[સંગીત] અગાઉના વ્યાખ્યાનમાં મેં ગણતરીનો વિષય રજૂ કર્યો હતો અને અમે તેના ઐતિહાસિક પાસાઓની થોડી ચર્ચા કરી હતી કે છેલ્લી કેટલીક સદીઓમાં આ વિષય કેવી રીતે વિકસિત થયો
અને પછી અમે
પ્રથમ ગણતરીના મૂળભૂત સિદ્ધાંતોની ચર્ચા કરવાનું શરૂ કર્યું.
સિદ્ધાંત એ વધારાનો સિદ્ધાંત હતો જે સરળ રીતે કહે છે કે જો એક પ્રકારની વસ્તુ કરવાની ઘણી બધી રીતો છે તો બીજી વસ્તુ કરવાની ઘણી બધી રીતો છે તો તેમાંથી કોઈ એક કરવાની રીતોની કુલ સંખ્યા કેટલી છે
તેથી તે ફક્ત ઉમેરી રહ્યા છે ગણતરીના બીજા મૂળભૂત સિદ્ધાંતને ગુણાકાર સિદ્ધાંત કહેવામાં
આવે છે જેમાં આપણે બે જુદી જુદી ઘટનાઓની એક સાથે ઘટનાને જોઈ રહ્યા છીએ
તેથી જો એક ઘટના m રીતે બને અને બીજી ઘટના n રીતે બને તો તે બંને એકસાથે કેટલી રીતે થાય છે? તેનો અર્થ એ છે કે કાં તો આપણે કહીએ કે પ્રથમ થાય છે પછી બીજું થાય છે અથવા બીજું થાય છે પછી પ્રથમ થાય છે અથવા તે બરાબર એકસાથે પણ હોઈ શકે છે.
o પછી તે ગુણાકાર બને છે જે તબક્કાઓની કુલ સંખ્યા m માં n છે
તેથી ચાલો આ વસ્તુને સમજાવવા માટે કેટલાક ઉદાહરણો જોવાનું ચાલુ રાખીએ જેથી પછીની સમસ્યા આના જેવી છે કે કેટલા છ અંકોની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ બની શકે છે જેની પ્રથમ અને ત્રીજી અહ અંક એ પહેલો એહ નથી, પાંચમો અને ત્રીજો આંકડો બેકી છે અને બાકીના અંકો એ સમ છે, આપણે ધારીએ છીએ કે શૂન્ય એ પણ છે કારણ કે અહીં g શૂન્ય એક અંક હોઈ શકે છે
તેથી આપણે અહીં પણ શૂન્યને આહ માનીએ છીએ,
તેથી ચાલો આપણે ઉકેલ જોઈએ.
પહેલો આંકડો પણ છે
તેથી ત્યાં શક્યતાઓ છે 2 4 6 8 એટલે કે 4 રીતો છે ત્યાં ઠીક છે , પ્રથમ અંક શૂન્ય ન હોઈ શકે કારણ કે આપણે છ અંકની સંખ્યાઓ કહીએ છીએ
તેથી પ્રથમ અંક શૂન્ય હોઈ શકતો નથી
તેથી આહ કારણ કે આપણે કહી રહ્યા છીએ કે તે જરૂરી છે સમ હોઈએ કારણ કે આપણે શરત મૂકી છે ત્રીજો અને પાંચમો અંક વિષમ છે
તેથી પ્રથમ બીજો ચોથો અને છઠ્ઠો અંક તેઓ સમ છે
તેથી પ્રથમ અંક સમ ચાર અલગ અલગ રીતે પસંદ કરી શકાય છે પછી બીજો ચોથો અને si દરેક xમો અંક 0 2 ચાર છ આઠમાંથી કોઈ પણ એકમાંથી હોઈ શકે છે એટલે કે પાંચમાંથી પાંચમાં પાંચ રીતે હોઈ શકે છે
તેથી મેં અહીં ગુણાકારનો સિદ્ધાંત લાગુ કર્યો છે
કે બીજો અંક પાંચ રીતે પસંદ કરી શકાય છે અને ચોથો અંક પાંચ રીતે પસંદ કરી શકાય છે અને છઠ્ઠો અંક પાંચ રીતે પસંદ કરી શકાય છે અને તે બધા એકસાથે હોવા જોઈએ
તેથી પાંચમાંથી પાંચમાં પાંચ રીતે હવે ચાલો જોઈએ ત્રીજો ત્રીજો અને પાંચમો અંક દરેક એક ત્રણ પાંચ સાત અથવા નવ હોઈ શકે છે એટલે કે પાંચ ત્રીજો આંકડો પસંદ કરવાની વિવિધ રીતો અને પાંચમો આંકડો પસંદ કરવાની પાંચ જુદી જુદી રીતો કે જે પાંચમાં પાંચ છે
તેથી હવે આપણે નક્કી કર્યું છે કે પ્રથમ અંક ચાર રીતે પસંદ કરી શકાય છે બીજો ત્રીજો ચોથો પાંચમો અને છઠ્ઠો તેમાંથી દરેક પાંચમાં પસંદ કરી શકાય છે.
રીતો જેથી રીતેની કુલ સંખ્યા બને એટલે આવી છ અંકોની સંખ્યાની કુલ સંખ્યા ચારથી પાંચની ઘાત પાંચ થાય અલબત્ત તમે તેનો ગુણાકાર કરી શકો અને પછી જુઓ જવાબ છે બાર હજાર પાંચસો આવી સંખ્યાઓ છે આહ મને ફક્ત પુનરાવર્તન કરવા દો અથવા સમસ્યાની સમીક્ષા કરવા દો ત્યાં છ અંકો છે જે અમે આ છ અંકની સંખ્યાને ખાસ ફેશનમાં પસંદ કરવા માગીએ છીએ
તેથી અમે કહ્યું કે ત્રીજો અને પાંચમો અંક વિષમ છે અને બાકીના અંકો ભલે આપણે કરીએ.
કે પછી પ્રથમ અંક પસંદ કરવા માટે આપણે બે ચાર છસોમાંથી પસંદ કરવાનો છે
તેથી કુલ માર્ગોની સંખ્યા ચાર છે હવે બાકીના દરેકને પાંચ અલગ અલગ રીતે પસંદ કરી શકાય છે
તેથી પાંચ અંકો જે છે પ્રથમ સેકન્ડ આહ, બીજો ત્રીજો ચોથો પાંચમો અને છઠ્ઠો આંકડો તેઓ પાંચથી ઘાત પાંચ રીતે પસંદ કરી શકાય છે
તેથી શક્યતાઓની કુલ સંખ્યા ચાર બાય પાંચની ઘાત પાંચ છે એટલે કુલ આવી બાર 12500 સંખ્યા છે ચાલો આપણે બીજી સંખ્યા લઈએ.
ગણિત પરિષદમાં સમસ્યા n ગણિતશાસ્ત્રીઓ છે અહ તે તારણ આપે છે કે દરેક ગણિતશાસ્ત્રીએ પરિષદમાં દરેક અન્ય ગણિતશાસ્ત્રી સાથે બરાબર એક સમસ્યાની ચર્ચા કરી હતી
તેથી કેટલી સમસ્યાઓની ચર્ચા કરવામાં આવી હતી
તેથી દરેક n માઈનસ એક અન્ય ગણિતશાસ્ત્રીઓ સાથે ચર્ચા કરે છે આહ ત્યાં કુલ n ગણિતશાસ્ત્રી છે દરેક એક બીજા n ઓછા એક સાથે ચર્ચા કરે છે
તેથી તે ગુણાકારના સિદ્ધાંત દ્વારા n માઈનસ વનમાં બને છે
હવે આ ચોક્કસ ગણતરીમાં દરેક વ્યક્તિ બે વાર ગણાય છે કારણ કે ઉદાહરણ તરીકે જો હું કહું કે ગણિતશાસ્ત્રી ગણિતશાસ્ત્રી b સાથે ચર્ચા કરે છે તો મેં તેને એક વાર ગણી લીધું છે હવે હું કહી રહ્યો છું કે ગણિતશાસ્ત્રી b ગણિતશાસ્ત્રી a સાથે ચર્ચા કરે છે જેથી તે બે વખત થશે જ્યારે હું પ્રતિબંધ મૂકું છું કે દરેક વ્યક્તિ બીજા સાથે ચર્ચા કરે તે બરાબર એક સમસ્યાનો અર્થ એ છે કે હવે દરેક વ્યક્તિની ગણતરી n માં બે વાર n માઇનસ એકમાં કરવામાં આવી છે
તેથી આપણે બે વડે ભાગાકાર કરવો પડશે જો કે અહીં દરેકને બે વાર આહ ગણવામાં આવે છે

તેથી અમે ખરેખર ગુણાકાર સિદ્ધાંત લાગુ કર્યો છે પરંતુ આ ચોક્કસ સમસ્યામાં થોડો ફેરફાર કર્યો છે.
આહ મને આવી બીજી સમસ્યા હલ કરવા દો કે ક્યાં કેટલા 10 અંકના ટેલિફોન કોડ બનાવી શકાય પ્રથમ બે અંક નવ અને ચાર છે અને ત્રીજો અંક શૂન્ય હોઈ શકતો નથી
તેથી જો તમે આ જુઓ તો પ્રથમ સ્થાન નવ તરીકે નિશ્ચિત છે
તેથી પ્રથમ અંક બરાબર એક રીતે બીજા અંક માટે તમે ચાર નક્કી કરી રહ્યાં છો
તેથી હવે ત્રીજો અંક નથી શૂન્ય
તેથી ત્રીજો આંકડો નંબરો એક બે ત્રણથી નવ સુધીનો હોઈ શકે છે
તેથી નવ રીતે અને ચોથા સ્થાને દસમા સ્થાન સુધી તમારી પાસે શૂન્ય એક બેથી નવ સુધી હોઈ શકે છે
તેથી દરેકની દસ રીતો છે
તેથી હવે આ સાત છે
તેથી ગુણાકાર દ્વારા સિદ્ધાંત
તેથી ગુણાકારના સિદ્ધાંત દ્વારા કોડની કુલ સંખ્યા
નવમાંથી દસની ઘાત સાત છે ઉદાહરણ તરીકે જો હું x વત્તા વાય વત્તા z વત્તા ટીને a વત્તા b વત્તા c વત્તા d વત્તા er કહું તો અભિવ્યક્તિમાં કેટલા અલગ શબ્દો છે કહો કે હું x વન વત્તા x ટુ વત્તા xmy વન વત્તા વાય ટુ વત્તા ynz વન વત્તા z ટુ પ્લસ zt હવે તમે વિચારી શકો છો કે શું આપણે અહીં ઉત્પાદન જોઈએ છીએ તે બે સેટના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન જેવું જ નથી પરંતુ બીજું કંઈ નથી n જેમાં પ્રથમ સેટમાં ચાર તત્વો છે અને બીજા સેટમાં પાંચ તત્વો છે કારણ કે દરેક પદ બીજા કિસ્સામાં દરેક પદ સાથે બરાબર એક જ વાર દેખાશે જેમ તમારી પાસે xa
plus xb plus xc plus xd plus xe હશે તે જ રીતે yayb વગેરે સાથે અને છેલ્લે tatbte વગેરે
તેથી આ બરાબર બે સેટના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન તરીકે કામ કરી રહ્યું છે જેમાં એક ચાર તત્વોનો સમાવેશ કરે છે અને બીજામાં પાંચ તત્વોનો સમાવેશ થાય છે
તેથી પ્રથમ કિસ્સામાં શબ્દોની કુલ સંખ્યા કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન a ક્રોસ b માં બરાબર સમાન છે જ્યાં 4 છે અને b ની કાર્ટેશિયન પ્રોડક્ટ કાર્ડિનલિટી પાંચ છે
તેથી ક્રોસ b ની કાર્ડિનલિટી બીજું કંઈ નથી પરંતુ ચારમાંથી પાંચ છે જે વીસની બરાબર છે
તેથી જો આપણે આ દલીલને બીજા ભાગમાં આ સમસ્યાના બીજા ભાગ સુધી લંબાવીએ તો તમે જોઈ શકો છો કે હું m તત્વોના સમૂહ e વનને ધ્યાનમાં લો જેમાં n તત્વોનો સમૂહ e 2 અને t તત્વોનો સમાવેશ કરતા e 3 સમૂહને ધ્યાનમાં લો તો તે e વન ક્રોસ eના ઉત્પાદન સિવાય બીજું કંઈ બને નહીં.
બે ક્રોસ ઇ ત્રણ
તેથી
એકમાં આપેલ તર્કને અનુસરીને આપણે કહી શકીએ કે પદોની સંખ્યા m માં n માં t ah છે હવે ચાલો હું ah ને પછીની સંકેત રજૂ કરું જેને કારણદર્શી સંકેત કહેવામાં આવે છે
તેથી સૂચન n ફેક્ટોરિયલ પ્રથમના ઉત્પાદનને રજૂ કરે છે
n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કે જે n અવગુણ સમાન છે તે 1 માં 2 માં 3 માં n ઓછા 1 માં n છે
તેથી ઉદાહરણ તરીકે આપણે કહીએ છીએ કે એક અવયવ સમાન છે એક બે અવયવનિષ્ઠ સમાન છે એક બે માં બેમાંથી ત્રણ કે જે છ બરાબર છે અને
તેથી વધુ એક સંમેલન તરીકે આપણે શૂન્ય ફેક્ટોરિયલને એક આહ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ આ ક્રમચય અને સંયોજનના કેટલાક અન્ય સંકેતો સાથે સુસંગતતા રાખવા માટે છે જેનો હું પછીથી આહ પર ઉપયોગ કરીશ જેમાં તે બહાર આવશે જો આપણે 0 ફેક્ટોરિયલને 1 તરીકે લઈએ તો નોટેશનની સુસંગતતા પણ રહેશે અમે ઋણ પૂર્ણાંકના ફેક્ટોરિયલને વ્યાખ્યાયિત કરતા નથી
તેથી તે મૂળભૂત રીતે સકારાત્મક પૂર્ણાંકો માટે જ છે અને અમે 0 ફેક્ટોરિયલને વિશેષ તરીકે સમાવીએ છીએ.
કેસ હવે ખૂબ જ સરળ છે, તમે જોઈ શકો છો કે આ n ફેક્ટોરિયલ બરાબર n ટુ n માઇનસ વન ફેક્ટોરિયલ આહ છે, મેં શરૂઆતમાં સંયોજક વિષયના ઐતિહાસિક વિકાસ વિશે ઉલ્લેખ કર્યો હતો,
એવા સંકેતો છે કે વાસ્તવમાં આ નોટેશન ભારતીય ગણિતશાસ્ત્રીઓને પણ જાણીતું હતું.
આહ એ કુદરતી સંખ્યાઓનું સતત ઉત્પાદન છે આહ જો કે તેઓએ નોટેશન n ફેક્ટોરિયલ વગેરેનો ઉપયોગ કર્યો નથી.

સંખ્યાઓ આધુનિક નોટેશન
ક્રિશ્ચિયન ક્રેમ દ્વારા અઢારસો
આઠ આહમાં રજૂ કરવામાં આવ્યું હતું ચાલો હું તેને સમજાવું કે આપણે નોંધ કરી શકીએ છીએ કે n કારણભૂત વધારો થાય છે ખૂબ જ ઝડપથી n વધે છે
તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો હું ગણું છું કે ચાર અવયવી ગણું તો ચોવીસ થાય છે જો હું પાંચ અવયવને ગણું તો તે પાંચમાં ચાર અવયવવાળું બને છે જે એકસો છવ્વીસ છે તે છમાં પાંચ અવયવવાળું બને છે જે સાતસો વીસ થાય છે પછી સાત થાય છે ગુણદોષ સાતમાંથી સાતસો વીસ થશે
તેથી તમે તરત જ જોઈ શકો છો કે સંખ્યા સાત અવયવ દ્વારા ખૂબ જ ઝડપથી વધી રહી છે અમે પાંચ હજાર ચાલીસ પર આવી ગયા છીએ અને પછી તમે ફરીથી જોઈ શકો છો કે જો હું આઠ અવયવ મૂકું તો ફરીથી મારે આ અહ વડે ગુણાકાર કરવો પડશે આઠ એટલે હું ચાલીસ હજાર વત્તા કંઈક માં આવીશ જેથી 4 થી 10 ની ઘાત 3 પ્રકારની વસ્તુ હોય અને પછી ફરીથી જો તમે n 9 ફેક્ટોરિયલ 10 ફેક્ટોરિયલ આહ કહો તો સંખ્યા ખૂબ જ ઝડપથી વધી રહી છે આહ જો કે આ ફેક્ટોરિયલ નોટેશન છે એક ખૂબ જ તમે વર્તમાન

ગાણિતિક પરિભાષાના મહત્વપૂર્ણ ભાગો કહી શકો છો અને દરેક પાસામાં તમે સંભાવના સિદ્ધાંત કરી રહ્યા છો કે કેમ ઈથર તમે આહ કોમ્બીનેટરિક્સ કરી રહ્યા છો અથવા તમે કેલ્ક્યુલસ કરી રહ્યા છો ત્યાં દરેક જગ્યાએ આ ફેક્ટોરિયલ નોટેશનનો વ્યાપકપણે ઉપયોગ થાય છે હવે આનો ઉપયોગ કરીને આપણે આગળના શબ્દ પર આવીએ છીએ જેને ક્રમચય કહેવામાં આવે છે તો ક્રમચય શું છે n ના સમૂહમાંથી k અલગ તત્વોની ક્રમબદ્ધ ગોઠવણી વિશિષ્ટ તત્વોને એકે ક્રમચય કહેવામાં આવે

છે તમામ k ક્રમચયોની કુલ સંખ્યા

નોટેશન દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે npr માફ કરશો npk કેટલીકવાર તે આ npk ની જેમ પણ લખવામાં આવે છે

તેથી વિવિધ પુસ્તકોમાં તમે વિવિધ સંકેતો જોશો હું આ સંકેતનો ઉપયોગ કરીશ હવે ચાલો જોઈએ શું આનું મૂલ્ય હશે તેનો અર્થ એ છે કે જો આપણી પાસે n અલગ તત્વોનો સમૂહ હોય તો ત્યાંથી k અલગ તત્વોની કેટલી ક્રમબદ્ધ ગોઠવણીઓ લઈ શકાય છે

તેથી કૃપા કરીને નોંધ લો કે અહીં હું ક્રમબદ્ધ ગોઠવણો વિશે વાત કરી રહ્યો છું ધારો કે હું કહું કે n ત્રણ બરાબર છે

તેથી ધારો કે હું એબીસી કહું ધારો કે હું અહીં ત્રણ ઘટકો પર વિચાર કરી રહ્યો છું ધારો કે આ સેટ a છે અને હું અહીં બે કહો પસંદ કરવા માંગુ છું.

હું abi પસંદ

કરી શકું છું aci પસંદ કરી શકે છે bc પસંદ કરી શકે છે પરંતુ જો હું ઓર્ડર કરેલ ગોઠવણ જોઈ રહ્યો છું તો હું baca અને cb પણ ગણીશ

તેથી કુલ આવી ગોઠવણી આવા છ કેસ બને છે

તેથી સામાન્ય રીતે જો હું n માંથી k ઓર્ડર કરેલી વસ્તુઓ પસંદ કરું છું તો કેટલી

તેથી મેં નોટેશન npk આપ્યું છે ચાલો આપણે આ વસ્તુની ગણતરી કરીએ

npk નું મૂલ્યાંકન કરવા માટે

આપણે નીચે પ્રમાણે આગળ વધી શકીએ છીએ .

પ્રથમ તત્વ n રીતે

પસંદ કરી શકાય છે બીજા ઘટકને n માઈનસ 1 રીતે પસંદ કરી શકાય છે અને

તેથી kth તત્વ

n માઈનસ k વત્તા એક ફૂલદાની માં પસંદ કરો

તેથી હવે તમે સામાન્ય ગુણાકાર સિદ્ધાંત લાગુ કરો

તેથી સામાન્ય ગુણાકાર સિદ્ધાંત દ્વારા કુલ માર્ગોની સંખ્યા n માં n માઈનસ એક માં n માઈનસ બે અને

તેથી વધુ n માઈનસ k વત્તા એક સુધીની છે જેથી કરીને npk છે

તેથી અમે npk માટે સૂત્ર વિકસાવ્યું છે ઓકે આહ અમે આ જોઈ શકીએ છીએ જેથી અમે ખરેખર npk ને n માં n માઈનસ વન અને

તેથી n માઈનસ k વત્તા એક સુધી લખી શકીએ અને હું n માઈનસ વડે ગુણાકારને ધ્યાનમાં લઈ શકું skn માઈનસ k માઈનસ વન સુધી ત્રણ થી એક અને પછી તે જ સંખ્યા દ્વારા ભાગાકાર કરો જે n માઈનસ k છે n માઈનસ k માઈનસ વન અને

તેથી વધુ ત્રણ બે એક સુધી તો આ સંખ્યા કંઈ નથી પણ જો તમે જોશો તો અંશ n ફેક્ટોરિયલ બને છે.

અને છેદ n માઈનસ k ફેક્ટોરિયલ

છે જેથી તે npk પાસે વૈકલ્પિક અભિવ્યક્તિ છે n ફેક્ટોરિયલને n માઈનસ k ફેક્ટોરિયલ વડે વિભાજિત કરવામાં આવે જેથી આ સારી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે કે તમારી પાસે n ah કરતાં k કરતાં ઓછું અથવા બરાબર એક હોવું જોઈએ આ બનાવે છે વાસ્તવમાં n ને પણ અહીં સમાવવાનો અર્થ એ છે કે જો તમે બધા n ને પસંદ કરો છો, તો પછી આવી કેટલી વસ્તુઓ હશે તે n ફેક્ટોરિયલ બની જશે,

તેથી ચાલો હું આ ફરીથી સમજાવું જેથી જો આપણે n અલગ તત્વોની તમામ સંભવિત ગોઠવણીઓ ધ્યાનમાં લઈએ તો તે બનશે npn ની બરાબર કે જે n ફેક્ટોરિયલ ભાગ્યા n બાદ n ફેક્ટોરિયલ કે n ફેક્ટોરિયલ ભાગ્યા શૂન્ય ફેક્ટોરિયલ કે n ફેક્ટોરિયલ છે કારણ કે શૂન્ય ફેક્ટોરિયલ હું એક તરીકે લઈ રહ્યો છું, ઉદાહરણ તરીકે જો હું બે e ગણું lements a અને b પછી માર્ગોની સંખ્યા અબ્બા થશે એટલે કે 2 અથવા 2 અવયવપૂર્ણ જો હું 3 abc ગણું તો તે

abcacbbcabaccab અને cbc બનશે

તેથી કુલ સંખ્યા છ થશે જે ત્રણ અવયવવાયક સિવાય બીજું કંઈ નથી કારણ કે ત્રણમાં બેમાં એક આહ જો આપણે પુનરાવર્તનની મંજૂરી આપીશું તો જવાબ બદલાઈ જશે

તેથી એક સમયે n વિવિધ ઑબ્જેક્ટના ક્રમચયોની સંખ્યા k લેવામાં આવે છે જ્યાં પુનરાવર્તનની મંજૂરી હોય છે તે n ઘાત k ah છે કારણ કે પ્રથમ સ્થાને હું n ને બીજા સ્થાને કોઈપણ n ગણી શકું છું.

કારણ કે પુનરાવર્તનની મંજૂરી છે

તેથી nk સમયમાં n એટલે તે n ની ઘાત k બની જાય છે જો આપણે અહીં ધ્યાનમાં લઈએ તો મેં આ બધી n વસ્તુઓને અલગ-અલગ ગણી છે પરંતુ એવી શક્યતા છે કે કેટલીક વસ્તુઓ અલગ-અલગ ન હોઈ શકે

તેથી તે કિસ્સામાં આ સૂત્ર k વિવિધ પ્રકારના n ઑબ્જેક્ટ્સના અહ અલગ કરી શકાય તેવા ક્રમચયોની સંખ્યામાં ફેરફાર કરી શકાય છે ઉદાહરણ તરીકે જ્યાં n એક ઑબ્જેક્ટ એલી હોય છે મૂળભૂત રીતે તેઓ સમાન હોય છે.

1d વાસ્તવમાં સમાન સ્વભાવનું છે

તેથી મને સમાન ન લખવા દો હું n2 એકસરખા છે અને

તેથી nk એકસરખા છે અને તમારી પાસે n1 વત્તા n 2 વત્તા nk બરાબર n છે તો પછી અલગ પાડી શકાય તેવા ક્રમચયોની સંખ્યા

n એક અવયવી ભાગ્યા n છે n બે ફેક્ટોરિયલ અને

તેથી વધુ nk ફેક્ટોરિયલ આહ મને એ તર્ક સમજાવવા દો કે હું ધ્યાનમાં લઈશ કે જો આપણી પાસે n અલગ તત્વોની તમામ સંભવિત ગોઠવણીઓ હોય

તો તે n કારણભૂત છે હવે ધારો કે આ nમાંથી બે વસ્તુઓ સમાન છે અને બાકીના n ઓછા બે છે હવે અલગ જો આપણે એવી કોઇપણ સ્થિતિને ધ્યાનમાં લઈએ કે જ્યાં આ બે વસ્તુઓ જે એકસરખી દેખાય છે, તો તે ગમે તે ક્રમમાં દેખાય તે અલગ કરી શકાશે નહીં

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે જો હું તેમને બે વાર n ફેક્ટોરિયલમાં ગણું છું તો મારે બે વડે ભાગવું જોઈએ જેથી જવાબ આવશે બે ફેક્ટોરિયલ અથવા બે સમાન રીતે n ફેક્ટોરિયલ બનો જો હું કહું કે ત્રણ વસ્તુઓ સમાન છે તો તે ત્રણ વસ્તુઓ જ્યાં પણ તે ગમે તે ક્રમમાં દેખાય તે ક્રમમાં કોઈ ફરક પડતો નથી કારણ કે તેઓ સમાન અથવા એકસરખા છે હવે આપણે તેમને ત્રણ અવયવો ગણ્યા છે જે એક બેમાંથી ત્રણ છે

તેથી સંખ્યા n બને છે n અવયવવિભાજિત ત્રણ અવયવવાચક દ્વારા

તેથી હવે જો આપણે આ દલીલને લંબાવીએ તો જો n એક વસ્તુ સમાન હોય તો આપણે n વડે ભાગવું જોઈએ.

એક ફેક્ટોરિયલ પછી બીજી n બે પ્રકારની વસ્તુઓ સમાન હોય છે તો આપણે n બે ફેક્ટોરિયલ વડે ભાગવું જોઈએ અને છેવટે જ્યારે nk વસ્તુઓ સમાન હોય ત્યારે તે nk ફેક્ટોરિયલ વસ્તુઓને પણ વિભાજિત કરવી પડશે કારણ કે ક્રમાંકિત ગોઠવણની સંખ્યા અક્રમબદ્ધ ગોઠવણી જેટલી જ છે.

કારણ કે અહીં ઓર્ડર આપવાથી કે ઓર્ડર આપવાથી કોઈ ફરક પડતો નથી કારણ કે બધી વસ્તુઓ એકસરખી છે

તેથી ઉદાહરણ તરીકે હું એક જીવંત વસ્તુ દ્વારા બતાવું છું

તેથી આ બે પેન ત્યાં છે જેથી તમે અહીં જોઈ શકો કે તેઓ એકસરખા છે તો શું હું આ અહીં મૂકું છું અને આ અહીં કે હું આ અહીં મૂકું છું અને આ અહીં મૂકું છું તેનાથી કોઈ ફરક નથી પડતો પણ જો હું આ વાદળી અને આને કાળો ગણું તો જો તમે જોશો કે હું આને પહેલા અને આને અહીં મૂકું તો તે ડાબી બાજુ છે અને આર ight અને જો હું ક્રમમાં ફેરફાર કરું તો આ બે અલગ-અલગ વ્યવસ્થા છે

તેથી હવે જો તમે હવે ત્રણને ધ્યાનમાં લો જો મારી પાસે ત્રણ અલગ-અલગ વસ્તુઓ હોય તો મને ફક્ત આ ત્રણ અલગ-અલગ વસ્તુઓ લેવા દો તો મારી પાસે એક બે ત્રણ હોઈ શકે છે એટલે હું તેને અહીં મૂકી શકું આ બીજી વ્યવસ્થા છે હું આને અહીં મૂકી શકું છું આ બીજી વ્યવસ્થા છે અને આ હું અહીં મૂકી શકું છું આ બીજી વ્યવસ્થા છે તો હું આને અહીં મૂકી શકું છું આ બીજી વ્યવસ્થા છે અને આ હું અહીં મૂકી શકું છું આ બીજી વ્યવસ્થા છે

તેથી કુલ છ વ્યવસ્થા છે પણ જો તેમાંથી બે સરખા છે તો હવે જો હું આ લઈશ તો ચાલો જોઈએ કે આ અહીં છે કે આ અહીં છે ત્યાં કેટલી વ્યવસ્થા હશે

તેથી કુલ ત્રણ વ્યવસ્થા છે હવે ત્રણ અલગ-અલગ વ્યવસ્થા છે કેમ કારણ કે આ બે તમે ગમે તે ક્રમમાં રાખો કોઈ ફરક પડતો નથી

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે ત્રણ અવયવને બે વડે ભાગ્યા છે તે છ ભાગ્યા બે છે જે તમને ત્રણ જવાબ આપે છે

તેથી તમારી પાસે આ સામાન્ય સૂત્ર છે તેનો અર્થ એ છે કે જો મારી પાસે n અલગ વસ્તુઓ છે જેમાંથી n1 એકસરખા છે n2 એકસરખા છે અને nk એકસરખા છે તો પછી અલગ કરી શકાય તેવા ક્રમચયોની કુલ સંખ્યા n એક ફેક્ટોરિયલ n બે ફેક્ટોરિયલ અને nk ફેક્ટોરિયલ છે જે છેદમાં આવે છે

તેથી ah હું આશા રાખું છું કે મેં સ્પષ્ટતા કરી છે, ચાલો આપણે અહીં કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ કે બે a's ત્રણ b's બે c's અને three d's ah નો ઉપયોગ કરીને કેટલા અલગ-અલગ 10 લેટર કોડ જનરેટ કરી શકાય છે મારી પાસે કુલ દસ અક્ષરો ઉપલબ્ધ છે જે બે a's three b's છે.

બે સી અને ત્રણ ડી એટલે કુલ દસ નંબરો છે જેમ તમે અહીં જોઈ શકો છો કે ત્યાં a માંથી બે છે

તેથી હું જે પણ ક્રમમાં મૂકીશ તેનાથી કોઈ ફરક પડશે નહીં ત્યાં ત્રણ b છે હું જે પણ ક્રમમાં મૂકીશ તે જ રીતે કોઈ ફરક નહીં પડે લગભગ બે cs અને તે જ રીતે લગભગ ત્રણ ds

તેથી આ સૂત્ર દ્વારા ગોઠવણોની કુલ સંખ્યા અલગ-અલગ કોડ્સ હશે જે 10 અક્ષરના તમામ 10નો અહીં ઉપયોગ થાય છે જે 2 વડે ભાગ્યા 10 ફેક્ટોરિયલ બરાબર છે ફેક્ટોરિયલ 3 ફેક્ટોરિયલ બે ફેક્ટોરિયલ બે ફેક્ટોરિયલ ત્રણ ફેક્ટોરિયલ

તેથી થોડા સરળીકરણ પછી આ સંખ્યાનું મૂલ્યાંકન કરી શકાય છે તે પચીસ હજાર બેસો કોડ્સ છે જે શક્ય છે અરે હું અહીં બીજી સમસ્યા લઈ શકું છું કે રાષ્ટ્ર શબ્દના બધા અક્ષરોનો ઉપયોગ કરીને કેટલા શબ્દો બનાવી શકાય છે.

આપણે આ જોઈએ જો મારે બધા છ અક્ષરોનો ઉપયોગ કરવો હોય તો તમે જુઓ કે અહીં કેટલા અલગ છે ત્યાં aion અને t છે

તેથી 5 અલગ અક્ષરો છે જેમાંથી n એક વાર પુનરાવર્તિત થાય છે

તેથી અહીં આપણી પાસે છ અક્ષરો છે જ્યાં n બે વાર થાય છે

તેથી સૂત્ર દ્વારા આ છ અક્ષરોની ગોઠવણીની કુલ સંખ્યાને બે અવયવી વડે ભાગતા છ અવયવપૂર્ણ બનશે જેથી તે ત્રણસો સાઠ આહ બરાબર છે સમાન સમસ્યા મને જોવા દો કે શબ્દ સંભાવનાના કેટલા અલગ 11 અક્ષરોની ગોઠવણી બનાવી શકાય છે જેથી તમે અહીં સંભાવનામાં જોઈ શકો કે આપણી પાસે અગિયાર અક્ષરો છે

તેથી અક્ષરોની કુલ સંખ્યા આમાંથી અગિયાર છે જો તમે b જોવા મળે તો બરફ અને આ પણ i આ i પણ બે વાર થાય છે

તેથી આ સૂત્ર દ્વારા ગોઠવણની કુલ સંખ્યા તે અગિયાર અવયવવૃત્તિ બની જશે બે અવયવવૃત્તિ દ્વારા ભાગ્યા બે અવયવનિષ્ઠ આહ આ સંખ્યાનું મૂલ્યાંકન કરી શકાય છે તે આહ નવ્વાણું લાખ સિત્તેર હજાર બેસો આહ છે.

અહીં જોઈ શકો છો કે આ અગિયાર અવયવ એક વિશાળ સંખ્યા છે

તેથી તે આના ચાર ગણા છે જેને આપણે ચાર વડે ભાગ્યા છીએ

તેથી આપણને મળી રહ્યું છે

તેથી તે વાસ્તવમાં પહેલાથી જ દસ લાખમાં આવી રહ્યું છે ખરેખર

તેથી આહ આ સંખ્યાની પ્રકૃતિ છે કારણ કે તે વધે છે આહ ખૂબ જ ઝડપથી આમાં જ જો આપણે સંભાવનામાં અવલોકન કરીએ કે

કેટલાક સ્વરો છે અને કેટલાક વ્યંજન છે તો ધારો કે આપણે તે ગોઠવણીઓ પણ જોવા માંગીએ છીએ, તો ચાલો હું અહીં એક સમસ્યા ઊભી કરું
કે આમાંની કેટલી ગોઠવણીઓ કહે છે કે સ્વરો દેખાય છે.
એકસાથે તો ચાલો આપણે આ જોઈએ અહીં આપણી પાસે સાત વ્યંજનો છે જેમાં b બે વાર પુનરાવર્તિત થાય છે બરાબર
તેથી હવે જો આપણે બધા સ્વરોને એકસાથે ગણીએ તો તેનો અર્થ એ થાય કે whe તેઓ ક્યારેય થતા નથી તેઓ એકસાથે દેખાય છે પછી વાસ્તવમાં અહીં મૂળભૂત રીતે આઠ વસ્તુઓ છે જે સાત વ્યંજનો છે અને બધા સ્વરો એકસાથે છે
તેથી આપણે આને એક વસ્તુ તરીકે ગણી શકીએ કારણ કે તમામ ચાર સ્વરો જ્યાં હું પુનરાવર્તિત થાય છે તે
એકસાથે દેખાય છે અમારી પાસે કુલ આઠ વસ્તુઓ છે.

તેથી ગોઠવણોની સંખ્યા 8 અવયવવિભાજિત થાય છે 2 અવયવી વડે ભાગ્યા કારણ કે b પુનરાવર્તિત થાય છે આહ હવે અહીં એક કેચ છે આ સ્વરો જો કે તે એકસાથે લેવામાં આવ્યા છે પરંતુ તેઓ એકબીજામાં ફેરબદલ કરી શકે છે
તેથી સ્વરો હોઈ શકે છે
તેથી આવી કેટલી ગોઠવણીઓ શક્ય છે આહ
એકબીજામાં અનુક્રમિત આવી ગોઠવણીઓ 4 અવયવવિભાજિત 2 અવગુણ છે કારણ કે હું અહીં પુનરાવર્તિત થયો છે
તેથી તે આહ બાર સિવાય બીજું કંઈ નથી
તેથી હવે અંતિમ સંખ્યા
શબ્દ સંભાવનાના અક્ષરોમાંથી શબ્દોની કુલ સંખ્યા જેટલી હશે જ્યાં સ્વરો એકસાથે થાય છે બે ફેક્ટોરિયલને બારમાં વિભાજિત કરીને આઠ ફેક્ટોરિયલ બનશે
તેથી અલબત્ત તમે તેનું મૂલ્યાંકન કરી શકો છો ચોવીસ આહ બરાબર બે લાખ એકતાલીસ હજાર નવસો વીસ આહ અમે શું કર્યું છે અમે તમામ શબ્દોની ગણતરી કરી છે જે શબ્દ સંભાવના પરથી બનેલ છે અમે તે ગોઠવણની પણ ગણતરી કરી છે જ્યાં સ્વરો એકસાથે દેખાય છે
તેથી એક વધારાની સમસ્યા છે જે તમે કરી શકો છો.
અહીંથી ઉકેલો ધારો કે આપણે કહીએ કે સ્વરો એકસાથે દેખાતા નથી તો આમાંથી કેટલા સ્વરો
એકસાથે દેખાતા નથી તો તે કુલ ગોઠવણીની સંખ્યામાંથી હશે જેમાં સ્વરો એકસાથે છે તેની સંખ્યા ઓછા કરો તો તમે પ્રશ્નનો જવાબ લો નંબર ત્રણ બાદ પ્રશ્ન નંબર ચારના જવાબને ઓછા કરો જેથી તે સંખ્યા નવ્વાણું લાખ સિત્તેર હજાર બેસો બાદ બે લાખ એકતાલીસ હજાર નવસો વીસ એટલે કે પોણાબે લાખ ત્રીસ હજાર બેસો એંસી થશે તો ચાલો હું બીજી સમસ્યા હલ કરું સમાન પ્રકૃતિ શબ્દના અક્ષરોને કેટલી રીતે ટુવાલ કહે છે તે ગોઠવી શકાય છે જેથી બધા સ્વરો એક સાથે થાય ત્યાં અને બધા વ્યંજન એકસાથે થાય છે
તેથી ચાલો આપણે આ અહનું અવલોકન કરીએ કે અહીં કેટલા વ્યંજન છે ત્યાં ત્રણ વ્યંજન છે બધા અલગ છે જે tw અને l છે તે જ રીતે બે સ્વરો o અને e છે
તેથી તેઓ પણ અલગ છે
તેથી મૂળભૂત રીતે જો હું કહી રહ્યો છું વ્યંજનો એકસાથે દેખાય છે પછી તેને એક અસ્તિત્વ તરીકે ગણવામાં આવે છે અને બે સ્વરો એકસાથે થાય છે પછી તે પણ એક અસ્તિત્વ તરીકે ગણવામાં આવે છે
તેથી મૂળભૂત રીતે તેમની ગોઠવણી કાં તો પહેલા બધા વ્યંજનો હોઈ શકે છે પછી બધા સ્વરો તેની વિરુદ્ધ છે
તેથી મૂળભૂત રીતે બે શક્યતાઓ છે પરંતુ હવે તમે જુઓ કે આ વ્યંજનો પોતે જ ક્રમચિત થઈ શકે છે અને તે બધા અલગ છે
તેથી તેમાંથી ત્રણ છે
તેથી તે ત્રણ અવયવપૂર્ણ બને છે તેવી જ રીતે બધા સ્વરો પણ એકબીજામાં ક્રમચિત થઈ શકે છે જેથી તે બે અવયવપૂર્ણ છે
તેથી તમારી પાસે માર્ગોની સંખ્યા હશે.
2 માંથી 3 ફેક્ટોરિયલ માં 2 ફેક્ટોરિયલ હશે જેથી તે 24 ની બરાબર છે
તેથી ટુવાલના કુલ 24 અક્ષરો છે જ્યાં હું બધા વ્યંજન દેખાય છે એકસાથે અને બધા સ્વરો એકસાથે દેખાય છે
તેથી ચાલો હું અહીં ક્રમચયોના વિષયમાં પુનરાવર્તન કરું કે આપણે ખરેખર વસ્તુઓની ક્રમબદ્ધ ગોઠવણીઓ જોઈ રહ્યા છીએ એટલે કે જો હું આહ પોઝિશન્સ પર વિચાર કરી રહ્યો છું, તો જો હું પોઝિશનની પોઝિશન બદલીશ તો તે નિશ્ચિત કરવા પડશે .
આઇટમ્સ પછી હવે તેને બીજી ગોઠવણ ગણવામાં આવે છે જો આપણે તે વસ્તુને બાકાત રાખીએ જેનો અર્થ છે કે જો હું આ વ્યવસ્થા અને આ ગોઠવણીને સમાન ગણું છું એટલે કે હું અક્રમબદ્ધ ગોઠવણીને ગણું છું તો તેને સંયોજન કહેવામાં આવે છે
તેથી હું હવે નવી વ્યાખ્યા આપું છું k ની અવ્યવસ્થિત ગોઠવણી.
n અલગ-અલગ વસ્તુઓના સમૂહમાંથી આઇટમને
ak સંયોજન કહેવામાં આવે છે.
બધા k સંયોજનોની કુલ સંખ્યા
nck દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે અથવા ત્યાં અન્ય સંકેતો છે જેનો લોકપ્રિય રીતે ઉપયોગ થાય છે nck કેટલીકવાર તેને nck તરીકે પણ આ રીતે લખવામાં આવે છે
તેથી વિવિધ પુસ્તકોમાં તમારી પાસે વિવિધ સંકેતો હશે.
સામાન્ય રીતે nck નો ઉપયોગ આના જેવો કરશે અથવા ફરીથી આની જેમ તમે અહીં જોઈ શકો છો કે એક k ઓછા t થી ઓછું અથવા બરાબર છે han અથવા n ah ની બરાબર હવે ચાલો આપણે આનું મૂલ્ય શોધી કાઢીએ તેનું મૂલ્યાંકન કરવા માટે કહો કે x nck ની બરાબર છે આપણે નીચે પ્રમાણે આગળ વધીએ
તેથી જો આપણે ઓર્ડર કરેલી ગોઠવણીને ધ્યાનમાં લઈએ તો npk ઓર્ડર કરેલ k ગોઠવણોની સંખ્યા હવે npk ah છે.

 આ k વસ્તુઓ માટે k ફેક્ટોરિયલ આવી બાબતો છે પણ હવે જો આપણે કહીએ કે ક્રમાંકન મહત્વનું નથી તો આ બધી વસ્તુઓ સમાન ગણવામાં આવશે, ઉદાહરણ તરીકે જો હું અબ સો અબ અને બા કહું તો જો હું ઓર્ડર કરેલ ક્રમચયને ધ્યાનમાં લઈ રહ્યો હોઉં તો તે અલગ છે પરંતુ જો હું અવ્યવસ્થિત માનું તો ab અને ba એ સરખા છે એટલે એનો અર્થ એ કે તમારે સંખ્યાને બે વડે બે ભાગ્યા તે જ રીતે જો હું ત્રણ બાબતોને એબીસીબીસીએ અને
 તેથી વધુ ગણું તો મારી પાસે ત્રણ અવયવપૂર્ણ બાબતો છે હવે હું તે તમામને ધ્યાનમાં લઈશ એક તરીકે,
 તેથી મારે સંખ્યાને ત્રણ અવયવો વડે ભાગાકાર કરવાની છે
 તેથી જો હું આને જોઉં તો k અવયવવિષયક ક્રમચયો છે હવે આ બધાને આ k ઑબ્જેક્ટ્સમાં સમાન ગણવામાં આવશે
 તેથી તમારી પાસે n હોવું જોઈએ pk ને k વડે ભાગ્યા એ x બરાબર છે જે nck છે
 તેથી આ સૂત્ર છે કે હવે તમને મળેલ nck એ બીજું કંઇ નથી પણ npk ને k ફેક્ટોરિયલ વડે ભાગ્યા છે
તેથી આનો અર્થ એ છે કે nck એ બીજું કંઇ નથી પણ n ફેક્ટોરિયલ ભાગ્યા k ફેક્ટોરિયલ n માઈનસ k ફેક્ટોરિયલ હકીકતમાં હું 0 ને પણ ધ્યાનમાં લઈ શકું છું કારણ કે 0 ફેક્ટોરિયલ અમે ઐતિહાસિક નોટિસ વ્યાખ્યાયિત કરી છે કે ઐતિહાસિક રીતે અમ આ પ્રકારનું સૂત્ર ભારતીય ગણિતશાસ્ત્રી ભાસ્કરાચર 2 ના કાર્યમાં દેખાય છે, સમયરેખા 114 થી 1185 ની આસપાસ છે, ચાલો આ સંયોજનના કેટલાક ગુણધર્મો જોઈએ .
 વાસ્તવમાં આ શબ્દો npk અને nck તેમના ઘણા સંબંધો છે અને ત્યાં ઘણી બધી મિલકતો છે
 તેથી હું આમાંના કેટલાકને અહીં આવરી લઈશ
 તેથી ઉદાહરણ તરીકે nck એ ncn માઈનસ k બરાબર છે તે સાબિતી અત્યંત સરળ છે કારણ કે તે ફક્ત તમે જે લખો છો તેના પર આધારિત છે.
  nc n માઈનસ k બરાબર છે n ફેક્ટોરિયલ ભાગ્યા n ઓછા k ફેક્ટોરિયલ n ઓછા n ઓછા k ફેક્ટોરિયલ કે જે n ફેક્ટોરિયલ ભાગ્યા n ઓછા k ફેક્ટોરિયામાં 1 જે બીજું કંઇ નથી પરંતુ ફરીથી nck ah છે તો મિત્રો ખરેખર અમે ગણતરીના ચાર મુખ્ય સિદ્ધાંતો પર ચર્ચા કરી છે એક
એ ઉમેરાનો આહ મૂળભૂત સિદ્ધાંત છે બીજો ગુણાકાર સિદ્ધાંત ત્રીજો ક્રમબદ્ધ ગોઠવણોની કુલ સંખ્યા છે જેને આપણે ક્રમચય દ્વારા સૂચિત કરીએ છીએ npk અને ચોથું એક અવ્યવસ્થિત ગોઠવણની સંખ્યા છે જે અમે આગામી વર્ગોમાં nck ah દ્વારા સૂચિત કરી રહ્યા છીએ, હું તેના ગુણધર્મોનું વર્ણન કરવાનું ચાલુ રાખીશ અને તેના પર આધારિત વિવિધ સમસ્યાઓનું હું તમને આગામી કેટલાક વ્યાખ્યાનોમાં હલ કરીશ.