दो से विभाजित करने पर विचार करना होगा, अगर मैं तीन चीजों को एबीसीबीसीए मानता हूं और इसी तरह मेरे पास तीन फैक्टोरियल ऐसी चीजें हैं, तो अब मैं उन सभी पर विचार करूंगा एक के रूप में मुझे संख्या को तीन भाज्य से विभाजित करना होगा,
इसलिए यदि मैं इसे देखता हूं तो k भाज्य क्रमपरिवर्तन हैं अब यह सब इन k वस्तुओं के समान माना जाएगा,
इसलिए आपके पास n होना चाहिए k भाज्य से विभाजित pk, x के बराबर है जो कि nck है,
इसलिए यह सूत्र है कि अब आपको nck मिल गया है, लेकिन k भाज्य द्वारा विभाजित npk के अलावा और कुछ नहीं है,
इसलिए इसका तात्पर्य है कि nck कुछ भी नहीं है, लेकिन k भाज्य द्वारा विभाजित n भाज्य
वास्तव में k भाज्य है मैं 0 पर भी विचार कर सकता हूं क्योंकि 0 फैक्टोरियल हमने एक ऐतिहासिक नोटिस को परिभाषित किया है कि ऐतिहासिक रूप से उम इस प्रकार का सूत्र भारतीय गणितज्ञ भास्करचर के काम में दिखाई देता है ii समयरेखा 114 से 1185 के आसपास है,
आइए हम इस संयोजन के कुछ गुणों को देखें।
वास्तव में यह शब्द npk और nck उनके बहुत सारे संबंध हैं और कई गुण हैं
इसलिए मैं इनमें से कुछ को यहाँ कवर करूँगा
इसलिए उदाहरण के लिए nck ncn माइनस k के बराबर है, इसका प्रमाण अत्यंत सरल है क्योंकि यह सिर्फ आप जो लिख रहे हैं उस पर आधारित है एनसी एन माइनस के बराबर एन फैक्टोरियल द्वारा विभाजित एन माइनस के फेक्टोरियल एन माइनस के फैक्टोरियल जो कि एन फैक्टोरियल के बराबर है जो एन माइनस के फैक्टोरियल से के फैक्टोरिया में विभाजित है l जो और कुछ नहीं बल्कि फिर से nck आह है, तो दोस्तों वास्तव में हमने चार प्रमुख गणना सिद्धांतों पर चर्चा की है एक है आह मूल सिद्धांत जोड़ का दूसरा गुणन सिद्धांत है तीसरा एक आदेशित व्यवस्था की कुल संख्या है जिसे हम क्रमपरिवर्तन एनपीके द्वारा निरूपित कर रहे हैं और चौथा, अव्यवस्थित व्यवस्थाओं की संख्या है जिसे हम अगली कक्षाओं में nck ah द्वारा निरूपित कर रहे हैं, मैं इसके गुणों और इस पर आधारित विभिन्न समस्याओं का वर्णन करना जारी रखूंगा, जिन्हें मैं अगले कुछ व्याख्यानों में हल करूंगा।