వెల్కమ్ బ్యాక్ స్టూడెంట్స్ మాతృకలపై ఉపన్యాసాల శ్రేణికి స్వాగతం గత తరగతిలో మేము చూసిన సరళ సమీకరణాల వ్యవస్థను పరిష్కరించడం గురించి మేము మునుపటి తరగతిలో చూశాము, సిస్టమ్‌ను పరిష్కరించడం అనేది సంబంధిత వరుస తగ్గిన సిస్టమ్‌ను పరిష్కరించడానికి సమానం మరియు మేము ఈ రెండు సిస్టమ్‌లు ఒకే విధమైన పరిష్కారాలను కలిగి ఉన్నాయని కనుగొన్నాము
, వాస్తవానికి మేము కొన్ని ఉదాహరణలను చూశాము, వాస్తవానికి ప్రత్యేకమైన పరిష్కారాన్ని కలిగి ఉన్న సిస్టమ్‌లను చూశాము, ఇప్పుడు పరిష్కారాలు లేని కొన్ని ఉదాహరణలను చేద్దాం, రెండు x మైనస్ నాలుగు y ప్లస్ z ఉదాహరణతో ప్రారంభిద్దాం.

మూడు x మైనస్ మూడు y ప్లస్ z సమానం ఐదు మూడు x మైనస్ ఏడు y ప్లస్ రెండు z సమానం పన్నెండు జరిమానా కాబట్టి ఇప్పుడు మనం ఈ రెండు మైనస్ నాలుగు ఒకటి మైనస్ మూడు ఒకటి మూడు మైనస్ ఏడు రెండు యొక్క మాతృక రూపాన్ని వ్రాస్తాం మాతృక xyz తెలియని వాటిపై వర్తించినప్పుడు xyz నాకు మూడు ఐదు మరియు పన్నెండు జరిమానా ఇవ్వాలి దీనికి ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ రెండు ఒకటి మూడు మైనస్ నాలుగు మైనస్ మూడు మైనస్ ఏడు ఒకటి ఒకటి రెండు thr తో పెంచబడింది ee ఐదు పన్నెండు మేము కలిగి ఉన్నాము ఇది ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ ఇప్పుడు మనం సున్నా కానిది అని చూడవలసి ఉంటుంది, సున్నా కాని అడ్డు వరుసలు లేవు మరియు మొదటి వరుసలో మొదటి సున్నా కాని పదం కోసం వెతకడం కేవలం రెండు మాత్రమే కాబట్టి సగానికి గుణించబడింది కాబట్టి r ఒకటి సగం రెట్లు r ఒకటి భర్తీ చేయి, అది నాకు ఒకటి మైనస్ రెండు సగం ఇస్తుంది ఆపై నేను మూడు ద్వారా రెండు ఉంటుంది ఇతర వరుసలు తాకబడలేదు ఒకటి మైనస్ మూడు ఒకటి ఐదు మూడు మైనస్ ఏడు రెండు పన్నెండు ఆపై నేను మొదటి నిలువు వరుసలోని ఇతర అంశాలను సున్నాగా మార్చాలి కాబట్టి r రెండుని r రెండు మైనస్ r ఒకటితో భర్తీ చేయండి మరియు r మూడుని r మూడు మైనస్ మూడు సార్లు r ఒకటి భర్తీ చేయండి నేను ఒక సున్నా సున్నాని కలిగి ఉంటాను ఇప్పుడు మొదటి నిలువు వరుసను మొదట తాకలేదు అడ్డు వరుస తాకబడలేదు అలాగే రెండవది ఒకటి r రెండు మైనస్ r ఒకటి కాబట్టి నేను మైనస్ మూడు మైనస్ మైనస్ రెండు ఉంటుంది కాబట్టి నేను మైనస్ ఒకటి మరియు అదే విధంగా ఒక మైనస్ సగం అంటే మళ్లీ సగం ఐదు మైనస్ మూడు రెండు అంటే ఏడు రెండు r ఉంటుంది మూడు కాబట్టి r మూడు ఇ మైనస్ మూడు సార్లు మైనస్ ఏడు మైనస్ మైనస్ ఆరు ఇది కేవలం ఒకటి మరియు అదే విధంగా నాకు r మూడు మైనస్ మూడు సార్లు ఉంది కాబట్టి రెండు మైనస్ మూడు బై టూ సగం ఉంది కాబట్టి నాకు మైనస్ ఒకటి ఇక్కడ ఉంది మరియు చివరగా ఆహ్ పన్నెండు మైనస్ ఆహ్ తొమ్మిది రెండు కుడి నాకు పన్నెండు మైనస్ తొమ్మిది బై టూ అంటే ఇరవై నాలుగు మైనస్ తొమ్మిది కుడి i మూడు r మూడు మైనస్ మూడు సార్లు r ఒకటి కాబట్టి పన్నెండు మైనస్ మూడు బై మైనస్ మూడు సార్లు మూడు రెండు రెండు, ఇది తొమ్మిది రెండు కాబట్టి ఇరవై నాలుగు మైనస్ తొమ్మిది అంటే 15 బై 2 నాకు ఇప్పుడు ఇది ఉంది, ఇది నాకు రెండవది రెండవది రెండవది రెండవ దానిలో సున్నా కాని మూలకం మైనస్ ఒకటి కాబట్టి నేను దానిని మైనస్ ఒకటి r రెండుతో గుణించనివ్వండి, అది r రెండు యొక్క మైనస్‌తో భర్తీ చేయబడుతుంది, నా దగ్గర ఉన్నది ఒకటి సున్నా సున్నా మైనస్ టూ హాఫ్ త్రీ బై టూ వన్ మైనస్ హాఫ్ మైనస్ సెవెన్ బై టూ ఆపై నాకు మైనస్ వన్ హాఫ్ ఉంది , ఆపై పదిహేను రెండు అవుతుంది ఇప్పుడు నేను ఈ రెండింటిని సున్నా మైనస్ టూ మరియు మైనస్ ఒకటి సున్నాగా మార్చాలి r ఒకదానిని r ఒకటి కలిపి రెండు సార్లు rతో భర్తీ చేయండి రెండు మరియు r మూడుని r మూడు ప్లస్ r రెండుతో భర్తీ చేయండి మరియు ఈ దశలో ఒకరు గమనించగలరు, మీ వద్ద ఉన్నది ఒక సున్నా అయితే ఇది సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి r ఒకటి ప్లస్ రెండు సార్లు కాబట్టి సగం మైనస్ ఒకటి అంటే మైనస్ సగం అంటే మీరు ఇక్కడ ఈ వరుసలో ఉన్నారు సున్నా ఒకటి మైనస్ హాఫ్‌ని పరీక్షించవద్దు, అయితే అది మన వద్ద ఉన్నది r త్రీ ప్లస్ r వన్ మాత్రమే కాబట్టి మనకు ఇప్పుడు సున్నా సున్నా సున్నా ఉంటుంది, ఇక్కడ రెండవది ఏడు నుండి రెండు మైనస్ ఏడు బై రెండు r ఒకటి కలిపి రెండు సార్లు r రెండు r ఒకటి మూడు రెండు కలిపి రెండు సార్లు r రెండు కాబట్టి దాని యొక్క రెండు సార్లు పద్నాలుగు ద్వారా రెండు మైనస్ కాబట్టి మీరు పొందేది మైనస్ పదకొండు బై రెండు మరియు అదేవిధంగా r మూడు ప్లస్ r ఒకటి పదిహేను రెండు మైనస్ ఏడు బై రెండు కాబట్టి నేను ఎనిమిది ఉంటుంది, దాని ద్వారా కేవలం నాలుగు మాత్రమే ఉంటుంది, కానీ మీరు ఇక్కడ గమనించగలిగేది ఏమిటంటే, కోఎఫీషియంట్ మ్యాట్రిక్స్‌లోని చివరి వరుసలోని చివరి వరుసలో మీరు కేవలం సున్నాలను మాత్రమే కలిగి ఉంటారు, మరోవైపు మీ వద్ద ఉన్నది సున్నా కాని పదంగా ఉంటుంది.

మీరు దీన్ని తిరిగి సరళ సమీకరణాల వ్యవస్థలోకి మార్చండి కలిగి కింది x మైనస్ z రెండు సమానం మైనస్ పదకొండు రెండు y మైనస్ z రెండు సమానం మైనస్ ఏడు రెండు సున్నా రెట్లు x క్షమించండి సున్నా రెట్లు z సున్నా సార్లు x ప్లస్ సున్నా రెట్లు y ప్లస్ సున్నా సార్లు z నాలుగు కాబట్టి ఈ సిస్టమ్ సరైన పరిష్కారం లేదు, ఎందుకంటే ఈ చివరిది సున్నాకి సమానం అని చెప్పేది అర్థం కాదు,
కాబట్టి ఇచ్చిన సిస్టమ్‌కు పరిష్కారం లేదు కాబట్టి చివరిగా పొందిన నా చివరి ఫలిత మాత్రిక ఫలిత మాత్రిక మన వద్ద ఉన్నది ఒక సున్నా సున్నా అని మళ్ళీ వ్రాసుకుందాం సున్నా ఒకటి సున్నా మైనస్ సగం మైనస్ సగం సున్నా మైనస్ పదకొండు రెండు మైనస్ ఏడు రెండు ఎనిమిది రెండు కుడి కాబట్టి ఇది కాబట్టి ఈ గుణకం మాతృక యొక్క ర్యాంక్ దీనిని చూడటం ద్వారా గుణకం మాతృక a యొక్క ర్యాంక్ కేవలం అని సులభంగా నిర్ధారించవచ్చు
ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ యొక్క ర్యాంక్ మూడు మరియు రెండు ఖచ్చితంగా మూడు కంటే తక్కువగా ఉన్నాయని మాకు తెలుసు, ఇది సిస్టమ్‌కు పరిష్కారం లేదని సూచిస్తుంది , పరిష్కారం ఉనికిలో ఉండటానికి మనం కోరుకున్నది a యొక్క ర్యాంక్ tకి సమానంగా ఉండాలి అతను ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ యొక్క ర్యాంక్‌లో ర్యాంక్ చేసాడు, కానీ ఇక్కడ అది సులభంగా గమనించబడదు, ఇప్పుడు మనం సిస్టమ్‌ను వన్ ప్లస్ ఐలోకి z వన్ మైనస్ z రెండుకు సమానం ఐ

మైనస్ ఐలోకి z వన్ ప్లస్ వన్ ప్లస్ వన్ ప్లస్ ఐకి సమానం అని మరొక ఉదాహరణ చేద్దాం ఇది సంక్లిష్ట గుణకాలతో కూడిన వ్యవస్థ అని ఒక నోటీసుకు z రెండు సమానం, విధానం అదే విధంగా ఉంటుంది కాబట్టి గుణకం మాతృకను దాని వరుసలోకి తగ్గించడానికి అదే అల్గోరిథమ్‌ని వర్తింపజేద్దాం, కాబట్టి ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ క్రింది విధంగా ఒక్కొక్కటిగా ఇవ్వబడుతుంది ప్లస్ i మైనస్ వన్ మైనస్ ఐ వన్ ప్లస్ i మరియు వన్‌తో నేను పెంచాను కాబట్టి మీకు మొదటి పదం ఒకటి ప్లస్ నేను దీన్ని వన్ ప్లస్ ఐని వన్ ఆర్‌గా మారుస్తాను, ఒకదానితో ఒకటి ప్లస్ i r వన్‌తో భర్తీ చేయబడుతుంది
, ఇది ఒకటి మైనస్ అవుతుంది వన్ బై వన్ ప్లస్ ii బై వన్ ప్లస్ ఐ వన్ మైనస్ ఐ వన్ ప్లస్ ఐ వన్ కాబట్టి ఇప్పుడు ఫలిత మ్యాట్రిక్స్‌ను వ్రాసుకుందాం ఒకదాని తర్వాత ఒకటి మైనస్ ఒకటి ప్లస్ నేను గుణించి భాగహారం చేద్దాం మైనస్ i కాబట్టి మనం ఏమి ముగించాలి తో అనేది మనం కలిగి ఉండే న్యూమరేటర్‌పై ఉంది మైనస్ వన్ ప్లస్ ఐ ఆన్ వన్ ప్లస్ ఐ ఇన్ వన్ మైనస్ ఐ, ఇది ఐతో ఐతో మైనస్ మైనస్ ఐగా మైనస్ వన్ ప్లస్ ఐ అపాన్ టూ , ఆపై ఒకటి మైనస్ ఐ వన్ ప్లస్ ఐ వన్ ఐ కాబట్టి తర్వాత ఇది ఒకటి మైనస్ ఐ ఉంటుంది నేను దీన్ని ఒక మైనస్ i నుండి సున్నా r రెండుకి మార్చనివ్వండి మైనస్ వన్ ప్లస్ ఐ అపైన్ టూ ఉంటుంది మరియు మైనస్ వన్ ప్లస్ ఐ ఆన్ టూతో ఆగ్మెంటెడ్ అవుతుంది క్షమించండి వన్ ప్లస్ ఐ వన్ ప్లస్ ఐ ఆన్ టూ అవునా మునుపటి దానిలో కూడా అది కేవలం వన్ ప్లస్ ఐ ఆన్ ఎ పాయింట్ టూ మాత్రమే మేము మిగిలిన నిబంధనలను లెక్కించండి, ఇది ఒకటి ప్లస్ ఐ మైనస్ ఒకటి మైనస్ ఐలోకి మైనస్ వన్ ప్లస్ ఐ అంటే వన్ ప్లస్ ఐ ప్లస్ వన్ మైనస్ ఐ మొత్తం స్క్వేర్ అయితే 1 మైనస్ ఐ మొత్తం స్క్వేర్ ఖచ్చితంగా 2 క్షమించండి ఇది మైనస్ 2 కాబట్టి మీకు ఉంటుంది క్షమించండి ఇది ఆహ్ ఏమి ఉంటుంది కాబట్టి మనకు ఒక ప్లస్ ఐ ప్లస్ వన్ మైనస్ iw ఉంటుంది హోల్ స్క్వేర్ ఆన్ టు వన్ ప్లస్ ఐ ప్లస్ వన్ మైనస్ టూ y ప్లస్ వన్ మైనస్ టూ య్ మైనస్ వన్ హోల్ ఆన్ టు టు టు ఇది రద్దవుతుంది మరియు మీకు మైనస్ టూ y ఉంటుంది కాబట్టి ఈ మైనస్ టూ ఐ మరియు టూ రెండు మరియు రెండు పొందుతాయి రద్దవుతుంది కాబట్టి మీకు ఒకటి ప్లస్ ఐ మైనస్ ఐ ఉంటుంది కాబట్టి నేను చివరకు కేవలం తదుపరి ఒకటి మైనస్ 1 మైనస్ ఐ ఇన్ వన్ ప్లస్ ఐపై టు వన్ మైనస్ ఐ ఇన్ వన్ వన్ ప్లస్ ఐ జస్ట్ టూ మాత్రమే కనుక ఇది రద్దు చేయబడుతుంది మీకు సున్నాకి దారితీసే ఒక మైనస్ ఒకటి ఉంటుంది, అది ఇప్పుడు నా దగ్గర ఒకటి ఉంది, రెండవ కాలమ్‌లోని ఈ ఇతర మూలకాన్ని మైనస్ వన్ ప్లస్ ఐ ఆన్ టూ సున్నాకి మార్చనివ్వండి r రెండులో రెండు నాకు ఒక సున్నా సున్నా ఒకటి ఉంటుంది నేను సున్నాతో ఏదో జోడిస్తున్నాను కాబట్టి ఇది తప్పనిసరిగా అదే విషయానికి దారి తీస్తుంది ఒకటి ప్లస్ ఐ మీద రెండు ఆపై సున్నా కుడి కాబట్టి మనకు z వన్ అనేది ఒకటి ప్లస్ ఐ మీద ఉంది రెండు మరియు z రెండు సున్నా కాబట్టి పరిష్కారం ఒక ప్లస్ రెండు మీద si మరియు సున్నా అనేది పరిష్కారం రెండు x ప్లస్ ఫైవ్ y ప్లస్ టూ z మైనస్ వన్ x ప్లస్ టూ ఐ మైనస్ త్రీ z సమానం ఐదు ఐదు x ప్లస్ పన్నెండు i ప్లస్ z సమానం 10కి సమానం అని 10 కి రాద్దాం మాతృక ఫారమ్ 2 1 5 5 2 12 2 మైనస్ మూడు ఒక రెట్లు తెలియని తెలియనివి xyz కాబట్టి స్థిరమైన మాతృక లేదా స్థిరమైన పదం మాతృక 1 5 కుడి మేము మాత్రికల పరంగా ఇచ్చిన సిస్టమ్‌ను తిరిగి ఇచ్చాము ఇప్పుడు ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్‌ను వ్రాసుకుందాం a మాతృక b యొక్క స్థిరాంకంతో పెంచబడిన గుణకం మాతృక కేవలం రెండు ఒకటి ఐదు ఐదు రెండు పన్నెండు రెండు మైనస్ మూడు ఒకటి మరియు మేము మాతృక యొక్క స్థిరాంకంతో వృద్ధి చేస్తున్నాము, ఇది మైనస్ ఒకటి ఐదు మరియు పది మనకు సున్నా కాని అడ్డు వరుసలు లేవు మరియు సున్నా వరుసలు లేవు కాబట్టి మనం మొదటి వరుసలో మొదటి సున్నా కాని పదం కోసం వెతకండి , అది కేవలం రెండు మాత్రమే కాబట్టి ఇప్పుడు మా లక్ష్యం ఈ రెండింటిని ఒకటిగా మార్చడం, కాబట్టి మేము r ఒకటికి సగం ద్వారా rని భర్తీ చేస్తాము , ఇది నాకు ఒక ఐదుకి రెండుగా మైనస్‌తో పెంచబడుతుంది మిగిలిన సగం గ్రా అడ్డు వరుసలు తాకబడలేదు ఒకటి రెండు మైనస్ మూడు ఐదు ఐదు పన్నెండు ఒకటి మరియు పది ఇప్పుడు నా దగ్గర ఇది ఉంది, నేను ఇతర వస్తువులను సున్నాగా మార్చాలి అంటే ఒకటి మరియు ఐదు సున్నాగా చేయాలి
మైనస్ ఐదు రెట్లు r ఒకటి మొదటి వరుసలో మైనస్ సగం ఉంటుంది, ఆపై మీకు మైనస్ సగం ఉంది కాబట్టి ఒకటి మైనస్ ఒకటి అంటే సున్నా రెండు మైనస్ ఐదు బై రెండు, ఇది ఐదు రెండు మైనస్ మూడు మైనస్ ఒకటి, ఇది నాకు మైనస్ నాలుగు కుడి ఐదు మైనస్ ఇస్తుంది మైనస్ సగం అంటే ఐదు ప్లస్ సగం ఐదు ప్లస్ సగం పదకొండు బై రెండు మరియు ఇప్పుడు ఇక్కడ అది సున్నా, ఇది పన్నెండు మైనస్ ఐదు రెట్లు r ఒకటి పన్నెండు మైనస్ ఐదు రెట్లు r ఒకటి, ఇది ఐదు నుండి ఐదు ఇరవై ఐదు బై రెండు కాబట్టి నాకు మైనస్ సగం ఉంటుంది ఒక మైనస్ ఐదు నాకు మైనస్ నాలుగు r రెండు మైనస్ ఒకటి క్షమించండి ఇది రెండవ మూలకం కాదు r రెండు మైనస్ r ఒకటి రెండు మైనస్ పై రెండు ఓహ్ ఇది మైనస్ సగం ఆహ్ ఇది నేను కోరుకున్నది ఇక్కడ r అవుతుంది మూడు పది మైనస్ ఆహ్ ఐదు సార్లు minu s సగం నాకు పది ప్లస్ ఫైవ్ బై టూ ఇస్తాను అంటే ఇరవై ఐదు బై టూ ఇప్పుడు నేను ఈ విషయాన్ని ఒకటి r రెండుగా మార్చనివ్వండి మైనస్ హాఫ్ రెట్లు r రెండు నా దగ్గర ఉన్నది ఒకటి జీరో జీరో పై బై టూ ఒక మైనస్ సగం నేను దానిని మైనస్ రెండుతో గుణిస్తున్నాను కాబట్టి నాకు ఇక్కడ ఎనిమిది మైనస్ పదకొండు ఉంటుంది మరియు మిగిలినవి మారకుండా ఉంటాయి కాబట్టి నేను మిగిలిన రెండు మూలకాలను సున్నాగా మార్చాలి, ఇది ఐదు ద్వారా రెండు మరియు మైనస్ సగం కాబట్టి నేను చేస్తాను r ఒకటి r ఒకటి మైనస్ ఐదు రెండు సార్లు r ఒకటి మరియు అదే విధంగా r మూడు స్థానంలో r మూడు మైనస్ క్షమించండి ప్లస్ సగం సార్లు r రెండు కాబట్టి ఫలితంగా మాతృక మీరు ఒక సున్నా సున్నా సున్నా గమనించవచ్చు ఒక సున్నా ఆపై చివరి నిబంధనలు ఎనిమిది అవుతాయి, ఇది తాకబడదు మొదటిది
r ఒకటి ఇది ఒకటి మైనస్ క్షమించండి r ఒకటి మైనస్ పై రెండు సార్లు r రెండు ఐదు రెండు సార్లు r రెండు ఇది ఎనిమిది నాలుగు ఇరవై కాబట్టి ఒకటి మైనస్ ఇరవై whi ch నాకు మైనస్ పంతొమ్మిది ఇస్తుంది ఇక్కడ అది సున్నా

అవుతుంది మరియు ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ అవుతుంది నాకు మైనస్ హాఫ్ మైనస్ ఐదు బై రెండు రెట్లు మైనస్ పదకొండు మైనస్ యాభై ఐదు ఉంటుంది కాబట్టి నాకు మైనస్ యాభై నాలుగు బై రెండు ఉంటుంది కాబట్టి నేను ఇబ్బంది పడటానికి సంతోషిస్తున్నాను అసలు ఒకటి మరియు ఇది మైనస్ పదకొండు మరియు చివరగా నేను ఇరవై ఐదు బై టూ హాఫ్ రెట్లు మైనస్ 11ని కలిగి ఉంటాను కాబట్టి ఇది నాకు 14 బై 2 ఇస్తుంది, ఇది ఇప్పుడు నేను గుణకం మాతృక యొక్క ర్యాంక్‌ని కలిగి ఉన్నాను .

ఇది మరియు ఇది కేవలం రెండు అని సులభంగా నిర్ధారించవచ్చు మరియు ఈ సందర్భంలో మీరు కలిగి ఉన్న ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ యొక్క అదే ర్యాంక్ మీకు సున్నా కాని సున్నా వరుసను కలిగి ఉన్నప్పటికీ మీకు ఈ సున్నా కాని పదం ఉంది, ఇది ఇది జరుగుతుందని మాకు సులభంగా తెలియజేస్తుంది .

మూడు కాబట్టి ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ యొక్క ర్యాంక్ గుణకం మాతృక యొక్క ర్యాంక్ కంటే ఖచ్చితంగా ఎక్కువగా ఉంది,

ఇది ఇచ్చిన సిస్టమ్‌కు పరిష్కారం లేదని సూచిస్తుంది, ఇప్పుడు మనం మరో ఉదాహరణ చేద్దాం, ఆహ్ మరో ఉదాహరణ x ప్లస్ త్రీ చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాం y ప్లస్ నాలుగు z పదకొండు రెండు x ప్లస్ మూడు y ప్లస్ రెండు z సమానం ఏడు నాలుగు x ప్లస్ తొమ్మిది y ప్లస్ పది z ఇరవైకి సమానం మరియు చివరగా మూడు x మైనస్ రెండు y ప్లస్ ఒకదానికి సమానం ఇది నేను మళ్లీ కలిగి ఉన్న సిస్టమ్

ఇది ఓవర్ డిసైడ్ సిస్టమ్ అని గమనించవచ్చు, అంటే ఈ సందర్భంలో తెలియని వారి సంఖ్య 3 అయితే ఈ సందర్భంలో సమీకరణాల సంఖ్య నాలుగు కాబట్టి ఇది ఓవర్ డిసైడ్ సిస్టమ్ ఫైన్ ఇప్పుడు మ్యాట్రిక్స్ రూపంలో వ్రాయడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

1 2 4 3 3 3 9 మైనస్ 2 4 2 10 1 తెలియని వాటిపై గుణకంపై వర్తింపజేసినప్పుడు xyz నాకు స్థిరమైన మాతృక స్థిరమైన వెక్టర్ 11 7 20 ఇవ్వాలి మరియు ఒకటి ఎప్పటిలాగే దీని

కోసం ఆగ్‌మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్‌ని ప్రయత్నిద్దాం ఒకటి రెండు నాలుగు మూడు మూడు మూడు తొమ్మిది మైనస్ రెండు నాలుగు రెండు పది ఒకటి పదకొండు ఏడు ఇరవై ఒకటి పెంచబడింది మరియు ఒకటి ఇది మనకు ఉన్న వ్యవస్థ ఇది ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ ఇప్పుడు మనం వ్రాయడానికి ప్రయత్నిద్దాం, కాబట్టి వరుస ప్రాథమిక కార్యకలాపాలను గమనించండి t ఇక్కడ సున్నా అడ్డు వరుసలు లేవు మరియు అందువల్ల మొదటి వరుసలో మొదటి వరుస రూపానికి మొదటి సున్నా కాని మూలకం వచ్చింది కాబట్టి మనం ఏమీ చేయలేము కాబట్టి ఆ కాలమ్‌లోని ఇతర మూలకాలను సున్నాలుగా మారుస్తుంది r రెండు r రెండు మైనస్ రెండు సార్లు r ఒకటి r మూడు భర్తీ చేయబడింది r మూడు మైనస్ నాలుగు సార్లు r ఒకటి r నాలుగు భర్తీ r నాలుగు మైనస్ మూడు సార్లు r ఒక ఫలితంగా మేము ఈ అన్ని కార్యకలాపాలను అమలు చేద్దాం మరియు మేము ఆశించినవి ఇవన్నీ మూడు సున్నా ఫైన్‌కి వెళ్లి, ఆపై మొదటి వరుసలో మూడు మిగిలి ఉంటుంది, వాస్తవానికి మొత్తం మారదు r రెండు రెండు సార్లు r ఒకటితో భర్తీ చేయబడుతుంది కాబట్టి మూడు మైనస్ ఆరు మైనస్ మూడు రెండు మైనస్ రెండు సార్లు నాలుగు కాబట్టి మీకు మళ్లీ మైనస్ ఆరు ఉంటుంది ఏడు మైనస్ రెండు సార్లు పదకొండు కాబట్టి ఏడు మైనస్ ఇరవై రెండు అంటే మైనస్ పదిహేను ఆపై తొమ్మిది మైనస్ నాలుగు సార్లు మూడు అంటే తొమ్మిది మైనస్ పన్నెండు మీకు మైనస్ మూడు పది మైనస్ పదహారు ఉంటుంది నేను మైనస్ ఆరు ఆపై ఇరవై మైనస్ నలభై నాలుగు అవును ఇరవై నిమిషాలు నలభై నాలుగు ఇది నాకు మైనస్ ఇరవై నాలుగు ఇస్తుంది, చివరిది మైనస్ రెండు మైనస్ తొమ్మిది, ఇది మైనస్ పదకొండు ఒకటి మైనస్ పన్నెండు, ఇది మైనస్ పదకొండు ఒకటి మైనస్ ముప్పై మూడు, ఇది మైనస్ ముప్పై రెండు, కుడి రెండవ వరుస మొదటి సున్నా కాని గుణకం మైనస్ మూడు మేము దానిని ఒకటి r రెండుగా మారుస్తాము ఒకటి మైనస్ మూడు సార్లు r రెండు నేను ఒక సున్నా సున్నా సున్నా మూడు నాలుగు పదకొండు తో వృద్ధి చెందుతుంది , ఇది ఒకటి మైనస్ రెండు నేను ఐదు ఇతర విషయాలు తాకబడవు కాబట్టి నా తదుపరి లక్ష్యం మార్చడానికి ఈ మూడు మైనస్ మూడు మరియు మైనస్ పదకొండు సున్నాలుగా మార్చండి కాబట్టి r ఒకటి రీప్లేస్ చేయండి r ఒకటి మైనస్ మూడు సార్లు r రెండు రీప్లేస్ r మూడుని r మూడు ప్లస్ మూడు సార్లు r రెండు మరియు r నాలుగు భర్తీ r నాలుగు ప్లస్ పదకొండు సార్లు r రెండు బాగా ఈ ఆపరేషన్లు చేద్దాం మొదటి నిలువు వరుస ఒక సున్నా సున్నా అవుతుంది మాకు పదిహేను మైనస్ నాలుగు సెకండ్ వరుసలు మిగిలి ఉన్నాయి, అది రెండు అయిదు మూడవది ఒకటి r మూడు మైనస్ ఆరు ప్లస్ మూడు సార్లు r రెండు, ఇది నాకు సున్నా మైనస్ ఇరవై నాలుగు ప్లస్ పదిహేను ఇస్తుంది, ఇది నాకు మైనస్ తొమ్మిదిని ఇస్తుంది , ఆపై నాకు r4 ఉంది కాబట్టి మైనస్ 11 ప్లస్ 22 మీకు 11 మైనస్ 32 ప్లస్ 35 ఉన్నాయి కాబట్టి ఇది నాకు కేవలం 3 ఇస్తుంది, నాకు కుడి మధ్యలో సున్నా వరుస ఉంది కాబట్టి నాకు కుడివైపు లేదు కాబట్టి తదుపరిది లేదు అంటే నాకు సున్నా వరుస ఉంది కాబట్టి ఇంటర్‌ఛేంజ్ r త్రీని r ఫోర్‌తో మార్చుకుంటారు.

ఒక సున్నా మైనస్ రెండు కలిగి మైనస్ నాలుగు సున్నా ఒకటి రెండు ఐదు సున్నా సున్నా పదకొండు మూడు సున్నా సున్నా సున్నా మైనస్ తొమ్మిది ఈ పదకొండును ఒకటిగా మారుస్తాను కానీ నాకు ఇక్కడ సున్నా వరుస మరియు ఇక్కడ సున్నా కాని పదం ఉన్నందున నేను అలా చేయనవసరం లేదు మీరు కోఎఫీషియంట్ మ్యాట్రిక్స్‌లో సున్నా కాని వరుసను కలిగి ఉన్నందున సిస్టమ్‌కు పరిష్కారం లభించలేదు , అయితే ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్‌లో మీకు సున్నా కాని పదం ఉంది మరియు అందువల్ల ఈ సిస్టమ్‌కు పరిష్కారం లేదు కాబట్టి ఉదాహరణలతో మరింత ముందుకు వెళ్దాం ఇప్పుడు కొన్ని చేద్దాం ఉదాహరణలు మీరు అనంతమైన పరిష్కారాలను కలిగి ఉన్నప్పుడు, మా మొదటి ఉదాహరణ సులభంగా కోసం చూద్దాం అంటే మనకు తెలియని వాటి సంఖ్య లేదా మనకు ఉన్న వేరియబుల్స్ సంఖ్యను నాలుగుగా చూద్దాం

, ఈ సందర్భంలో మనకు ఉన్న సమీకరణాల సంఖ్య కేవలం రెండు ద్వారా ఉంటుంది కాబట్టి రెండు ఖచ్చితంగా

నాలుగు కంటే తక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది నిర్ణీత వ్యవస్థలో ఉంది.

మేము దీనిని పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిస్తాము, ముందుగా ఈ 1 2 0 3 0 0 1 4 యొక్క మాతృక ఫారమ్‌ను xyzt వద్ద ఏడు ఎనిమిది జరిమానాకు సమానం అని ఎప్పటిలాగే వ్రాసుకుందాం, ఈ సందర్భంలో ఇచ్చిన మాతృక లేదా ఇచ్చిన గుణకం మాతృక

మొదటి నాన్-జీరో కోఎఫిషియంట్ ఒకటి మరియు ఆ నిలువు వరుసలోని ఇతర మూలకాలు సున్నా మరియు మీరు దానిని కలిగి ఉంటారు కాబట్టి రెండు వరుసలు మాత్రమే రెండు సమీకరణాలు ఉన్నాయి కాబట్టి o అందులో ఒకటి సున్నా మరియు అదే విధంగా మొదటి సున్నా కాని మూలకం మూడవ నిలువు వరుసలో కనిపిస్తుంది మరియు మరొక మూలకం సున్నా కాబట్టి ఇది ఈ వరుసలో h మాత్రమే తగ్గించబడింది ఇప్పుడు సిస్టమ్‌ను ఎలా పరిష్కరించాలి కాబట్టి సిస్టమ్‌కు పరిష్కారాలు ఏమిటి

ఒకటి మరియు సున్నాల కుడి ఈ స్థానాలకు సంబంధించిన వేరియబుల్స్ అని పిలుస్తుంది కాబట్టి దీన్ని నేను ఒకటి మరియు మూడుకి సంబంధించినవిగా పిలుస్తాను కాబట్టి వేరియబుల్స్ x మరియు z డిపెండెంట్ వేరియబుల్స్ అయితే ఇతర వేరియబుల్స్ y మరియు t వేరియబుల్స్.

ఇండిపెండెంట్ వేరియబుల్స్ కాబట్టి స్వతంత్ర వేరియబుల్ ఉన్న చోట కాబట్టి మనం ప్రయత్నిద్దాం కాబట్టి మనకు రెండు స్వతంత్ర చరరాశులు ఉన్నాయి కాబట్టి y లాంబ్డా మరియు t అనేది mu ఇక్కడ లాంబ్డా మరియు ము లేదా ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్యలు లేదా ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్యలు ఏవైనా ఏకపక్ష వాస్తవ సంఖ్యలు అని చెప్పనివ్వండి.

ఇప్పుడు మనం మళ్ళీ వ్రాస్దాం x ప్లస్ టూ ఐ ప్లస్ త్రీ t ఈక్వల్ టు సెవెన్ z ప్లస్ ఫోర్ టు ఈక్వల్ టు ఎయిట్ ఇప్పుడు కేవలం y ఈక్వల్‌ని లాకు ప్రత్యామ్నాయం చేయండి mbda మరియు t సమానం mu మరియు ఆపై అక్కడ ఏమి ఉందో చూడండి x ప్లస్ 2 లాంబ్డా ప్లస్ 3 t సమానం 7 లాంబ్డా ప్లస్ 4 t ఈక్వల్‌కి 8.

క్షమించండి అది వేరే విధంగా ఉండాలి క్షమించండి ఆహ్ ఇది z ప్లస్ నాలుగు mu z ప్లస్ ఫోర్ అయి ఉండాలి mu ఎనిమిది కాబట్టి రెండవది కాబట్టి ఇది z ఎనిమిది మైనస్ నాలుగు mu అని సూచిస్తుంది , మొదటి దానిలో కేవలం ప్రత్యామ్నాయంగా నేను 2 లాంబ్డా ప్లస్ 3 mu కలిగి ఉంటాను కాబట్టి నా దగ్గర x అంటే 7 మైనస్ 2 లాంబ్డా మైనస్ 3 mu కుడికి సమానం రెండవది zని ఎనిమిది మైనస్ నాలుగు ముగా ఇస్తుంది మొదటి ఒకటి xని ఏడు మైనస్ మైనస్ రెండు లాంబ్డా మైనస్ మూడు ము ఇస్తుంది కాబట్టి ఈ సమీకరణానికి పరిష్కారం ఏడు మైనస్ రెండు లాంబ్డా మైనస్ మూడు ము కామా లాంబ్డా కామా ఎనిమిది మైనస్ నాలుగు ము కామా ము అనే షరతుతో సెట్ చేయబడింది లాంబ్డా మరియు ము రెండూ వాస్తవ సంఖ్యల నుండి వచ్చినవి కాబట్టి మా వద్ద వివిధ లాంబ్డా మరియు మ్యూ కోసం అనంతమైన పరిష్కారాలు ఉన్నాయి మరియు మీరు ప్రతి లాంబ్డాకు వివిధ పరిష్కారాలను పొందుతారు మరియు లాంబ్డా మరియు mu మారుతూ ఉన్నందున మీరు వివిధ పరిష్కారాలను పొందుతారు మరియు పరిష్కారం మారుతూ ఉంటుంది .

ఈ ఉదాహరణ ద్వారా అందించబడిన మరో ఉదాహరణ 8x ప్లస్ 5y ప్లస్ 11z 30 మైనస్ x మైనస్ 4y ప్లస్ 2z సమానం మూడు రెండు x మైనస్ y ప్లస్ ఐదు z సమానం మాతృక ఫారమ్ ఎనిమిది ఐదు పదకొండు మైనస్ ఒకటి మైనస్ నాలుగు రెండు రాద్దాం రెండు మైనస్ ఒకటి ఐదు మరియు ఇది తెలియని వెక్టార్‌పై వర్తించబడుతుంది xyz నాకు ముప్పై మూడు మరియు పన్నెండు ఇవ్వాలి కాబట్టి ఈ సందర్భంలో ఆగ్మెంటెడ్ మ్యాట్రిక్స్ ఎనిమిది మైనస్ ఒకటి రెండు ఐదు మైనస్ నాలుగు మైనస్ ఒకటి పదకొండు రెండు ఐదు ముప్పై మూడు మరియు పన్నెండుతో పెంచబడింది కాబట్టి ఉన్నాయి సాధారణంగా సున్నా వరుసలు లేవు కాబట్టి మనం మొదటిది r వన్‌ని ఒకటికి ఎనిమిది రెట్లు r ఒకటిగా మార్చుకుందాం రెండు మైనస్ ఒకటి ఐదు మరియు పన్నెండు ఇతర అడ్డు వరుసలను మొదటి నిలువు వరుసలోని ఇతర మూలకాలను సున్నాగా మార్చవలసి ఉంటుంది r రెండు స్థానంలో r రెండు ప్లస్ r వన్ మరియు r మూడు స్థానంలో r మూడు మైనస్ రెండు tiతో భర్తీ చేయబడుతుంది mes r వన్ మొదటి నిలువు వరుస ఒక సున్నా సున్నా సగం కుడి మైనస్ నాలుగు ప్లస్ ఐదు V ఎనిమిది నాలుగు ప్లస్ ఐదు ఎనిమిది మైనస్ 32 ప్లస్ 5 అవుతుంది కాబట్టి మీరు మొదటి కాలమ్ ఎప్పటిలాగే మారదు కాబట్టి దానిని మైనస్ ఇరవై ఏడు నుండి ఎనిమిది రెండు ప్లస్ అని వ్రాస్దాం పదకొండు ఎనిమిది కాబట్టి పదహారు ప్లస్ పదకొండు కాబట్టి ఇరవై ఏడు ఎనిమిది ఆపై r మూడు మైనస్ ఒకటి మైనస్ రెండు రెట్లు మైనస్ నాలుగు కాబట్టి ఇది ఎనిమిది మైనస్ ఒకటి ఏడు ఐదు మైనస్ రెండు సార్లు రెండు ఐదు మైనస్ నాలుగు అంటే మీకు పన్నెండు మైనస్ రెండు సార్లు మూడు కాబట్టి పన్నెండు మైనస్ సిక్స్ అంటే y హాఫ్ సిక్స్ సరే, నేను దీని కోసం ప్రయత్నిస్తున్నది తప్పు కాబట్టి, మొదటి మూలకం r ను మార్చడానికి మిమ్మల్ని అనుమతిస్తాము, ఒకదానిని ఒకదానితో ఒకటి రీప్లేస్ చేస్తుంది r వన్ అంటే నాకు ఒక ఐదు నుండి ఎనిమిది పదకొండుకి ఎనిమిది ఉంటుంది మరియు అప్పుడు అది ముప్పై ఎనిమిది మైనస్ మైనస్ నాలుగు రెండు మూడు రెండు మైనస్ ఒకటి ఐదు మరియు పన్నెండుతో పెంచబడింది, నేను ఈ రెండు మూలకాలను సున్నాగా మార్చవలసి ఉంటుంది కాబట్టి నేను r రెండుని r రెండు ప్లస్ r వన్‌తో భర్తీ చేస్తున్నాను మరియు r మూడు స్థానంలో r తో భర్తీ చేయబడింది మూడు మైనస్ రెండు సార్లు r ఒకటి మొదటి వరుసలో ఒక అయిదు ఎనిమిది పదకొండు పదకొండు ఎనిమిది మారలేదు మరియు నాకు ముప్పై ఎనిమిది ah సున్నా ఉంటుంది కాబట్టి నాకు మైనస్ నాలుగు ప్లస్ ఐదు బై ఎనిమిది ఉంటుంది, ఇది నాకు ఇరవై ఏడు నుండి ఎనిమిదికి రెండు ప్లస్ పదకొండు బై ఎనిమిది ఇస్తుంది మళ్లీ ఇరవై ఏడు బై ఎనిమిది కాబట్టి మీకు మైనస్ y ఫైవ్ మైనస్ వన్ అహ్ మైనస్ ఇరవై ఏడు బై ఎనిమిది కాబట్టి ఇక్కడ మీకు ఇరవై ఏడు బై ఎనిమిది కుడి ఉంటుంది, ఆపై నాకు మైనస్ వన్ ప్లస్ టూ టైమ్ ఫైవ్ బై ఎయిట్ ఉంటుంది కాబట్టి నాకు అయిదు ఉంటుంది నాలుగు కాబట్టి మైనస్ వన్ ప్లస్ ఫైవ్ బై ఫోర్ నాకు జీరో సారీ మైనస్ మైనస్ ఫోర్ ప్లస్ ఫైవ్ ఉంటుంది కాబట్టి ఇది సున్నా కాబట్టి మైనస్ ఒకటి మైనస్ నాలుగు కాబట్టి నాకు

ఒకటి , ఆపై ఐదు మైనస్ రెండు సార్లు ఎలెవెన్ బై ఎయిట్ , అది నాకు ఐదు మైనస్ పదకొండు ఇస్తుంది నాలుగు అంటే ఇరవై మైనస్ పదకొండు నుండి నాలుగు కాబట్టి నాకు తొమ్మిది ద్వారా నాలుగు ఉంటుంది కాబట్టి ఈ నిబంధనలు
మూడు నుండి ముప్పై నుండి ఎనిమిది ఇరవై నాలుగు కలిపి ముప్పై యాభై నాలుగు బై ఎనిమిది మరియు చివరికి నాకు పన్నెండు మైనస్ రెండు సార్లు ముప్పై బై ఎనిమిది అంటే tw   elve మైనస్ ముప్పై ద్వారా నాలుగు కాబట్టి నలభై ఎనిమిది మైనస్ ముప్పై ఎనిమిది పద్దెనిమిది నాలుగు ఇప్పుడు తదుపరి మూలకం కేవలం ఇరవైలు ఇది ఒకటి నేను దీన్ని ఒకటిగా మార్చాలి r రెండు బై మైనస్ ఎనిమిది నుండి ఇరవై ఏడు సార్లు r రెండు ఒకటి సున్నా సున్నా ఇతర వరుసలు తాకబడని వారు నాకు ఇప్పుడు ఒకటి నాలుగు తొమ్మిది నాలుగు పద్దెనిమిది నాలుగు బాగా ఉంటుంది నేను గుణిస్తే ఇది కేవలం ఒకటి అవుతుంది మిగిలిన పదం నాకు ఇరవై ఉంటుంది కాబట్టి నాకు మైనస్ ఒకటి ఉంటుంది నేను మైనస్ రెండు ఎఫ్ మైనస్ రెండు ఉంటుంది ఇప్పుడు నేను కలిగి ఉంటాను రెండవ నిలువు వరుసలోని ఇతర మూలకాలను సున్నాగా మార్చడానికి, r ఒకదానిని r ఒకటి మైనస్ phiని ఎనిమిది సార్లు r రెండుతో భర్తీ చేయండి మరియు r మూడుని r మూడు మైనస్ ఒకటికి నాలుగు సార్లు r రెండుతో భర్తీ చేయండి, నేను మొదటి కాలమ్‌లో రెండవది మారదు నిలువు వరుస 0 1 0గా మారుతుంది మరియు నేను దీన్ని మార్చినట్లయితే మూడవ నిలువు వరుసలో నేను ఏమి కలిగి ఉంటాను కాబట్టి మొదటిది తొమ్మిదికి నాలుగు లేదా ఒకదానికొకటి నాలుగుతో భర్తీ చేయబడిందా అంటే చిన్న మార్పు ఇది 9 బై 4గా ఉండకూడదు 1 బై 4 r3 బై 2 సార్లు ఉండాలి r1 కాబట్టి మీకు 11 బై 4 5 మైనస్ 11 బై 4 ఉంటుంది కాబట్టి ఇరవై మైనస్ తొమ్మిది క్షమించండి తొమ్మిది బై నాలుగు ఈ పదం r త్రీ కేవలం మైనస్ వన్ ప్లస్ టూ టూ ఫైవ్ బై ఫోర్ మైనస్ ఒకటి ఐదు సున్నా సున్నా సున్నా ఒక సున్నా సున్నా ఆపై నాకు ఆహ్ ఉంటుంది ఈ పదం కాబట్టి r one r one పదకొండు నుండి ఎనిమిది మైనస్ ఫై బై ఎ టైమ్ మైనస్ ఒకటి , నేను పదహారు నుండి ఐదు మన్నించు పదహారు బై ఎనిమిదిగా ఉంటుంది మరియు ఈ మైనస్ ఒకటి అది తొమ్మిదికి నాలుగు మైనస్ ఒకటి నుండి నాలుగు మైనస్‌గా ఉంటుంది ఒకటి కాబట్టి ఇది పదికి పదికి నాలుగు అవుతుంది r ఒకటి కాబట్టి ముప్పై ఎనిమిది మైనస్ ఐదు ఎనిమిదికి ఎనిమిది మైనస్ రెండు కాబట్టి నాకు నలభై ఎనిమిది ఉంటుంది , ఆపై రెండవది మైనస్ రెండుగా మిగిలిపోయింది అది చివరిది పద్దెనిమిది నాలుగు మైనస్ ఒకటి నుండి నాలుగు మైనస్ రెండు అవుతుంది కాబట్టి ఇప్పుడు ఇరవైకి నాలుగు బాగానే ఉంటుంది, నేను ఈ మూలకాన్ని ఒకటిగా మార్చాలి
కాబట్టి r మూడుని నాలుగుకి పది రెట్లు r మూడు మార్చండి ఇతర అడ్డు వరుసలు మారవు సున్నా ఒకటి మైనస్ ఒకటి మైనస్ రెండు సున్నా సున్నా ఒకటి నాలుగు t   en నేను కేవలం రెండు ఇతర మూలకాలను ఈ రెండింటిని సున్నాగా మారుస్తాను కాబట్టి r రెండు r రెండుతో భర్తీ చేయబడుతుంది ప్లస్ r మూడు r ఒకటి భర్తీ చేయబడుతుంది r ఒకటి మైనస్ పదహారు నుండి ఎనిమిది నుండి పదహారు నుండి ఎనిమిది వరకు r మూడు మొదటి మరియు రెండవ నిలువు వరుసలో మార్పు ఉండదు చివరిది ఈ ఒకటి um r two స్థానంలో r two ప్లస్ r త్రీ నాకు సున్నా ఉంటుంది, ఇది నాకు సున్నా ఇవ్వబోతోంది , ఆపై ఈ రెండు విషయాలు r one r one స్థానంలో పదహారు నుండి ఎనిమిది మైనస్ ఇది పదం మళ్లీ సున్నా అయితే నాకు నలభై ఎనిమిది మైనస్ పదహారు పదహారు నుండి రెండుగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇది ముప్పై రెండు కాబట్టి ఇది ఎనిమిది బై ఎనిమిది, ఇక్కడ ఒకటి మీకు ఖచ్చితమైన పరిష్కారం ఉంది ఈ సందర్భంలో ర్యాంక్ మూడు మీకు సరైన పరిష్కారం ఒకటి సున్నా మరియు రెండు పరిష్కారం
ఈ సందర్భంలో పరిష్కారం ప్రత్యేకమైనది తదుపరి ఉపన్యాసాలలో మేము మరికొన్ని ఉదాహరణలను చేస్తాము, ఇందులో మీరు నిర్ణయించిన సిస్టమ్‌ల మల్టిపుల్ సొల్యూటీ కింద ఓవర్ డిసైడ్ సిస్టమ్‌లకు ah తో ఉదాహరణలు ఉంటాయి.
ఆన్స్ మరియు ఈ విషయాలన్నీ మీ అందరికీ ధన్యవాదాలు

Prutor@IITK