

વિદ્યાર્થીઓનું પાછું સ્વાગત છે છેલ્લા વર્ગમાં મેટ્રિક્સ પરના વ્યાખ્યાનોની શ્રેણીમાં સ્વાગત છે જે અમે રેખીય સમીકરણોની સિસ્ટમને ઉકેલવા વિશે જોયું હતું જે આપણે પાછલા વર્ગમાં જોયું તે એ છે કે સિસ્ટમ ઉકેલવી એ અનુરૂપ પંક્તિ ઘટાડેલી સિસ્ટમને ઉકેલવા સમાન છે

અને અમે જાણવા મળ્યું છે કે આ બે સિસ્ટમોને ઉકેલોનો સમાન સમૂહ મળ્યો છે અમે કેટલાક ઉદાહરણો જોયા છે હકીકતમાં અમે સિસ્ટમો જોયા જેમાં એક અનન્ય ઉકેલ છે હવે ચાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણો કરીએ જ્યાં કોઈ ઉકેલો ન હોય તો ચાલો એક ઉદાહરણ બે  $x$  માઈનસ ચાર વાય વત્તા  $z$  સાથે શરૂ કરીએ ત્રણ  $x$  ઓછા ત્રણ વાય વત્તા  $z$  બરાબર પાંચ ત્રણ  $x$  ઓછા સાત વાય વત્તા બે ઝેડ બરાબર બાર દંડ તો ચાલો હવે આ બે ઓછા ચાર એક એક ઓછા ત્રણ એક ત્રણ ઓછા સાત બે નું મેટ્રિક્સ સ્વરૂપ લખીએ પછી લાગુ કરીએ મેટ્રિક્સ  $xyz$  જ્યારે અજાણ્યા  $xyz$  પર લાગુ કરવામાં આવે ત્યારે મને ત્રણ પાંચ અને બાર દંડ આપવો જોઈએ આ માટે ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ બે એક ત્રણ ઓછા ચાર ઓછા ત્રણ ઓછા સાત એક એક બે  $thr$  સાથે વિસ્તૃત છે ઇઇ પાંચ બાર અમારી પાસે છે આ આ એક ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ છે હવે આપણે જોવું પડશે કે આપણે શૂન્ય નથી ત્યાં કોઈ બિન શૂન્ય પંક્તિઓ નથી અને

તેથી પ્રથમ શોધી રહ્યા છીએ પ્રથમ પંક્તિમાં પ્રથમ બિન શૂન્ય શબ્દ શોધી રહ્યા છીએ તે ફક્ત બે છે તેથી અડધા વડે ગુણાકાર કરો

તેથી  $r$  એકને અડધા ગુણ્યા  $r$  એકથી બદલો

તેથી જે મને એક બાદ બે અડધો ભાગ આપશે અને પછી મારી પાસે ત્રણ બાય બે હશે અન્ય પંક્તિઓ અસ્પૃશ્ય છે એક ઓછા ત્રણ એક પાંચ ત્રણ ઓછા સાત બે બાર અને પછી હું બીજી વસ્તુને શૂન્ય પ્રથમ સ્તંભના અન્ય ઘટકોને શૂન્ય બનાવવી પડશે

તેથી  $r$  બેને  $r$  બે વડે  $r$  બે બાદ કરો  $r$  એક અને  $r$  ત્રણને  $r$  ત્રણથી ઓછા ત્રણ ગુણ્યા  $r$  એકને બદલો  $i$  પાસે એક શૂન્ય શૂન્ય હશે હવે પ્રથમ કોલમ પ્રથમ અસ્પૃશ્ય છે પંક્તિ અસ્પૃશ્ય છે તેવી જ રીતે  $I$  અડધા ત્રણ બાય બે માટે બીજા એક  $r$  બે ઓછા  $r$  એક તેથી ઓછા ત્રણ ઓછા ઓછા બે

તેથી મારી પાસે ઓછા એક હશે અને તે જ રીતે એક ઓછા અડધા જે ફરીથી અડધા પાંચ ઓછા ત્રણ બાય બે છે જે સાત બાય બે  $r$  છે ત્રણ તો ત્રણ  $e$  ઓછા ત્રણ ગુણ્યા ઓછા સાત ઓછા ઓછા ઇ જે માત્ર એક છે અને તે જ રીતે મારી પાસે  $r$  ત્રણ ઓછા ત્રણ વખત છે

તેથી બે ઓછા ત્રણ બાય બે જે અડધો છે

તેથી મારી પાસે અહીં માઈનસ વન છે બરાબર અને અંતે આહ બાર ઓછા આહ નવ બાય બે જમણા મારી પાસે બાર ઓછા નવ બાય બે છે

તેથી જે ચોવીસ ઓછા નવ બરાબર છે  $i$  ત્રણ આર ત્રણ ઓછા ત્રણ ગુણ્યા આર એક

તેથી બાર ઓછા ત્રણ બાય ઓછા ત્રણ ગુણ્યા ત્રણ બાય બે જે નવ બાય બે છે તો ચોવીસ ઓછા નવ જે 15 બાય 2 છે ખરું કે મારી પાસે આ છે હવે આ બીજું છે મારી પાસે સેકન્ડ છે બીજામાં પહેલું બિન-શૂન્ય તત્વ માઈનસ વન છે તો ચાલો હું તેને માઈનસ વન વડે ગુણાકાર કરું  $r$  બેને  $r$  બે ના ઓછા વડે બદલે મારી પાસે જે હશે તે એક છે શૂન્ય શૂન્ય ઓછા બે અડધા ત્રણ બાય બે એક ઓછા અડધા ઓછા સાત બાય બે અને પછી મારી પાસે બાદબાકી અડધા છે અને પછી તે પંદર બાય બે થશે હવે મારે આ બેને શૂન્ય ઓછા બે અને ઓછા એકને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે

તેથી આર વનને આર વન વત્તા બે વખત  $r$  બદલો બે અને  $r$  ત્રણને  $r$  ત્રણ વત્તા  $r$  બે વડે બદલો અને આ તબક્કામાં એક વ્યક્તિ નોંધ કરી શકે છે કે તમારી પાસે જે છે તે એક શૂન્ય છે બરાબર આ શૂન્ય પર જાય છે

તેથી  $r$  એક વત્તા બે વખત

તેથી અડધો ઓછા એક જે ઓછા અડધા છે તમારી પાસે આ પંક્તિ છે શૂન્ય એક બાદબાકી અર્ધની ચકાસણી કરો પણ પછી તે ફક્ત છેલ્લા માટે છે જે આપણી પાસે છે તે  $r$  ત્રણ વત્તા  $r$  એક છે

તેથી આપણી પાસે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય હશે હવે અહીં બીજો અસ્પૃશ્ય છે સાત બાય બે ઓછા સાત બાય બે આર વન વત્તા બે ગુણ્યા આર બે આર એક ત્રણ બાય બે વત્તા બે ગુણ્યા આર બે

તેથી તેના બે ગુણ્યા એટલા ઓછા ચોદ બાય બે છે

તેથી તમારી પાસે જે હશે તે ઓછા અગિયાર બાય બે છે અને તે જ રીતે આર ત્રણ વત્તા આર એક પંદર બાય બે ઓછા સાત બાય બે તેથી હું આહ હશે જેના દ્વારા માત્ર ચાર છે પરંતુ તમે અહીં જે નોંધ કરી શકો છો તે એ છે કે ગુણાંક મેટ્રિક્સની છેલ્લી પંક્તિની છેલ્લી પંક્તિમાં તમારી પાસે માત્ર શૂન્ય છે પરંતુ બીજી બાજુ તમારી પાસે જે છે તે અહીં બિન-શૂન્ય શબ્દ છે જો તમે ફક્ત આને રેખીય સમીકરણોની સિસ્ટમમાં રૂપાંતરિત કરો જે તમે કરશો પાસે નીચે મુજબ છે  $x$  ઓછા  $z$  બાય બે બરાબર ઓછા અગિયાર બાય બે  $y$  ઓછા  $z$  બાય બે બરાબર ઓછા સાત બાય બે શૂન્ય ગુણ્યા  $x$  માફ કરશો શૂન્ય ગુણ્યા  $z$  શૂન્ય ગુણ્યા  $x$  વત્તા શૂન્ય ગુણ્યા  $y$  વત્તા શૂન્ય ગુણ્યા  $z$  બરાબર ચાર

તેથી આ સિસ્ટમ યોગ્ય રીતે કોઈ ઉકેલ મળ્યો નથી કારણ કે આ છેલ્લાનો અર્થ નથી કે તે શું કહે છે તે શૂન્ય બરાબર ચાર છે

તેથી આપેલ સિસ્ટમ પાસે કોઈ ઉકેલ નથી ચાલો આપણે ફરીથી લખીએ કે છેલ્લું મેળવેલ મારું છેલ્લું પરિણામી મેટ્રિક્સ પરિણામી મેટ્રિક્સ આપણી પાસે હતું તે એક શૂન્ય શૂન્ય છે શૂન્ય એક શૂન્ય ઓછા અડધા ઓછા અડધા શૂન્ય ઓછા અગિયાર બાય બે ઓછા સાત બાય બે આહ બાય બે જમણે

તેથી આ આ છે

તેથી આ ગુણાંક મેટ્રિક્સનો ક્રમ આ જોઈને સરળતાથી નિષ્કર્ષ પર આવી શકે છે કે ગુણાંક મેટ્રિક્સ  $a$  ની રેન્ક માત્ર છે જ્યારે સંવર્ધિત મેટ્રિક્સનો ક્રમ ત્રણ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે બે સખત રીતે ત્રણ કરતા ઓછા છે આનો અર્થ એ છે કે સિસ્ટમ પાસે કોઈ ઉકેલ નથી જે આપણે અસ્તિત્વમાં રહે તે માટે જે ઉકેલ ઇચ્છતા હતા તે એ છે કે  $a$  ની રેન્ક  $t$  ની બરાબર હોવી જોઈએ.

તે સંવર્ધિત મેટ્રિક્સનો ક્રમ ધરાવે છે પરંતુ તે અહીં એવું નથી જે સરળતાથી અવલોકન કરી શકાય છે હવે ચાલો આપણે એક વધુ

ઉદાહરણ કરીએ સિસ્ટમ એક વત્તા  $i$  માં  $z$  એક ઓછા  $z$  બે સમાન  $i$  વન ઓછા  $i$  માં  $z$  વન વત્તા વન વત્તા  $i$   $z$  માં બે સમાન એક નોટિસ છે કે આ જટિલ ગુણાંક સાથેની સિસ્ટમ છે તેમજ પ્રક્રિયા સમાન છે

તેથી ચાલો આપણે સમાન અલ્ગોરિથમ લાગુ કરીએ જેથી ગુણાંક મેટ્રિક્સને તેની રચનામાં ઘટાડીને પંક્તિમાં ઘટાડી શકાય જેથી સંવર્ધિત મેટ્રિક્સ નીચે પ્રમાણે એક પછી એક આપવામાં આવે.

વત્તા  $i$  માઈનસ વન વન માઈનસ  $i$  વન વત્તા  $i$   $i$  અને વન વડે વધાર્યું

તેથી તમારી પાસે એક વત્તા તરીકે પ્રથમ પદ છે હું આ એક વત્તા  $i$  ને વન આર વનમાં રૂપાંતરિત કરવા દઈએ તેને એક વત્તા  $i$  ને  $r$  વનમાં બદલવામાં આવે છે

જે એક ઓછા છે એક પછી એક વત્તા  $i$  બાય વન વત્તા  $i$  એક બાદબાકી  $i$  એક વત્તા  $i$  એક

તેથી હવે ચાલો આપણે પરિણામી મેટ્રિક્સ લખીએ એક પછીનું એક બાદબાકી એક બાદ એક વત્તા હું એક બાદબાકી  $i$  વડે ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરીએ તો આપણે શું કરીશું? સાથે અંશ પર આપણી પાસે હશે બાદબાકી વન વત્તા  $i$  એક વત્તા  $i$  પર એક વત્તા  $i$  એક બાદમાં  $i$  જે બે વધારીને  $i$  સાથે એક બાદમાં  $i$  જે બાદમાં એક વત્તા  $i$  પર બે અને પછી એક ઓછા  $i$  વન વત્તા  $i$  એક  $i$  તેથી આગળ મારી પાસે આ એક બાદબાકી  $i$  છે ચાલો હું આને એક માઈનસ  $i$  માં શૂન્ય  $r$  ટુ માં રૂપાંતરિત કરું,  $r$  બે ઓછા એક ઓછા  $i$  ને  $r$  વન માં બદલી નાખું,

તો હું પ્રથમ પંક્તિ સાથે શું સમાન કરીશ તે વીડ્સ એક શૂન્ય તરફ દોરી જાય છે અને તે જ રીતે પ્રથમ પંક્તિ તમે સમાન રહે છે.

માઈનસ વન વત્તા  $i$  ઓન બે હશે અને માઈનસ વન વત્તા  $i$  ઓન ટુ સાથે વધશે માફ કરશો, એક વત્તા  $i$  વન વત્તા  $i$  પર બે હશે, હા અગાઉના એકમાં પણ તે પોઈન્ટ બે પર માત્ર એક વત્તા  $i$  છે હવે ચાલો અમે બાકીના શબ્દોની ગણતરી કરીએ છીએ તે એક વત્તા  $i$  માઈનસ વન ઓછા  $i$  માં માઈનસ વન વત્તા  $i$  જે એક વત્તા  $i$  વત્તા એક ઓછા  $i$  આખા ચોરસ સમાન છે પરંતુ 1 ઓછા  $i$  આખા ચોરસ બરાબર 2 છે માફ કરશો તે માઈનસ 2 છે

તેથી તમારી પાસે હશે માફ કરશો, આહ શું હશે

તેથી આપણી પાસે એક વત્તા  $i$  વત્તા એક ઓછા  $i$  હશે બે પર હોલ સ્કેવર જે એક વત્તા  $i$  વત્તા એક ઓછા બે વાય વત્તા એક ઓછા બે વાય ઓછા એક પૂર્ણ બે તરફ દોરી જશે

તેથી આ એક રદ થશે અને તમારી પાસે ઓછા બે  $y$  હશે અને

તેથી આ ઓછા બે  $i$  અને બેને બે અને બે મળશે રદ થઈ જાય છે

તેથી તમારી પાસે એક વત્તા  $i$  માઈનસ  $i$  હશે

તેથી હું અંતે એક પછીના એક સાથે મળીશ એક બાદબાકી એક બાદબાકી  $i$  માં એક વત્તા  $i$  પર બે એક બાદબાકી  $i$  માં એક વત્તા  $i$  માત્ર બે છે અને

તેથી આ રદ થાય છે તમારી પાસે એક બાદબાકી એક હશે જે શૂન્ય તરફ દોરી જશે હવે મારી પાસે અહીં એક છે, ચાલો હું આ અન્ય ઘટકને બીજી કોલમમાં રૂપાંતરિત કરું જે માઈનસ વન વત્તા  $i$  ઓન ટુમાં શૂન્ય  $r$  વનને  $r$  વન માઈનસ એક વત્તા  $i$  અપન દ્વારા બદલવામાં આવે છે.

બે માં  $r$  બે મારી પાસે એક શૂન્ય શૂન્ય હશે એક હું ફક્ત શૂન્ય સાથે કંઈક ઉમેરી રહ્યો છું જેથી તે આવશ્યકપણે એક જ વસ્તુ તરફ દોરી જશે એક વત્તા  $i$  પર બે અને પછી શૂન્ય અધિકાર

તેથી આપણી પાસે શું છે  $z$  વન એટલે એક વત્તા  $i$  પર બે અને  $z$  બે શૂન્ય છે આમ ઉકેલ એક પ્લુ છે બે અને શૂન્ય પર  $z$  એ ઉકેલ છે સિસ્ટમને ધ્યાનમાં લઈએ બે  $x$  વત્તા પાંચ  $y$  વત્તા બે  $z$  બરાબર ઓછા એક  $x$  વત્તા બે  $i$  ઓછા ત્રણ  $z$  બરાબર પાંચ પાંચ  $x$  વત્તા બાર  $i$  વત્તા  $z$  બરાબર 10 હંમેશની જેમ ચાલો નીચે લખીએ.

મેટ્રિક્સ ફોર્મ 2 1 5 5 2 12 2 ઓછા ત્રણ એક વખત અજ્ઞાત અજ્ઞાત  $xyz$

તેથી સતત મેટ્રિક્સ અથવા કોન્સ્ટન્ટ ટર્મ મેટ્રિક્સ 1 5 અધિકાર છે અમે મેટ્રિક્સના સંદર્ભમાં આપેલ સિસ્ટમ પરત કરી છે હવે ચાલો આપણે વિસ્તૃત મેટ્રિક્સ  $a$  લખીએ.

મેટ્રિક્સ  $b$  ના સ્થિરાંક સાથે વધેલી ગુણાંક મેટ્રિક્સ માત્ર બે એક પાંચ પાંચ બે બાર બે ઓછા ત્રણ એક છે અને આપણે મેટ્રિક્સના સ્થિરાંક સાથે વધારો કરી રહ્યા છીએ જે ઓછા એક પાંચ અને દસ છે આપણી પાસે કોઈ શૂન્ય પંક્તિઓ નથી અને શૂન્ય પંક્તિઓ નથી અને

તેથી આપણે પ્રથમ પંક્તિમાં પ્રથમ બિન-શૂન્ય શબ્દ જુઓ જે ફક્ત બે છે

તેથી હવે અમારો ઉદ્દેશ્ય આ બેને એકમાં રૂપાંતરિત કરવાનો છે

તેથી અમે  $r$  વનને  $r$  વનના અડધાથી બદલીશું જે મને માઈનસ સાથે વધારીને એક પાંચ બાય બે એક આપશે.

અડધા બાકી  $g$  પંક્તિઓ અસ્પૃશ્ય છે એક બે ઓછા ત્રણ પાંચ પાંચ બાર એક અને દસ મારી પાસે આ છે હવે મારે અન્ય વસ્તુઓને શૂન્ય બનાવવી પડશે જે એક અને પાંચ છે શૂન્યમાં  $r$  બેને  $r$  બે બાદ  $r$  એક અને  $r$  ત્રણની જગ્યાએ  $r$  ત્રણ બાદબાકી પાંચ વખત  $r$  એક પ્રથમ પંક્તિ અસ્પૃશ્ય રહે છે એક પાંચ બાય બે એક અને પછી તમારી પાસે બાદબાકી અડધી છે

તેથી એક બાદબાકી એક જે શૂન્ય છે બે ઓછા પાંચ બાય બે જે પાંચ બાય બે ઓછા ત્રણ ઓછા એક જે મને ઓછા ચાર જમણા પાંચ ઓછા આપશે માઈનસ અડધો જે પાંચ વત્તા અડધા પાંચ વત્તા અડધા અગિયાર બાય બે છે અને હવે તે શૂન્ય છે તે બાર ઓછા પાંચ ગુણ્યા  $r$  એક બાર ઓછા પાંચ ગુણ્યા  $r$  એક છે જે પાંચમાં પાંચ પચીસ બાય બે છે

તેથી મારી પાસે અડધા ઓછા હશે એક બાદબાકી પાંચ જે મને માઈનસ ચાર આપશે  $r$  બે ઓછા એક માફ કરશો આ બીજું તત્વ નથી  $r$  બે ઓછા  $r$  વન બે ઓછા ફી બાય બે ઓહ આ માઈનસ અડધો આહ છે આ તે જ છે જે હું અહીં ઇચ્છતો હતો તે  $r$  થશે ત્રણ દસ ઓછા આહ પાંચ વખત મિનિટ  $s$  અડધો જે મને દસ વત્તા પાંચ બાય બે જે પચીસ બાય બે આપશે હમણાં મને આ વસ્તુને એક આર બેમાં રૂપાંતરિત કરવા દો તેના સ્થાને માઈનસ અડધા ગુણ્યા  $r$  બે જે મારી પાસે હશે તે એક શૂન્ય શૂન્ય ફી બાય બે છે એક

ઓછા અડધા હું તેને માઈનસ બે વડે ગુણાકાર કરું છું

તેથી મારી પાસે એક હશે જે અહીં આઠ છે માઈનસ અગિયાર અને પછી બાકી રહે છે જે યથાવત છે મારે બીજા બે તત્વોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે જે પાંચ બાય બે છે અને માઈનસ અર્ધ

તેથી હું શું કરીશ કે  $r$  વનને  $r$  એક વડે ઓછા પાંચ વડે બે ગુણ્યા  $r$  વન અને એ જ રીતે  $r$  ત્રણને  $r$  ત્રણ ઓછા માફ કરશો વત્તા અડધા ગુણ્યા  $r$  બેથી બદલો જેથી પરિણામી મેટ્રિક્સ તમે જોશો કે એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય અને પછી છેલ્લી શરતો એ છે કે તે આઠ થવાનું છે જે અસ્પૃશ્ય રહેવાનું છે પ્રથમ જે આર વન છે જે એક ઓછા છે માફ કરશો આર એક ઓછા ફી દ્વારા બે ગુણ્યા આર બે પાંચ દ્વારા બે ગુણ્યા આર બે જે આઠ છે ચાર વીસ

તેથી એક ઓછા વીસ વહી  $ch$  મને માઈનસ ઓગણીસ આપશે અહીં તે શૂન્ય થશે અને ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ થશે મારી પાસે માઈનસ અડધા ઓછા પાંચ બાય બે ગુણ્યા ઓછા અગિયાર ઓછા પંચાવન હશે

તેથી મારી પાસે માઈનસ ચોપન બાય બે હશે મને ચિંતા કરવામાં આનંદ થાય છે મૂળ શું છે અને આ માઈનસ ઈલેવન છે અને અંતે મારી પાસે પચીસ બાય બે વત્તા અડધો ગુણ્યા માઈનસ 11 હશે

તેથી જે મને 14 બાય 2 આપશે, આ તે છે જેને મારી પાસે હવે ગુણાંક મેટ્રિક્સનો રેન્ક છે.

આ અને કોઈ સરળતાથી નિષ્કર્ષ પર આવી શકે છે કે તે માત્ર બે અને તે જ રીતે વર્ધિત મેટ્રિક્સનો ક્રમ છે જે આ કિસ્સામાં તમારી પાસે છે જો કે તમારી પાસે બિન શૂન્ય શૂન્ય પંક્તિ છે જો કે તમારી પાસે આ બિન શૂન્ય શબ્દ છે જે અમને સરળતાથી કહેશે કે આ થવાનું છે ત્રણ

તેથી સંવર્ધિત મેટ્રિક્સનો ક્રમ ગુણાંક મેટ્રિક્સના ક્રમ કરતાં સખત રીતે મોટો છે જે સૂચવે છે કે આપેલ સિસ્ટમ પાસે કોઈ ઉકેલ નથી હવે ચાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ, ચાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ  $x$  વત્તા ત્રણ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ  $y$  વત્તા ચાર  $z$  બરાબર અગિયાર બે  $x$  વત્તા ત્રણ  $y$  વત્તા બે  $z$  બરાબર સાત ચાર  $x$  વત્તા નવ  $y$  વત્તા દસ  $z$  બરાબર વીસ અને છેલ્લે ત્રણ  $x$  ઓછા બે  $y$  વત્તા જે એકની બરાબર આ એ સિસ્ટમ છે જે મારી પાસે ફરીથી એક છે નોંધ કરી શકો છો કે આ એક ઓવર નિર્ધારિત સિસ્ટમ છે જેનો અર્થ છે કે આ કિસ્સામાં અજાણ્યાઓની સંખ્યા 3 છે જ્યારે આ કિસ્સામાં સમીકરણોની સંખ્યા ચાર છે

તેથી આ એક ઓવર નિર્ધારિત સિસ્ટમ છે ફાઇન હવે ચાલો મેટ્રિક્સના સ્વરૂપમાં લખવાનો પ્રયાસ કરીએ.

1 2 4 3 3 3 9 ઓછા 2 4 2 10 1 જ્યારે અજ્ઞાત  $xyz$  પર ગુણાંક પર લાગુ કરવામાં આવે ત્યારે મને સતત મેટ્રિક્સ અચલ વેક્ટર 11 7 20 આપવો જોઈએ અને એક હંમેશની જેમ ચાલો આપણે ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સને અજમાવી જુઓ આ માટે ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ છે.

એક બે ચાર ત્રણ ત્રણ ત્રણ નવ ઓછા બે ચાર બે દસ એક અગિયાર સાત વીસ સાથે અગમેન્ટેડ અને એક આ સિસ્ટમ છે જે આપણી પાસે છે આ ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ છે હવે ચાલો આપણે નીચે લખવાનો પ્રયાસ કરીએ

તેથી પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરીઓ નોટિસ કરીએ કે ટી અહીં કોઈ શૂન્ય પંક્તિઓ નથી અને

તેથી પ્રથમ પંક્તિ માટે પ્રથમ પંક્તિ જુઓ તેને પ્રથમ બિન-શૂન્ય તત્વ એક મળ્યું છે

તેથી આપણે કંઈ કરવાનું નથી તે કોલમના અન્ય ઘટકોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરશે આર બેની જગ્યાએ  $r$  દ્વારા બે ઓછા બે વખત  $r$  એક  $r$  ત્રણને  $r$  ત્રણ ઓછા ચાર વખત  $r$  એક  $r$  ચારને  $r$  ચાર ઓછા ત્રણ વખત  $r$  એક દ્વારા બદલવામાં આવે છે ચાલો આપણે આ બધી ક્રિયાઓ કરીએ જેથી પરિણામે અને આપણે અપેક્ષા કરીએ છીએ કે આ બધા ત્રણ શૂન્ય દંડ પર જાય છે અને પછી ત્રણ રહે છે કારણ કે તે પ્રથમ પંક્તિ છે હકીકતમાં સમગ્ર યથાવત રહે છે  $r$  બે બે ગુણ્યા  $r$  એક દ્વારા બદલાય છે

તેથી ત્રણ ઓછા છ જે ઓછા ત્રણ બે ઓછા બે ગુણ્યા ચાર છે

તેથી તમારી પાસે ફરીથી માઈનસ છ હશે સાત ઓછા બે ગુણ્યા અગિયાર

તેથી સાત ઓછા બાવીસ જે માઈનસ પંદર છે અને પછી નવ ઓછા ચાર ગુણ્યા ત્રણ જે નવ ઓછા બાર છે તમારી પાસે ઓછા ત્રણ દસ ઓછા સોળ હશે હું ઓછા છ અને પછી વીસ ઓછા ચાલીસ ચાર હા વીસ મિનિટ  $s$  ચાલીસ આ મને માઈનસ ચોવીસ આપશે છેલ્લું એક ઓછા બે ઓછા નવ જે માઈનસ અગિયાર એક ઓછા બાર છે જે માઈનસ અગિયાર એક ઓછા તેત્રીસ છે જે માઈનસ બત્રીસ છે જમણી બીજી પંક્તિ પ્રથમ બિન શૂન્ય ગુણાંક ઓછા ત્રણ છે આપણે તેને એક આર ટુમાં બનાવીએ તો એક વડે ઓછા ત્રણ ગુણ્યા આર બે બદલાય છે મારી પાસે એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય ત્રણ ચાર અગિયાર સાથે અગિયાર હશે જે એક બાદબાકી બે છે મારી પાસે પાંચ હશે અન્ય વસ્તુઓ અસ્પૃશ્ય છે

તેથી મારો આગળનો હેતુ રૂપાંતર કરવાનો છે આ ત્રણ ઓછા ત્રણ અને ઓછા અગિયાર ને શૂન્ય માં બદલો

તેથી  $r$  એક ને  $r$  એક થી ઓછા ત્રણ ગુણ્યા  $r$  બે બદલો  $r$  ત્રણ ને  $r$  ત્રણ વત્તા ત્રણ ગુણ્યા  $r$  બે અને  $r$  ચાર ને  $r$  ચાર વત્તા અગિયાર ગુણ્યા  $r$  બે બદલો ચાલો આ ક્રિયાઓ કરીએ.

પ્રથમ સ્તંભ એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય હશે બીજી શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય થશે ત્રીજો એક ચાલો ગણતરી કરીએ  $r$  એક ને  $r$  એક ઓછા વડે બદલવામાં આવે છે

તેથી ચાર ઓછા છ જે માઈનસ બે છે મીન સાથે વધે છે  $us$  પંદર જે બાદબાકી ચાર બીજી પંક્તિ રહે છે કારણ કે તે બે પાંચ ત્રીજા એક  $r$  ત્રણ ઓછા છ વત્તા ત્રણ ગુણ્યા  $r$  બે જે મને શૂન્ય ઓછા ચોવીસ વત્તા પંદર આપશે જે મને ઓછા નવ આપશે અને પછી મારી પાસે  $r4$  છે

તેથી ઓછા 11 વત્તા 22 તમારી પાસે 11 ઓછા 32 વત્તા 35 છે

તેથી જે મને માત્ર 3 આપશે મારી પાસે જમણી બાજુની વચ્ચે શૂન્ય પંક્તિ છે મારી પાસે નથી

તેથી આગળની કોઈ નથી તે સારી રીતે મારી પાસે શૂન્ય પંક્તિ છે

તેથી  $r$  ત્રણ ની અદલાબદલી  $r$  ચાર  $i$  સાથે થાય છે એક શૂન્ય ઓછા બે સાથે માઈનસ ચાર શૂન્ય એક બે પાંચ શૂન્ય શૂન્ય

અગિયાર ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય ઓછા નવ આ અગિયારને એકમાં રૂપાંતરિત કરો પણ મારે તે કરવાની જરૂર નથી કારણ કે મારી પાસે અહીં શૂન્ય પંક્તિ છે અને અહીં શૂન્ય સિવાયની પદ છે બરાબર

તેથી સિસ્ટમને કોઈ ઉકેલ મળ્યો નથી કારણ કે તમારી પાસે ગુણાંક મેટ્રિક્સમાં બિન-શૂન્ય પંક્તિ છે, પરંતુ જ્યારે સંવર્ધિત મેટ્રિક્સમાં

તમારી પાસે બિન-શૂન્ય શબ્દ છે અને

તેથી આ સિસ્ટમ પાસે કોઈ ઉકેલ નથી, ચાલો ઉદાહરણો સાથે આગળ વધીએ હવે ચાલો આપણે કેટલાક કરીએ.

ઉદાહરણો જ્યારે તમારી પાસે અસંખ્ય ઉકેલો હોય, ત્યારે અમારું પ્રથમ ઉદાહરણ આપણે સરળ માટે જોઈએ, ચાલો આપણે એક સરળ ઉદાહરણથી શરૂઆત કરીએ  $x$  વત્તા બે વાય વત્તા ત્રણ  $t$  બરાબર સાત  $z$  વત્તા ચાર  $t$  બરાબર એક નોંધ કરી શકે છે કે આ એક અન્ડરડેટર્મિન્ડ સિસ્ટમ છે જે એનો અર્થ એ થાય કે ચાલો આપણે અજાણ્યાઓની સંખ્યા અથવા ચલોની સંખ્યા જોઈએ જે આપણી પાસે ચાર છે તેમજ આ કિસ્સામાં આપણી પાસે જે સમીકરણો છે તે માત્ર બે છે

તેથી બે ચાર કરતાં સખત રીતે ઓછા છે

તેથી આ એક નિર્ધારિત સિસ્ટમ છે.

ચાલો આપણે આને હલ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ તે પહેલા ચાલો પહેલા હંમેશની જેમ આ  $1\ 2\ 0\ 3\ 0\ 0\ 0\ 1\ 4$  નું મેટ્રિક્સ ફોર્મ લખીએ જેનું મૂલ્યાંકન  $xyzt$  પર સાત આઠ દંડ બરાબર છે હવે નોંધ લો કે આ કિસ્સામાં આપેલ મેટ્રિક્સ અથવા આપેલ ગુણાંક મેટ્રિક્સ છે.

પોતે પંક્તિમાં છે તે ઘટાડીને રચે છે કારણ કે પ્રથમ બિન-શૂન્ય ગુણાંક એક છે અને તે સ્તંભમાં અન્ય ઘટકો શૂન્ય છે અને તમારી પાસે તે છે

તેથી હકીકતમાં માત્ર બે સમીકરણો છે બે પંક્તિઓ

તેથી ઓ ત્યાં એક શૂન્ય છે અને તે જ રીતે પ્રથમ બિન-શૂન્ય ઘટક ત્રીજા સ્તંભમાં દેખાય છે અને બીજું તત્વ શૂન્ય છે

તેથી આ આ એક પંક્તિમાં છે  $h$  એકવા ઘટાડો હવે સિસ્ટમને કેવી રીતે હલ કરવી તે સિસ્ટમ માટે કયા ઉકેલો છે

તેથી જ્યાં પણ એક અને શૂન્ય અધિકાર હશે ત્યાં આ સ્થિતિને અનુરૂપ ચલોને જમણી બાજુએ બોલાવશે

તેથી હું તેને એક અને ત્રણને અનુરૂપ કહીશ

તેથી  $x$  અને  $z$  વેરીએબલ્સ આશ્રિત ચલ છે જ્યારે અન્ય વેરીએબલ્સ જે  $y$  અને  $t$  છે સ્વતંત્ર ચલ

તેથી જ્યાં પણ સ્વતંત્ર ચલ હોય તો ચાલો આપણે પ્રયત્ન કરીએ કે આપણી પાસે બે સ્વતંત્ર ચલ છે

તેથી હું કહી દઉં કે  $y$  એ લેમ્બડા અને  $t$  છે  $\mu$  જ્યાં લેમ્બડા અને  $\mu$  અથવા કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ અથવા કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ કોઈપણ મનસ્વી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે હવે ચાલો ફરીથી લખીએ ચાલો  $x$  વત્તા બે  $i$  વત્તા ત્રણ  $t$  બરાબર

સાત  $z$  વત્તા ચાર  $t$  બરાબર આઠ હવે ફક્ત  $y$  બરાબર  $1a$  ને અવેજી કરીએ  $mbda$  અને  $t$  બરાબર  $\mu$  ની અને પછી જુઓ ત્યાં શું છે  $x$  વત્તા  $2\ lambda$  વત્તા  $3\ t$  બરાબર  $7\ lambda$  વત્તા  $4\ t$  બરાબર  $8$ .

માફ કરશો તે બીજી રીતે હોવું જોઈએ, માફ કરશો આહ તે  $z$  વત્તા ચાર  $\mu$   $z$  વત્તા ચાર હોવું જોઈએ  $\mu$  એ આઠ છે

તેથી બીજો છે

તેથી આનો અર્થ એ થશે કે  $z$  આઠ ઓછા ચાર  $\mu$  છે માત્ર પ્રથમ એકમાં શું હશે મારી પાસે

તેથી  $2$  લેમ્બડા વત્તા  $3\ \mu$  હશે તો મારી પાસે  $7$  ઓછા  $2$  લેમ્બડા ઓછા  $3\ \mu$  બરાબર શું હશે બીજો  $z$  આપે છે આઠ ઓછા ચાર  $\mu$  તરીકે પ્રથમ એક  $x$  આપે છે સાત ઓછા બે લેમ્બડા ઓછા ત્રણ  $\mu$

તેથી તેથી આ સમીકરણ પર સેટ કરેલ ઉકેલ સાત ઓછા બે લેમ્બડા ઓછા ત્રણ  $\mu$  અલ્પવિરામ લેમ્બડા અલ્પવિરામ આઠ ઓછા ચાર  $\mu$  અલ્પવિરામ  $\mu$  શરત સાથે લેમ્બડા અને  $\mu$  બંને વાસ્તવિક સંખ્યાઓમાંથી છે

તેથી અમારી પાસે વિવિધ લેમ્બડા અને  $\mu$  માટે અસંખ્ય ઉકેલો છે તમને દરેક લેમ્બડા અને  $\mu$  માટે વિવિધ ઉકેલો મળે છે, જેમ કે લેમ્બડા અને  $\mu$  બદલાતા રહે છે તે જ રીતે બદલાતા રહે છે.

આ ઉદાહરણ દ્વારા આપવામાં આવે છે ચાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ  $8x$  વત્તા  $5y$  વત્તા  $11z$  બરાબર  $30$  ઓછા  $x$  ઓછા  $4y$  વત્તા  $2z$  બરાબર ત્રણ બે  $x$  ઓછા  $y$  વત્તા પાંચ  $z$  બરાબર ચાલો મેટ્રિક્સ ફોર્મ આઠ પાંચ અગિયાર ઓછા એક ઓછા ચાર બે લખીએ બે ઓછા એક પાંચ અને આ અજ્ઞાત વેક્ટર પર લાગુ કરવામાં આવે છે  $xyz$  એ મને તેત્રીસ અને બાર આપવા જોઈએ

તેથી આ કિસ્સામાં વૃદ્ધિ પામેલ મેટ્રિક્સ આઠ ઓછા એક બે પાંચ ઓછા ચાર ઓછા એક અગિયાર બે પાંચ વૃદ્ધિ સાથે તેત્રીસ અને બાર છે

તેથી ત્યાં છે સામાન્ય રીતે ત્યાં કોઈ શૂન્ય પંક્તિઓ હોતી નથી

તેથી ચાલો આપણે પ્રથમ એક  $r$  ને રૂપાંતરિત કરીએ એક વડે આઠ ગુણ્યા  $r$  એકના બદલે આપણી પાસે જે હશે તે છે એક પાંચ બાય આઠ અગિયાર બાય આઠ ત્રીસ બાય આઠ અન્ય પંક્તિઓ અપરિવર્તિત છે બાદબાકી એક ઓછા ચાર બે ત્રણ બે બાદબાકી એક

પાંચ અને બાર એ બીજી પંક્તિઓને શૂન્ય આર ટુમાં રૂપાંતરિત કરવી પડશે પ્રથમ કોલમના અન્ય ઘટકોને

આર ટુ વત્તા આર વન અને આર થ્રીને આર થ્રી

ઓછા બે ટી દ્વારા બદલવામાં આવશે  $mes\ r\ one$  પહેલી કોલમ બને છે એક શૂન્ય શૂન્ય અડધી જમણી બાદબાકી ચાર વત્તા પાંચ

બાય  $v$  આઠ ચાર વત્તા પાંચ બાય આઠ ઓછા  $32$  વત્તા  $5$  તમારી પાસે હશે

તેથી પ્રથમ કોલમ હંમેશની જેમ યથાવત રહેશે ચાલો તેને માઈનસ સત્તાવીસ બાય આઠ બે વત્તા લખીએ અગિયાર બાય આઠ

તેથી સોળ વત્તા અગિયાર એટલે સત્તાવીસ બાય આઠ અને પછી આર ત્રણ ઓછા એક ઓછા બે ગુણ્યા ચાર એટલે જે આઠ ઓછા

એક સાત પાંચ ઓછા બે ગુણ્યા બે પાંચ ઓછા ચાર જે એક છે તમારી પાસે બાર ઓછા બે ગુણ્યા ત્રણ

તેથી બાર માઈનસ છ જે વાય અડધો છ છે ઠીક છે આ માટે હું શું પ્રયાસ કરી રહ્યો છું તે ખોટું છે તો ચાલો આપણે પહેલા તત્વ  $r$  ને

રૂપાંતરિત કરીએ  $r$  એકને એક વડે એક ગુણ્યા  $r$  એક દ્વારા બદલવામાં આવે છે મારી પાસે એક પાંચ બાય આઠ અગિયાર બાય

આઠ હશે અને પછી તેને ત્રીસ બાય આઠ ઓછા એક ઓછા એક ઓછા ચાર બે ત્રણ બે ઓછા એક પાંચ અને બાર સાથે વધારવામાં

આવે છે  $i$  આ બે તત્વોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે

તેથી હું ફક્ત  $r$  બેને  $r$  બે વત્તા  $r$  એક વડે બદલી રહ્યો છું અને  $r$  ત્રણને  $r$  વડે બદલવામાં આવે છે.

ત્રણ ઓછા બે ગુણ્યા  $r$  એક પ્રથમ પંક્તિ એક પાંચ બાય આઠ અગિયાર બાય આઠ યથાવત છે અને મારી પાસે ત્રીસ બાય આઠ

આહ શૂન્ય હશે

તેથી મારી પાસે ઓછા ચાર વત્તા પાંચ બાય આઠ હશે જે મને સત્તાવીસ બાય આઠ બે વત્તા અગિયાર બાય આઠ આપશે જે ફરીથી સત્તાવીસ બાય આઠ છે

તેથી તમારી પાસે ઓછા વાય પાંચ ઓછા એક આઠ ઓછા સત્તાવીસ બાય આઠ છે

તેથી અહીં તમારી પાસે સત્તાવીસ બાય આઠનો જમણો હશે અને પછી મારી પાસે માર્દનસ વન વત્તા બે ગુણ્યા પાંચ બાય આઠ હશે તેથી મારી પાસે પાંચ બાય આઠ હશે ચાર

તેથી ઓછા એક વત્તા પાંચ બાય ચાર મારી પાસે શૂન્ય હશે માફ કરશો ઓછા ચાર વત્તા પાંચ તેથી આ શૂન્ય છે

તેથી ઓછા એક ઓછા ચાર

તેથી મારી પાસે એક બાય ચાર હશે અને પછી પાંચ ઓછા બે ગુણ્યા અગિયાર બાય આઠ હશે જે મને પાંચ ઓછા અગિયાર બાય આપશે ચાર જે વીસ ઓછા અગિયાર બાય ચાર છે

તેથી મારી પાસે નવ બાય ચાર હશે

તેથી આ પદો ત્રણમાં ત્રણ વત્તા ત્રીસ બાય આઠ ચોવીસ વત્તા ચોપન ચાર બાય આઠ અને પછી આખરે મારી પાસે બાર ઓછા બે ગુણ્યા ત્રીસ બાય આઠ હશે જે બે છે એવું ઓછા ત્રીસ બાય ચાર

તેથી ચાલીસ ઓછા ત્રીસ એટલે અઢાર બાય ચાર હવે આગળનું તત્ત્વ માત્ર વીસ છે આ એક મારે તેને એક બનાવવું પડશે આર બે બાય માર્દનસ આઠ બાય સત્તાવીસ ગુણ્યા આર બે એક શૂન્ય શૂન્ય બીજી પંક્તિઓ અસ્પૃશ્ય છે મારી પાસે માત્ર એક બાય ચાર નવ બાય ચાર અઢાર બાય ચાર દંડ હશે હવે જો હું ગુણાકાર કરું તો આ માત્ર એક થશે બાકીની મુદત મારી પાસે વીસ હશે

તેથી મારી પાસે માર્દનસ વન હશે મારી પાસે ઓછા બે એક ઓછા બે હવે મારી પાસે હશે બીજા સ્તંભના અન્ય ઘટકોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા માટે,

તેથી  $r$  વન બાય  $r$  વન માર્દનસ  $phi$  ને આઠ ગુણ્યા  $r$  બે અને  $r$  ત્રણ બાય  $r$  ત્રણ માર્દનસ એક બાય ચાર ગુણ્યા  $r$  બે બદલો

કોલમ 0 1 0 નીકળે છે અને ત્રીજી કોલમ માટે જો હું આને કન્વર્ટ કરું તો મારી પાસે શું હશે અમ પ્રથમ એક દ્વારા બદલવામાં આવે છે તે નવ બાય ચાર અથવા એક બાય ચાર જે નાનો ફેરફાર છે આ 9 બાય 4 આ ન હોવો જોઈએ 1 બાય 4  $r^3$  બાય 2 વખત હોવો જોઈએ  $r^1$  તો તમારી પાસે હશે 11 બાય 4 5 ઓછા 11 બાય 4

તેથી વીસ ઓછા નવ સોરી નવ બાય ચાર આ પદ  $r$  ત્રણ માત્ર ઓછા એક વત્તા બે માં પાંચ બાય ચાર ઓછા એક પાંચ શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય શૂન્ય અને પછી મારી પાસે આઠ હશે આ શબ્દ એટલો છે કે આર વન આર વન એ અગિયાર બાય આઠ ઓછા ફી બાય એક ગુણ્યા બાદ એક છે જે મારી પાસે સોળ બાય પાંચ સોરી સોળ બાય આઠ હશે અને પછી આ માર્દનસ વન રહે છે કારણ કે તે નવ બાય ચાર ઓછા એક બાય ચાર માર્દનસ છે એક એટલે કે જે દસ બાય દસ બાય ચાર થાય છે, આર વન સાથે ત્રીસ બાય આઠ ઓછા પાંચ બાય આઠ માર્દનસ બે એટલે મારી પાસે ચાલીસ બાય આઠ હશે અને પછી બીજો રહે છે કારણ કે તે માર્દનસ બે છે તે છેલ્લું છે અઢાર બાય ચાર માર્દનસ એક બાય ફોર માર્દનસ બે એટલે કે જે ચોવીસ બાય ચાર દંડ થશે હવે મારે આ ઘટકને એકમાં રૂપાંતરિત કરવું પડશે

તેથી  $r$  ત્રણ બાય ચાર બાય દસ ગુણ્યા  $r$  ત્રણ બદલો બાકીની પંક્તિઓ શૂન્ય યથાવત રહેશે એક ઓછા એક ઓછા બે શૂન્ય શૂન્ય એક ચાર બાય ટી  $en$  મારી પાસે ફક્ત બે જ અન્ય તત્ત્વોને શૂન્યમાં આ બેમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે

તેથી  $r$  બે ની જગ્યાએ  $r$  બે વત્તા  $r$  ત્રણ  $r$  વનને  $r$  એક બાદ સોળ બાય આઠમાં સોળ બાય આઠમાં  $r$  ત્રણમાં પ્રથમ અને બીજી કોલમ યથાવત રહે છે.

છેલ્લું આ એક અમ આર બે ની જગ્યાએ  $r$  બે વત્તા  $r$  ત્રણ મારી પાસે શૂન્ય હશે આ વત્તા આ જે મને શૂન્ય આપશે અને પછી આ બે વસ્તુઓ  $r$  વન આર વનને બદલવામાં આવશે જેના દ્વારા સોળ બાય આઠ ઓછા આ શબ્દ ફરીથી શૂન્ય છે પરંતુ પછી મારી પાસે હશે જે ચાલીસ બાય આઠ ઓછા સોળ બાય આઠ બાય બે છે

તેથી આ બત્રીસ છે

તેથી જે આઠ બાય આઠ છે જે એક છે અહીં તમારી પાસે ચોક્કસ ઉકેલ છે આ કિસ્સામાં ઉકેલ ત્રણ છે યોગ્ય સોલ્યુશન તમારી પાસે એક શૂન્ય છે અને બે એ સોલ્યુશન છે જે સોલ્યુશન અનન્ય છે આ કિસ્સામાં આગામી લેક્ચર્સમાં અમે કેટલાક વધુ ઉદાહરણો કરીશું જેમાં તમારી પાસે

નિર્ધારિત સિસ્ટમ્સ મલ્ટિપલ સોલ્યુટી હેઠળ ઓવર નિર્ધારિત સિસ્ટમ્સ માટે  $ah$  સાથે ઉદાહરણો હશે.

$ons$  અને આ બધી વસ્તુઓ તમે બધા આભાર