

आईआईटी पाम प्रॉब्लम सॉल्विंग सेशन में छात्रों का स्वागत है हमारा टॉपिक प्रायिकता है और यह पिछली क्लास में लेक्चर नंबर दो है, हमने आपको दो फॉर्मूले दिए हैं, तो चलिए उन्हें याद करते हैं कि एक यह है कि अगर हमारे पास समान बॉक्स हैं जिन्हें रखा जाना है k बक्सों में जैसे कि कोई डिब्बा खाली न रहे तो

संभावित व्यवस्थाओं की संख्या n घटा 1 ck घटा 1 है उदाहरण के लिए यदि हमारे पास दो बक्से में तीन समान गेंदें रखी जानी हैं जैसे कि कोई बॉक्स खाली नहीं है तो दो संभावित तरीके हैं इसे पहले बॉक्स में एक और दूसरे बॉक्स में दो या पहले बॉक्स में दो और दूसरे बॉक्स में एक और दूसरा फॉर्मूला समान सेटअप n समान गेंदों को k बॉक्स में रखा जाना था

ताकि कुछ बॉक्स खाली रह सकें संभावित व्यवस्थाओं की संख्या एन प्लस के माइनस 1 सीके माइनस 1 उदाहरण तीन गेंद दो बॉक्स हैं इसलिए संभावित व्यवस्था $0\ 3\ 1\ 2\ 2\ 1$ और $3\ 0$ है जो 4 के बराबर है और हमारे पास 3 है प्लस 2 माइनस 1 सी 2 माइनस $1\ 4$ सी 1 के बराबर है, चार के बराबर है तो आप कितने तरीकों से आवेदन कर सकते हैं कि आप पांच नंबर ए कॉमा बी कॉमा सीडी और ई इस तरह से चुन सकते हैं कि हर एक 0 से बड़ा हो और ए प्लस बी प्लस सी प्लस डी प्लस ई 20 के बराबर है तो संभावित समाधानों की संख्या है जैसा कि आप अच्छी तरह से समझ सकते हैं कि यह 20 माइनस 1 सी 5 माइनस $1\ 19$ सी 4 के बराबर है, हालांकि अगर कॉमा बी कॉमा सीडी और ई से अधिक हैं 0 के बराबर तो संभावित समाधानों की संख्या 20 जमा 5 घटा 1 सी 5 घटा $1\ 24$ सी 4 के बराबर है और इसे कैसे प्राप्त करें हम मान सकते हैं कि हमारे पास 20 अलग-अलग 20 गेंदें हैं जो समान हैं या हम कह सकते हैं कि मेरे पास 1 है $1\ 1$ से 20 बार और हम उन्हें ऐसी रेखाएँ खींचकर पाँच डिब्बों में विभाजित कर रहे हैं जिन्हें मैंने पिछली कक्षा में समझाया है, तो एक विशेष बॉक्स में लोगों का यह योग आपको संबंधित संख्या देगा क्योंकि 20 हैं जो योग हमेशा रहेगा 20 हो और उनमें से प्रत्येक आप कह सकते हैं t उसका एक यह है और इस तरह यह ई होने जा रहा है,

इसलिए हम समझ सकते हैं कि हम उपरोक्त सूत्र का उपयोग करके इन समस्याओं को हल कर सकते हैं, अब हम थोड़ी कठिन समस्या पर विचार करें तो समस्या कितने तरीकों से आप पांच नंबर चुन सकते हैं $n\ 1\ n\ 2\ n\ 3\ n\ 4$ और $n\ 5$ ऐसा है कि सभी के लिए 0 से बड़ा $n_i\ 1$ से 5 के बराबर है और $n\ 1\ n\ 2$ से कम $n\ 3\ n\ 4$ से कम है और वह n पांच से कम है और सिग्मा n_i एक से पांच के बराबर है बीस के बराबर है

इसलिए यह समस्या थोड़ी अलग है जैसा कि आप समझ सकते हैं कि हम यहां देख रहे हैं कि सभी पांच नंबरों को अलग-अलग होना होगा यानी एक संख्या को दोहराया नहीं जा सकता है वे सभी 0 से अधिक हैं और उनका योग 20 है।

तो आइए समस्या को समझते हैं एक संभावित समाधान एक दो तीन 4 और 10 है यह एक संभावित समाधान है क्योंकि सभी 5 अलग हैं लेकिन $1\ 2\ 4\ 4\ 9$ कोई समाधान नहीं है क्योंकि 4 दोहराया गया है

इसलिए मुझे आशा है कि समस्या स्पष्ट है तो चलिए हम i .

को हल करने के लिए चलते हैं t समाधान ध्यान दें कि

$n\ 1$ के लिए सबसे छोटा संभव मान 1 के बराबर है

$n\ 2$ के लिए 2 के बराबर है क्योंकि वे $n\ 2$ नहीं हैं क्योंकि हम जानते हैं कि n एक n दो से छोटा है और इसी तरह n पांच के लिए यह बराबर है पाँच

इसलिए हम पाँच नए चर $x\ 1\ x\ 2\ x\ 3\ x\ 4$ और $x\ 5$ को इस प्रकार परिभाषित करते हैं x एक बराबर n एक घटा एक x दो बराबर n दो घटा दो $x\ 3$ बराबर $n\ 3$ घटा $3\ x\ 4$ है $n\ 4$ माइनस 4 के बराबर है और $x\ 5\ n\ 5$ माइनस 5 के बराबर है इसलिए प्रत्येक x_i

0 के बराबर से बड़ा है और $x\ 1$ के बराबर $x\ 2$ से कम $x\ 3$ के बराबर $x\ 4$ के बराबर से कम और इससे कम x पाँच के बराबर इसलिए समस्या पाँच संख्याओं $x\ 1\ x\ 2\ x\ 3\ x\ 4$ और $x\ 5$ को चुनने की हो जाती है जैसे कि सभी 0 के बराबर से अधिक हों और $x\ 1$ जोड़ $x\ 2$ जोड़ $x\ 3$ जोड़ $x\ 4$ जमा $x\ 5$ बराबर हो एन 1 माइनस 1 प्लस एन 2 माइनस 2 प्लस एन 3 माइनस 3 प्लस एन 4 माइनस 4 प्लस एन 3 माइनस एन 5 माइनस 5 बराबर सिग्मा एनआईआई 1 से 5 के बराबर है माइनस 1 प्लस 2 प्लस 3 प्लस 4 प्लस $5\ 20$ के बराबर है माइनस 15 बराबर 5 है।

इसलिए हम निम्नानुसार शुरू कर सकते हैं x एक x दो x तीन x चार x पांच उनका योग पांच होना चाहिए

इसलिए एक संभावित समाधान शून्य है शून्य शून्य शून्य और पांच यह हमें समाधान देता है $1\ 2\ 3\ 4$ और 10 अगला $0\ 0\ 0\ 1\ 4$ है इसलिए यह हमें समाधान $1\ 2\ 3\ 5$ और 9 देता है।

$0\ 0\ 0\ 2\ 3$

इसलिए हमें समाधान $1\ 2\ 3$ मिलता है 6 और 8 चूँकि हम $x\ 5$ से घटाकर $x\ 4$ को नहीं दे सकते हैं,

इसलिए हम इस तरह जाते हैं हम यहाँ एक डालते हैं

इसलिए x चार सबसे छोटा मान 1 होने वाला है

इसलिए हम यहाँ 3 के साथ रह गए हैं और

इसलिए समाधान है कि हम प्राप्त करें $1\ 2\ 4\ 5$ और 8 अगला है $0\ 0\ 1$ हम यहां से 1 से घटाते हैं और इसे यहां जोड़ते हैं

इसलिए हमें $2\ 2$ मिलता है

इसलिए समाधान $1\ 2\ 4\ 6$ और 7 है।

आगे हम क्या कर सकते हैं अब हम इसे बनाते हैं 1 होने के लिए हमें 0 मिलता है $1\ x\ 3\ 1$ से कम नहीं हो सकता है

इसलिए सबसे छोटा मान एक x चार है फिर से हम एक देते हैं और हम देते हैं यहां दो हैं जिससे यह पांच हो जाता है और संबंधित समाधान एक तीन चार 5 और 7 है और अंत में हमें $1\ 1\ 1\ 1\ 1$ और 1 मिलता है और संबंधित समाधान $2\ 3\ 4\ 5$ और 6 ध्यान दें कि उन सभी का योग 20 होगा

इसलिए संख्या संभावित समाधानों में से सात हैं, मुझे आशा है कि आप तकनीक को समझ गए हैं, लेकिन मुझे एक बहुत ही समान समस्या को हल करने दें ताकि आप इसे समझ सकें,

इसलिए समस्या यह है कि आप कितने तरीकों से चार संख्याएं चुन सकते हैं, n से कम $2n - 3$ से कम और n से कम।

4 यह है कि वे सभी अलग हैं $a = 9$ सभी के लिए 0 से बड़ा है मैं 1 2 3 और 4 के बराबर है और सिग्मा नी 1 के बराबर है 1 से 4 बराबर 16 है जो कि फिर से समस्या है जैसे कि हम एक्स को परिभाषित करने से पहले एक है बराबर $n - 1$ घटा 1×2 बराबर $n - 2$ घटा 2×3 बराबर $n - 3$ घटा 3 है और $x = 4$ बराबर $n - 4$ घटा 4 है

इसलिए ऐसा है कि प्रत्येक $x_i = 0$ के बराबर से बड़ा है $x = 1$ बराबर से कम से $x = 2$ बराबर $x = 3$ से कम $x = 4$ के बराबर और सिग्मा $x_i = 16$ घटा 10 के बराबर है 6 के बराबर है

इसलिए हम निम्नानुसार जाते हैं $x = 1 \times 2 \times 3$ और $x = 4$ फिर से हम उन्हें बहुत व्यवस्थित रूप से उत्पन्न करते हैं हमें 0 0 0 6 0 0 1 5 0 0 2 4 0 0 3 3 0 1 1 4 0 1 2 3 मिलता है।

1 1 1 3 1 1 2 2 और हम देख सकते हैं कि हम 0 2 2 2 भी कर सकते हैं

इसलिए हमें 1 2 3 4 5 6 7 8 9 मिला।

इसलिए नौ संभावित समाधान मैं इसे आपके पास छोड़ देता हूँ कि $x = 1$ एक की व्यवस्था दी गई है $x = 2$ दो $x = 3$ तीन और $x = 4$ चार आप यह पता लगाने की कोशिश करते हैं कि सेट $n = 1$ एक $n = 2$ दो $n = 3$ तीन और $n = 4$ चार क्या होने जा रहा है अब एक समस्या यह है कि आप कैसे जानते हैं कि यह एक पूर्ण सेट है ऐसा हो सकता है कि आप चूक गए हों उनमें से कुछ

इसलिए इसे ऐसा करने के गणितीय तरीके की आवश्यकता है यह आप द्विपद प्रमेय का उपयोग करके कर सकते हैं

मैं चाहता हूँ कि आप इसके बारे में बाद के कुछ व्याख्यानों में सोचें, मैं समस्या को उठाऊंगा और मैं आपको दिखाऊंगा कि आप कैसे आश्चर्य होंगे कि आप $x = 1 \times 2 \times 4$ की सभी संभावित व्यवस्थाओं का ध्यान रखा है

इसलिए अब आगे के समय में हम प्रायिकता पर ध्यान केंद्रित करते हैं।

चूंकि हम संभावना के बारे में बात करते हैं जब अंतर्निहित प्रयोग यादृच्छिक होता है

इसलिए नमूना स्थान ओमेगा ज्ञात होता है और हमें उस प्रश्न की संभावना की गणना करने की आवश्यकता होती है यदि हम पिछले कक्षा में वर्णित कुछ यादृच्छिक प्रयोगों को देखते हैं तो हम देखते हैं मान लीजिए कि हम सिक्के को पांच बार उछालते हुए देख रहे हैं, तो

हम देख सकते हैं कि दो सिर की संभावना क्या है या कुछ ऐसा कह सकते हैं कि पूछ की संख्या की संभावना क्या है, इसी तरह अगर आपको याद है कि हमने बैग वाले यात्रियों की समस्या के बारे में बात की थी तो कुछ प्रायिकताएँ जिनकी हम तलाश कर सकते हैं, क्या

प्रायिकता है कि बैगों की संख्या सम है या कहीं कि यात्रियों की संख्या विषम है वगैरह यदि आप इस प्रकार की समस्याओं का विश्लेषण करते हैं तो हम समझते हैं कि दिए गए नमूना स्थान ओमेगा हम एक उपसमुच्चय को देख रहे हैं यह और हम इसकी संभावना का पता

लगाने की कोशिश कर रहे हैं

इसलिए यह बहुत महत्वपूर्ण है और गणितीय शब्दों में हम इसे एक घटना कहते हैं।

एक घटना और घटना नमूना स्थान का एक उपसमुच्चय

है ओमेगा क्यों सिक्का उछालने की समस्या पर विचार करें और मान लें कि हम तीन बार एक सिक्का उछालते हैं और हम गणना करना चाहते हैं कि शीर्षों की संख्या विषम है हमने देखा है कि आठ संभावित परिणाम हैं जिनमें से हम देख रहे हैं कि हेड्स की संख्या विषम है

यानी हेड की संख्या एक है जो इस तरह से की जा सकती है $httt$ और tth

और हेड की संख्या तीन है जो एक तरह से hhh है

इसलिए हम सबसेट $httt$ की संभावना को देख रहे हैं

और ठीक है तो अब आप एक घटना की अवधारणा को समझते हैं, कुछ परिभाषाएँ कार्डिनैलिटी के इन सबसेट को प्राथमिक घटनाएँ कहा जाता है जो कि

एक व्यक्तिगत परीक्षण के परिणाम को एक प्राथमिक घटना कहा जाता है

इसलिए यदि हम एक पासा फेंकते हैं तो प्राथमिक घटनाओं की संख्या छह है जो कि है एक दो तीन से छह तक एक ऐसी घटना जिसमें एक से अधिक प्राथमिक घटनाएँ शामिल होती हैं, एक मिश्रित घटना कहलाती हैं ई मान लीजिए डी ओमेगा सेट है 1 2 3 4 5 6 7 आठ नौ ओमेगा की कार्डिनैलिटी 9 के बराबर होने के बाद से कितनी यौगिक घटनाएं संभव हैं,

इसलिए 2 से घात 9 संभावित उपसमुच्चय हैं जिनमें से एक फाई है जो एक अशक्त सेट है और नौ प्राथमिक घटनाएँ हैं

इसलिए यौगिक घटनाओं की संख्या 2 से घात 9 घटा 9 जमा 1 बराबर 512 घटा 10 502 के बराबर है

इसलिए कई यौगिक घटनाएँ संभव हैं कुछ अन्य परिभाषाएँ दो घटनाएँ आप एक और ई दो को कहा जाता है यदि $u = 1$ प्रतिच्छेदन $a = 2$ $u = 1$ चौराहा $e = 2$ ϕ के बराबर है या खाली सेट उदाहरण है, तो एक पासा फेंकना $e = 1$ को 3 के बराबर से कम संख्या मिल रही है $e = 2$ को

चार से बड़ी संख्या मिल रही है आप देख सकते हैं कि ये हैं घटनाओं के एक क्रम को अलग करना कहते हैं कि $u = 1$ $e = 2$ $e = k$ को

पारस्परिक रूप से अनन्य कहा जाता है यदि e_i चौराहा e_j सभी के लिए ϕ के बराबर है i अल्पविराम $j = 1, 2, 3$ से k तक

और मैं j के बराबर नहीं है एक और महत्वपूर्ण परिभाषा $t = w$ है o घटनाएँ a और b को स्वतंत्र कहा जाता है यदि प्रायिकता एक प्रतिच्छेदन b , b की प्रायिकता में a की प्रायिकता के बराबर है, तो अब आप मुझसे पूछ सकते हैं कि किसी घटना की प्रायिकता क्या है जो प्रश्न है

इसलिए प्रायिकता

घात के सेट से एक मानचित्रण है ओमेगा $2^0 = 1$ अर्थात यदि a , ओमेगा का एक उपसमुच्चय है तो a का p घटना से जुड़ी प्रायिकता है

a एक संख्या p है, जैसे कि 0, p के बराबर से कम, 1 के बराबर, जहां p, a के निम्नलिखित एपी को संतुष्ट करता है ओमेगा में निहित सभी के लिए 0 से अधिक है बीपी ओमेगा 1 के बराबर है और देखें कि क्या a1 a2 ak परस्पर अनन्य हैं तो एक संघ का p a2 संघ ak

व्यक्तिगत घटना की संभावना पर सिग्मा के बराबर है I बराबर है 1 2 k तो ये मूल परिभाषाएँ हैं जो हमें सामान्य रूप से प्रायिकता की गणना करने की अनुमति देती हैं,

एक सेट दिया जाता है जो कि ओमेगा की संभावना का एक सबसेट है, जिसे ओमेगा की कार्डिनैलिटी द्वारा विभाजित तत्वों की संख्या के रूप में गणना की जाती है।

उदाहरण एक पासा फेंकना और एक सम संख्या प्राप्त करने की संभावना है 2 चार छह की कार्डिनैलिटी ओमेगा की कार्डिनैलिटी के बराबर है तीन बटा छह के बराबर है आधा मान लीजिए कि एक सिर मिलने की संभावना पी है जब 0 से कम पी 1 से कम है तो क्या तीन उछालों में दो शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता है, हल करने के लिए ऐसी प्रायिकता कैसे प्राप्त करें कि आइए हम पहले कुछ गुणों को समझें ताकि यह दिखा सकें कि एक प्रशंसा की संभावना 1 ऋण के बराबर है, यह एक संघ के बाद से सच है।

पूरक ओमेगा के बराबर है

इसलिए 1 ओमेगा की संभावना के बराबर है एक संघ की संभावना के बराबर है एक पूरक एक पूरक की प्लस संभावना की संभावना के बराबर है

इसलिए एक पूरक की संभावना 1 शून्य की संभावना के बराबर है

इसलिए जब हम हैं एक सिक्के को उछालना यदि a चित प्राप्त करने के बराबर है तो प्रशंसा पट प्राप्त करने के बराबर है

इसलिए यदि चित की प्रायिकता बराबर है a1 से p तो टेल की प्रायिकता 1 माइनस p के बराबर होती है, अब तीन टॉस में दो चित

आने पर विचार करें इस घटना को hht की प्रायिकता में विभाजित किया जा सकता है और hth की प्रायिकता प्लस th की प्रायिकता अब hht की प्रायिकता क्या है जिसका अर्थ है कि प्रायिकता सिर काटने के लिए पहला टॉस और तीसरा टॉस टेल होना पहले घर में सिर आने की प्रायिकता क्या है p जो दूसरे टॉस में सिर आने की प्रायिकता से गुणा किया जाता है p है और यह एक 1 माइनस पी है इसी तरह से यह मुझे पी स्क्वायर को 1 माइनस पी में देगा और इससे मुझे पी स्क्वायर 1 माइनस पी भी मिल जाएगा

इसलिए कुल संभावना 3 पी स्क्वायर गुणा 1 माइनस पी के बराबर है।

समाधान एक और महत्वपूर्ण संपत्ति

एक संघ की संभावना है बी एक प्लस की संभावना के बराबर है बी की संभावना घटाकर बी के साथ छेड़छाड़ की संभावना

इसे वें की तरह दिखाया जा सकता है इसे मेरा ओमेगा माना जाता है और मान लीजिए कि यह ए है और यह बी है

इसलिए एक संघ बी यह प्लस है

इसलिए हम इसे एक संघ की संभावना के रूप में लिख सकते हैं बी एक पूरक प्लस संभावना बी प्रतिच्छेद के साथ बी की संभावना के बराबर है ए प्लस प्रायिकता के साथ बी पूरक के साथ प्रतिच्छेद किया जाता है

क्योंकि ये तीनों अब असंबद्ध हैं प्रायिकता बी एक पूरक के साथ प्रतिच्छेदित है जो कि यह हिस्सा

बी की संभावना के बराबर है, बी के साथ एक प्रतिच्छेद की संभावना है क्योंकि हम इस हिस्से को बी की संभावना से घटा रहे हैं और

एक प्लस संभावना के साथ बी प्रतिच्छेदित होने की संभावना बी पूरक के साथ एक छेड़छाड़ की संभावना के बराबर है क्योंकि हम इन दो भागों को जोड़ रहे हैं

इसलिए एक साथ हमारे पास एक संघ की संभावना है बी एक प्लस की संभावना के बराबर है बी की संभावना शून्य से एक चौराहे की संभावना बी यह एक संपत्ति है जिसका उपयोग हम समस्याओं को हल करने में करेंगे,

अब मुझे एक और समस्या हल करने दें मान लीजिए e एक यादृच्छिक प्रयोग है, मान लीजिए कि a और bb दो घटनाएँ ऐसी हैं कि एक से कम की प्रायिकता से शून्य कम और b की प्रायिकता से 0 कम है,

तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है

a और एक पूरक परस्पर अपवर्जी ba है और एक पूरक स्वतंत्र हैं सीए और बी स्वतंत्र हैं का अर्थ है ए और बी पूरक स्वतंत्र हैं और डी और बी स्वतंत्र हैं एक पूरक और बी पूरक स्वतंत्र हैं

इसलिए ये चार कथन हैं जिन्हें हमें जांचना है कि वे सही हैं या गलत यह स्पष्ट है कि ए और एक पूरक परस्पर अनन्य हैं क्योंकि अगर यह मेरा ओमेगा है और यह मेरा है तो यह हिस्सा एक पूरक है क्योंकि कोई ओमेगा मौजूद नहीं है जैसे कि ओमेगा एक से संबंधित है और ओमेगा एक पूरक बीए से संबंधित है और एक पूरक स्वतंत्र है अब हम जानते हैं कि a और b स्वतंत्र हैं यदि किसी प्रतिच्छेदन b की प्रायिकता, a गुणा प्रायिकता के बराबर है बी की क्षमता अब एक चौराहे की संभावना एक पूरक 0 के बराबर है क्योंकि एक चौराहे एक पूरक 5 है

इसलिए इसकी संभावनाएं ओमेगा की कार्डिनैलिटी से विभाजित 5 में तत्वों की संख्या शून्य के बराबर है हालांकि एक पूरक की संभावना में संभावना बराबर है 0 के बराबर नहीं है क्योंकि 0 1 से कम की संभावना से कम है

इसलिए बी गलत है देखें ए और बी स्वतंत्र हैं, ए और बी पूरक स्वतंत्र हैं अब एक चौराहे बी पूरक की संभावना है,

इसलिए यदि हम इसे आकर्षित करते हैं तो मान लीजिए कि यह ओमेगा है एक है और मान लीजिए कि यह बी है

इसलिए एक चौराहा बी पूरक है यह हिस्सा एक चौराहे बी की संभावना के बराबर है क्योंकि यह एक है और यह हिस्सा बी के साथ एक प्रतिच्छेदित है

इसलिए हमें यह एक शून्य की संभावना के बराबर है a की b की प्रायिकता में प्रायिकता, क्योंकि a और b स्वतंत्र हैं, a की 1 गुणा प्रायिकता के बराबर है b .

की प्रायिकता

बी पूरक की संभावना में ए की संभावना के बराबर है

इसलिए ए और बी पूरक स्वतंत्र हैं
इसलिए सी सच है कि डी और बी स्वतंत्र हैं

एक पूरक और बी पूरक स्वतंत्र हैं अब संभावना एक पूरक चौराहे बी पूरक अगर हम समान प्रकार आकर्षित करते हैं आरेख का फिर से और यह ए है और यह बी है तो एक पूरक चौराहा बी पूरक है यह हिस्सा

ओमेगा की संभावना के बराबर है एक संघ की संभावना

बी एक के बराबर 1 ऋण की संभावना के बराबर है बी की संभावना शून्य से एक चौराहे की संभावना बी

बी की माइनस प्रायिकता के 1 माइनस प्रायिकता के बराबर है और एक चौराहे की प्रायिकता बी के बराबर है , बी की माइनस प्रायिकता की 1 माइनस प्रायिकता के बराबर है।

b का बराबर 1 घटा प्रायिकता a गुणा 1 घटा b की प्रायिकता बराबर होती है बी पूरक की संभावना में एक प्रशंसा

इसलिए एक पूरक और बी पूरक स्वतंत्र हैं ठीक है दोस्तों मैं आज यहां अगली कक्षा में रुकता हूं मैं घटनाओं से शुरू करूंगा और घटनाओं के बीजगणित से जुड़ी कई समस्याओं को हल करूंगा और यह देखने के लिए कि विभिन्न घटनाओं की संभावनाएं कैसे प्राप्त करें ठीक है दोस्तों धन्यवाद