طلباء کا خیرمقدم ہے میٹرکس اور ڈیٹرمیننٹس پر لیکچرز کی سیریز میں پچھلے چند لیکچرز میں ہم لکیری مساوات کے نظام کو حل کرنے کی
کوشش کر رہے تھے اس لیکچر میں ہم کچھ اور مسائل دیکھیں گے۔ لکیری مساوات اور اس کی بنیاد پر مسائل کے نظام کو حل کرنے پر
d مائنس c برابر آٹھ اور d جمع b برابر تیرہ c جمع a برابر آٹھ b جمع a تو آئیے اس مسئلے کو حل کرنے کے ساتھ شروع کریں
پر abcd برابر پانچ حل کریں پہلے میٹرکس فارم 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 1 مائنس 1 لکھیں اور یہ نامعلوم ویکٹر یا نامعلوم
عمل کرتا ہے میٹرکس کا مستقل حاصل کرے گا جو 8 13 8 اور 5 ہے۔ آئیے اس 0 0 1 1 کا بڑھا ہوا میٹرکس لکھیں 1 0 0 0 1 0 1 8
میں تبدیل کرنے کی کوشش کریں تاکہ صرف گتانک rre مائنس 1 بڑھا ہوا 8 13 8 اور 5 کے ساتھ۔ اب ہم اسے اس کے 0 1 0 0 1
میٹرکس کا حصہ
ایک s i تو پہلی قطار پہلا عنصر
تو آئیے ہم اس کے بارے میں پریشان نہ ہوں لہذا ہمیں اس دوسرے عنصر کو تبدیل کرنا پڑے گا جو ایک ہے جو دوسری قطار میں ہے صفر میں ہے
ایک ہے لہذا نتیجہ والا میٹرکس پہلی قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی ہے۔ ایک ایک صفرصفر بڑھا ہوا آٹھ r دو مائنس r دو کی جگہ r لہذا
ایک ایک مائنس ون ہے جو صفر صفر مائنس ون ہے آپ کو مائنس ون ایک مائنس صفر ملے گا جو ایک r دو مائنس r دوسری قطار کے ساتھ یہ
صفر مائنس صفر ہے جو صفر تیرہ مائنس آٹھ ہے جو کہ پانچ دیگر قطاریں ہیں صفر ایک صفر ایک صفر صفر ایک مائنس ایک آٹھ اور پانچ میں کوئی
تبدیلی نہیں ہے کیونکہ یہ اب دوسری ہے اگلی قطار دوسری قطار ہمارے پاس مائنس ون ہے جو کہ پہلا غیر صفر عنصر ہے اس کو مائنس ون کو
ایک میں تبدیل کرنا ہوگا۔
تو آئیے ہم دوسری قطار کو مائنس ون سے ضرب دیں
ایک ایک صفر صفر کو بڑھا کر آٹھ دوسری قطار سے ہم نے ابھی مائنس ون سے ضرب کیا ہے r ٹو کی جگہ مائنس نصف r تو
غیر تبدیل شدہ صفر صفر ایک مائنس ایک پانچ اب ہمارے پاس پہلی اور s تو صفر ایک مائنس ایک صفر مائنس پانچ باقی دو قطاریں باقی رہیں گی۔
دوسری قطار میں ایک اور ایک ہے معذرت کے ساتھ پہلی اور تیسری قطار دوسرے کالم پر ہے
تین آر تھری مائنس آر آر ایک مائنس آر ٹو r ٹو ہو اسی طرح r ایک مائنس r ایک کی جگہ r تو آئیے ہم انہیں صفر میں تبدیل کرتے ہیں تاکہ
سے بدلا جاتا ہے
تو ایک مائنس صفر جو ایک ایک مائنس ون ہے آپ کے پاس صفر صفر مائنس مائنس ایک ہے آپ کے پاس ایک صفر مائنس صفر ہے آپ کے پاس صفر
r تھری مائنس r آٹھ مائنس مائنس پانچ ہے آپ کے پاس آٹھ جمع پانچ جو تیرہ سیکنڈ ہے قطار باقی رہتی ہے جیسا کہ یہ ہے تیسری قطار کی جگہ
ٹو صفر مائنس صفر ہے آپ کے پاس صفر ایک مائنس ون ہے آپ کے پاس صفر صفر مائنس ون ہے آپ کے پاس ایک ایک مائنس صفر ایک آٹھ مائنس
مائنس پانچ ہے جو آٹھ جمع پانچ ہے آپ کے پاس تیرہ ہے آخری قطار باقی ہے جیسا کہ اب یہ ہے کہ آپ کے پاس یہاں ایک ہے
دو کی r دو r ایک مائنس r ایک کی جگہ r تو آئیے ہم دوسرے عناصر کو تبدیل کرتے ہیں جو کہ ایک مائنس ون ہے اور ایک کو صفر میں
فور r تین تیسرے ایک r دو جمع r دو مائنس r دو کی جگہ r دوسرا ایک e ایک مائنس آر تھری پہلے پر r دو ہے معذرت r جگہ
تین ایک مائنس صفر آپ کے پاس ایک صفر مائنس صفر آپ کے پاس صفر r ایک مائنس r تین پہلی ایک پہلی قطار ہے r مائنس 4 r کی جگہ
ہے ایک مائنس ون آپ کے پاس دوبارہ صفر صفر ہے مائنس ایک آپ کے پاس مائنس ون ہے اور آخر میں تیرہ مائنس تیرہ آپ کے پاس صفر دوسرا
ایک آر دو جمع آر تین صفر جمع صفر ہے آپ کے پاس صفر ایک جمع صفر ہے آپ کے پاس ایک مائنس ایک جمع صفر ہے یہ صفر صفر جمع ہے
r 4 ایک آپ کے پاس ایک مائنس پانچ جمع تیرہ ہے آپ کے پاس آٹھ تیسری قطار باقی ہے کیونکہ یہ صفر صفر ہے ایک ایک 13 آخری قطار ہے یہ
مائنس 0 0 0 مائنس 0 0 1 مائنس 1 ہے یہ 0 مائنس ایک مائنس ایک ہے آپ مائنس دو پانچ مائنس تیرہ ہے r 1 0 مائنس
تو آپ کے پاس مائنس آٹھ ہے آپ کے پاس مائنس ٹو ہے
چار ایک صفر صفر مائنس ایک اور صفر صفر ایک صفر ایک آٹھ صفر صفر ایک r تو آئیے ہم اسے ایک آر چار میں تبدیل کریں مائنس ایک سے دو گنا
چار کیونکہ مائنس آٹھ بائی مائنس ٹو آپ کے پاس چار ہیں ve a تیرہ صفر صفر صفر ایک اور آپ کے پاس دو افسوس ہے آپ ہا
دو کی r چار r ایک جمع r ایک کی جگہ r تو آئیے آخری کالم میں دوسرے عناصر کو تبدیل کریں جو ایک ہیں اور مائنس ون کو صفر میں
تھری مائنس آر فور ہے اب آئیے ہم یہ آپریشنز کرتے ہیں ایک مائنس صفر ایک صفر مائنس r فور آر تھری کی جگہ r دو مائنس ہے r جگہ
صفر صفر صفر مائنس صفر صفر معاف کرنا ایک جمع صفر یہ ایک صفر جمع صفر صفر جمع صفر مائنس ون پلس ون ہے یہ دوبارہ ہے
صفر صفر جمع چار آپ کے پاس چار سیکنڈ ایک آر تین آر دو مائنس آر فور ہے
تو صفر مائنس صفر صفر ایک مائنس 0 1 0 مائنس 0 یہ 0 1 مائنس 1 ہے یہ دوبارہ 0 8 0 منفی 4 ہے آپ کے پاس 4 0 مائنس 0 آپ کے پاس 0
ہے 0 مائنس 1 0 مائنس 1 0 ایک مائنس ون آپ کے پاس صفر تیرہ منفی چار ہے آپ کے پاس نو ہے آخری قطار باقی ہے کیونکہ یہ صفر صفر
برابر چار سی نو کے برابر b برابر کے برابر چار a صفر ایک ہے اور آپ کے پاس چار ہیں اس طرح ہمارے پاس جو حل ہیں وہ درج ذیل ہیں
مائنس x برابر صفر دو z جمع دو y مائنس تھری x مسئلہ سسٹم کو حل کریں cond کرتے ہیں۔ se اور ڈی چار ہے یہ حل ہے اب ہم
برابر صفر بڑھا ہوا میٹرکس ایک مائنس تین دو دو منفی پانچ مائنس دو چار z جمع دو y مائنس گیارہ x برابر صفر چار z مائنس ٹو y پانچ
تین منفی r تین کی جگہ r ایک r دو مائنس دو بار r ٹو میں تبدیل کرنے کی کوشش کرتے ہیں rrer منفی گیارہ اور دو اب ہم اسے اس کے
ایک ہے آئیے مندرجہ ذیل آپریشنز کرتے ہیں پہلی قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی پہلے کالم میں صفر ہوگا اب آئیے ہم چیزیں کریں r چار گنا
مائنس پانچ مائنس دو گنا مائنس تھری
تو آپ کے پاس مائنس فائیو جمع چھ ہوگا
تو آپ کے پاس ایک مائنس دو مائنس چار ہوگا آپ کے پاس مائنس ہوگا چھ مائنس گیارہ جمع بارہ
تو آپ کے پاس ایک دو مائنس آٹھ ہوگا
d ٹو اور آر تھری کی جگہ ہے r ایک جمع تین بار r تو آپ کے پاس مائنس چھ ہوگا اب آئیے مائنس تھری اور ون کو صفر میں تبدیل کرتے ہیں
جمع 3 بار مائنس 6 ہوگا جس r 1 2 پہلا کالم تبدیل نہیں ہوتا اسی طرح دوسرا کالم آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ r 0 1 0 تین مائنس r بذریعہ
ٹو مائنس سکس مائنس مائنس سکس اب آپ r تھری مائنس r کا مطلب ہے 2 مائنس 18 آپ کے پاس مائنس سولہ مائنس چھ اور آخری ایک ہوگا۔
کے پاس صفر ہوگا نوٹ کریں کہ آپ کے پاس ایک صفر کالم ہے اور اس وجہ سے گتانک میٹرکس کی رینک صرف دو ہے لہذا ہمارے پاس آزاد اور
منحصر متغیرات ہیں لہذا اب آپ کے پاس ایک یا لیڈنگ گتانک نہیں ہے آخری متغیر میں
کو لیمبڈا کے برابر کرنے دیں z تو ہم آخری متغیر کا علاج کریں گے وہ یہ ہے کہ جیسا کہ وہ خود مختار متغیر ہے لہذا
x یہ ہے اس کا مطلب یہ ہوگا کہ x لکھتے ہیں صفر ہے جس کا مطلب ہے z مائنس 16 بار x تو پہلی مساوات جو ہم نے لکھی ہے اسے
چھ گنا لیمبڈا کے برابر ہے y صفر کے طور پر دے گا جس کا مطلب یہ ہوگا کہ z مائنس چھ y سولہ گنا لیمبڈا کے برابر ہے دوسرا مجھے
یہ سب حل ہیں جس کا مطلب ہے کہ اس lambda 6 lambda lambda with lambda nr ri ght لہذا حل درج ذیل ہے 16
مائنس یو پلس ٹو وی مائنس تھری ڈبلیو برابر نو چار ٹی جمع گیارہ t سسٹم کو لاتعداد حل مل چکے ہیں اب آئیے اگلا مسئلہ حل کرتے ہیں سسٹم
کے برابر ستائیس ہمیشہ کی طرح ہم لکھتے ہیں آئیے ہم لکھتے w مائنس چھ ve وی مائنس دس ڈبلیو برابر چالیس چھ تین ٹی مائنس یو جمع آٹھ
ہیں اگمینٹڈ میٹرکس حل لکھنا شروع کرتے ہیں اگمینٹڈ میٹرکس ایک مائنس ایک دو مائنس تین بڑھا ہوا نو 4 کے ساتھ ہے آپ کے پاس 11 0 مائنس 10

میں تبدیل کرنے کی کوشش کرتے ہیں آپ کے پاس ایک ہے لہذا rre ہے 3 مائنس 1 8 مائنس چھ اور ستائیس اب آئیے ہم اسے اس کے 46
تین r تین ہے r ایک r دو منفی چار بار r ٹو کی جگہ r پریشان نہ ہوں کہ آپ کے پاس چار اور تین ہیں آئیے انہیں صفر میں تبدیل کریں
مائنس r2 سے بدل دیا گیا ہے آئیے ہم مندرجہ ذیل کام کریں پہلی قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہوئی دوسری قطار آپ کے پاس 0 r مائنس تین بار
مائنس چار گنا مائنس ایک ہے جو صفر جمع چار ہے آپ کے پاس چار گیارہ مائنس دو ہے بار چار جو گیارہ مائنس آٹھ ہے آپ کے پاس تین مائنس 0
دس مائنس چار گنا مائنس تھری ہے جس کا مطلب ہے مائنس دس جمع بارہ آپ کے پاس دو اڑتالیس چھ مائنس چار گنا نو ہے جس کا مطلب ہے
ہے ایک جو مجھے یہاں صفر دے گا اگلا ایک مائنس ایک مائنس تین گنا r تین مائنس تین گنا r چھیالیس مائنس چھتیس آپ کے پاس دس اگلا ایک
مائنس ایک جو مائنس ایک جمع تین ہے آپ کے پاس دو آٹھ مائنس 3 گنا 2 ہے جو 8 مائنس 6 ہے جو مجھے 2 مائنس 6 مائنس 3 گنا مائنس 3 دے گا
جس کا مطلب ہے مائنس 6 جمع 9 جو مجھے 3 سات مائنس تین گنا نو دے گا جو مجھے صرف صفر دے گا میرے پاس چار ہے چلو ہم اسے چار
دو پہلی قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہوئی دوسری قطار میں اسے تقسیم کر رہا ہوں چار r دو کی جگہ ایک سے چار گنا r سے تقسیم کرتے ہیں
صفر ایک تین بذریعہ چار نصف دس بذریعہ چار جو کہ پانچ بائی دو آخری قطار میں کوئی تبدیلی نہیں آئی آئیے ہم دوسرے عناصر کو جو مائنس ایک
تین مائنس دو yr سے بدل دیا جائے b تین کو r دو سے بدل دیا جائے اسی طرح r ایک جمع r ایک کو r اور دو ہیں صفر میں تبدیل کریں
دو آپ کے پاس ایک صفر صفر صفر ایک صفر ہے اب آئیے باقی چیزیں کرتے ہیں دو جمع تین بذریعہ چار جس کا مطلب ہے گیارہ ضرب r گنا
چار مائنس تین جمع نصف جو مجھے مائنس پانچ ضرب دو نو جمع پانچ ضرب دو دے گا مجھے تئیس بائے دو دوسری قطار دے گی کیونکہ یہ تین
ٹو دو مائنس تھری بائی دو دو بار دو مائنس دو گنا تھری بائی چار ہے جو مجھے دو r بائی چار ہاف فائی بائی دو آخری قطار آر تھری مائنس دو گنا
دے گی۔ مائنس تھری بائی دو جو صرف نصف تین مائنس دو گنا نصف تک لے جائے گا جو تین مائنس ایک ہے جو مجھے دو صفر مائنس دو گنا پانچ
بائے دو دے گا جو مجھے مائنس پانچ دے گا لہذا اب جب کہ ہمارے پاس یہاں صرف نصف ہے چلو اسے تبدیل کرتے ہیں۔ آئیے ہم اس قطار کو دو
تین سے بدل دیا جائے گا پہلی دو قطاریں کوئی تبدیلی نہیں رہیں صفر صفر ایک چار r میں بنائیں تین کو دو بار r سے ضرب دیں اور اسے ایک
مائنس گیارہ ced by r one ہے repla مائنس دس آئیے دوسرے عنصر کو تین سے چار اور گیارہ کو چار سے صفر میں تبدیل کریں
تین سے بدل دیا جاتا ہے پہلے تین کالم صرف صفر ایک صفر صفر صفر صفر r دو مائنس تین سے چار گنا r ٹو کو r تین r بذریعہ چار گنا
ایک صفر اور صفر صفر ایک ہونے والے ہیں اب آئیے ہم کوشش کریں بقیہ کالموں کو مائنس فائیو بائی دو مائنس الیون میں جوڑ دیں کیونکہ آپ کے
پاس گیارہ بائی چار بائی فور ہے جو کہ صرف گیارہ تئیس بائی دو مائنس گیارہ بائی چار میں مائنس دس ہے
مائنس پندرہ بائی دو دے گا by 2 تو آپ کے پاس جمع پچپن بائی دو دوسری قطار نصف مائنس 3 بائی 4 انچ ہو گی۔ 4 جو مجھے صرف 3 5
بائی y آخری قطار باقی رہ گئی ہے جیسا کہ اب ہم ان کی گنتی کرتے ہیں نتیجے میں میٹرکس ایک صفر صفر ایک صفر صفر ایک مائنس
دو مائنس گیارہ ہے
تو آپ کے پاس مائنس بیس ہے سات از دو کے آگے 1 مائنس 5 بائی 2 4 یہ 78 بائی 2 ہے جو صرف 39 مائنس دس بائی ٹو ہے
تو آپ کے پاس مائنس پانچ ہے آخری ایک ہے صرف مائنس دس آخری کالم میں کوئی نہیں ہے
منحصر متغیر in the in ہے w تو آئیے اسے کہتے ہیں آزاد متغیر جو کہ
صرف انتیس ہے جس کا مطلب یہ w مائنس ستائیس بائی دو گنا t کو لیمبڈا کے برابر کرنے دیں اور اس لیے پہلی مساوات مجھے دے گی w تو
u ستائیس ضرب دو گنا لیمبڈا جمع انتیس سیکنڈ ایک یو مائنس پانچ ضرب دو بار ڈبلیو صرف مائنس پانچ ہے جس کا مطلب یہ ہوگا کہ t ہوگا کہ
مائنس چار گنا لیمبڈا مائنس ہے لہذا عمومی حل v پانچ ضرب دو گنا لیمبڈا مائنس پانچ وی پلس چار گنا ڈبلیو ہے مائنس دس جس کا مطلب یہ ہوگا کہ
بائی 2 گنا لیمبڈا مائنس 5 مائنس 4 لیمبڈا مائنس 10 اور لیمبڈا جو کہ لیمبڈا کوئی بھی حقیقی نمبر ہے phi ستائیس ضرب دو گنا لیمبڈا پلس ہے۔ 39
برابر دو z پلس کے برابر تین y جمع x برابر ایک دو z پلس تھری i پلس ٹو x آئیے ہم اسی طرح کے خطوط پر ایک اور مسئلہ حل کریں
برابر چار حل آئیے ہم بڑھا ہوا میٹرکس لکھ کر شروع کرتے ہیں 1 2 5 2 1 5 3 3 نائن بڑھا ہوا ایک دو z جمع نائن y جمع پانچ x پانچ
دو r دو اور پانچ صفر میں کیونکہ پہلا عنصر صرف ایک ہے ents اور چار کے ساتھ اب ہم ان دو عنصر کو تبدیل کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔
ایک پہلی قطار صرف ایک صفر کا پہلا کالم ہونے والا ہے r تین مائنس پانچ گنا r تھری کی جگہ r ایک اور r دو مائنس دو بار r کی جگہ
ٹو ہونے والا ہے جو ایک مائنس دو گنا دو ہے جو ایک مائنس چار ہے پہلے کالم کی پہلی قطار باقی ہے r صرف ایک صفر صفر دائیں دوسرا کالم
کیونکہ یہ دو ایک دو تین ہے اور ایک
تو ایک مائنس فور ہے جو مجھے مائنس تین تین دے گا۔ مائنس دو گنا تین جو تین مائنس 6 ہے جو مجھے مائنس 3 2 مائنس 2 میں 1 دے گا جو 2
مائنس پانچ میں دو جو کہ پانچ مائنس دس ہے مجھے مائنس پانچ دیں نو مائنس 5 1 r مائنس 5 گنا 3 r مائنس 2 ہے جو مجھے 0 دے گا اب
پانچ میں تین جو کہ نو مائنس پندرہ جو مجھے مائنس چھ چار مائنس پانچ میں ایک دے گا جو مجھے چار مائنس پانچ دے گا جو صرف مائنس ایک ہے
دو پہلی قطار باقی رہتی ہے r تو میرے پاس مائنس تھری لیٹس کو مائنس تھری سے تقسیم کریں دو کو منفی ایک سے تین بار بدل دیا جاتا ہے۔
کیونکہ یہ ایک دو تین ہے اور ایک صفر ایک ایک صفر آخری قطار پھر وہی صفر مائنس پانچ مائنس چھ اور مائنس ون ہے اب آئیے اس دو اور مائنس
سے r تین جمع پانچ گنا r تھری کی جگہ r دو اور r ایک مائنس دو بار r ایک ہے r ٹو کی جگہ معذرت r فائیو کو صفر میں تبدیل کریں
بدلا جاتا ہے لہذا پہلا اور دوسرا کالم ایک صفر صفر اور صفر ایک صفر کی طرح نظر آئے گا اب آئیے ہم اسی سیٹ پر آپریشن کریں تیسرا اور
ایک تین مائنس دو گنا ایک جو تین مائنس دو ہے جو مجھے ایک مائنس دو گنا صفر دے گا جو ایک مائنس صفر ہے جس میں ایک دوسری r چوتھا کالم
پانچ ہے جو مجھے صرف y جمع پانچ ایک میں جو مائنس چھ جمع x دو مائنس ہے r تین جمع پانچ گنا r قطار باقی رہے گی کیونکہ یہ
مائنس ون دے گا آخری صرف مائنس ون ہے اب آئیے اس مائنس ون کو ون آر تھری میں تبدیل کریں مائنس آر تھری سے بدل دیا جائے گا اس لیے
r کی جگہ r one میرے پاس ایک صفر ہوگا ایک صفر ایک صفر صفر صفر ایک اور ایک اب ہم اس ایک اور ایک کو صفر میں تبدیل کرتے ہیں
تھری ہمارے پاس شناختی میٹرکس ایک صفر صفر صفر ایک r ٹو مائنس r تھری مائنس سوری r تھری کی جگہ r تھری اور R مائنس one
صفر ہے اور صفر صفر ایک آخر میں ایک مائنس ون جو صرف صفر صفر ہے مائنس ون آپ کے پاس مائنس ایک اور ایک رائٹ ہے اس طرح حل ہیں
برابر ایک یہ حل ہے اب ہم ایک اور مسئلہ کرتے ہیں z برابر مائنس ون اور y برابر صفر x
z مائنس y برابر صفر اور z پلس ix برابر صفر مائنس iy پلس x تو آئیے ہم مندرجہ ذیل سسٹم کو حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں سسٹم
صفر کے برابر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ پیچیدہ گتانکوں کے ساتھ ایک نظام ہے یہ پیچیدہ گتانکوں والا نظام ہے۔ آئیے ہم اضافہ شدہ میٹرکس کو
ٹو میں تبدیل کرنے کی کوشش rrer صفر ایک صفر ایک مائنس ون رائٹ یہ میٹرکس ہے اب ہم اسے اس کے i صفر مائنس i لکھتے ہیں ایک
ہے ایرو یہاں آپ کے پاس صفر اور صفر ہیں اب iz ایک پہلی قطار باقی رہتی ہے۔ ایک r اوقات i ٹو جمع r کرتے ہیں جس کی جگہ
مربع ہے آپ کے پاس مائنس ون ہے اگلی قطار باقی ہے کیونکہ یہ آخری قطار ہے جیسا کہ اب آئیے i جو i اوقات i دوسرا ایک صفر جمع
r ٹو سے بدل دیا جاتا ہے مائنس آف r اس مائنس ون کو صرف ضرب دے کر ایک میں تبدیل کرنے کی کوشش کریں۔ دوسری قطار کو مائنس ون
گنا i مائنس r one میں تبدیل کریں r کو صفر z one اور i صفر صفر ایک مائنس ایک صفر ایک مائنس ون ہوگا آئیے اس i ٹو میں ایک
ٹو ہے r تھری مائنس r تھری کی جگہ r ٹو سے بدل دیا جائے گا اور r
گنا مائنس ون i ایک صفر مائنس r تو پہلا اور دوسرا کالم ایک صفر صفر اور صفر ایک صفر کی طرح نظر آنے والا ہے اب آئیے ہم باقی حسابات
سیکنڈ دے گا۔ قطار باقی ہے جیسا کہ یہ تیسرا ہے مجھے صفر دینے والا ہے لہذا آپ کے پاس صفر کی قطار ہے i کرتے ہیں جو مجھے صرف

جس کا مطلب ہے کہ اس عدد میٹرکس کا درجہ صرف دو ہے اور اس لیے آپ کے پاس ایک آزاد متغیر ہے اور اس لیے آزاد متغیر صرف آخری ہے
کوئی محور عنصر نہیں ہے لہذا یہ آزاد متغیر ہے ere th متغیر کیونکہ z جو
z 0 اوقات i پلس x کو لیمبڈا کے طور پر لکھتے ہیں اب ہم مساوات سے لکھتے ہیں مساوات سے لکھتے ہیں z تو اب میرے پاس جو ہے ہم
i lambda لامبڈا کے برابر دے گا لہذا حل سیٹ مائنس y جو مجھے z 0 مائنس y دے گا۔ دوسرا ایک i lambda مائنس x جو مجھے
دیا گیا ہے جس کا مطلب ہے کہ آپ کے پاس لامحدود حل ہیں آئیے ہم ایک اور مسئلہ کو دیکھتے lambda nr کے ساتھ lambda lambda
برابر phi z جمع y جمع تین x برابر سکس z پلس تھری i پلس ٹو x جس کے لیے سسٹم mu ہیں لیمبڈا کی قدروں کا تعین کریں۔ اور
کے پاس نمبر ایک نہیں ہے کوئی حل نمبر دو منفرد حل اور نمبر تین لامحدود حلوں کی تعداد nu برابر lambda z جمع y جمع پانچ x نو دو
کے ساتھ سسٹم دیا گیا ہے لہذا آپ کو ایسی قدریں تلاش کرنا ہوں گی کہ اس نظام کو کوئی حل mu صحیح ہے لہذا آپ کو دو نامعلوم لیمبڈا اور
mu دی اگمینٹڈ میٹرکس ایک دو تین چھ ایک تین پانچ نو دو پانچ لیمبڈا te نہیں ملا ہے منفرد حل اور لامحدود تعداد میں حل کرنے کی کوشش کریں
تین سے بدل r دو مائنس دو گنا r ٹو کو r ایک اور r تین مائنس دو گنا r ایک کی جگہ r یہ میٹرکس درج ذیل کارروائیوں کو کرنے دیتا ہے
دو تاکہ آپ کے پاس کیا ہو گا r دیا جاتا ہے مائنس دو گنا
ایک r تین مائنس دو گنا r تو
تو دو مائنس دو میں ایک
تو آپ کے پاس صفر صفر دو ہوں گے آئیے ہم دوسرے ایک کو پانچ مائنس دو میں دو میں شمار کریں جو کہ پانچ مائنس چار ہے آپ کریں گے ایک
پانچ منفی تین میں دو جو کہ پانچ مائنس چھ ہے آپ کے پاس مائنس 1 5 لیمبڈا مائنس 3 میں 2 ہے جو لیمبڈا مائنس 6 لیمبڈا مائنس پانچ میں دو ہے جو
mu مائنس بارہ mu مائنس ٹو ٹو سکس جو کہ mu مجھے لیمبڈا مائنس پانچ میں دو دے گا جو کہ دس آخری ہے صرف لیمبڈا آخری ہے ایک
ٹو سے بدل دیں پہلا r ایک جمع r ایک کو r ہے اب ہم mu مائنس نوے ہے معذرت اٹھارہ اور پھر آپ کے پاس mu مائنس نو میں ٹو ہے جو
کالم صفر صفر دو ہے اور پھر آپ کے پاس ہے صفر مائنس ایک پانچ یہ پلس یہ ہے
تو آپ کے پاس جو ہوگا وہ ہے لیمبڈا مائنس سولہ لامبڈا مائنس دس لیمبڈا اگر آپ کو افسوس ہوتا
z تو آپ کے پاس دو لیمبڈا مائنس سولہ ہیں آپ کے پاس دو مائنس مائنس تیس میٹر مائنس اٹھارہ ہے اب آئیے پہلے ایک 2 لیمبڈا مائنس 16 بار
مائنس پندرہ اب آئیے ہم مندرجہ ذیل صورر mu مساوی z مائنس تیس یا مساوی طور پر لیمبڈا مائنس آٹھ گنا mu لکھیں دو
کوئی حقیقی نمبر مائنس صرف پندرہ ہے mun توں پر غور کریں اگر لیمبڈا آٹھ کے برابر ہے اور
جس کا مطلب ہے کہ آپ کے پاس پہلی قطار میں صفر سے mu مائنس پندرہ میں آٹھ اور r تو کیا ہوگا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر لیمبڈا ہے
زیادہ صفر ہے جو کوفیشنٹ میٹرکس سے متعلق ہے لیکن دائیں طرف ایک غیر صفر اصطلاح ہوگی جس کا مطلب ہے کہ سسٹم کے پاس کوئی حل
mu نہیں ہے سسٹم کا کوئی حل نہیں ہے۔ دوسرا اگر لیمبڈا آٹھ کے برابر نہیں ہے جس کا مطلب ہے کہ یہ اصطلاح ایک غیر صفر مقدار ہے اور
کوئی بھی حقیقی نمبر ہے جب آپ کے پاس غیر صفر مقدار کا حق ہے جب بھی لیمبڈا آٹھ کے برابر نہیں ہے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تینوں
کے لیے آپ ہمیشہ یہ دیکھ سکتے ہیں کہ اس mu اصطلاحات غیر صفر ہیں جس کا مطلب ہے کہ عددی میٹرکس کا مکمل درجہ ہے اور کسی بھی
برابر پندرہ کے mu برابر ہے آٹھ اور lambda سسٹم کو بھی درجہ تین ملا ہے اور اس وجہ سے سسٹم کا ایک انوکھا حل ہے اور آخر میں اگر
ہیں اگر یہ دونوں صورتیں پیدا ہوں جس کا مطلب ہے کہ پہلی قطار مکمل طور پر صفر ہو جاتی ہے اس صورت میں سسٹم کے پاس لامحدود تعداد
کوئی حقیقی نمبر پندرہ کے علاوہ ہے اس معاملے میں سسٹم mu آٹھ کے برابر ہے اور lambda میں حل ہیں، آپ کے پاس یہ پہلا کیس ہے
کوئی حقیقی نمبر ہے اس معاملے میں سسٹم کے پاس ایک انوکھا حل mu کے پاس کوئی حل نہیں ہے دوسرا کیس لیمبڈا آٹھ کے برابر نہیں ہے اور
ہے اس صورت میں سسٹم میں لامحدود تعداد ہوتی ہے۔ حل اب ہم اگلے مسئلے کی mu 15 ہے اور آخری کیس جب لیمبڈا 8 کے برابر ہے اور
برابر صفر کے لامحدود تعداد میں حل ہیں z برابر صفر اور ایکس پلس y جمع az برابر صفر ay جمع x طرف بڑھتے ہیں اگر سسٹم
aa 1 0 0 a ہیں 1 sایک حل کی قدر آئیے ہم عددی میٹرکس کو لکھنے کی کوشش کرتے ہیں کیونکہ آپ کے دائیں طرف صرف d 0 تو فن
zero one یہ coafficient میں تبدیل کرنے کی کوشش کریں نوٹ کریں rre میٹرکس ہے آئیے تبدیل کرنے سے پہلے انہیں اس کے
کہ اگر صفر کے برابر ہے
تو سسٹم کے پاس ایک انوکھا حل ہے جو صرف صفر کا حق ہے کیونکہ اگر صفر ہے
کی قدر چاہی جس کے لیے سسٹم a تو جو ختم ہوگا وہ صرف شناختی میٹرکس ہے لہذا اس معاملے میں حل صرف 0 0 0 ہے۔ لیکن ہم نے ہمیں
صفر کے برابر ہے اس کی اجازت نہیں ہے a کو لاتعداد حل ملے ہیں اور اس لیے
تین مائنس ایک بار r تھری میں تبدیل کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ rrer تو آئیے فرض کریں کہ صفر کے برابر نہیں ہے اب ہم اسے اس کے
سے بدل دیا گیا ہے پہلی قطار کا کالم ایک صفر صفر ہے دوسری پہلی قطار درحقیقت کوئی تبدیلی نہیں ہے یہاں تک کہ دوسری قطار ایک صفر r
ایک تیسری ایک صفر مائنس ایک بار اور آپ کے پاس مائنس مربع ایک مائنس ایک بار ہوگا صفر آپ ایچ آپ کے پاس ایک ہے
تین کی جگہ r دو اور r ایک مائنس ایک بار r ایک کی جگہ r اور مائنس ایک مربع کو صفر میں تبدیل کریں a تو آئیے ہم دوسرے دو عناصر
آپ کے پاس صفر صفر مائنس ایک مربع ہے لہذا آپ کے پاس مائنس ایک مربع a مائنس a دو پہلی قطار میں ایک r تین جمع ایک مربع گنا r
ہے دوسری قطار باقی ہے کیونکہ یہ تیسری قطار ہے صفر مائنس صفر صفر ایک جمع ایک مربع میں جو ایک جمع ایک مکعب ہے اب اس نظام کے
لامحدود تعداد میں حل ہیں کیا
توقع ہے کہ کم از کم ایک صفر کی قطار ہے اب آپ کے پاس آخری ٹرم کے صفر ہونے کے لیے دو صفر ہیں، آپ کو صفر ہونے کے لیے ایک جمع
ایک مکعب کی ضرورت ہے جس کا مطلب ہے کہ ایک مکعب مائنس ون ہونا چاہیے، اس لیے ہم ایک جمع ایک مکعب کے صفر ہونے کی
توقع رکھتے ہیں کیونکہ باقی دو قطاروں کے لیے آپ کے پاس پہلے سے ہی ایک ہے لہذا آپ کے پاس ایک غیر صفر کی اصطلاح ہے، اس کا
مطلب ہے کہ آپ ان سے یہ
توقع نہیں کر سکتے کہ وہ آہ کے صفر صفر قطار بن جائے، لہذا صرف ایک چیز جس کی آپ
صفر e توقع کر سکتے ہیں وہ آخری ہے آپ کے پاس پہلے سے ہی دو صفر ہیں۔ آخری اصطلاح جو ایک جمع ایک مکعب ہے جو بن سکتا ہے۔
اگر وہ صفر ہو جاتا ہے
تو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ ایک مکعب مائنس ون ہے جو مائنس ون کے برابر ہے
تو اگر مائنس ون کے برابر ہے
تو نظام کوفیینٹ میٹرکس کو درجہ دو مل گیا ہے لہذا سسٹم کے پاس لامحدود تعداد میں حل ہیں اگر ایک مائنس ون کے برابر اس سے پہلے کہ ہم
aa کو آرتھوگونل کہا جاتا ہے اگر a اگلے پر آگے بڑھیں آئیے ہم اس کی وضاحت کرتے ہیں جسے تعریف کہا جاتا ہے ایک مربع میٹرکس
ٹرانسپوز شناخت کے برابر ہوتا ہے
کو اس کے ٹرانسپوز کے ساتھ ضرب دیتے ہیں a تو جب بھی آپ
تو آپ کو کیا حاصل کرنا چاہئے ایک شناختی میٹرکس اگر ایسا ہوتا ہے
تو آپ کہتے ہیں کہ فلاں میٹرکس ایک آرتھوگونل میٹرکس ہے اب اگلا مسئلہ یہ ہے کہ اگر 0 الفا الفا 2 بیٹا بیٹا مائنس بیٹا گاما مائنس گاما گاما ایک

آرتھوگونل میٹرکس ہے
تو الفا کی قدریں تلاش کریں۔ بیٹا اور گاما آئیے ہم اس کو حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں جو ہمارے پاس ہے وہ شناخت کے برابر ہے 0 الفا الفا 2
بیٹا بیٹا مائنس بیٹا گاما مائنس گاما گاما جب اس سے ضرب کریں 0 الفا الفا اب میں اسے قطار کے لحاظ سے 2 بیٹا بیٹا مائنس بیٹا گاما مائنس گاما
گاما لکھ رہا ہوں جب آپ ان دونوں کو ضرب دیتے ہیں
تو آپ کو جس چیز کے ساتھ ختم کرنا چاہئے وہ ہے شناختی میٹرکس تین سے تین شناختی میٹرکس ایک صفر صفر ایک صفر اور صفر صفر ایک
جرمانہ اب ہم لکھتے ہیں کہ ہم میٹرکس کو ضرب دیں جو بائیں ہاتھ میں ہیں چار بیٹا مربع جمع گاما مربع دو بیٹا مربع مائنس گاما مربع مائنس دو بیٹا
مربع جمع گاما مربع معذرت دوسرا کالم دو بیٹا گاما معذرت دو بیٹا مربع مائنس گاما مربع الفا اسکوائر پلس بیٹا اسکوائر جمع گاما اسکوائر الفا اسکوائر
مائنس بیٹا اسکوائر مائنس گاما اسکوائر آخری ایک مائنس ٹو بیٹا اسکوائر پلس گاما اسکوائر الفا اسکوائر مائنس بیٹا اسکوائر مائنس گاما اسکوائر الفا
اسکوائر پلس بیٹا اسکوائر پلس گاما اسکوائر یہ ایک صفر صفر صفر کے برابر ہونا چاہئے ایک صفر صفر صفر ایک اب ہم مساوات لکھتے ہیں چار
بیٹا مربع جمع گاما مربع برابر ایک سیکنڈ ایک دو بیٹا مربع مائنس گام ایم اے اسکوائر صفر تیسرے کے برابر ہے
تو یہ دوسرے چوتھے کے برابر ہے پھر اس اگلے ایک الفا اسکوائر پلس بیٹا اسکوائر پلس گاما اسکوائر ایک الفا اسکوائر مائنس بیٹا اسکوائر مائنس
گاما اسکوائر صفر ہونا چاہئے یہ چار مساوات ہیں کہ میں نے اب ان کو حل کرنے کی کوشش کی ہے آئیے پہلے ایک بڑھے ہوئے میٹرکس کی
شکل میں لکھتے ہیں
تو یہاں ہمارے پاس الفا مربع بیٹا مربع گاما مربع کے ساتھ چار مساواتیں متغیرات کے طور پر ہیں لہذا صفر چار ایک بڑھا ہوا ایک صفر دو مائنس ایک
میں تبدیل کرنے کی کوشش کرنے دی ہے re کے ساتھ صفر ایک ایک ایک ایک مائنس ایک منفی ایک اور صفر یہ ہے جو ہم نے انہیں اس کے
ٹو اور آر فور کو تبدیل کریں گے۔ آپ کے پاس r تین کو تبدیل کریں گے اور اسی طرح r ایک اور r تو ہم اس کے بجائے کیا کریں گے کہ ہم
ایک کے ساتھ ایک بڑھا ہوا ہے اور پھر ایک منفی ایک منفی ایک صفر ہے اور پھر آپ کے پاس صفر ہے چار ایک ایک صفر دو مائنس ایک صفر اب
ایک پہلی قطار باقی ہے جیسا کہ یہ دوسری r ٹو مائنس aced by r آئیے ہم انہیں میں تبدیل کریں آئیے اس کو صفر آر ٹو میں تبدیل کریں
آپ کے پاس صفر مائنس ون مائنس مائنس مائنس ون ہے جو مائنس ٹو ہے دوبارہ مائنس ٹو صفر مائنس ون ہے جو ایک r دو مائنس r قطار ہے
ٹو مائنس صفر مائنس ون ہے آپ کے پاس یہاں مائنس ون ہے اب آئیے اس مائنس ٹو کو ایک میں تبدیل کرتے ہیں r تیسری اور چوتھی قطار ہے یہ
دو سے بدل دیا جاتا ہے پہلے کالم میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی پہلی قطار بھی بدس r ٹو کو ایک سے مائنس دو گنا R
تور برقرار رہتی ہے آپ کے پاس 0 ہے 1 1 اور پھر آدھا تیسرا اور چوتھا کوئی تبدیلی نہیں ہے اب آئیے ہم اس ایک چار اور دو کو صفر میں تبدیل
چار مائنس دو r چار ہے r دو r تین منفی چار بار r تین کی جگہ r ٹو ہے اسی طرح ہمارے پاس r ایک مائنس r ایک کی جگہ r کریں
دو پہلا کالم ایک صفر صفر دوسرا کالم رہ گیا معذرت ایک r ایک مائنس r دو سے بدل دیا گیا ہے آئیے ان سب چیزوں کا حساب لگائیں r بار
مائنس 4 گنا 1 3 r 1 ٹو آپ کے پاس صفر ہے 1 r ایک مائنس r صفر صفر صفر دوسرا کالم صفر ایک صفر صفر اب ہم دوسرا کرتے ہیں ایک
ایک r ٹو ہوگا جو مجھے صرف مائنس تھری دے گا دوبارہ r جس کا مطلب ہے 1 مائنس 4 آپ کے پاس مائنس 3 مائنس 1 مائنس 2 گنا 2 r
تین جو ایک مائنس چار گنا نصف ہے جو ایک r ٹو ایک مائنس آدھا جو مجھے آدھا دے گا دوسری قطار صرف نصف ہے تیسری قطار r مائنس
مائنس دو ہے جو مجھے مائنس ایک مائنس ٹو دے گا معذرت ایک مائنس دو ایک مائنس دو آہ مائنس ایک صفر مائنس دو گنا نصف جو مجھے مائنس ون
دے گا آئیے اس مائنس تھری کو ایک آر تھری میں تبدیل کریں ایک سے مائنس تھری کو آر تھری میں بدل دیں
تو آپ کے پاس ایک صفر صفر صفر ایک صفر صفر صفر ایک مائنس تھری ہے اور پھر آپ کے پاس نصف نصف ایک بائی تین مائنس ون ہے
مائنس 4 r فور کی جگہ r تین r دو سے بدل دیا جاتا ہے مائنس r ٹو میں r آئیے ہم اسے تبدیل کرتے ہیں۔ ایک اور مائنس تھری کو صفر
تین ایک صفر صفر صفر ایک صفر صفر صفر ایک اور پھر آپ کے پاس صفر صفر صفر صفر ہوگا ہم آخری کالم کی r فور جمع تین گنا r سوری
تھری ہے r دو مائنس r تھری معذرت پہلے ایک صرف آدھا r دو مائنس r گنتی کرتے ہیں۔
تو ایک بائے دو مائنس ون بائے تھری جس کا اختتام ایک بائے چھ تین مائنس دو جو آہ ایک بائے چھ ہو گا اور پھر آپ کے پاس ایک بائے تین ہے آخری
ایک صفر ہونے جا رہا ہے اب ہم حل لکھتے ہیں
تو اس صورت میں حل الفا مربع ہے ایک سے دو بیٹا مربع ہے ایک بائے چھ اور گاما مربع ایک بائے تین ہے اس طرح الفا بیٹا اور گاما کی قدریں الفا
کے برابر ہیں جمع کے برابر یا مائنس ون بذریعہ جڑ دو بیٹا برابر جمع یا مائنس ون بذریعہ جڑ چھ اور گاما برابر یا مائنس ون بذریعہ جڑ تین دائیں
تو یہ الفا بیٹا اور گاما کی تمام اقدار ہیں جن کے لیے دیا گیا میٹرکس آرتھوگونل میٹرکس بن جاتا ہے۔
تو اس کے ساتھ میں آپ سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔

Prutor@IITK