

طلباء کو ریاضی کے مسئلے کو حل کرنے کے سیشن میں خوش آمدید کہتے ہیں ہمارا موضوع امکان ہے اور یہ آج کی کلاس میں لیکچر نمبر تین ہے ہم بہت سے مسائل کو حل کریں گے جن کا پس منظر پہلے ہی بنا دیا گیا ہے اس طرح دو چیزیں یا چند چیزیں جو ہمارے پاس ہیں۔ یاد رکھنے جس کے نمونے کی جگہ اومیگا e ایک واقعہ ہے جو کسی سے ترتیب تجربے سے مطابقت رکھتا ہے a کے لیے مندرجہ ذیل امکانات ہیں جہاں b ہے اومیگا کی کارڈنالیٹی سے تقسیم شدہ کارڈنالیٹی ہے اور ایک اور چیز جسے ہم استعمال کریں گے وہ واقعہ الجبرا سے ہے کہ اتحاد کا امکان منقطع نہیں ہیں b اور a منقطع ہیں لیکن اگر b اور a کے برابر ہے اگر pb جمع pa ہیں آزاد واقعات پھر b اور a کا امکان ہے اور تیسرا اگر b کے ماننس احتمال b کا امکان ایک جمع کے امکان کے برابر ہے b تو ایک اتحاد کے برابر ہے لہذا یہ کچھ بنیادی چیزیں ہیں جو ہمیں یاد رکھنا ہوں گی اور جیسا کہ ہم مسائل کو حل pa times pb کا امکان b ایک چوراہا کریں گے اگر ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ کوئی نئی چیز آرہی ہے اس کا تصور آپ کو نہیں دیا گیا ہے تو میں اس کی وضاحت کروں گا

کے برابر ہے 10 z کے برابر ہیں جمع y جمع x تمام 0 اور xyz تو اُپے پہلے مسئلے کو دیکھیں جو ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ اگر چہ کے برابر ہے اب اس بات کا کیا امکان ہے کہ اوپر والے 2 60 c ماننس 1 ہے 3 12 c تو ممکنہ حلوں کی تعداد 10 جمع 3 ماننس 1 ایک طاق عدد ہے x منظر نامے میں

x تو ہم کیا کریں گے؟ کیا ہمیں یہ جاننا ہے کہ اومیگا میں پوائنٹس کی کل تعداد یا اومیگا کی کارڈنالیٹی چھپا سٹھ ہے لہذا ہمیں اس حالت کے تحت ایک طاق عدد ہونے پر صور قدریں لے x عجیب ہو سکتا ہے اس کا مطلب ہے کہ x توں کی تعداد معلوم کرنی ہوگی اور وہاں سے ہمیں احتمال کا حساب لگانا ہوگا لہذا حل سکتا ہے 1 3 پانچ سات نو اب صور

اور y نو ہو سکتے ہیں جب z جمع y نو کے برابر ہے کتنے مختلف طریقوں سے z جمع y ایک کے برابر ہے مطلب x توں پر غور کریں دونوں سے زیادہ ہوں 0 کے برابر z

کا k جمع صفر برابر ہے y تو اس کی تعداد صورتیں 0 9 1 8 2 دو سات سے نو صفر تک ہیں جو کہ دس ہے اور اگر ہم سمجھتے ہیں کہ جمع 1 حل ہیں k مطلب ہے کہ

کے برابر ہے اس لیے محلول کی تعداد اٹھ ہونے والی ہے 7 z جمع y برابر ہے 3 کا مطلب x تو ہم آسانی سے یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ برابر z جمع y ہے سات کے برابر ہے مطلب x برابر ہے پانچ اس لیے محلول کی تعداد چھ z جمع y برابر ہے پانچ کا مطلب x اسی طرح ایک کے برابر ہے اور محلول کی تعداد دو ہے لہذا z جمع y برابر ہے نو کا مطلب ہے x ہے تین اس لیے تعداد حل چار ہے اور اسی طرح طاق ہے 30 کے برابر 66 کے برابر 5 پر 11 x ٹوٹل دس جمع اٹھ اٹھارہ جمع چھ چوبیس جمع چار اٹھائیس جمع دو برابر ہے تیس اس لیے امکان

تو اس کا جواب یہ ہے کہ اُپے ایک اور مسئلے پر غور کریں جو مسئلہ مندرجہ ذیل ہے فرض کریں کہ ایک آدمی ایکس محور پر کھڑا ہے بر ایک دائیں یا بائیں ہر ایک امکان نصف کے ساتھ کیا امکان ہے کہ چھ قدموں کے بعد وہ اصل سے کچھ فاصلے پر ہو گا er قدم پر جو وہ جاتا ہے تو مجھے امید ہے کہ آپ نے سوال سمجھ لیا ہو گا لہذا یہ ابتدائی پوزیشن ہے لہذا وہ یا تو اس طرف جا سکتا ہے سمت یا اس سمت کی طرف ہر قدم پر نصف اور نصف امکان کے ساتھ ہم چاہتے ہیں کہ چھ قدموں کے بعد وہ یہاں ہے یا یہاں امکان کیا ہے

وہ قدم جو وہ بائیں سمت لیتا ہے yb ان قدموں کی تعداد بن جائے جو وہ صحیح سمت میں لے جاتا ہے اور نمبر x تو اسے کیسے کیا جائے کہ کا ماڈیولس دو کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ یا y ماننس x برابر 6 ہے کیونکہ ہم کل 6 قدم دیکھ رہے ہیں اور y جمع x اس لیے برابر ہے y جمع x تو وہ دائیں طرف دو قدم مزید لیتا ہے یا دو بائیں طرف مزید قدم چلتے ہیں لہذا ہمیں دو مساوات ملتی ہیں ایک مساوات کا جوڑا برابر ہے 2 اور مساوات کا دوسرا سیٹ y برابر ہے 4 کا مطلب ہے x برابر ہے 8 کا مطلب x برابر ہے دو کا مطلب دو y ماننس x چھ اور برابر ہے 2. x برابر ہے 4 کا مطلب y برابر ہے اٹھ کا مطلب y برابر ہے دو کا مطلب دو x ماننس y برابر ہے چھ y جمع x یہ ہے کہ

تو یہ احتمالات 0.5 پوری طاقت کے 6 اسی طرح اس میں بھی امکان ہے 0.5 مکمل سے طاقت 6 لہذا مطلوبہ امکان دو گنا صفر پوائنٹ پانچ کے پاور سکس کے برابر ہے صفر پوائنٹ پانچ پورے پاور فائیو کے برابر ہے

اس e تین واقعات ہیں جو ایک سے ترتیب تجربے سے مطابقت رکھتے ہیں abc تو یہ جواب ہے اب ایک اور مسئلہ پر غور کریں فرض کریں c اور ایک انقطاع c انتفاضہ bb کے برابر امکان ہے تین ایک چورائے c کا ایک امکان ایک قاب کے برابر ہے اور c یونین b طرح کہ یونین b ایک تقطیع c کا امکان b کے امکان کے برابر امکان ہے ایک 2 سے تقسیم ہونے کے امکان کے برابر ہے اور ایک چورائے b بھی ایک چوراہا

he probability of a intersection b intersection c کے امکان کے برابر ہے جس کو دو سے تقسیم کیا گیا ہے کے برابر ہے اس کا مطلب 1 c یونین b جو کہ اب مسئلہ ہے اس کو حل کرنے سے پہلے میں آپ کو سمجھانا ہوں کہ یونین complement c ہے اور ایک مقطع c انتفاضہ bb ہے کہ وہ نمونے کی پوری جگہ کو ڈھانپتے ہیں لیکن ایسا نہیں ہے کہ وہ اس سے منقطع ہیں۔ ایک تقطیع ہے وہ مثبت امکان کے ساتھ ہو سکتے ہیں اور آپ کا کیا مطلب ہے یکساں امکان سے اس کا مطلب یہ ہے کہ تینوں واقعات کا ایک ہی امکان ہے اسی

کا b ہیں۔ یکساں طور پر امکان اور اس کے علاوہ ایک انحراف c اور ایک مقطع c تقطیع bb کا یکساں امکان ہے کہ ایک تقطیع abc طرح تکمیل کا امکان معلوم کرنا ہے لہذا ہم ذیل کے طور پر آگے بڑھتے ہیں لیٹ c کا انتفاضہ b کے امکان کا نصف ہے ہمیں ایک انحطاط a امکان کے a کا امکان b کے برابر ہے اس لیے ایک چورائے x کے برابر c کا امکان امکان کے برابر ہے b اس لیے x کے برابر ab امکان کے امکان کے برابر ہے اور ایک انحطاط 3 کا امکان ہے اور ایک c انتفاضہ b کے برابر ہے اور جو کہ x x 2 کے امکان کے برابر 2

کا امکان برابر ہے ہم جانتے ہیں کہ یہ ہے c یونین b 4. لہذا یونین x x کا امکان اس کے نصف کے برابر ہے لہذا c انقطاع b انتفاضہ کا ایک جمع کا امکان c کا ماننس امکان c انقطاع b کا ماننس امکان b کا ماننس احتمال ایک چورائے c جمع کا امکان b ایک جمع کا امکان کے برابر ہے یہ x کے جمع امکان کے ساتھ اب یہ دیا گیا ہے کہ یہ ایک ہے جس کا مطلب یہ ہے کہ ایک تین گنا c چورائے b ایک چورائے کے برابر ہے لہذا x 7 x ماننس 6 جمع x کا مطلب 4 ہے 12 x 2 ماننس 3 گنا اس اس اور یہ سب x x 4 ہیں جمع یہ x تمام کے ساتھ ایک قطع ہونے کے ماننس امکان کے b تقاطع کے ساتھ ایک تقطیع کا امکان b تکمیل کے ساتھ c ہے 4 بائی 7 کے برابر ہے لہذا x برابر 1 7 ماننس 1 7 برابر 2 4 x ماننس 2 4 برابر ہے c کا امکان ہے ایک دوسرے سے قطع شدہ b ساتھ

7. تو اس کا جواب ہے اب ہم ایک اور مسئلہ حل کرتے ہیں فرض کریں کہ نرد کا ایک جوڑا نرد کو گھمایا جاتا ہے۔ فیئر جو ایک کا امکان ہے دو کے امکان کے برابر ہے چھ کے امکان کے برابر ہے چھ کے امکان کے برابر ہے اس بات کا کیا امکان ہے کہ رقم 8 ہے یا آپ کو

دونوں ڈانس پر یکساں نمبر ملتے ہیں تو یہ سوال کا جواب ہے واقعہ یہ ہے کہ دو چہروں کا یہ مجموعہ اٹھ ہے لہذا ممکنہ امتزاج ہیں 2 3 4 5 4 5 3 6 اور 2 6 جو کہ 5

کا امکان 5 پر 36 کے برابر ہے کیونکہ 36 پوائنٹس یا پوائنٹس کا 36 جوڑا ہے۔ اومیگا ہی میں یہ واقعہ ہے کہ دونوں نرد پر چہرہ ہے a ہے لہذا



اس کے بعد آنا پڑے گا اس لیے کل امکانات 12 جمع 6 جمع 2 کے برابر ہیں 20۔ اس c اور b چوتھی پوزیشن پر نہیں جا سکتا کیونکہ a سے ٹھیک پہلے آتا ہے a b۔ بیس کے برابر ایک بیس کے برابر ہے ایک ہائے چھ کے برابر c چار b اور b سے پہلے a لیے امکان ہے اور ان کو فیکٹوریل 4 میں abcde کو ایک اکائی کے طور پر رکھ سکتے ہیں اور اس لیے ہمارے پاس ab لہذا ہم کیا کر سکتے ہیں ہم ترتیب دیا جا سکتا ہے 24 طریقوں کے برابر ہے امکان 24 پر 120 کے برابر ہے 1 پر 5 کے برابر ہے لہذا مسئلہ فرض کریں کہ پانچ افراد ایک گول میز پر بیٹھے ہیں آپ کے پاس تین رنگوں کی سفید سرخ اور سبز رنگ کی ٹوپیاں ہیں آپ کتنے طریقوں سے ہر فرد کو ایک e اور abcd ٹوپی دے سکتے ہیں کہ کوئی بھی دو لگاتار ایک ہی رنگ کی ٹوپی نہیں لگاتا اس لیے اس قسم کے مسائل کو درخت بنا کر حل کیا جا سکتا ہے اس ساتھ ساتھ ہیں کیونکہ یہ ایک گول میز ہے فرض کریں کہ آپ سفید رنگ کی ٹوپی دیتے ہیں d اور a اور ای نوٹ ہے کہ abcd لیے ہمارے پاس سرخ ہے b کو سرخ یا سبز ہونا چاہئے کیونکہ ان کا رنگ ایک جیسا نہیں ہو سکتا ہے کیونکہ وہ ایک دوسرے کے ساتھ بیٹھے ہیں اب b پھر a سرخ اور سبز یا سرخ اور d سفید اور سرخ ہو سکتا ہے لہذا c سبز ہے b جب rly سفید اور سبز اور سمیلا حاصل کر سکتا ہے۔ c لہذا سرخ ہے وہ d سفید یا سبز اور سرخ اور سبز یا سفید اب اس پوزیشن پر حاصل کر سکتا ہے لہذا ہمارے پاس اب آٹھ مختلف امکانات ہیں چونکہ میں سفید ہے اس لیے اس صورت میں صرف سبز ہو سکتا ہے اگر وہ سبز a سفید اور حاصل کر سکتا ہے۔ سبز لیکن یہ سفید نہیں ہو سکتا کیونکہ

بو  
تو اس صورت میں یہ صرف سرخ ہو سکتا ہے اگر یہ سرخ ہو

تو دوبارہ صرف سبز ہو لیکن اگر سفید ہو

تو دونوں حاصل کر سکتے ہیں۔ سبز اور سرخ اسی طرح یہ سرخ ہے یہ سبز ہے اور یہ سرخ ہے یا سرخ ہے لہذا کل امکانات ہیں 1 10۔ یہ 10 اس وقت آیا جب ایک سفید ہو گیا لیکن ایک سفید سبز اور سرخ ہو سکتا ہے۔ لہذا کل امکانات 10 سے 3 کے 2 3 4 5 6 7 8 9 برابر 30 کے برابر ہیں لہذا میں روکنے سے پہلے میں ایک اور مسئلہ کرتا ہوں فرض کریں کہ دو ٹیمیں موبن بگن اور ایسٹ بنگال دو میچوں میں آمنے سامنے ہیں ہر میچ میں جیتنے والے کو تین پوائنٹس اور ہارنے والے کو جی ڈرا ہونے والے میچ کے لیے دونوں ٹیموں کو ایک ایک پوائنٹ ملتا ہے اگر محمد کے جیتنے کا پوائنٹ پانچ ہے

تو ڈرا ہونے کا ایک امکان اور پوائنٹ چار کے ہارنے کا امکان کیا ہے کہ موبن بگن زیادہ پوائنٹس کے ساتھ ختم ہوتا ہے

تو بنگال کا استعمال کریں تاکہ یہ ہے سوال پھر ہم ایک درخت کے استعمال سے شروع کرتے ہیں

تو 0.5 یہ امکان ہے کہ موبن بھگوان کو 3 ملے اور اس کے بنگال کو صفر پوائنٹ ایک ملے، یہ امکان ہے کہ ان دونوں کو ایک ملے اور پوائنٹ چار یہ امکان ہے کہ محمد کو صفر ملے اور اس کے بنگال کو ملے۔ تین یہ دوسرے میچ کے پہلے میچ کے بارے میں ہے پوائنٹ پانچ امکان ہے کہ موبن بگن جیت جائے

تو موبن بھگوان کا پوائنٹ چھ ہے بنگال کا صفر پوائنٹ 1 ہے کہ وہ میچ ڈرا کرتے ہیں

تو فائنل ٹیل 4 کوما 1 ہے اور 0.4 یہ ہے کہ موبن بگن بار جائے لہذا یہ 0.5 کے ساتھ 1 1 سے 3 3 ہو جائے گا یہ 0.1 کے ساتھ 1 4 ہو جائے گا یہ 2 2 ہو جائے گا اور 0.4 کے ساتھ یہ 1 ہو جائے گا۔ 0.5 کے ساتھ 0 3 سے 4 یہ 0.1 کے ساتھ 3 3 ہونے جا رہا ہے یہ 4 1 اور 0.4 کے ساتھ یہ 0 6 ہونے جا رہا ہے لہذا امکان موبن بگن پوائنٹ مشرقی بنگال کے پوائنٹ سے بڑا ہے 0.5 سے 0.5 کے برابر ہے۔ کیونکہ اس شاخ کے ساتھ یہ امکان ہے کہ یہ 1 4 ہے لہذا یہ 0.5 میں 0.1 جمع یہ 4 1 ہے لہذا 0.5 میں 0.1 جمع 0.25 جمع 0.05 جمع 0.25 ہے 0.25 جمع 0.25 کے برابر ہے اگر ہم پوچھیں 0.05

تو پوائنٹ تین پانچ کے برابر ہے اس بات کا کیا امکان ہے کہ وہ ایک ہی پوائنٹ کے ساتھ ختم ہوں

تو آپ کیا کریں گے آپ حالات کو دیکھیں گے جب ان کے پوائنٹس ایک ہوں گے

تو یہ 3 3 ہے جو 0.2 ہے اور یہ 2 2 ہے جو پوائنٹ صفر ایک ہے اور یہ تین ہے تین جو پوائنٹ ٹو ہے صفر پوائنٹ 4 1 کے برابر ہے لہذا یہ ظاہر ہے کہ چاند باگن کا امکان بنگال سے کم پوائنٹ ہو گا آپ آسانی سے سمجھ سکتے ہیں کہ یہ دونوں مل کر 0.76 ہیں لہذا یہ 0.24 ہو جائے گا ٹھیک ہے طلباء میں امید ہے کہ آپ سمجھ گئے ہوں گے کہ ٹری ڈایاگرام کا استعمال کرتے ہوئے اور ان دونوں واقعات کی آزادی کا استعمال کرتے ہوئے احتمالات کی گنتی کیسے کی جاتی ہے کیونکہ یہ دو میچ ہیں جن کے نتائج ایک دوسرے سے آزاد ہیں اور اسی وجہ سے ہم نے ضرب کا استعمال کیا ہے اور چونکہ یہ متضاد واقعات ہیں لہذا ہم اضافے کا استعمال کیا ہے اور اسی طرح ہم حتمی امکان پر پہنچ گئے ہیں ٹھیک ہے دوس

تو میں آج اگلی کلاس میں یہاں رکنا ہوں میں آپ کے لیے کچھ اور دلچسپ مسائل حل کروں گا ٹھیک ہے پھر آپ کا شکریہ