تو [موسیقی ] روزمرہ کی زندگی میں ہمیں مختلف مسائل کا سامنا کرنا پڑتا ہے جس میں آہ گننا شامل ہے مثال کے طور پر اگر آپ کے پاس تین قسم کی گاڑیاں ہیں مثال کے طور پر آپ کے پاس کار ہو سکتی ہے آپ کے پاس اسکوٹر ہو سکتا ہے اور ہو سکتا ہے آپ کے پاس سائیکل ہو پھر آپ آفس جانے کے لیے ان میں سے کسی ایک کا انتخاب کر سکتے ہیں آہ میں ایک استاد ہوں اور 10 عنوانات ہیں جن کا میں نے کلاس میں احاطہ کیا ہے اور مجھے پانچ سوالات دینے ہیں
تو میں پانچ سوالات کرنے کے لیے کتنے طریقوں سے عنوانات کا انتخاب کر سکتا ہوں؟ آہ آپ نے فلائٹ میں ٹکٹ بک کرائے ہوں گے اور پھر جب آپ کاؤنٹر پر جاتے ہیں
تو سیٹیں مختص ہو جاتی ہیں اس لیے سیٹ مختص کرنے کے کئی طریقے ہیں مثال کے طور پر آپ کو گلیارے والی سیٹ یا کھڑکی والی سیٹ یا درمیانی سیٹ یا سیٹ مل سکتی ہے۔ جو کہ ایمرجنسی ایگزٹ کے قریب ہے اسی قسم کا ایلوکیشن کا مسئلہ اس وقت پیش آتا ہے جب ٹرین میں سیٹیں ایک فرد یا ایک فیملی کے لیے مختص کی جاتی ہیں لہذا عام طور پر آپ کو گنتی کے مسائل کا سامنا کرنا پڑتا ہے الاوکیشن کے مسئلے کے انتظام کے مسائل زندگی کے ہر شعبے میں مثال کے طور پر کھلاڑیوں کی ایک ٹیم کا انتخاب کرنا پڑتا ہے اس لیے 20 ممکنہ ہیں اور ٹیم فرض کریں کہ یہ ایک کرکٹ ٹیم ہے
تو آخر کار آپ کو صرف 11 مکمل کھلاڑی اور ایک مخصوص کھلاڑی کا انتخاب کرنا پڑے گا
تو کتنے میں؟ آپ 20 کھلاڑیوں میں سے ان 12 کھلاڑیوں کا انتخاب کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ 11 کو مین ٹیم میں کھیلنا ہے اور ریزرو میں ایک کھلاڑی آہ اسی طرح کا مسئلہ پیش آتا ہے ہمیں کچھ فیصلے لینے کے لیے ایک کمیٹی بنانی پڑتی ہے۔ کورسز کی فہرست میں سے کورسز مثال کے طور پر ہر سمسٹر کے آغاز میں طالب علم کو 30 کورسز کی فہرست میں سے 5 کورسز کا انتخاب کرنا ہوتا ہے جو دستیاب ہیں اس لیے وہ کتنے طریقوں سے انتخاب کر سکتا ہے پھر انتخاب پر دوبارہ پابندیاں ہو سکتی ہیں۔ مثال کے طور پر ان میں سے دو کو لازمی ہونا پڑے گا اور ان میں سے تین کو اختیاری کورسز کرنے ہوں گے ان میں سے ایک کو لیبارٹری کا ہونا پڑے گا اس لیے گنتی کے اس مسائل کا سامنا تقریباً ہر دسمبر میں کی اصطلاح ترتیب ah ہوتا ہے۔ روزمرہ کی زندگی میں آشن بنانے کا عمل آہ آہ میں اس موضوع کی آہ تاریخ کے بارے میں مختصراً بتاتا ہوں سے متعلق مسائل جو کہ شاید 6ویں صدی قبل مسیح میں کچھ ہندوستانی ریاضی دانوں نے متعارف ah اور امتزاج اس کا مطلب ہے کہ گنتی کروائے تھے۔ درحقیقت قدیم م
تون میں حوالہ جات موجود ہیں آہ مثال کے طور پر سشرت سنہتا میں ایک حوالہ موجود ہے میں اسے صرف یہ کہوں کہ سشرت سنہتا یہ ہے سشرتھ کی طرف سے وہ قدیم ہندوستانی طبی پیشہ ور تھا لہذا آپ کہہ سکتے ہیں کہ آپ پہلے میں سے ایک ڈاکٹر کہہ سکتے ہیں اور اس نے ذکر کیا۔ کہ اگر چھ مختلف ٹیسٹ ہوں
تو ان ذائقوں کے کتنے مجموعے سے دوائیں تیار کی جا سکتی ہیں اور اس نے جواب دیا کہ 63 یہ وہ نمبر ہے جس کا ذکر سوشرت سنیتا نے کیا ہے اب ہم جدید اصطلاح میں اس کا حساب لگا سکتے ہیں یہ اس طرح ہے ۔ تھوڑی دیر بعد آپ کو جدید اصطلاحات میں اس کی وضاحت کریں گے اس کا حساب اس طرح لگایا جاسکتا ہے کہ اگر ہم کسی ایک کا انتخاب کریں ٹیسٹ اس لیے ایک ہی ٹیسٹ کے ساتھ ایک دوا کا انتخاب چھ طریقوں سے کیا جا سکتا ہے اگر آپ کسی ایسی دوا پر غور کریں جو دو ٹیسٹوں کے مجموعے کے ساتھ دو ٹیسٹوں کا مجموعہ ہو
تو اس کا انتخاب کیا جا سکتا ہے اب آپ کے پاس کل چھ امکانات ہیں لہذا آپ پہلی دوا لے سکتے ہیں۔ چھ طریقوں سے منتخب کریں دوسرے کو آپ پانچ طریقوں سے منتخب کر سکتے ہیں تاہم وہ ترتیب جس میں ان کا انتخاب کیا گیا ہے وہ اہم نہیں ہے اس لیے آپ اسے دو سے تقسیم کر سکتے ہیں
تو یہ تعداد پندرہ ہو جائے گی اسی طرح اگر ہم ایک دوائی کو تین کے مجموعے والی دوائی پر غور کریں ٹیسٹ پھر اب دوبارہ منتخب کیا جا سکتا ہے آئیے ہم پہلے والے کو منتخب کرنے کے چھ طریقے دیکھتے ہیں دوسرے کو منتخب کرنے کے پانچ طریقے اور تیسرے کو منتخب کرنے کے چار طریقے اب ایک بار پھر یہ تین چیزیں کسی خاص ترتیب میں ہو سکتی ہیں جس ترتیب سے کوئی فرق نہیں پڑتا اس لیے ہم تین کو دو میں تقسیم کرتے ہیں
تو یہ 20 طریقوں کے برابر ہے اسی طرح اگر آپ چار ٹیسٹوں کے امتزاج والی دوا پر غور کریں
چھ میں پانچ میں 4 میں 3 کو 4 سے 3 میں 2 میں 1 میں تقسیم کیا گیا ہے، یہ صرف 15 طریقوں سے ہے جس میں ur تو وہ چوز ہو سکتی ہے۔ پانچ ٹیسٹوں کے امتزاج کے ساتھ ایک دوا کو چھ میں پانچ میں چار میں تین میں دو میں پانچ میں چار میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ تین میں دو میں ایک جو کہ چھ طریقے ہیں اور تمام چھ کے ساتھ ایک دوا اس کا مطلب صرف ایک ہی راستہ ہے
تو اب اگر آپ ان طریقوں کی کل تعداد کو دیکھیں جو کہ چھ جمع پندرہ جمع بیس جمع پندرہ جمع چھ جمع ایک کے برابر ہے تاکہ آپ تریسٹھ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں لہذا آپ یہاں دیکھ سکتے ہیں کہ چھ مختلف ٹیسٹوں کے کتنے امتزاج سے دوائی تیار کی جا سکتی ہے
تو اڑسٹھ طریقے ہیں لہذا اس قسم کا حساب قدیم ہندوستان میں جانا جاتا تھا پھر دوسرا یہ ہے کہ تقریباً تیسری صدی سنسکرت کے ایک عالم پنگلا کے نام سے اس نے چاند سترا لکھا اور اس نے ایک وقت میں دو لیے گئے ایک عدد حروف کے مجموعہ کی تعداد کا تعین کرنے کے طریقوں پر تبادلہ خیال کیا تاکہ آپ اس سے سمجھ سکیں۔ نام چند سترا کا مطلب ہے کہ مختلف قسم کے مجموعوں کے ساتھ مختلف چندوں کو کیسے لکھا جائے

تو مثال کے طور پر آپ کے پاس یہ بہت سے مترا یہ بہت سے حروف وغیرہ ہیں لہذا اس نے حروف کے مختلف مجموعوں پر غور کرنے کے لیے گنتی کے طریقے استعمال کیے ایک اور حوالہ جین ریاضی دانوں میں ہے اور انہوں نے اس موضوع کا مطالعہ کیا وکلپ آہ کا نام تقریباً 850 عیسوی میں جین ریاضی دان مہاویر نے 1150 عیسوی کے قریب ریاضی دان بھاسکراچاریہ 2 ہ کے مطابق ترتیب اور امتزاج کے لیے عام فارمولے فراہم کیے ہیں لہذا درحقیقت بھاسکراچاریہ 2 کو قدیم ہندوستانی ریاضی دانوں میں سے ایک کے طور پر جانا جاتا ہے جس کا کریڈٹ انہیں دیا جاتا ہے۔ اصل میں اس وقت تک کے معلوم تمام نتائج مرتب کیے اور اپنے نتائج کی بڑی تعداد کو بھی شامل کیا
تو اس نے اپنی کتاب میں بھی آہ کون جو کہ مشہور کتاب لیلاوتھی ہے جس کا نام ان کی بیٹی کے نام پر رکھا گیا تھا اس لیے اس عنوان کے تحت کہا جاتا ہے۔ اس نے گنتی کے مختلف طریقے بتائے ہیں اور درحقیقت آپ کو دیے ہیں۔ ترتیب اور امتزاج unk کے عنوان کے تحت unk pash کے جدید فارمولے کہہ سکتے ہیں یقیناً اس نے وہ اشارے استعمال نہیں کیے جو آج استعمال ہوتے ہیں لیکن وہ درحقیقت ان چیزوں کو گننے کا عمومی طریقہ فراہم کرنے کے قابل تھا آہ قدیم چین میں اور بھی حوالہ جات ہیں آہ پھر یونان اور پھر وہاں موجود ہیں۔ قدیم عرب اور اسرائیل میں کام کرتا ہے جو اس وقت کا جدید اسرائیل ہے لہذا آپ کہہ سکتے ہیں کہ عبرانی ادب میں گنتی کی تکنیکوں کا کچھ حوالہ ہے اس موضوع کا جدید علاج کتاب گدا کنجیکٹانڈی میں تفصیل سے ملتا ہے جو سترہ سو تیرہ میں شائع ہوئی تھی۔ اور یہ سوئس ریاضی دان جیکب برنولی کا ہے اس کی ٹائم لائن 1654 سے 1705 ہے یعنی یہ کتاب بعد از مرگ شائع ہوئی اور دیگر اہم شراکتیں ترنا گالیا پاسکل فرانسیسی ریاضی دان کی شکل میں ہیں لہذا اور ibniz یہ وہ مشہور ریاضی دان ہیں جنہوں نے حقیقت میں نظریہ امکان بھی پیدا کیا۔ ڈی میئر اور خود برنالیلو خاندان سے جیمز برنالی لی کہہ combinatorics ان تمام یورپی ریاضی دانوں نے اس موضوع کے مختلف پہلوؤں میں بہت تفصیل سے تعاون کیا ہے آپ euler اجزاء کے طور پر ترتیب اور امتزاج ہوتا ہے لہذا آپ کہہ سکتے ہیں کہ یہ مضمون کچھ پرانا ہے اور آپ ah سکتے ہیں جس میں ایک اہم ترین کے خاص طور پر کلاس 11 12 کے کورس میں ہم آپ کو گنتی کے بنیادی اصول بتاتے ہیں تاکہ آپ یہ کہہ سکیں کہ اصل میں گنتی کے کئی

بنیادی طریقے ہیں جن پر ہم اصل میں غور کرتے ہیں، مثال کے طور پر اگر میں کہوں کہ میرے پاس دو کاریں اور تین موٹرسائیکلیں ہیں اور میں چاہتا ہوں نقل و حمل کے لیے ایک گاڑی کا انتخاب کرنا ہے
تو میں کتنے طریقے چُن سکتا ہوں قدرتی طور پر کوئی فوراً جواب دے گا کہ دو جمع تین آپشنز ہیں
طریقے n طریقے ہیں ایک اور واقعہ جس کے لیے m طریقے یا m تو مثال کے طور پر اگر میرے پاس کوئی خاص واقعہ ہے جس کے لیے ہیں
تو a یا b کی کل تعداد m پلس n کے طریقوں کی کل تعداد ہو جائے گی
اصل میں آپ ایک عام آدمی کے طور پر کہہ سکتے ہیں کہ آپ اس کے بارے میں سوچ سکتے ہیں wh ich تو یہ گنتی کا پہلا اصول ہے
میں ہم اسے اضافی اصول کہتے ہیں جو کہ پہلا اضافہ ہے اس combinatorics کیونکہ یہ صرف امکانات کی تعداد کو جوڑ رہا ہے اس لیے
کے وقوع پذیر ہونے کے b واقع ہونا ہے اور دوسرے واقعہ a لیے میں باضابطہ طور پر بتاتا ہوں کہ اس کے لیے کچھ طریقے ہیں ایک واقعہ n طریقے ہیں اگر تمام طریقے الگ الگ ہیں
تو arb کی تعداد ہے ہم اسے سیٹوں کی جدید زبان میں بھی بیان کر سکتے ہیں۔ اس طرح اگر n ah جمع m کے وقوع پذیر ہونے کے طریقوں کی تعداد ہم سیٹ کی زبان استعمال کرتے ہیں
میں عناصر کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے جسے a کہا جاتا ہے سیٹ cardinality کی a ah تو میں اس علامت کو رکھ دیتا ہوں جسے سیٹ a ah کی cardinality بھی کہا جاتا ہے
ہے n کی کارڈنلٹی b ہے اور m کی کارڈنلٹی کو منقطع کر رہے ہیں a b اور a تو اضافی اصول یہ بتاتا ہے کہ اگر
کے برابر ہے لہذا بنیادی طور پر اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر آپ متعدد چیزوں پر غور کر رہے ہیں n جمع m کی کارڈنلٹی b تو یونین
تو طریقوں کی تعداد کو محض جمع کیا جا سکتا ہے۔ ایڈ کا مطلب ہے کہ اب آپ انہیں شامل کر سکتے ہیں میں نے یہاں دو واقعات لکھے ہیں اب آپ
فوری طور پر کئی واقعات کے لیے لکھ سکتے ہیں فرض کریں کہ میرے پاس تین واقعات ہیں فرض کریں کہ میرے پاس چار واقعات ہیں اور اگر
مجھے ان واقعات کے پیش آنے کے طریقوں کی کل تعداد پر غور کرنا ہے۔ پھر مجھے ان میں سے ہر ایک کے لیے صرف طریقوں کی تعداد کو
دو ایک m ایک دو واقع ہوں e ایک طریقے ہوں m شامل کرنا ہوگا لہذا اس سے عام اضافے کے اصول کو جنم دیتا ہے کہ ایک واقعہ کے لیے
میں سے کسی ایک کے ek دو e one e ہونے کا وزن ہوتا ہے پھر ek ایک واقعہ mk دو دو واقع ہوں اور اسی طرح e واقعہ کے لیے
ہے آئیے یہاں ایک سادہ مثال پر غور کریں کہ روزانہ سے ممبئی تک کوئی بھی ہوائی سفر mk دو جمع m ایک جمع m وقوع پذیر ہونے کی تعداد
کر سکتا ہے جو کہ آٹھ پروازیں ہیں۔ کیا وہاں ٹرین کے ذریعے اور 12 ٹرینیں دستیاب ہیں اور لینڈنگ اور زمین پر آپ یہاں لمبی دوری کی بس سروس استعمال کر سکتے ہیں یا وہ کار استعمال کر سکتے ہیں
تو پھر کتنے طریقوں سے کوئی روزانہ سے ممبئی تک کا سفر کر سکتا ہے قدرتی طور پر اگر آپ اس واقعہ پر غور کریں۔ ای ون کے طور پر ہوائی سفر کرنا
تو ای ون کی کارڈنلٹی آٹھ ہے اگر میں روزانہ سے ممبئی تک ٹرین کے ذریعے سفر کرنے کے واقعہ پر غور کروں
تو ای ٹو کی کارڈنلٹی بارہ ہوگی اور اگر آپ ای تھری کو سفر کرنے کا واقعہ سمجھتے ہیں۔ زمینی راستہ
تو اس کے پاس ای 3 کی کارڈنلٹی دو کے طور پر ہو سکتی ہے کیونکہ لمبی دوری سروس یا کار تھی لہذا اگر ہم رسمی طور پر اس کی وضاحت کریں کہ ای ایک ہوائی سفر کر رہا ہے
تو ای ون کی کارڈنلٹی آٹھ ای ٹو ہے ٹرین کے ذریعے سفر کر رہی ہے
تو ای ٹو کی کارڈنلٹی بارہ ہے اور ای تین فرض کریں کہ میں زمینی سفر پر غور کرتا ہوں
تو ای تھری کی کارڈنلٹی دو ہے
تو روزانہ سے ممبئی تک سفر کرنے کے کل راس
توں کی تعداد ہے
تو یہ ای ون یونین اور دو یونین ای تھری کی کارڈنلٹی ہوگی جو تمام منقطع ہیں۔
تو یہ ای ون پلس کارڈنلٹی ہے ای ٹو پلس کارڈنالٹی ای تھری کی کارڈنلٹی ہے
تو یہ آٹھ جمع بارہ جمع دو کے برابر ہے جو بائیس کے برابر ہے
تو اس کے کل بائیس طریقے ہیں روزانہ سے ممبئی کا سفر اگر اس قسم کے اختیارات دستیاب ہوں
تو ایک گنتی کی مثال کو واضح کرنے کے لیے عام طور پر ہم کچھ ہندسی شکلوں پر غور کرتے ہیں جن میں نیسٹڈ مثلث یا نیسٹڈ اسکوائر یا نیسٹڈ مستطیل وغیرہ ہوتے ہیں
تو میں ایک مسئلہ دوں گا جہاں ہمارے پاس گھونسلے والے مربع ہیں مثال کے طور پر ہم عام طور پر ایک شطرنج کے بورڈ پر غور کرتے ہیں جو آٹھ بائی آٹھ کا ہوتا ہے لہذا ہمارے پاس اس طرح کا کوئی بھی انتظام ہوسکتا ہے
تو آئیے غور کریں کہ پانچ بائی پانچ صف میں کتنے مربع ہوتے ہیں
تو میں آپ کو صرف خاکہ کے ذریعے دکھاتا ہوں تاکہ یہ بالکل واضح ہو جائے
تو یہ پانچ بائی پانچ کی صف ہے اور یہاں ہر سیل ایک مربع ہے ٹھیک ہے
تو اگر ہم غور کریں کہ ارے میں مربعوں کو بھی شمار کیا جا سکتا ہے یہاں تک کہ ایک بائے ایک مربع کا سیٹ ای ٹو کہے دو بائی دو مربع کا سیٹ ہے۔ ای تین تین بائی تین مربع کا سیٹ ای چار چار بائی چار مربع کا سیٹ ہے اور ای فائیو پانچ بائی پانچ مربع کا سیٹ ہے
تو آئیے اسے دیکھتے ہیں ایک ایک مربع کا مطلب ہے ہر فرد ہر ایک سیل ایک مربع ہے ٹھیک ہے
تو اگر ہم دیکھیں کہ ان میں سے کتنے ہیں
تو اگر ہم ای ون کی کارڈنلٹی پر غور کریں
تو اگر یہ پانچ بائی پانچ صف ہے
تو کل پانچ مربع جو کہ پچیس ایک ایک مربع ہے اگر ہم دو بائے دو مربعوں پر غور کریں جس کا مطلب ہے کہ ایک وقت میں دو لینا ہے
تو ایسا ہو رہا ہے اگر آپ یہاں گنتی کے طریقہ کار کو دیکھیں
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ہم اسے دو بائی دو مربع سمجھ سکتے ہیں اور پھر اگر میں پہلا کالم چھوڑ دوں اور میں اگلے ایک پر جاتا ہوں پھر میرے پاس یہاں دو اور دو ہیں اسی طرح اگر میں پہلے دو کو چھوڑ کر تیسرے اور چوتھے پر جاتا ہوں
تو پھر یہ ایک دو بہ دو ہے
تو اسی طرح میں پہلے تین کو چھوڑ سکتا ہوں اور میں جا سکتا ہوں چوتھا اور پانچواں پھر وہ بھی ایک دو سے دو ہے
تو اصل میں ایسے چار مربع ہیں کیونکہ ایسا کیا ہوا کہ شروع میں پانچ سیل ہوتے ہیں لیکن جب ہم ایک وقت میں دو لے رہے ہوتے ہیں
تو ہمیں ایک کو چھوڑنا پڑتا ہے کیونکہ پہلے والے سے شروع ہوتا ہے دو شمار کیے جاتے ہیں اور پھر ہم سلائی کر سکتے ہیں۔ de down
تو چار ایسے ہی ہیں اگر ہم اس کی چوڑائی پر غور کریں

تو یہ اب دو قطاروں پر قابض ہے
تو پھر ہم نیچے سلائیڈ کر سکتے ہیں ہم اس پر غور کر سکتے ہیں یہاں دوسری اور تیسری قطار سے ایک ہی گنتی کی جا سکتی ہے یعنی میں غور کر سکتا ہوں پہلا اور دوسرا ایک دوسرا اور تیسرا کالم اور تیسرا کالم تیسرا کالم اور چوتھا کالم چوتھا کالم اور پانچواں کالم
تو پھر یہ چار ایسے دو بائی دو مربع ہیں اور دوبارہ اگر ہم نیچے کی طرف کھسکتے ہیں
تو ہم تیسری اور چوتھی قطار پر غور کرسکتے ہیں۔
تو پھر اس طرح کے چار مربع ہوں گے اور ہم چوتھے اور پانچویں پر غور کرتے ہیں
تو پھر ایسے چار مربع ہوں گے
تو یہاں چار ایسے ہی کیسز ہیں
تو دو بائی دو مربع کی تعداد دراصل پانچ مائنس ایک مربع ہے جو کہ چار مربع ہے سولہ
تو میں نے صرف یہ بتانے کے لیے پانچ مائنس ایک لکھا ہے کہ چونکہ میں دو لے رہا ہوں اس لیے اب ایک کم ہوگا جو یہاں ایک نمونہ دیتا ہے اگر ہم تین ضرب تین مربعوں پر غور کریں
تو فرض کریں کہ میں تین ضرب تین پر غور کرتا ہوں۔ مربع
تو یہ پانچ منفی دو مربع بن جائے گا جو کہ نو ہے کیونکہ اگر میں تین بائی تین پر غور کر رہا ہوں
تو میں پہلے دوسرے تیسرے کالم اور پہلی دوسری تیسری قطار پر غور کروں گا تاکہ ایک تین بائی تین مربع ہو اور پھر اگر ہم کالم کے ساتھ ساتھ تیسرے چوتھے پانچویں کالم پر غور کروں گا AH سلائیڈ کریں اس کا مطلب ہے کہ میں اگلی بار دوسری تیسری چوتھی یا چوتھی پانچویں
تو ایک دو تین قطاروں میں تین ایسے تین بائی تین مربع ہوں گے اگر میں دوسری تیسری اور چوتھی قطار کو تیسری چوتھی اور پانچویں قطار پر غور کروں
تو وہی ہوتا ہے۔ کل تین میں تین ہوں گے
تو میں اسے پانچ مائنس دو مربع کی شکل میں لکھ رہا ہوں جو کہ نو ہے اور بالکل اسی طرح پھر آپ کو ای چار ملے گا چار ضرب چار مربع کا نمبر پانچ منفی تین مربع ہے
تو یہ آسان ہو جائے گا۔ چار اور پانچ ضرب پانچ مربع پانچ منفی چار مربع ہے جو کہ ایک پانچ ضرب پانچ مربع ہے وہاں صرف ایک ہے
تو کل تعداد اس کے برابر ہو رہی ہے جو ایک جمع چار جمع نو کے برابر ہے جمع سولہ جمع پچیس جو کہ پچپن کے برابر ہے
تو پانچ بائی پانچ صفوں میں اگر ہم تمام نیسٹڈ مربع سیلز پر غور کر سکتے ہیں
تو کل ایسے پچپن مربع دستیاب ہیں آہ آئیے اس کو عام کریں جیسے شطرنج کی بورڈ میں آپ کے پاس آٹھ ہیں۔ مربع
ارے پر غور کرتا ہوں n by n تو عام طور پر اگر میں ایک
مربع سیل ہوں گے ah تو ایسے کتنے
ارے میں کتنے مربع ہیں n by n تو میں اس پر غور کرتا ہوں کہ
کی قدریں لے سکتا ہوں پھر اگر ہم گنتی کا ایک ہی طریقہ رکھیں n مربع جہاں میں ایک سے i کا سیٹ سمجھتا ہوں i by کو ei تو اگر میں

مائنس دو مربع n مائنس ایک مربع تین ضرب تین کی تعداد ہوگی مربع n مربع ہے دو دو مربعوں کی تعداد n تو ایک ایک مربع کی تعداد صرف مربع کی تعداد ایک ہے لہذا اس طرح کے مربعوں کی کل تعداد آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں یہ صرف ایک n بذریعہ n ہوں گے اور اسی طرح نمبرز ral کے مربعوں کا مجموعہ n natu مربع تک یہ ہے پہلے n جمع دو مربع جمع تین مربع جمع ہے اور اسی طرح
n ارے میں مربعوں کی کل تعداد ایک جمع دو مربع جمع تین مربع جمع اور اسی طرح n by n تو ہم اصل میں اس کا فارمولہ جانتے ہیں لہذا ایک مربع ah ہے
جمع ایک سے چھ آہ آپ چیک کر سکتے ہیں کہ ہم نے مسئلہ پانچ n جمع ایک میں دو n میں ہے n تو آپ نے فارمولہ بنایا ہے کہ یہ اصل میں کا حل کیا ہے ہمیں پچپن کا جواب ملا
برابر پانچ کے برابر سمجھتے ہیں n تو اگر ہم یہاں
تو یہ پانچ میں چھ میں گیارہ میں چھ سے تقسیم ہو جاتا ہے
تو یہ چھ چھ کینسل آپ کو ملے گا پانچ میں گیارہ برابر ہے پچپن کے برابر جو اس کا جواب تھا اس لیے مثال کے طور پر ہم ایک شطرنج کے بورڈ پر غور کر سکتے ہیں کہ کتنے مربع ہیں مثال کے طور پر شطرنج کا بورڈ ایک 8 بائی 8 مربع صف ہے مربعوں کی کل تعداد 8 سے 9 میں سترہ ضرب چھ ہو جائے گی تاکہ یہ دو سو چار کے برابر ہو
تو شطرنج کی بورڈ میں ان کے مربعوں کی کل تعداد اگر آپ اسے دو سو چار کے برابر شمار کریں
تو آپ اسے ایک کے طور پر سمجھ سکتے ہیں۔ بہت سادہ مثال اضافی اصول کی وجہ سے ہم جو کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم کل واقعہ کو کئی واقعات کے اتحاد کے طور پر تقسیم کر رہے ہیں اور پھر ہم ان واقعات میں سے ہر ایک کے پیش آنے کے امکانات کی تعداد گنتے ہیں اور یہ واقعات متضاد ہیں
تو کتنے طریقوں سے مکمل واقعہ کی کل تعداد واقع ہو سکتی ہے جو صرف تمام امکانات کو شامل کر رہا ہے لہذا یہ امتزاج میں گنتی کا پہلا اصول واقع ہونا ہے b طریقے ہیں ایک واقعہ n طریقے ہیں اور اس کے m کے ہونے کے a اگلا اہم اصول ضرب کا اصول ہے اگر واقعہ ah ہے لہذا آپ کو زبان سے اضافی اصول میں ضرب کے اصول میں b پھر واقعہ کے وقوع پذیر ہونے کے طریقوں کی کل تعداد جس کے بعد واقعہ ہوتا ہے وغیرہ b واقع ہوتا ہے یا واقعہ a اضافی اصول میں فرق نظر آئے گا جیسے ہم کہہ رہے ہیں کہ واقعہ دونوں واقعات رونما ہو رہے ہیں لہذا ہم b اور a کا اضافہ کرتے ہیں n پلس m تو طریقوں کی کل تعداد کیا ہے لہذا ہم صرف اس صورت میں واقع ہوتا ہے یا پہلے آپ کہہ سکتے ہیں کہ b واقع ہوتا ہے اور پھر a کچھ اس طرح ہے کہ سب سے پہلے ered صرف غور کرتے ہیں
b آپ کے پاس ah دونوں واقع ہوتے ہیں b اور a واقع ہوتا ہے یا آپ صرف یہ کہہ سکتے ہیں کہ اس صورت میں ra واقع ہوتا ہے ah کا ضرب ہوگا۔ اس طرح سوچیں آہ میں نے بتایا کہ دہلی سے ممبئی کے سفر کے 22 راستے ہیں n اور m شامل کرنے کے بجائے
،تو فرض کریں کہ ممبئی سے چنئی تک سفر کے 20 طریقے ہیں
تو پھر ممبئی سے چنئی تک کے سفر کے کل راس
توں کی تعداد کتنی ہے؟ اس صورت میں ہم پہلی صورت میں 22 طریقوں میں سے کوئی بھی اور دوسری صورت میں 20 طریقوں میں سے کوئی بھی استعمال کر سکتے ہیں تاکہ آپ ضرب کریں
تو یہ چار سو چالیس طریقوں سے بن جاتا ہے، لہذا میں اس ثبوت کی ایک مختصر سی مثال دیتا ہوں۔ یہ اس ضرب کے اصول کا ایک نظریاتی ثبوت ہے لہذا ہم سیٹ تھیوری کی اصطلاحات کا استعمال کرتے ہوئے سیٹ تھیوری کی زبان استعمال کر سکتے ہیں ایک سیٹ ہونا چاہئے جس میں m عناصر ایک ایک دو اور ایک واقعہ رونما ہونے کے لئے mw ہیں ays
اور اسی طرح ہم a one a two am الگ الگ عناصر پر مشتمل ہے m ایک سیٹ ہے جو a تو ہم اسے اس خاص انداز میں بیان کرتے ہیں کہ

ہوتا ہے تاکہ b کے بعد واقعہ a پر مشتمل لکھتے ہیں پھر وقوع کے طریقوں کی ممکنہ تعداد ایونٹ کے b 1 b 2 bn کو عناصر b سیٹ آپ اسے ترتیب شدہ جوڑوں کی شکل میں بیان کر سکیں

اسی طرح کا b کے پیش آنے کے لیے ہم طریقہ a اس کا کیا مطلب ہے کہ واقعہ a one b one تو مثال کے طور پر آپ کہہ سکتے ہیں تک وقوع پذیر کرنے کے لیے جیسا کہ میں کہہ سکتا ہوں کہ دہلی سے ممبئی کے سفر کے لیے ہم نے ایک b1 ah انتخاب کرتے ہیں۔ واقعات کو فلائٹ کا انتخاب کیا اس لیے شاید پہلی فلائٹ ہو اور ممبئی سے چنئی تک دوبارہ سفر کرنے کے لیے ہم نے پہلی سلائیڈ کا انتخاب کیا اس لیے اب آپ غور کر سکتے ہیں۔ دوسرے آپشنز یہاں یہ پہلی فلائٹ ہو سکتی ہے اور یہاں یہ دوسری فلائٹ ہو سکتی ہے اور اسی طرح یہاں کہا جاتا ہے پہلی فلائٹ اور یہاں یہ کوئی اور طریقہ ہے مثال کے طور پر یہ جہاز سے بھی ہو سکتا ہے اور پھر آپ دوسری فلائٹ لے سکتے ہیں۔ دہلی ٹی اور اسی طرح آخر کار یہاں آپ کے پاس آخری طریقہ ہے جو کار سے سفر کر bn اور اسی طرح b 1 a 2 b 2 2 ممبئی پھر o سے ہے کیونکہ ہم n میں m رہا ہے اور یہاں آپ پہلی پرواز کر سکتے ہیں اور اسی طرح اس انتظام سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ عناصر کی کل تعداد ah ہے ایک بار پھر ہم یہاں n ah میں m صف میں ترتیب دینے کے قابل ہیں لہذا طریقوں کی کل تعداد n بذریعہ m تمام عناصر کو کارڈنالٹی اصول کا استعمال کرتے ہوئے فارمولہ لکھ سکتے ہیں اگر ہم اس طرح لکھنا چاہتے ہیں ah let the cardinality of a be m the cardinality of bbn ah اور اسی طرح ان کو a one b one a one b two پھر یہ عناصر اصل میں کیا ہیں cartesian مصنوعات کے عناصر کے طور پر سمجھا جا سکتا ہے a cross b ok

کا x ہے اس طرح کہ xy تو ایک کراس بی در اصل ایک بی ایک ایک بی ٹو ہے اور اسی طرح جس پر ہم بھی اس طرح لکھتے ہیں یہ ایک عنصر سے تعلق رکھتا ہے b سے ہے ay تعلق

تو پھر کراس بی کی کارڈنلٹی کچھ نہیں ہے لیکن کارڈنالٹی بی اے کی بنیادی حیثیت میں ہم اسے ایک کمپ کے طور پر غور کر سکتے ہیں۔ ound ایونٹ کا مطلب ہے کہ جب ایک واقعہ پیش آرہا ہے اور پھر اس کے بعد دوسرا واقعہ آتا ہے

تو اسے ایک مرکب واقعہ سمجھا جا سکتا ہے لہذا مرکب واقعہ کے امکانات کو شمار کرنے کے طریقوں کی تعداد کچھ نہیں ہے لیکن آپ انفرادی واقعات کے لئے ضرب لگاتے ہیں جو وہاں شامل آہ آپ اسے آسانی سے دو سے زیادہ واقعات میں دوبارہ عام کر سکتے ہیں لہذا ہمارے پاس عام دو دو واقع ہونے کے e دو طریقے ہیں واقعہ m کے لئے ایک طریقے ہیں اور واقعہ ہونے کے بھی m ضرب کا اصول ہے لہذا آہ ہونے دیں کا واقع ہونا ہے ek کا وزن واقعہ mk لئے اور اسی طرح

یہ یہاں پر ایک m 1 m 2 mk اس ترتیب میں پیش آتے ہیں ek اور اسی طرح e one e two تو واقعات کی کل تعداد جس میں واقعات پر غور کیا b ah اور پھر واقعہ a نکتہ ہے جس پر آپ کو یہاں نوٹ کرنا چاہئے کہ مثال کے طور پر اس معاملے میں میں نے پہلے واقعہ کا a کہتا ہوں اور پھر واقعہ b فرض کریں آپ آرڈر کا تبادلہ کرتے ہیں فرض کریں کہ پہلے میں واقعہ mn ah اور پھر میں نمبر لکھ رہا ہوں مطلب ہے کہ میں صرف سرخ ہوں۔ میرے واقعات کو اب ظاہر کرنا اگر ہم اسی منطق کو لاگو کرتے ہیں ہو گا اب یہ حیرت کی بات نہیں ہے کیونکہ اگر آپ ضرب ضرب کو متغیر سمجھتے ہیں nm تو جواب

تو mn اور nm ایک جیسے ہیں اس لیے اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا اس لیے عام ضرب اصول میں جب میں واقعات لکھ رہا ہوں e one e ہوتا ہے پھر ek ہوتا ہے اور پھر آخر میں e 2 ہوتا ہے پھر e 1 وہ اس خاص ترتیب میں واقع ہوتے ہیں یعنی میں کہتا ہوں کہ پہلے ek دو ہے ضرب متغیر ہے آپ کو وہی جواب ملے گا اگر میں واقعات کو کسی اور ترتیب میں چلاتا ہوں mk دو میں m ایک سے m امکانات کی تعداد ہوتا ہے e1 واقع ہوتا ہے اور پھر e7 واقع ہوتا ہے اور پھر شاید e3 مثال کے طور پر میں پہلے کہہ سکتا ہوں کہ تو کسی اور ترتیب میں اگر میں لکھوں

تو پھر بھی عناصر کی تعداد ہے یا طریقوں کی تعداد یکساں ہوگی کیونکہ اگر میں کارٹیشین پروڈکٹ کو کراس بی آر بی کراس اے سمجھتا ہوں a کراس b مختلف ہو کیونکہ اگر میں کہوں m ay تو اس میں عناصر کی تعداد اتنی ہی ہوتی ہے جو عناصر کی ترتیب ایک جیسا نہیں ہے بلکہ کل نمبر ایک ہی ہے لہذا یہ b ایک اور یہ ایک a ایک کے بعد b یعنی a ایک کہنا ہوگا پھر b تو سب سے پہلے آپ کو ہے ایک اور نکتہ جس کا تذکرہ کرنے کی ضرورت ہے میں اسے ضرب کے اصول میں صرف ایک تبصرہ کے طور پر لکھتا ہوں جس ترتیب میں واقعات رونما ہوتے ہیں اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا کیونکہ ضرب متغیر ہوتی ہے اور اس لیے بھی کہ سیٹوں کی کارٹیشین مصنوعات کی بنیادی حیثیت پر منحصر نہیں ہے ۔ ترتیب جس میں سیٹ ایک کارٹیشین مصنوعہ آہ میں لیے جاتے ہیں لہذا یہ ضرب کا اصول درحقیقت ان میں سے ایک ہے جیسے آپ کہہ سکتے ہیں کہ اصل میں شمار کرنے کا بہت بنیادی اصول ہے جس میں آپ کی سی بی ایس ای کی نصابی کتاب سمیت بیشتر نصابی کتابوں میں یہ پہلے اصول کے طور پر لکھا گیا ہے۔ درحقیقت یہاں میں نے ایک اضافی چیز کا اضافہ کیا ہے جو پہلے اصول کے طور پر h اضافی اصول ہے لیکن عام طور پر کتابوں میں میں ضرب کے اصول سے شروع کروں گا۔

تو بہرحال آہ میں نے اسے یہاں متعارف کرایا ہے آئیے ہم یہاں آہ کی کچھ مثالیں دیکھتے ہیں 50 طلباء کی کلاس میں 20 ناپ رہے ہیں فزکس 20 کیمسٹری میں پیمائش کر رہے ہیں اور 10 ریاضی میں پیمائش کر رہے ہیں

تو ہم کتنے طریقوں سے کر سکتے ہیں؟ ہر گروپ میں سے ایک نمائندہ منتخب کریں

تو ہم چاہتے ہیں کہ ایک آہ تین نمائندے ہوں اس طرح کہ ایک فزکس سے ہو ایک کیمسٹری سے ہو اور ایک آہ ریاضی سے ہو

تو اب یہ بہت آسان چیز ہے اگر ہم ضرب کے اصول کو لاگو کریں اس صورت میں اگر میں اس پر پہلے غور کروں

تو اس کا مطلب یہ ہے کہ طلباء فزکس میں پیمائش کر رہے ہیں لہذا نمائندہ وہاں سے ہے لہذا وہ بیس طلباء میں سے کوئی بھی ہو سکتا ہے تو طریقوں کی کل تعداد بیس ہو جائے گی اس طرح اگر میں فزکس کیمسٹری کے لیے لکھوں اور ریاضی پھر اگر ہم یہاں اشارے کا استعمال کرتے ہیں

تو میں آپ کو یہاں ایک منظم پریزنٹیشن دیتا ہوں

تو آئیے ہم اس بات پر بھی غور کریں کہ فزکس میں تعلیم حاصل کرنے والے طلباء میں سے نمائندے کا انتخاب بھی اسی طرح اگر میں سمجھتا ہوں۔ ریاضی میں تعلیم حاصل کرنے والے طلباء سے ایک نمائندہ کا انتخاب e3 سائڈر ای ٹو کیمسٹری میں نمائندے کے طور پر پیمائش کرتا ہے اور کرتا ہے

تو پھر اگر میں ای ون کی کارڈنلٹی پر غور کروں جو ای ٹو کی بیس کارڈنلٹی ہے جو بیس ہے اور ای تھری کی کارڈنلٹی جو کہ برابر ہے۔ دس اور اس لیے اب ای ون کراس ای ٹو کراس ای تھری کی بنیادی حیثیت جو کہ بیس سے بیس سے دس کے سوا کچھ نہیں ہے جو کہ چار ہزار کے برابر ہے

تو ہر گروپ میں سے ایک آہ تین نمائندوں کو منتخب کرنے کے چار ہزار مختلف طریقے ہیں آہ آئیے غور کریں۔ ایک ٹرنری سیکوینس اس طرح ایک ٹرنری سیکوئنس ہندسوں پر مشتمل ہوتا ہے کہو کہ صفر ایک اور دو ٹھیک ہے جیسے بائنری سیکوئنس صفر ایک پر مشتمل ہوتا ہے اسی طرح ایک آہ ٹرنری سیکوینس ہندسوں پر مشتمل ہوتا ہے صفر ایک دو

تو کتنے پانچ ہندسوں کے ٹرنری سیکونسز بن سکتے ہیں

تو اب آپ دیکھیں میں پانچ ہندسوں کی ٹرنری ترتیب پر غور کرتا ہوں لہذا یہ پانچ جگہیں ہیں پہلی جگہ میں میں صفر ایک یا دو میں سے ایک رکھ سکتا ہوں ٹوپی کا مطلب ہے کہ پہلی جگہ تین مختلف طریقوں سے بھری جا سکتی ہے دوسری جگہ پر بھی میں صفر ایک دو میں سے کسی ایک کو

تیسری جگہ بھی رکھ سکتا ہوں اور میں صفر ایک دو میں سے کسی کو بھی چوتھی جگہ پر رکھ سکتا ہوں اور پانچویں نمبر پر بھی ایک ہی منطق کو دہرایا جائے گا لہذا ہر پوزیشن میں ہم 0 1 یا 2 میں سے کسی ایک کو رکھ سکتے ہیں ۔ لہذا ہر پوزیشن کو پُر کرنے کے طریقوں کی تعداد تین کل نمبر استعمال کرسکتا ہوں۔ اس طرح کے ٹرنری mp پوزیشنوں کی کل تعداد ہے پانچ ہے لہذا مختصر میں ضرب کے اصول سے میں ہے میں پر ضرب کے اصول کی اس مزید مثالوں پر مندرجہ ذیل لیکچر ah سیکوینسز کا 3 سے 3 میں 3 میں 3 ہے یعنی 3 کا پاور 5 جو کہ 243 ہے۔ ترتیب اور مجموعے آپ ah میں جاری رکھوں گا اور پھر ہم ان انتظامات کے بارے میں بات کریں گے جو