پچھلی کلاس میں میٹرکس پر لیکچرز کے سلسلے میں طلباء کو خوش آمدید کہتے ہیں جو ہم نے پچھلی کلاس میں دیکھا وہ یہ ہے کہ کسی سسٹم
کو حل کرنا اسی قطار میں کمی والے نظام کو حل کرنے کے مترادف ہے۔ پتہ چلا کہ ان دونوں سسٹمز کو حل کا ایک ہی سیٹ ملا ہے ہم نے کچھ
مثالیں دیکھی ہیں درحقیقت ہم نے ایسے سسٹمز دیکھے جن کا ایک منفرد حل ہے اب آئیے کچھ ایسی مثالیں پیش کریں جہاں کوئی حل نہیں ہے آئیے
z جمع دو y مائنس سات x برابر پانچ تین z جمع y مائنس تین x برابر تین z پلس y مائنس فور x ایک مثال کے ساتھ شروع کریں دو
برابر بارہ ٹھیک
جب نامعلوم xyz تو اب ہم اس دو مائنس چار ایک ایک مائنس تین ایک تین مائنس سات دو کا میٹرکس فارم لکھتے ہیں پھر لاگو کرتے ہیں۔ میٹرکس
xyz پر لاگو ہوتا ہے
تو مجھے تین پانچ اور بارہ جرمانہ دینا چاہئے اس کے لئے بڑھا ہوا میٹرکس دو ایک تین منفی چار منفی تین مائنس سات ایک ایک دو بڑھا ہوا ہے ای
پانچ بارہ ہمارے پاس ہے یہ بڑھا ہوا میٹرکس ہے اب ہمیں یہ دیکھنا ہوگا کہ ہم غیر صفر ہیں کوئی غیر صفر قطاریں نہیں ہیں اور اس لیے پہلی
تلاش کر رہے ہیں پہلی قطار میں پہلی غیر صفر اصطلاح کی تلاش ہے یہ صرف دو ہے اس طرح نصف سے ضرب کریں
تو r ایک کو آدھے سے r ایک سے بدل دیں
تو جو مجھے ایک مائنس دو آدھا دے گا اور پھر میرے پاس تین سے دو ہوں گے باقی قطاریں اچھوتی ہیں ایک منفی تین ایک پانچ تین منفی سات دو بارہ
ایک سے بدل r دو مائنس r دو سے r ٹو کو r اور پھر میں دوسری چیز کو پہلے کالم کے دیگر عناصر کو صفر میں صفر بنانا پڑے گا لہذا
l ایک میں ایک صفر صفر ہوگا اب پہلا کالم پہلے سے اچھوتا ہے قطار اچھوت ہے اسی طرح r تین سے مائنس تین گنا r تین کو r دیں اور
ایک r دو مائنس r نصف تین بائی دو کے لیے دوسرے ایک
تو مائنس تھری مائنس مائنس ٹو
تو میں مائنس ون ہو گا اور اسی طرح ایک مائنس آدھا جو کہ دوبارہ نصف پانچ منفی تین بائی دو جو کہ سات ضرب دو ر تین
تین مائنس تین گنا ہے r مائنس تین گنا مائنس سات مائنس مائنس چھ جو کہ صرف ایک ہے اور اسی طرح میرے پاس e تو تین
تو دو مائنس تین ضرب دو جو نصف ہے
تو میرے پاس یہاں ایک مائنس ایک ہے ٹھیک ہے اور آخر میں آہ بارہ مائنس اے ایچ نو بائی دو دائیں میرے پاس بارہ مائنس نو بائی دو ہے
ایک r تین ر تین مائنس تین گنا i تو چوبیس مائنس نو دائیں
تو بارہ مائنس تین بائی مائنس تین گنا دو جو نو بائی دو
تو چوبیس مائنس نو جو 15 بائی 2 ہے ٹھیک ہے میرے پاس یہ ہے اب یہ دوسرا ہے میرے پاس سیکنڈ ہے دوسرے میں پہلا غیر صفر عنصر مائنس
ون ہے
ٹو سے بدل دیا جائے گا جو میرے پاس ہوگا وہ ایک ہے صفر r ٹو کی جگہ مائنس آف r تو مجھے صرف اسے مائنس ون سے ضرب کرنے دیں
صفر مائنس دو نصف تین از دو ایک مائنس آدھا مائنس سات از دو اور پھر میرے پاس مائنس ایک نصف ہے اور پھر یہ پندرہ بائی دو ہونے والا ہے
تھری r سے بدلیں۔ دو اور r ایک جمع دو بار r ایک کو r اب مجھے ان دو کو صفر مائنس ٹو اور مائنس ون کو صفر میں تبدیل کرنا پڑے گا۔
دو سے بدل دیں اور اس مرحلے میں کوئی دیکھ سکتا ہے کہ آپ کے پاس جو ہے وہ ایک صفر ہے صحیح یہ صفر پر جاتا ہے r تھری جمع r کو

تو r ایک جمع دو گنا
تو آدھا مائنس ایک جو مائنس آدھا ہے آپ کے پاس یہ قطار ہے زیرو ون مائنس نصف کو ختم کریں لیکن پھر یہ صرف آخری کے لیے ہے جو
ایک r تھری جمع r ہمارے پاس ہے وہ ہے
تو ہمارے پاس صفر صفر صفر ہوگا اب یہاں دوسرا غیر چھوا ہے سات ضرب دو مائنس سات از دو ر ایک جمع دو بار دو ر ایک تین ضرب دو جمع
دو بار ر دو
تو اس کا دو بار اس قدر مائنس چودہ ضرب دو کا
تو آپ کے پاس جو ہوگا وہ ہے مائنس گیارہ ضرب دو اور اسی طرح آر تین جمع آر ایک پندرہ ضرب دو مائنس سات ضرب دو
تو میں آٹھ ہوں گے جس سے صرف چار ہے لیکن آپ یہاں جو دیکھ سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ عددی میٹرکس کی آخری قطار کی آخری قطار میں آپ
کے پاس صرف صفر ہیں لیکن دوسری طرف جو آپ کے پاس ہے وہ یہاں ایک غیر صفر اصطلاح ہے اگر آپ بس اسے واپس لکیری مساوات کے
دو برابر مائنس سات z مائنس y از دو برابر مائنس گیارہ از دو z مائنس x مندرجہ ذیل ہے have نظام میں تبدیل کریں جو آپ کریں گے۔
برابر چار z جمع صفر ضرب y جمع صفر ضرب x صفر ضرب z افسوس صفر ضرب x ضرب دو صفر ضرب
تو یہ نظام اس کے پاس کوئی حل نہیں ہے کیونکہ اس آخری کا کوئی مطلب نہیں ہے کہ یہ کیا کہتا ہے کہ صفر کے برابر چار اس لیے دیے گئے
نظام کے پاس کوئی حل نہیں ہے آئیے ہم دوبارہ لکھیں کہ آخری حاصل کردہ میرا آخری نتیجہ میٹرکس نتیجہ والا میٹرکس جو ہمارے پاس تھا وہ ایک
صفر صفر ہے صفر ایک صفر مائنس آدھا مائنس آدھا صفر مائنس گیارہ از دو مائنس سات ضرب دو آٹھ دو دائیں
تو یہ ہے اس عدد میٹرکس کا درجہ اس کو دیکھ کر آسانی سے یہ نتیجہ اخذ کیا جا سکتا ہے کہ عددی میٹرکس اے کا درجہ صرف ہے جب کہ بڑھا
ہوا میٹرکس کا درجہ تین ہے اور ہم جانتے ہیں کہ دو سختی سے تین سے کم ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ سسٹم کے پاس کوئی حل نہیں ہے جو ہم
کے برابر ہونا چاہیے۔ وہ بڑھے ہوئے میٹرکس کا درجہ رکھتا ہے لیکن t کا درجہ a حل کے موجود ہونے کے لیے چاہتے تھے وہ یہ ہے کہ
یہاں ایسا معاملہ نہیں ہے جس کا آسانی سے مشاہدہ کیا جا سکتا ہے اب آئیے ایک اور مثال کرتے ہیں سسٹم ون پلس آئی کو زیڈ ون مائنس زیڈ ٹو
دو میں ایک نوٹس کے برابر ہے کہ یہ پیچیدہ گتانکوں کے ساتھ ایک ایسا نظام z میں حل کریں۔ i برابر آئی ون مائنس آئی کو زیڈ ون پلس ون پلس
ہے جس کا طریقہ کار ایک جیسا ہے
تو آئیے ہم اسی الگورتھم کو لاگو کرتے ہیں تاکہ کوفیشینٹ میٹرکس کو اس کی قطار میں کم کیا جا سکے تاکہ بڑھا ہوا میٹرکس درج ذیل ایک ایک
اور ایک کے ساتھ بڑھا ہوا ہے لہذا آپ کے پاس پہلی اصطلاح ہے بطور ایک i ون پلس میں i مائنس ون ون مائنس i کرکے دیا جائے۔ پلس
میں بدل دیا جاتا ہے جو کہ ایک مائنس ہے ایک سے ایک جمع r کو i میں تبدیل کرتا ہے ایک سے ایک جمع r کو ایک i اس ون پلس i جمع
ii ایک جمع i ایک مائنس i ایک جمع i ایک
سے ضرب اور تقسیم کرتا i تو اب آئیے اس کے نتیجے میں آنے والے میٹرکس کو لکھتے ہیں اگلا ایک مائنس ایک سے ایک ہے جمع میں ایک مائنس
ہوں
کو ایک i میں جو دو بڑھا کر i ایک مائنس i پر ون جمع i تو ہم کیا کریں گے کے ساتھ ہمارے پاس موجود عدد پر ہے۔ مائنس ون پلس
i ایک i ایک جمع i ایک پر دو اور پھر ایک مائنس i میں لے جائے گا جو کہ مائنس ون جمع i مائنس
ون r کو i ٹو مائنس ون مائنس r ٹو میں تبدیل کرنے دیں r میں صفر i ہے مجھے اس کو ایک مائنس i تو اگلا میرے پاس یہ ایک مائنس
میں بدل دیں
پر i تو جو میں پہلی قطار کے ساتھ ختم کروں گا لیڈز ایک صفر کی طرف جاتا ہے اور اسی طرح پہلی قطار وہی رہتی ہے جو آپ مائنس ون پلس
پر ٹو ہوگا ہاں پچھلے والے میں بھی یہ پوائنٹ i ون پلس i پر ٹو کے ساتھ بڑھا دیا جائے گا معذرت یہ ایک پلس i ٹو ہوگا اور مائنس ون پلس

ہے جو کہ ایک i میں مائنس ون پلس i مائنس ون مائنس i ہے اب دو ہم باقی شرائط کا حساب لگاتے ہیں یہ ایک جمع i ٹو پر صرف ایک جمع
پورا مربع بالکل 2 ہے معاف کیجئے گا یہ مائنس 2 ہے لہذا آپ کے پاس i پورے مربع کے برابر ہے لیکن 1 مائنس i جمع ایک مائنس i جمع
ہوگا افسوس یہ ہے کہ کیا ہوگا
مائنس y جمع ایک مائنس دو y جمع ایک مائنس دو i ہوگا۔ دو پر سوراخ کا مربع جو ایک جمع iw جمع ایک مائنس i تو ہمارے پاس ایک جمع
ایک مکمل دو پر لے جائے گا
اور دو کو دو اور دو ملے گا منسوخ ہو جاتا ہے لہذا آپ i ہوگا اور اس طرح یہ مائنس ٹو y تو یہ منسوخ ہو جائے گا اور آپ کے پاس مائنس ٹو
میں ایک i پر دو ایک مائنس i میں ایک جمع i ہو گا لہذا میں آخر میں صرف ایک اگلا ایک ایک مائنس ایک مائنس i مائنس i کے پاس ایک جمع
صرف دو کے ساتھ ملوں گا اور اس طرح یہ منسوخ ہو جاتا ہے۔ آپ کے پاس ایک مائنس ون ہوگا جو صفر پر لے جائے گا اب میرے پاس i جمع
ایک r ایک کی جگہ r آن ٹو سے صفر ہے i یہاں ایک ہے میں اس دوسرے عنصر کو دوسرے کالم میں تبدیل کرتا ہوں جو کہ مائنس ون جمع
پر ہے دو میں دو میں ایک صفر صفر ہوگا ایک میں صرف صفر کے ساتھ کچھ جوڑ رہا ہوں جو بنیادی طور پر ایک ہی چیز i مائنس مائنس ون پلس
پر دو اور پھر صفر کا حق لے جائے گا i کو ایک جمع
پر دو اور صفر کا حل ہے سسٹم پر si دو صفر ہے اس طرح حل ایک پلو ہے۔ z پر دو اور i ایک ہے ایک جمع z تو ہمارے پاس کیا ہے
برابر 10 z جمع i جمع بارہ x برابر پانچ پانچ z مائنس تھری i جمع دو x برابر مائنس ایک z جمع دو y جمع پانچ x غور کریں دو
ہے لہذا مستقل میٹرکس یا مستقل اصطلاح میٹرکس 1 5 صحیح ہے ہم نے xyz میٹرکس فارم 2 1 5 5 2 12 2 مائنس تین گنا نامعلوم نامعلوم
لکھتے ہیں۔ میٹرکس بی کے مستقل کے ساتھ بڑھا ہوا عدد a میٹرکس کے لحاظ سے دیئے گئے نظام کو واپس کر دیا ہے اب ہم بڑھا ہوا میٹرکس
میٹرکس صرف دو ایک پانچ پانچ دو بارہ دو منفی تین ایک ہے اور ہم میٹرکس کے مستقل کے ساتھ بڑھا رہے ہیں جو مائنس ایک پانچ اور دس ہے
ہمارے پاس کوئی غیر صفر قطار نہیں صفر قطاریں ہیں اور اس وجہ سے ہم پہلی قطار میں پہلی غیر صفر اصطلاح تلاش کریں جو صرف دو ہے
کے آدھے سے بدل دیں گے جو مجھے مائنس کے ساتھ بڑھا کر ایک r ایک کو r لہذا اب ہمارا مقصد اس دو کو ایک میں تبدیل کرنا ہے لہذا ہم
قطاریں اچھوتی ہیں ایک دو منفی تین پانچ پانچ بارہ ایک اور دس میرے پاس یہ ہے اب مجھے باقی چیزوں g پانچ بائے دو ایک دے گا۔ نصف باقی
تین سے بدل دیں مائنس پانچ r تین کو r ایک سے بدل دیں اور r دو مائنس r دو سے r کو صفر کرنا پڑے گا جو ایک اور پانچ ہے صفر کو
ایک پہلی قطار اچھوتی رہتی ہے ایک پانچ سے دو ایک اور پھر آپ کے پاس مائنس نصف ہے r گنا
تو ایک مائنس ایک جو صفر ہے دو مائنس پانچ بائی دو جو کہ پانچ بائی دو مائنس تین مائنس ایک جو مجھے مائنس چار دائیں پانچ مائنس دے گا مائنس
r ایک بارہ مائنس پانچ گنا r نصف جو کہ پانچ جمع آدھا پانچ جمع ہاف گیارہ بذریعہ دو رائٹ ہے اور اب یہاں یہ صفر ہے یہ بارہ مائنس پانچ گنا
ایک ہے جو پانچ میں پانچ پچیس بائی دو ہے
r ٹو مائنس r دو مائنس ایک معذرت یہ دوسرا عنصر نہیں ہے r تو میرے پاس مائنس نصف ہوگا ایک مائنس پانچ جو مجھے مائنس فور دے گا
s ہونے والا ہے تین دس مائنس آہ پانچ گنا منٹو r ایک دو مائنس فائی بائی ٹو اوہ یہ مائنس آدھا آہ ہے یہ بالکل وہی ہے جو میں یہاں چاہتا تھا یہ
دو r دو میں بدل دیتا ہوں مائنس آدھا گنا r نصف جو مجھے دس جمع پانچ بائے دو دے گا جو کہ پچیس بذریعہ دو ہے ابھی میں اس چیز کو ایک
سے بدلا جاتا ہے جو میرے پاس ہوگا وہ ایک صفر صفر فی دو سے ہے ایک مائنس آدھا میں اسے صرف مائنس دو سے ضرب کر رہا ہوں
تو میرے پاس ایک ہو گا جو یہاں آٹھ ہے مائنس گیارہ اور پھر باقی رہے گا جو کہ کوئی تبدیلی نہیں ہے مجھے باقی دو عناصر کو صفر میں تبدیل
کرنا پڑے گا جو پانچ سے دو ہے اور مائنس آدھا
سے بدل دیا جائے گا r تین کو r ایک سے بدل دوں گا اور اسی طرح r ایک سے مائنس پانچ سے دو گنا r ایک کو r تو میں کیا کروں گا کہ
دو r مائنس سوری پلس آدھا گنا
تو نتیجہ میٹرکس ہے آپ دیکھیں گے کہ ایک صفر صفر ہے ایک صفر اور پھر آخری شرائط یہ ہیں کہ یہ آٹھ ہونے جا رہا ہے جو باقی نہیں رہے گا
دو جو آٹھ ہے چار بیس r دو پانچ دو گنا r ایک مائنس فائی دو گنا R ایک ہے جو ایک مائنس ہے r پہلا جو
مجھے مائنس انیس دے گا یہاں یہ صفر ہونے جا رہا ہے اور بڑھا ہوا میٹرکس ہونے والا ہے میں مائنس ہاف مائنس فائیو ch تو ایک منفی بیس وہی۔
بائی دو گنا مائنس الیون مائنس ففٹی 5 ہو گا
تو میرے پاس مائنس ففٹی فور بائی ٹو ہو گا میں پریشان ہونے میں خوش ہوں اس کے بارے میں کہ اصل کیا ہے اور یہ مائنس گیارہ ہے اور آخر
میں میرے پاس پچیس بائی دو جمع آدھا گنا مائنس 11 ہوگا
تو جو مجھے 14 بائی 2 دے گا یہ وہی ہے جس پر اب میرے پاس عددی میٹرکس کا درجہ ہے۔ یہ اور کوئی آسانی سے یہ نتیجہ اخذ کر سکتا ہے
کہ یہ صرف دو ہے اور اسی طرح بڑھا ہوا میٹرکس کا درجہ جو اس معاملے میں آپ کے پاس ہے حالانکہ آپ کے پاس صفر صفر کی قطار ہے آپ
کے پاس یہ غیر صفر کی اصطلاح ہے جو ہمیں آسانی سے بتائے گی کہ یہ ہونے والا ہے۔ تین اس لیے بڑھے ہوئے میٹرکس کی رینک کوفیشینٹ
میٹرکس کے درجے سے سختی سے بڑا ہے جس کا مطلب یہ ہوگا کہ دیے گئے سسٹم کے پاس کوئی حل نہیں ہے اب ہم ایک اور مثال کرتے ہیں
x برابر سات چار z جمع دو y جمع تین x برابر گیارہ دو z جمع چار y جمع تین کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ x آئیے ایک اور مثال
جمع ایک کے برابر یہ وہ نظام ہے جو میرے پاس دوبارہ ایک ہے دیکھ سکتے y مائنس دو x برابر بیس اور آخر میں تین z جمع دس y جمع نو
ہیں کہ یہ ایک حد سے زیادہ طے شدہ نظام ہے جس کا مطلب ہے کہ اس معاملے میں نامعلوم افراد کی تعداد 3 ہے جبکہ اس معاملے میں مساوات
کی تعداد چار ہے لہذا یہ اوور ڈیڈڈ سسٹم ٹھیک ہے اب ہم میٹرکس کی شکل میں لکھنے کی کوشش کرتے ہیں۔ 1 2 4 3 3 3 9 مائنس 2 4 2
جب نامعلوم پر گتانک پر لاگو ہوتا ہے 1 10
مجھے مستقل میٹرکس مستقل ویکٹر 11 7 20 دینا چاہئے اور ایک ہمیشہ کی طرح ہم بڑھا ہوا میٹرکس کو آزمائیں اس کے لئے بڑھا ہوا xyz تو
میٹرکس ہے ایک دو چار تین تین تین نو مائنس دو چار دو دس ایک بڑھا ہوا گیارہ سات بیس کے ساتھ اور ایک یہ وہ نظام ہے جو ہمارے پاس ہے یہ
بڑھا ہوا میٹرکس ہے اب ہم اسے لکھنے کی کوشش کریں
یہاں کوئی صفر قطاریں نہیں ہیں اور اس لیے پہلی قطار کے لیے پہلی قطار نظر آتی ہے اس میں t تو قطار کے ابتدائی آپریشنز نوٹس کریں کہ
دو r r2 پہلا غیر صفر عنصر ایک ہے اس لیے ہمارے پاس کچھ نہیں کرنا ہے اس کالم کے دوسرے عناصر کو صفر میں تبدیل کر دیں گے
ایک سے بدل دیا جاتا ہے آئیے ہم ان r مائنس تین گنا r 4 فور کی جگہ r ایک r تین مائنس چار بار r تین کی جگہ r ایک r مائنس دو گنا
تمام کارروائیوں کو انجام دیں
تو نتیجے کے طور پر اور ہم کیا
دو r توقع کرتے ہیں کہ یہ سب تین صفر پر جاتا ہے اور پھر تین رہتا ہے جیسا کہ یہ پہلی قطار ہے اصل میں پوری کوئی تبدیلی نہیں ہوتی ہے
ایک سے بدل دیا جاتا ہے r کو دو بار
تو تین منفی چھ جو کہ مائنس تین دو مائنس دو گنا چار ہوتا ہے
تو آپ کے پاس دوبارہ مائنس چھ ہو جائے گا۔ سات مائنس دو گنا گیارہ
مائنس i تو سات منفی بائیس جو مائنس پندرہ اور پھر نو مائنس چار گنا تین جو نو مائنس بارہ ہے آپ کے پاس مائنس تین دس مائنس سولہ ہوں گے
یہ مجھے مائنس چوبیس دے گا آخری ایک مائنس دو مائنس نو جو کہ مائنس گیارہ ایک مائنس s44 چھ اور پھر بیس مائنس 44 جی ہاں بیس منٹ

بارہ ہے جو کہ مائنس گیارہ ایک مائنس تینتیس ہے جو مائنس بتیس ہے دائیں دوسری قطار کا پہلا غیر صفر عدد ہے مائنس تین لیٹ ہم اسے ایک آر
میں ایک صفر صفر صفر تین چار بڑھا ہوا گیارہ ہوگا جو ایک مائنس دو ہے i دو سے بدل جاتا ہے r دو میں بناتے ہیں ایک سے مائنس تین گنا
میرے پاس پانچ ہوں گے باقی چیزیں اچھوتی ہیں لہذا میرا اگلا مقصد تبدیل کرنا ہے۔ یہ تین مائنس تھری اور مائنس گیارہ کو صفر میں بدل دیں
فور سے بدل دیں اور گیارہ گنا r فور کو r دو اور r تین سے تین گنا r تین کو r دو کی جگہ r ایک سے مائنس تین گنا r ایک کو r تو
r دو اچھی طرح سے ہم یہ آپریشن کرتے ہیں۔ پہلا کالم ایک صفر صفر صفر ہوگا دوسرا صفر ایک صفر صفر ہوگا تیسرا ہم حساب کرتے ہیں کہ r
ایک مائنس ہے r ایک کی جگہ
تو چار مائنس چھ جو کہ مائنس ٹو ہے مائنس کے ساتھ بڑھا ہوا ہم پندرہ جو کہ مائنس چار ہے دوسری قطار باقی ہے کیونکہ یہ دو پانچ تیسری ایک
ہے r4 دو ہے جو مجھے صفر مائنس چوبیس جمع پندرہ دے گا جو مجھے مائنس نو دے گا اور پھر میرے پاس r تین منفی چھ جمع تین بار r
تو مائنس 11 پلس 22 آپ کے پاس 11 مائنس 32 جمع 35 ہے
تو جو مجھے صرف 3 دے گا میرے پاس دائیں درمیان میں ایک صفر کی قطار ہے میرے پاس نہیں ہے
کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے ۔ ایک صفر منفی i چار r تین کو r تو اگلی کوئی نہیں ہے وہ اچھی طرح سے میرے پاس صفر کی قطار ہے لہذا
دو کے ساتھ مائنس چار صفر ایک دو پانچ صفر گیارہ تین صفر صفر صفر مائنس نو اس گیارہ کو ایک میں تبدیل کریں لیکن مجھے ایسا کرنے کی
ضرورت نہیں ہے کیونکہ میرے پاس یہاں ایک صفر قطار ہے اور یہاں ایک غیر صفر اصطلاح ہے۔ ٹھیک ہے لہذا سسٹم کے پاس کوئی حل نہیں ہے
کیونکہ آپ کے کوفیشینٹ میٹرکس میں غیر صفر قطار ہے لیکن جب کہ بڑھا ہوا میٹرکس میں آپ کے پاس غیر صفر کی اصطلاح ہے اور اس وجہ
سے اس سسٹم کے پاس کوئی حل نہیں ہے آئیے مثالوں کے ساتھ آگے بڑھتے ہیں اب ہم کچھ کرتے ہیں۔ مثالیں جب آپ کے پاس لامحدود حل ہوں
جمع چار z برابر سات t جمع تین y پلس دو x تو ہماری پہلی مثال آئیے ایک آسان تلاش کرتے ہیں آئیے ایک آسان مثال کے ساتھ شروع کریں
کے برابر ایک یہ محسوس کر سکتا ہے کہ یہ ایک غیر متعین نظام ہے جو اس کا مطلب کیا ہے کہ ہم نامعلوم افراد کی تعداد یا متغیرات کی تعداد t
کو دیکھیں جو ہمارے پاس چار ہیں اور اس معاملے میں ہمارے پاس مساوات کی تعداد صرف دو ہے لہذا دو سختی سے چار سے کم ہے لہذا
یہ ایک طے شدہ نظام ہے۔ ہم اسے حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں اس سے پہلے پہلے معمول کے مطابق اس 1 2 0 3 0 0 0 1 4 کی
پر سات آٹھ فائن کے برابر ہے اب نوٹ کریں کہ اس معاملے میں دیا گیا میٹرکس یا دیا گیا گتانک میٹرکس ہے xyzt میٹرکس فارم کو لکھیں جو
خود ہی قطار میں ہے کمی کو تشکیل دینے کے لئے کیونکہ پہلا غیر صفر عدد ایک ہے اور اس کالم میں دوسرے عناصر صفر ہیں اور آپ کے پاس
یہ ہے لہذا حقیقت میں صرف دو مساواتیں ہیں دو قطاریں
وہاں ایک صفر ہے اور اسی طرح پہلا غیر صفر عنصر تیسرے کالم میں ظاہر ہوتا ہے اور دوسرا عنصر صفر ہے اس لیے یہ اس میں ہے o تو
اکیلے کم کر دیے گئے ہیں اب سسٹم کو کیسے حل کیا جائے کہ سسٹم کے صحیح حل کیا ہیں؟ جہاں بھی ایک ہے اور صفر ہے h ایک قطار میں
منحصر z اور x حق ان کو ان پوزیشنوں کے مطابق متغیرات کو دائیں کہے گا لہذا میں اسے ایک اور تین کے مطابق کہوں گا لہذا متغیرات
ہیں آزاد متغیرات t اور y متغیر ہیں جبکہ دیگر متغیرات جو متغیر ہیں
تو جہاں کہیں بھی ایک آزاد متغیر ہے
تو آئیے کوشش کریں کہ ہمارے پاس دو آزاد متغیرات ہوں
یا کوئی بھی حقیقی اعداد یا کوئی حقیقی نمبر کوئی بھی mu اور lambda ہے جہاں t mu اور lambda ہے y تو میں یہ کہوں کہ
برابر t جمع چار z برابر سات t جمع تین i جمع دو x صوابدیدی حقیقی اعداد ہیں اب ہم دوبارہ لکھتے ہیں آئیے ہم مساوات کو لکھتے ہیں
برابر لا کے متبادل ایم بی ڈی اے اور ٹی مس کے مساوی اور پھر دیکھیں کہ کیا ہے ایکس پلس 2 لیمبڈا پلس 3 ٹی مساوی 7 y آٹھ اب صرف
آٹھ ہے mu جمع چار ہونا چاہیے mu z جمع چار z لیمبڈا پلس 4 ٹی مساوی ٹو 8۔ سوری اسے دوسرے طریقے سے ہونا چاہیے معذرت آہ یہ
تو دوسرا ہے
ہے mu ہے صرف پہلے والے میں کیا ہوگا میرے پاس اتنا 2 لیمبڈا جمع 3 mu آٹھ منفی چار z تو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ
کو سات x کے طور پر دیتا ہے پہلا ایک mu آٹھ مائنس چار z دائیں دوسرا mu برابر 7 مائنس 2 لیمبڈا مائنس 3 x تو میرے پاس کیا ہوگا
کوما لیمبڈا کوما آٹھ مائنس چار mu کے طور پر دیتا ہے لہذا اس مساوات کا حل سیٹ مائنس ٹو لیمبڈا مائنس تھری mu مائنس دو لیمبڈا مائنس تھری
کے لامحدود حل ہیں آپ mu دونوں حقیقی نمبروں سے ہیں لہذا ہمارے پاس مختلف لیمبڈا اور mu اس شرط کے ساتھ لیمبڈا اور mu کوما mu
مختلف ہوتا ہے حل بدلتا رہتا mu کے لئے مختلف حل ملتے ہیں آپ کو مختلف مختلف حل ملتے ہیں جیسا کہ لیمبڈا اور mu کو ہر ایک لیمبڈا اور
x برابر 30 مائنس 11z جمع 5y جمع x یہی ہے جو ہم دیکھتے ہیں۔ اس مثال کے ذریعے پیش کی گئی آئیے ہم ایک اور مثال کرتے ہیں 8
برابر کے برابر لکھتے ہیں میٹرکس کی شکل آٹھ پانچ گیارہ مائنس ایک مائنس چار دو z جمع پانچ y مائنس x برابر تین دو z جمع 2 y مائنس 4
مجھے تینتیس اور بارہ دینا چاہئے لہذا اس معاملے میں بڑھا ہوا میٹرکس آٹھ مائنس xyz دو مائنس ایک پانچ اور یہ نامعلوم ویکٹر پر لاگو ہوتا ہے
ایک دو پانچ منفی چار منفی ایک گیارہ دو پانچ بڑھا ہوا تینتیس اور بارہ ہے
تو اس طرح ہیں عام طور پر کوئی صفر قطاریں نہیں ہوتیں
ایک سے بدلا جاتا ہے جو ہمارے پاس ہوگا وہ ایک پانچ ضرب آٹھ گیارہ ضرب آٹھ r کو تبدیل کرتے ہیں ایک سے آٹھ گنا r تو آئیے ہم پہلی ایک
تیس ضرب آٹھ دوسری قطاریں غیر تبدیل شدہ ہیں منفی ایک منفی چار دو تین دو مائنس ون پانچ اور بارہ کو دوسری قطاروں کو پہلے کالم کے
mes r one تھری مائنس ٹو ٹائی ہے۔ r تھری کی جگہ r ایک اور r ٹو جمع r، تو میں تبدیل کرنا پڑے گا r دوسرے عناصر کو صفر
آٹھ چار جمع پانچ از آٹھ مائنس 32 جمع 5 آپ کے پاس ہوگا v پہلا کالم بن جاتا ہے ایک صفر صفر آدھا دائیں مائنس چار جمع پانچ از
تو پہلے کالم میں ہمیشہ کی طرح کوئی تبدیلی نہیں آئی آئیے اسے مائنس ستائیس بائی آٹھ دو جمع لکھتے ہیں۔ گیارہ ضرب آٹھ
تو سولہ جمع گیارہ
تو ستائیس ضرب آٹھ اور پھر ر تین منفی ایک منفی دو بار منفی چار
تو کون سا آٹھ منفی ایک سات پانچ مائنس دو گنا پانچ منفی چار جو ایک ہے آپ کے پاس بارہ منفی دو گنا تین
نصف چھ ہے ٹھیک ہے میں اس کے لیے کیا کوشش کر رہا ہوں غلط ہے y تو بارہ مائنس سکس جو کہ
ایک کیا ہو گا میرے پاس ایک پانچ ضرب آٹھ گیارہ آٹھ اور r ایک کی جگہ ایک سے ایک دفعہ r تو آئیے آپ ہمیں پہلے عنصر کو تبدیل کرنے دیں
پھر اسے تیس ضرب آٹھ منفی ایک منفی چار دو تین دو منفی ایک پانچ اور بارہ کے ساتھ بڑھایا جائے گا مجھے ان دو عناصر کو صفر میں تبدیل کرنا
ایک پہلی r سے بدل دیا گیا ہے ۔ تین مائنس دو گنا r تین کو r ایک سے بدل رہا ہوں اور r دو جمع r ٹو کو r پڑے گا لہذا میں صرف
قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی ایک پانچ ضرب آٹھ گیارہ ضرب آٹھ اور میرے پاس تیس ضرب آٹھ آہ صفر ہوں گے
تو میرے پاس منفی چار جمع پانچ ضرب آٹھ ہوں گے جو مجھے ستائیس ضرب آٹھ دو جمع گیارہ ضرب آٹھ دے گا ایک بار پھر ستائیس بائی آٹھ ہے
فائیو مائنس ایک آہ مائنس ستائیس بائی آٹھ ہے y تو آپ کے پاس مائنس
تو یہاں آپ کے پاس ستائیس بائی آٹھ رائٹ ہوں گے اور پھر میرے پاس مائنس ون جمع دو گنا پانچ ضرب آٹھ ہوگا
تو میرے پاس پانچ بائے ہوں گے۔ چار
تو مائنس ون جمع پانچ بائی چار میں صفر ہو گا معاف کیجیے گا مائنس چار جمع پانچ

تو یہ صفر ہے
تو مائنس ایک مائنس فور
تو میرے پاس ایک بائے چار اور پھر پانچ مائنس دو گنا گیارہ بائی آٹھ ہو گا جو مجھے پانچ مائنس گیارہ بائے دے گا چار جو کہ بیس منفی گیارہ ضرب چار ہے
تو میرے پاس نو ضرب چار ہوں گے
تو یہ اصطلاحات تین میں تین جمع تیس ضرب آٹھ چوبیس جمع چونتیس چار ضرب آٹھ اور پھر آخر میں میرے پاس بارہ منفی دو ضرب اڑتیس ضرب آٹھ ہوں گے جو کہ دو ہے ایلو مائنس تھرٹی بائی چار
ٹو کو مائنس آٹھ سے ستائیس گنا میں r تو اڑتالیس مائنس اڑتیس اٹھارہ ضرب چار اب اگلا عنصر صرف بیس ہے یہ ایک مجھے اسے ایک کی جگہ دو ایک صفر صفر دوسری قطاریں اچھوتے ہیں میرے پاس صرف ایک بذریعہ چار نو از چار اٹھارہ بذریعہ چار جرمانہ ہو گا اب اگر r بنانا ہوگا میں ضرب کروں گا
تو یہ صرف ایک ہو جائے گا بقیہ اصطلاح میرے پاس بیس ہوں گے
تو میرے پاس مائنس ون ہوگا میرے پاس مائنس ٹو ایف مائنس ٹو اب میرے پاس ہوں گے دوسرے کالم کے دیگر عناصر کو صفر میں تبدیل کرنے کے لیے r one کو r one minus phi کو آٹھ گنا r اور r دو سے بدل دیں اور r تین کو r چار گنا r تین سے مائنس ایک سے دو سے تبدیل کریں
تو میرے پاس کیا ہوگا پہلا کالم دوسرا نہیں بدلا کالم 0 1 0 نکلتا ہے اور تیسرے کالم کے لیے اگر میں اس کو تبدیل کرتا ہوں پہلے والی کو بدل دیا جائے گا کیا یہ نو سے چار یا ایک سے چار ہے یہ چھوٹی تبدیلی ہے یہ 9 بائی 4 نہیں ہونی um تو میرے پاس کیا ہوگا
r1 گنا ہونا چاہئے۔ r3 x 2 x 4 چاہیے 1
by 4 مائنس 11 5 4 by تو آپ کے پاس ہوگا 11
تھری صرف مائنس ایک جمع دو میں پانچ بائی چار مائنس ایک پانچ صفر صفر صفر ایک صفر r تو بیس مائنس نو سوری نو بائی چار یہ اصطلاح ایک گیارہ ضرب آٹھ مائنس فائی ضرب ایک گنا مائنس ایک ہے جو میں r one r صفر ہے اور پھر میرے پاس آہ ہوگی یہ اصطلاح اتنی ہے کہ اسے سولہ ضرب پانچ معاف سولہ ضرب آٹھ کے طور پر رکھوں گا اور پھر یہ مائنس ون باقی رہے گا کیونکہ یہ نو ضرب چار مائنس ایک ضرب چار میں مائنس ہے ایک
تو جو کہ دس ضرب دس ضرب چار ہو جائے گا اور آر ایک کے ساتھ تیس ضرب آٹھ مائنس پانچ ضرب آٹھ میں مائنس دو
تو میرے پاس چالیس ضرب آٹھ ہو جائیں گے اور پھر دوسرا باقی رہے گا کیونکہ یہ مائنس دو ہے آخری ہے اٹھارہ بائی چار مائنس ون بائی چار مائنس ٹو میں ہو گا
تو جو چوبیس بائی چار ٹھیک ہو گا اب مجھے اس عنصر کو ایک میں تبدیل کرنا ہو گا
میرے ur تین کو بدل دیں باقی قطاریں صفر رہیں ایک مائنس ایک مائنس دو صفر صفر ایک چار بذریعہ ٹی r تین کو چار سے دس گنا r تو ایک مائنس r سے بدل دیا جائے گا r تھری r ٹو پلس r ٹو کو r پاس صرف دو باقی عناصر کو صفر میں تبدیل کرنا پڑے گا ان دونوں میں دو جمع r تھری پہلے اور دوسرے کالم میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ آخری یہ ایک ام آر دو کی جگہ R سولہ سے آٹھ سے سولہ سے آٹھ میں ایک کی جگہ ہے جس سے سولہ r one r میں ایک صفر ہوگا یہ جمع یہ جو مجھے صفر دینے والا ہے اور پھر یہ دو چیزیں i تین ہے r ضرب آٹھ مائنس یہ ہے اصطلاح دوبارہ صفر ہے لیکن پھر میرے پاس ہوگا جو چالیس ضرب آٹھ منفی سولہ ضرب آٹھ میں دو ہے
تو یہ بتیس ہے
تو کون سا آٹھ ضرب آٹھ جو ایک ہے یہاں آپ کے پاس ایک یقینی حل ہے اس معاملے میں حل ہے درجہ تین ہے صحیح حل آپ کے پاس ایک صفر ہے اور دو حل ہے اس معاملے میں حل منفرد ہے اگلے لیکچرز میں ہم کچھ اور مثالیں دیں گے جس میں آپ کے پاس آہ کے ساتھ مثالیں ہوں گی۔
اور یہ تمام چیزیں آپ سب کا شکریہ ons

Prutor@IITK