

म्हणून [संगीत ] दैनंदिन जीवनात आपल्याला विविध समस्या येतात ज्यात आह मोजणे समाविष्ट असते उदाहरणार्थ जर तुमच्याकडे तीन प्रकारची वाहने असतील तर उदाहरणार्थ तुमच्याकडे कार असू शकते, तुमच्याकडे स्कूटर असू शकते आणि तुमच्याकडे सायकल असू शकते.

मग ऑफिसला जाण्यासाठी तुम्ही यापैकी एक निवडू शकता अहो मी एक शिक्षक आहे आणि मी वर्गात 10 विषय समाविष्ट केले आहेत आणि मला पाच प्रश्न द्यायचे आहेत म्हणून मी पाच प्रश्न करण्यासाठी विषय किती प्रकारे निवडू शकतो ? अहो, तुम्ही फ्लाइटमध्ये तिकीट बुक केले असेल आणि मग तुम्ही काउंटरवर जाता तेव्हा जागा वाटप केल्या जातात

त्यामुळे सीट वाटप करण्याचे अनेक मार्ग आहेत उदाहरणार्थ तुम्हाला एक खिडकीची सीट किंवा मधली सीट किंवा सीट मिळू शकते. जे इमर्जन्सी एक्झिट जवळ आहे अह अशाच प्रकारची वाटप समस्या उद्भवते जेव्हा एका व्यक्तीसाठी किंवा एका कुटुंबासाठी ट्रेनमध्ये जागा वाटप केल्या जातात

त्यामुळे सर्वसाधारणपणे तुम्हाला मोजणी समस्यांना सामोरे जावे लागते वाटप समस्या व्यवस्था समस्या जीवनाच्या प्रत्येक वाटेवर उदाहरणार्थ खेळाडूंचा संघ निवडायचा असतो

त्यामुळे 20 संभाव्य खेळाडू असतात आणि संघ समजा हा एक क्रिकेट संघ आहे,

त्यामुळे शेवटी तुम्हाला फक्त 11 पूर्ण खेळाडू आणि एक राखीव खेळाडू निवडावा लागेल,

म्हणजे किती 20 खेळाडूंमधून तुम्ही हे 12 खेळाडू निवडू शकता , जसे की 11 मुख्य संघात खेळायचे आहेत आणि एक खेळाडू राखीव संघात आहे, अशाच प्रकारची समस्या उद्भवते आणि काही निर्णय घेण्यासाठी आम्हाला एक समिती स्थापन करावी लागते.

अभ्यासक्रमांच्या यादीतून अभ्यासक्रम उदाहरणार्थ प्रत्येक सेमिस्टरच्या सुरुवातीला विद्यार्थ्यांनी ३० अभ्यासक्रमांच्या यादीतून ५ अभ्यासक्रम निवडावेत जे उपलब्ध आहेत

त्यामुळे तो किती मार्गांनी निवडू शकतो त्यानंतर पुन्हा निवडीवर बंधने येऊ शकतात उदाहरणार्थ, त्यापैकी दोन अनिवार्य असावे लागतील आणि त्यापैकी तीनपैकी दोन हे वैकल्पिक अभ्यासक्रम असावे लागतील त्यापैकी एक कदाचित प्रयोगशाळेतील असावा, म्हणून मोजणीच्या या समस्या जवळजवळ प्रत्येक डिसेंबरमध्ये येतात.

दैनंदिन जीवनात आयसिओन बनवण्याची प्रक्रिया आह या विषयाचा इतिहास

क्रमपरिवर्तन आणि संयोजन या शब्दांबद्दल मी थोडक्यात सांगू या म्हणजे आह मोजण्याशी संबंधित समस्या काही भारतीय गणितज्ञांनी इ. स.

पूर्व ६ व्या शतकाच्या आसपास मांडल्या.

खरं तर प्राचीन ग्रंथांमध्ये संदर्भ आहेत अह उदाहरणार्थ सुश्रुत संहिता मध्ये एक संदर्भ आहे मला फक्त ते सुश्रुत संहिता म्हणू दे हे सुश्रुत द्वारे आहे ते प्राचीन भारतीय वैद्यकीय व्यावसायिक होते म्हणून तुम्ही डॉक्टर म्हणू शकता अशा पहिल्यापैकी एक म्हणू शकता आणि तो उल्लेख करतो की जर सहा वेगवेगळ्या चाचण्या असतील तर या चर्चीचे किती मिश्रण करून औषध तयार करता येतील आणि त्यांनी उत्तर दिले की 63 ही संख्या आहे ज्याचा उल्लेख सुश्रुत सनिता यांनी केला आहे आता आधुनिक परिभाषेत आपण त्याची गणना आधुनिक शब्दावलीत करू

शकतो हे असे आहे.

तुम्हाला थोड्या वेळाने समजावून सांगेन आधुनिक शब्दावलीत याची गणना खालीलप्रमाणे केली जाऊ शकते म्हणजे आम्ही एक निवडल्यास चाचणी म्हणून

एकाच चाचणीसह एक औषध सहा मार्गांनी निवडले जाऊ शकते जे दोन चाचण्यांच्या संयोजनासह दोन चाचण्यांचे संयोजन आहे असे औषध विचारात घेतल्यास ते निवडले जाऊ शकते आता तुमच्याकडे एकूण सहा शक्यता आहेत

त्यामुळे तुम्ही पहिले औषध घेऊ शकता.

सहा मार्गांनी निवडा दुसरा तुम्ही पाच मार्गांनी निवडू शकता परंतु ते कोणत्या क्रमाने निवडले आहेत हे महत्त्वाचे नाही म्हणून तुम्ही त्यास दोनने भागू शकता

त्यामुळे ही संख्या पंधरा होईल त्याचप्रमाणे जर आपण तीनच्या मिश्रणासह औषधाचा विचार केला तर ही संख्या पंधरा होईल.

चाचण्या मग आता पुन्हा निवडल्या जाऊ शकतात हे सहा मार्ग पाहू या पहिला एक निवडण्याचे पाच मार्ग दुसरा निवडण्याचे पाच मार्ग आणि तिसरा निवडण्याचे चार मार्ग आता पुन्हा एकदा या तीन गोष्टी कोणत्याही विशिष्ट क्रमाने असू शकतात.

काही फरक पडत नाही म्हणून आपण तीन ने दोन मध्ये विभाजित करतो म्हणजे 20 मार्गांच्या समान आहे त्याचप्रमाणे जर तुम्ही चार चाचण्यांच्या मिश्रणासह औषधाचा विचार केला तर ते chos होऊ शकते en सहा मध्ये पाच मध्ये 4 मध्ये 3 मध्ये 4 ने 3 मध्ये 2 मध्ये 1 भागिले म्हणजे फक्त 15 मार्गांनी

पाच चाचण्यांचे मिश्रण असलेले औषध सहा ते पाच मध्ये चार मध्ये तीन मध्ये दोन भागून पाच मध्ये चार मध्ये निवडले जाऊ शकते.

तीन ते दोन ते एक म्हणजे सहा मार्ग आणि

सर्व सहा असलेले औषध म्हणजे फक्त एकच मार्ग म्हणून आता तुम्ही एकूण मार्गांची संख्या बघितली जी सहा अधिक पंधरा अधिक वीस अधिक पंधरा अधिक सहा अधिक एक अशी आहे.

सहजतेने तेसष्ट पाहू शकतात

त्यामुळे तुम्ही येथे पाहू शकता की सहा वेगवेगळ्या चाचण्यांचे किती मिश्रण करून औषध तयार केले जाऊ शकते म्हणून तिसठ मार्ग आहेत म्हणून या प्रकारची गणना प्राचीन भारतात ज्ञात होती अह नंतर दुसरी म्हणजे सुमारे 3 व्या शतकात बीसी पिंगला नावाच्या संस्कृत विद्वानाने चंद्रसूत्र लिहिले

आणि त्याने एका वेळी दोन घेतलेल्या एका दिलेल्या संख्येच्या संयोगांची संख्या निश्चित करण्याच्या पद्धतीवर चर्चा केली जेणेकरून तुम्हाला समजेल.

नाम चंद सूत्र म्हणजे विविध प्रकारच्या संयोगाने विविध चंद कसे लिहायचे , उदाहरणार्थ तुमच्याकडे ही अनेक मात्रे आहेत, ही अनेक अक्षरे आहेत, म्हणून त्यांनी अक्षरांच्या विविध संयोगांचा विचार करण्यासाठी मोजणी पद्धती वापरल्या.

हा दुसरा संदर्भ जैन गणितज्ञांचा आहे आणि त्यांनी या विषयाचा अभ्यास केला.

विकल्प आहे हे नाव सुमारे 850 एडी आहे जैन गणितज्ञ महावीर यांनी क्रमपरिवर्तन आणि संयोजनासाठी सामान्य सूत्रे 1150 एडी एह गणितज्ञ भास्कराचार्य 2 एह प्रदान केली आहेत म्हणून खरेतर भास्कराचार्य 2 हे सर्वात महत्वाचे प्राचीन भारतीय गणितज्ञ म्हणून ओळखले जाते ज्याचे श्रेय त्यांना दिले जाते.

त्यावेळेपर्यंत ज्ञात असलेले सर्व निकाल प्रत्यक्षात संकलित केले आणि स्वतःचे निकालही मोठ्या संख्येने जोडले म्हणून त्याने आपल्या पुस्तकात ah con देखील केले जे लीलावती नावाचे प्रसिद्ध पुस्तक आहे ज्याचे नाव त्याच्या मुलीच्या नावावर ठेवले गेले आहे म्हणून या विषयाखाली unk pash या विषयाखाली त्याने मोजणीच्या विविध पद्धती दिल्या आहेत आणि त्याने तुम्हाला प्रत्यक्षात दिल्या आहेत क्रमपरिवर्तन आणि संयोजनासाठी आधुनिक सूत्रे सांगू शकतात , अर्थातच आज वापरल्या जाणाऱ्या नोटेशन्स त्यांनी वापरल्या नाहीत परंतु प्रत्यक्षात या गोष्टी मोजण्याची सामान्य पद्धत प्रदान करण्यात तो सक्षम होता,

अह , प्राचीन चीनमध्ये अह, मग ग्रीस, नंतर तेथे इतर संदर्भ आहेत.

प्राचीन अरब आणि इस्रायलमध्ये काम करते जे त्यावेळेचे आधुनिक इस्त्रायल आहे म्हणून आपण म्हणू शकता की हिब्रू साहित्यात मोजणी तंत्राचा काही संदर्भ आहे या विषयाची आधुनिक चिकित्सा

सतराशे तेरा मध्ये प्रकाशित झालेल्या ass conjectandi या पुस्तकात तपशीलवार आढळते.

आणि हे स्विस गणितज्ञ जेकब बर्नोली यांनी 1654 ते 1705 अशी त्यांची टाइमलाइन आहे याचा अर्थ हे पुस्तक मरणोत्तर प्रकाशित झाले आणि इतर महत्त्वाचे योगदान टार्टा गॅलिया पास्कल या फ्रेंच गणितज्ञांचे स्वरूप आहे म्हणून हे प्रसिद्ध गणितज्ञ आहेत ज्यांनी संभाव्यतेचा सिद्धांत प्रत्यक्षात आणला.

डी महापौर आणि बर्नोलिलो कुटुंबातील जेम्स बर्नोली ले इब्रिझ आणि युलर या सर्व युरोपियन गणितज्ञांनी या विषयाच्या विविध पैलूंमध्ये खूप तपशीलवार योगदान दिले आहे, आपण असे म्हणू शकता की संयोजनशास्त्र ज्यामध्ये क्रमपरिवर्तन आणि संयोजन हे सर्वात महत्त्वाचे घटक आहे म्हणून आपण असे म्हणू शकता की हा विषय काहीसा जुना आहे आणि आपल्यासाठी विशिष्ट आहे.

इयत्ता 11 12 च्या अभ्यासक्रमात आम्ही तुम्हाला मोजणीची मूलभूत तत्त्वे सांगतो जेणेकरून तुम्ही म्हणू शकाल की आम्ही प्रत्यक्षात ज्या गोष्टींचा विचार करतो त्या मोजण्याच्या अनेक मूलभूत पद्धती आहेत , उदाहरणार्थ जर मी म्हणालो की माझ्याकडे दोन कार आणि तीन मोटारसायकल आहेत आणि मला हवे आहे.

वाहतुकीसाठी एक वाहन निवडायचे असेल तर मी किती मार्ग निवडू शकतो

त्यामुळे स्वाभाविकपणे कोणी लगेच उत्तर देईल की दोन अधिक तीन पर्याय आहेत, उदाहरणार्थ, जर माझ्याकडे काही विशिष्ट कार्यक्रम असेल ज्यासाठी m पद्धती किंवा m मार्ग आहेत असे म्हणा.

दुसरी घटना ज्यासाठी n मार्ग आहेत तर

a किंवा b साठी एकूण पद्धतींची संख्या m प्लस n होईल म्हणून हे पहिले मोजणीचे तत्त्व आहे wh ich खरं तर एक सामान्य माणूस म्हणून तुम्ही म्हणू शकता की तुम्ही त्याबद्दल विचार करू शकता कारण ते फक्त शक्यतांची संख्या जोडत आहे म्हणून संयोजनशास्त्रात आम्ही त्याला जोडत म्हणतो प्रथम एक बेरीज आहे म्हणून मी औपचारिकपणे हे सांगू द्या की यासाठी मी मार्ग असू द्या एखादी घटना a घडायची आणि दुसरी घटना b घडण्यासाठी n मार्ग असू द्या जर सर्व मार्ग वेगळे असतील तर arb घडण्याच्या मार्गांची संख्या m अधिक आहे n आहे आपण ते सेटच्या आधुनिक भाषेत व्यक्त करू शकतो हे देखील मला सांगू द्या अशा प्रकारे जर आपण सेटची भाषा वापरली तर मी हे चिन्ह ठेवू या याला ah ची कार्डिनॅलिटी म्हणतात संच a मधील घटकांची संख्या दर्शवते ज्याला सेट a ah ची कार्डिनॅलिटी देखील म्हणतात तर जोडणीचे तत्त्व असे सांगते की जर a आणि b a च्या कार्डिनॅलिटीला m आहे आणि b ची कार्डिनॅलिटी n आहे, तर b ची कार्डिनॅलिटी m अधिक n च्या बरोबरीची आहे म्हणून मुळात याचा अर्थ असा आहे की जर तुम्ही अनेक गोष्टींचा विचार करत असाल तर मार्गांची संख्या फक्त जमा होऊ शकते ed म्हणजे तुम्ही आता त्यांना जोडू शकता मी येथे दोन घटना लिहिल्या आहेत आता तुम्ही अनेक इव्हेंट्ससाठी लगेच लिहू शकता समजा माझ्याकडे तीन इव्हेंट आहेत समजा माझ्याकडे चार इव्हेंट आहेत आणि मला त्या घटना घडण्याच्या एकूण मार्गांची संख्या विचारात घ्यायची असल्यास मग मला त्या प्रत्येकासाठी फक्त मार्गांची संख्या जोडावी लागेल जेणेकरून हे सामान्य जोडणीचे तत्त्व वाढवेल.

एखादी घटना घडण्यासाठी ek चे वजन

असते तर e one e 2 ek पैकी एकाची संख्या m one अधिक m दोन अधिक mk असते.

इथे एक साथे उदाहरण पाहू या म्हटल्यापासून दररोज मुंबईपर्यंत कोणीही विमानाने प्रवास करू शकतो म्हणजे आठ उड्डाणे रेल्वेने आहे का आणि 12 गाड्या उपलब्ध आहेत आणि जमिनीवर आहेत आणि तुम्ही येथे लांब पल्ल्याच्या बस सेवा वापरू शकता किंवा तो कार वापरू शकता, मग एखादी व्यक्ती दररोज किती मार्गांनी मुंबईतून प्रवास करू शकते इतक्या नैसर्गिकरित्या तुम्ही या घटनेचा विचार केल्यास ई वन म्हणून विमानाने प्रवास केला तर ई वन चे कार्डिनॅलिटी आठ आहे जर मी दररोज ट्रेनने मुंबई प्रवास करण्याच्या घटनेचा विचार केला

तर ई दोन ची कार्डिनॅलिटी बारा होईल आणि जर तुम्ही ई थ्री ने प्रवास केल्याची घटना मानली तर जमिनीचा मार्ग असेल तर त्याला e3 चे कार्डिनॅलिटी दोन असू शकते कारण लांब अंतर ही सेवा किंवा कार होती

त्यामुळे जर आपण औपचारिकपणे परिभाषित केले की ई एक विमानाने प्रवास करत आहे तर ई वन ची कार्डिनॅलिटी आठ ई टू रेल्वेने प्रवास करत आहे तर ई दोनची कार्डिनॅलिटी बारा आणि ई तीन समजा मी जमिनीवरून प्रवास करण्याचा विचार केला तर ई तीन ची मुख्यत्वे दोन आहेत,

त्यामुळे दररोज ते मुंबई प्रवास करण्याच्या एकूण मार्गांची संख्या आहे,

त्यामुळे हे ई वन युनियन आणि दोन युनियन ई तीनचे कार्डिनॅलिटी असेल जे सर्व विसंगत आहेत.

म्हणजे ई वन प्लस कार्डिनॅलिटी ची ई टू अधिक कार्डिनॅलिटी आहे ई थ्री ची कार्डिनॅलिटी म्हणजे आठ अधिक बारा अधिक दोन म्हणजे बावीस च्या बरोबरी म्हणून एकूण बावीस मार्ग आहेत दैनंदिन ते मुंबई प्रवास करणे जर असे पर्याय उपलब्ध असतील तर एक मोजणीचे उदाहरण स्पष्ट करण्यासाठी सामान्यतः आम्ही काही भौमितिक आकारांचा विचार करतो ज्यामध्ये नेस्टेड त्रिकोण किंवा नेस्टेड स्केअर किंवा नेस्टेड आयत इत्यादि असतात म्हणून मी एक समस्या देईन जिथे आपल्याकडे नेस्टेड स्केअर आहेत.

आम्ही सहसा बुद्धिबळ मंडळाचा विचार करतो जो आठ बाय आठ असतो

त्यामुळे आमच्याकडे अशा प्रकारची कोणतीही व्यवस्था असू शकते म्हणून आपण विचार करू या

की पाच बाय पाच अंरैमध्ये किती चौरस आहेत ते अगदी स्पष्ट करण्यासाठी मी तुम्हाला आकृतीद्वारे दाखवतो.

तर हा पाच बाय पाच अंरै आहे आणि प्रत्येक सेल हा येथे एक चौरस आहे ठीक आहे, जर आपण अंरैमधील चौरसांचा विचार केला तर एक बाय एक चौरस e दोन हा दोन बाय दोन चौरसांचा संच आहे.

e तीन तीन बाय तीन चौरसांचा संच e चार म्हणजे चार बाय चार चौरसांचा

संच आणि e पाच म्हणजे पाच बाय पाच चौरसांचा संच

त्यामुळे आपण फक्त एक एक चौरस म्हणजे प्रत्येक व्यक्ती पाहू.

प्रत्येक वैयक्तिक सेल हा एक चौरस आहे ठीक आहे, जर आपण यापैकी किती आहेत ते पाहिल्यास, जर आपण ई वन ची कार्डिनॅलिटी विचारात घेतली तर ती पाच बाय पाच अंरै असेल तर एकूण पाच वर्ग म्हणजे पंचवीस एक चौरस आहेत.

जर आपण दोन बाय दोन चौरस मानले म्हणजे एका वेळी दोन घ्या तर असे होत आहे जर तुम्ही येथे मोजण्याची पद्धत बघितली तर आपण

हे दोन बाय दोन चौरस म्हणून समजू शकतो आणि नंतर मी पहिला स्तंभ सोडल्यास आणि मी पुढच्याकडे जातो मग माझ्याकडे आणखी दोन बाय दोन आहेत त्याचप्रमाणे जर मी पहिले दोन सोडून तिसऱ्या आणि चौथ्याकडे गेलो तर पुन्हा हे दोन बाय दोन आहे तर त्याचप्रमाणे मी पहिले तीन सोडू शकतो आणि मी जाऊ शकतो चौथ्या आणि पाचव्या नंतर ते देखील दोन बाय दोन आहे

त्यामुळे प्रत्यक्षात असे चार चौरस आहेत कारण काय झाले की सुरुवातीला पाच पेशी असतात परंतु जेव्हा आपण एका वेळी दोन घेत असतो तेव्हा आपल्याला एक वगळावे लागते कारण पहिल्यापासून सुरू होते दोन मोजले जातात आणि नंतर आपण s1i करू शकतो de down म्हणजे जर आपण याच्या रुंदीचा विचार केला तर ती आता दोन ओळी व्यापत आहे

त्यामुळे पुन्हा आपण खाली सरकतो आपण याचा विचार करू शकतो इथे दुसऱ्या आणि तिसऱ्या ओळीतून समान मोजणी केली जाऊ शकते याचा अर्थ मी विचार करू शकतो.

पहिला एक आणि दुसरा एक दुसरा स्तंभ आणि तिसरा स्तंभ तिसरा स्तंभ आणि चौथा स्तंभ चौथा स्तंभ आणि पाचवा स्तंभ म्हणजे पुन्हा चार असे दोन बाय दोन चौरस आहेत आणि जर आपण खाली सरकलो तर आपण तिसरी आणि चौथी पंक्ती विचारात घेऊ शकतो.

त्यामुळे पुन्हा असे चार चौरस असतील आणि आपण चौथा आणि पाचवा विचार केला तर पुन्हा असे चार चौरस असतील

त्यामुळे येथे अशी चार प्रकरणे आहेत म्हणून दोन बाय दोन चौरसांची संख्या प्रत्यक्षात पाच वजा एक चौरस म्हणजे चार चौरस आहे.

सोळा म्हणून मी पाच वजा एक लिहिला आहे फक्त हे स्पष्ट करण्यासाठी की मी दोन घेत असल्याने आता एक कमी असेल जो येथे एक नमुना देतो जर आपण तीन बाय तीन चौरसांचा विचार केला तर समजा मी तीन बाय तीन मानतो चौरस असेल तर तो पाच वजा दोन चौरस होईल म्हणजे नऊ आहे कारण जर मी तीन बाय तीनचा विचार करत असेल तर मी पहिला दुसरा तिसरा स्तंभ आणि पहिली दुसरी तिसरी पंक्ती विचारात घेईन म्हणजे एक तीन बाय तीन चौरस असेल आणि नंतर जर आपण स्तंभाच्या बाजूने सरकलो तर याचा अर्थ मी पुढच्या वेळी दुसरा तिसरा चौथा किंवा चौथा पाचवा आहे तिसरा चौथा पाचवा स्तंभ विचारात घेतो, तर एका दोन तीन ओळींमध्ये असे तीन तीन बाय तीन चौरस असतील, जर मी दुसरी तिसरी आणि चौथी पंक्ती तिसरी चौथी आणि पाचवी पंक्ती मानली तर तेच होईल.

एकूण तीन ते तीन असतील म्हणून मी ते लिहित आहे पाच वजा दोन चौरस म्हणजे नऊ आणि अगदी तशाच प्रकारे मग तुम्हाला ई चार मिळेल

चार चौरसांची संख्या पाच वजा तीन चौरस आहे म्हणजे ते फक्त होईल चार आणि पाच बाय पाच चौरस म्हणजे पाच वजा चार चौरस म्हणजे एक पाच बाय पाच चौरस तेथे फक्त एकच आहे

त्यामुळे एकूण संख्या एक अधिक चार अधिक नऊ इतकी आहे अधिक सोळा अधिक पंचवीस म्हणजे पंचावन्न च्या बरोबरी म्हणजे पाच बाय पाच अंरैमध्ये जर आपण सर्व नेस्टेड स्केअर सेलचा विचार करू शकलो तर असे एकूण पंचावन्न स्केअर उपलब्ध आहेत अहो आपण याचे सामान्यीकरण करू या जसे की बुद्धिबळाच्या फळीत आपल्याकडे आठ आहेत.

चौरस म्हणून सर्वसाधारणपणे जर मी n बाय n अंरैचा विचार केला तर असे किती ah स्केअर सेल असतील, तर मी n बाय n अंरैमध्ये किती स्केअर आहेत याचा विचार करू, म्हणून जर मी e i हा i बाय चा संच मानला तर i वर्ग जेथे मी एक ते n ही मूल्ये घेऊ शकतो मग जर आपण मोजण्याची तीच पद्धत ठेवली तर एका चौरसाची संख्या फक्त n चौरस असेल दोन बाय दोन वर्गाची संख्या n वजा एक वर्ग तीन बाय तीनची संख्या असेल चौरस हे n वजा दोन चौरस असतील आणि त्याचप्रमाणे n बाय n वर्गाची संख्या एक असेल

त्यामुळे अशा चौरसांची एकूण संख्या तुम्ही सहज पाहू शकता ती फक्त एक अधिक दोन चौरस अधिक तीन वर्ग अधिक आहे आणि पुढे n चौरस पर्यंत आहे प्रथम n natu च्या वर्गाची बेरीज ra1 संख्या

त्यामुळे आम्हाला त्याचे सूत्र माहित आहे

त्यामुळे

n बाय n अंरैमधील चौरसांची एकूण संख्या एक अधिक दोन चौरस अधिक तीन चौरस अधिक आणि असेच n वर्ग ah आहे म्हणून तुम्ही सूत्र केले आहे की ते प्रत्यक्षात n मध्ये आहे n अधिक एक मध्ये दोन n अधिक एक करून सहा ah तुम्ही तपासू शकता आम्ही खरोखर पाच साठी समस्या सोडवतो आम्हाला पंचावन्न उत्तर मिळाले आहे म्हणून जर आपण येथे n हे पाच बरोबर मानले तर ते पाच ते

सहा अकरा भागिले सहा असे होते सहा सहा रद्द केल्यावर तुम्हाला पाच ते अकरा म्हणजे पंचावन्न बरोबर मिळते जे याचे उत्तर होते त्यामुळे उदाहरण म्हणून आपण बुद्धिबळ मंडळात किती चौरस आहेत याचा विचार करू शकतो उदाहरणार्थ बुद्धिबळ बोर्ड 8 बाय 8 चौरस आहे चौरसांची एकूण संख्या

8 ते 9 ते सतरा बाय सहा इतकी असेल म्हणजे ते दोनशे चार च्या बरोबरीचे असेल तर बुद्धिबळ मंडळात त्यांच्या एकूण चौरसांची संख्या तुम्ही मोजली तर ती दोनशे चार इतकी असेल तर तुम्ही याचा विचार करू शकता अतिशय साधे उदाहरण बेरीज तत्वाचे कारण आपण जे करत आहोत ते म्हणजे आपण एकूण घटनांना अनेक घटनांचे एकत्रीकरण म्हणून विभाजित करत आहोत आणि त्यानंतर आपण त्या प्रत्येक घटना घडण्याच्या शक्यतांची संख्या मोजतो आणि या घटना किती प्रकारे विभक्त आहेत संपूर्ण घटनेची एकूण संख्या घडू शकते जी फक्त सर्व शक्यता जोडत आहे म्हणून हे

संयोजनशास्त्रातील पहिले मोजणीचे तत्त्व आहे अह पुढील महत्त्वाचे तत्त्व म्हणजे गुणाकार तत्त्व आहे जर घटना घडण्याचे  $m$  मार्ग असतील आणि त्यासाठी  $n$  मार्ग असतील तर घटना  $b$  घडणे नंतर घटना  $b$  च्या नंतर घटना घडण्याच्या एकूण मार्गांची संख्या त्यामुळे तुम्हाला बेरीज तत्त्वातील गुणाकार तत्त्वातील भाषेतील फरक लक्षात येईल.

उद्भवते इत्यादि म्हणजे एकूण मार्गांची संख्या किती आहे म्हणून आपण फक्त  $m$  अधिक  $n$  जोडू या प्रकरणात  $a$  आणि  $b$  दोन्ही घटना घडत आहेत म्हणून आपण फक्त विचार करू  $ered$  हे असे काहीतरी आहे की प्रथम  $a$  येते आणि नंतर  $b$  येते किंवा प्रथम आपण म्हणू शकता की  $b$  येते  $ra$  येते किंवा आपण असे म्हणू शकता की या प्रकरणात  $a$  आणि  $b$  दोन्ही होतात  $ah$  तुमच्याकडे  $m$  आणि  $n$  चा गुणाकार होईल  $ah$  जोडण्याऐवजी तुम्ही फक्त असा विचार करा अहो मी दिल्ली ते मुंबई प्रवासाचे २२ मार्ग आहेत म्हणून समजा मुंबई ते चेन्नई प्रवासाचे 20 मार्ग आहेत असे समजा,

तर मग दिल्ली ते चेन्नई मार्गे मुंबई प्रवास करण्याचे एकूण मार्ग किती आहेत? या प्रकरणात आपण पहिल्या प्रकरणात 22 पैकी कोणताही मार्ग आणि दुसऱ्या प्रकरणात 20 पैकी कोणताही मार्ग वापरू शकतो जेणेकरून आपण गुणाकार करू शकता म्हणजे ते चारशे चाळीस मार्ग बनते म्हणून मी या पुराव्याचे थोडक्यात उदाहरण देतो.

हा या गुणाकार तत्त्वाचा एक सैद्धांतिक पुरावा आहे म्हणून आपण सेट सिद्धांताच्या शब्दावलीचा वापर करून सेट सिद्धांताची भाषा वापरू शकतो.

$ays$  म्हणून आम्ही या विशिष्ट पद्धतीने त्याचे वर्णन करतो की  $a$  हा  $m$  भिन्न घटकांचा समावेश असलेला संच आहे  $a$   $a$   $a$   $a$   $two$   $am$  आणि त्याचप्रमाणे  $b$   $1$   $b$   $2$   $bn$  घटकांचा समावेश असलेला संच लिहू या नंतर घडण्याच्या संभाव्य मार्गांची संख्या इव्हेंट  $a$  नंतर इव्हेंट  $b$  आहे जेणेकरून तुम्ही क्रमबद्ध जोड्यांच्या रूपात त्याचे वर्णन करू शकता, उदाहरणार्थ तुम्ही एक  $b$  एक म्हणू शकता याचा अर्थ काय आहे याचा अर्थ घटना  $a$  घडण्यासाठी आम्ही इव्हेंट  $b$  साठी समान पद्धत निवडतो  $b1$  द्वारे घटना घडण्यासाठी जसे मी म्हणू शकतो की दिल्ली ते मुंबई प्रवास करण्यासाठी आम्ही एक फ्लाइट निवडली

त्यामुळे कदाचित पहिली फ्लाइट असेल आणि मुंबई ते चेन्नई पुन्हा प्रवास करण्यासाठी आम्ही पहिली स्लाइड निवडली आहे त्यामुळे ती एक बी आहे आता तुम्ही विचार करू शकता इतर पर्याय येथे ते पहिले उड्डाण असू शकते आणि येथे ते दुसरे उड्डाण असू शकते आणि त्याचप्रमाणे येथे ते पहिले उड्डाण म्हणा आणि येथे ही दुसरी पद्धत आहे उदाहरणार्थ ते जहाजाने देखील असू शकते आणि नंतर तुम्ही दुसरे उड्डाण करू शकता दिल्लीतून टी  $o$  मुंबई नंतर  $b$   $1$   $a$   $2$   $b$   $2$  आणि  $2$   $bn$  आणि असेच शेवटी येथे तुमच्याकडे कारणे प्रवास करण्याची शेवटची पद्धत असू शकते आणि येथे तुम्ही पहिले विमान प्रवास करू शकता आणि या व्यवस्थेद्वारे तुम्ही ते पाहू शकता.

घटकांची एकूण संख्या  $m$  मध्ये  $n$  आहे कारण आपण सर्व घटकांची  $m$  मध्ये  $n$  द्वारे मांडणी करण्यास सक्षम आहोत त्यामुळे एकूण मार्गांची संख्या  $m$  मध्ये  $n$   $ah$  आहे पुन्हा एकदा आपण येथे  $ah$  हे कार्डिनॅलिटी तत्त्व वापरून सूत्र लिहू शकतो जर आपण असे लिहायचे आहे  $ah$  let cardinality of  $a$  be  $m$  the cardinality of  $bn$   $ah$  मग हे घटक कोणते आहेत  $a$  one  $b$  one  $a$  one  $b$  two आणि याप्रमाणे याला कार्टेशियन उत्पादनाचे घटक मानले जाऊ शकतात  $a$  cross  $b$  ok

$so$  एक क्रॉस  $b$  म्हणजे खरं तर एक  $b$  एक एक एक  $b$  दोन आणि ज्यावर आपण असेही लिहितो की  $xy$  हा एक घटक आहे जसे की  $x$   $ay$  हा  $b$  च्या मालकीचा आहे, मग क्रॉस  $b$  चे कार्डिनॅलिटी दुसरे काहीही नाही.

$b$

$ah$  च्या कार्डिनॅलिटी मध्ये आपण याचा comp म्हणून विचार करू शकतो आऊंड इव्हेंट म्हणजे जेव्हा एखादी घटना घडत असते आणि त्यानंतर दुसरी घटना घडते तेव्हा ती एक कंपाऊंड इव्हेंट म्हणून मानली जाऊ शकते म्हणून कंपाऊंड इव्हेंटच्या शक्यता मोजण्याच्या मार्गांची संख्या काहीही नाही परंतु तुम्ही वैयक्तिक घटनांसाठी गुणाकार करता.

तेथे गुंतलेले आहे अहो तुम्ही हे पुन्हा दोन पेक्षा जास्त घटनांमध्ये सहजपणे सामान्यीकृत करू शकता म्हणून आमच्याकडे सामान्य गुणाकार तत्त्व आहे म्हणून अहो तेथे  $m$  एक मार्ग असू द्या आणि घटना घडण्याचे दोन मार्ग असू द्या.

इव्हेंट  $ek$  घडायचा आहे तर ई एक ई दोन आणि अशाच प्रकारे घटना ज्या क्रमाने घडतात त्यांची एकूण संख्या  $m$   $1$   $m$   $2$   $mk$  आहे हे येथे उत्पादन आहे एक मुद्दा जो तुम्ही येथे लक्षात घ्यावा तो म्हणजे उदाहरणार्थ या प्रकरणात मी प्रथम घटना  $a$  आणि नंतर घटना  $b$   $ah$  मानली आणि नंतर मी संख्या लिहित आहे  $mn$   $ah$  समजा तुम्ही ऑर्डरची देवाणघेवाण केली तर समजा प्रथम मी घटना  $b$  आणि नंतर घटना  $a$  म्हणजे मी फक्त लाल आहे माझ्या घटनांना आता नियुक्त करत आहे जर आपण तेच तर्क लागू केले तर उत्तर  $nm$  असेल आता हे आश्चर्यकारक नाही कारण जर तुम्ही गुणाकाराचा गुणाकार कम्प्युटेटिव्ह आहे असे मानले तर  $mn$  आणि  $nm$  ते समान आहेत म्हणून त्यात काही फरक पडत नाही म्हणून सामान्य गुणाकार तत्त्वात जेव्हा मी इ एक ई दोन  $ek$  इव्हेंट लिहित आहे ते या विशिष्ट क्रमाने घडतात याचा अर्थ मी म्हणतो की प्रथम  $e$   $1$  येते नंतर  $e$   $2$  येते आणि असेच पुढे आणि नंतर शेवटी  $ek$  येते मग शक्यतांची संख्या  $m$  एक ते  $m$  दोन मध्ये  $mk$  आहे आता पासून गुणाकार कम्प्युटेटिव्ह आहे जर मी इतर कोणत्याही क्रमाने इव्हेंट आयोजित केले तर तुम्हाला तेच उत्तर मिळेल उदाहरणार्थ मी प्रथम म्हणू शकतो की  $e3$  येते आणि नंतर कदाचित  $e7$  येते आणि नंतर  $e1$  येते म्हणून मी

लिहिल्यास इतर कोणत्याही क्रमाने घटकांची संख्या आहे किंवा मार्गाची संख्या सारखीच असेल कारण जर मी कार्टेशियन उत्पादनास क्रॉस  $brb$  क्रॉस  $a$  मानले तर त्यामध्ये घटकांची संख्या समान आहे  $m$  घटकांचा क्रम  $ay$  वेगळे असू द्या कारण जर मी  $b$  ओलांडत असे म्हटले तर प्रथम तुम्हाला  $b$  एक म्हणायचे आहे मग  $a$  म्हणजे  $b$  एक नंतर  $a$  एक आणि तो एक  $b$  one सारखा नसून एकूण संख्या समान आहे म्हणून हे आहे आणखी एक मुद्दा ज्याचा उल्लेख करणे आवश्यक आहे ते मी फक्त गुणाकार तत्त्वातील एक टिप्पणी म्हणून लिहितो,

ज्या क्रमाने घटना घडतात

त्यामुळे गुणाकार कम्प्युटेटिव्ह असल्यामुळे काही फरक पडत नाही आणि कारण संचांच्या कार्टेशियन उत्पादनांची मुख्यत्वे अवलंबून नसते .

ज्या क्रमाने सेट कार्टेशियन उत्पादनामध्ये घेतले जातात,

त्यामुळे हे गुणाकार तत्त्व प्रत्यक्षात त्यापैकी एक आहे जे तुम्ही म्हणू शकता की

तुमच्या सीबीएसई पाठ्यपुस्तकासह बहुतेक पाठ्यपुस्तकांमध्ये मोजण्याचे अतिशय मूलभूत तत्त्व आहे हे पहिले तत्त्व म्हणून लिहिलेले आहे.

खरं तर इथे मी एक अतिरिक्त गोष्ट जोडली आहे ती म्हणजे बेरीज तत्त्व हे पहिले तत्त्व आहे पण साधारणपणे पुस्तकांमध्ये मी गुणाकार तत्त्वापासून सुरुवात करेन  $h$  म्हणून असो, आह मी नुकतीच येथे ओळख करून दिली आहे आह येथे 50 विद्यार्थ्यांच्या वर्गातील काही उदाहरणे पाहू या, 20 भौतिकशास्त्रात मोजत आहेत 20 रसायनशास्त्रात मोजत आहेत आणि 10 गणितात मोजत आहेत तर आपण किती प्रकारे करू शकतो प्रत्येक गटातून एक प्रतिनिधी निवडा म्हणजे आपल्याला  $ah$  असे तीन प्रतिनिधी  $ah$  हवे आहेत की एक भौतिकशास्त्राचा आहे एक रसायनशास्त्राचा आहे आणि एक  $ah$  गणिताचा आहे म्हणून आता आपण गुणाकाराचे तत्त्व लागू केले तर ही अगदी सोपी गोष्ट आहे.

त्या बाबतीत जर मी हा पहिला विचार केला तर याचा अर्थ विद्यार्थी भौतिकशास्त्रात मोजतात

त्यामुळे प्रतिनिधी तिथला आहे

त्यामुळे तो वीस विद्यार्थ्यांपैकी कोणीही असू शकतो

त्यामुळे एकूण मार्गाची संख्या वीस होईल अशा प्रकारे मी भौतिकशास्त्र रसायनशास्त्रासाठी लिहिल्यास आणि गणित मग जर आपण इथे नोटेशन वापरतो तर मी तुम्हाला येथे एक पद्धतशीर प्रेझेंटेशन देतो, तर आपण भौतिकशास्त्रात शिकणाऱ्या विद्यार्थ्यांमधून प्रतिनिधी निवडण्याचा विचार करू या.

साइडर ई टू हे रसायनशास्त्रात मोजणारे प्रतिनिधी म्हणून आणि  $e3$  हे गणित विषयात शिकणाऱ्या विद्यार्थ्यांमधून प्रतिनिधी निवडणे आहे, मग मी जर ई वन ची कार्डिनॅलिटी मानली तर ई दोनची वीस कार्डिनॅलिटी म्हणजे वीस आणि ई तीनची कार्डिनॅलिटी म्हणजे वीस दहा आणि म्हणून आता ई वन क्रॉस ई टू क्रॉस ई थ्री ची मुख्यत्वे म्हणजे वीस ते वीस ते दहा म्हणजे चार हजार इतकेच नाही तर प्रत्येक गटातून एक तीन प्रतिनिधी निवडण्याचे चार हजार वेगवेगळे मार्ग आहेत.

त्रिशताब्दी क्रम म्हणजे तिरंगी क्रम म्हणजे शून्य एक आणि दोन असे अंक असतात जसे की बायनरी अनुक्रमात शून्य एक असतो

त्याचप्रमाणे आह त्रय क्रमामध्ये शून्य एक दोन असे अंक असतात

त्यामुळे किती पाच अंकी त्रिगुणात्मक अनुक्रम तयार होऊ शकतात

त्यामुळे आता तुम्ही पहा मी पाच अंकी त्रिशताब्दी क्रम विचारात घेतो म्हणून येथे ही पाच ठिकाणे आहेत प्रथम मी शून्य एक किंवा दोन  $t$

ठेवू शकतो टोपी म्हणजे पहिली जागा दुसऱ्या ठिकाणी तीन वेगवेगळ्या प्रकारे भरली जाऊ शकते, मी तिसऱ्या स्थानावर शून्य एक दोन पैकी एकही ठेवू शकतो तसेच चौथ्या स्थानावर शून्य एक दोन आणि पाचव्या स्थानावरही एकही टाकू शकतो.

समान तर्काची पुनरावृत्ती केली जाईल म्हणून प्रत्येक स्थानावर आपण 0 1 किंवा 2 पैकी एक ठेवू शकतो.

त्यामुळे प्रत्येक स्थान भरण्याच्या पद्धतींची संख्या तीन एकूण पदांची संख्या पाच आहे म्हणून मी थोडक्यात गुणाकार तत्त्वानुसार  $mp$  एकूण संख्या वापरू शकतो.

अशा त्रिगुणात्मक अनुक्रमांचे 3 ते 3 ते 3 ते 3 म्हणजे 3 ते 3 ची घात 5 म्हणजे 243  $ah$  आहे.

मी पुढील व्याख्यानात गुणाकार तत्त्वाची ही पुढील उदाहरणे पुढे चालू ठेवू आणि नंतर आपण  $ah$  च्या व्यवस्थेबद्दल बोलू

क्रमपरिवर्तन आणि संयोजन आपण