میں خوش آمدید کہتا ہوں کہ امکان پر یہ لیکچر نمبر ایک ہے لہذا اس سیشن میں چھ لیکچرز میں ہم بہت سے مشکل مسائل iit طالب علموں کو
کو حل کریں گے جن میں امکان شامل ہے کیونکہ یہ ایک مسئلہ حل کرنے والا سیشن ہے ہم اس نظریہ پر زیادہ
توجہ نہیں دیں گے جو میں سمجھتا ہوں کہ آپ پہلے سے ہی تھیوری سے واقف ہیں اور اگر آپ نہیں ہیں
سیریز میں جائیں اور احتمال پر لیکچرز سنیں یا آپ احتمال کے بنیادی تصورات پر iit pal تو میں آپ کو تجویز کروں گا کہ آپ لیکچرز کی
نظر ثانی کرنے کے لیے اپنی ٹیسٹ بک پر واپس جائیں تاہم اس میں لیکچرز میں امکان کے سب سے بنیادی پہلوؤں کو چھوؤں گا تاکہ آپ سمجھ
سکیں کہ کیا ہو رہا ہے لہذا آئیے شروع کرتے ہیں جب ہم امکان کے بارے میں بات کرتے ہیں
تو ہم بے ترتیب تجربات کو دیکھتے ہیں تاکہ بے ترتیب تجربہ کیا ہوتا ہے ایک بے ترتیب تجربہ کو مندرجہ ذیل طور پر بیان کیا جا سکتا ہے۔ ایک
جیسی حالت میں کسی بھی تعداد میں کئے جائیں اگر ان تجربات کے نتائج کا ممکنہ سیٹ معلوم ہو لیکن کسی بھی انفرادی مقدمے کا نتیجہ اس وقت
تک معلوم نہیں ہوتا جب تک کہ اس پر عمل نہ ہو جائے مثال کے طور پر ایک سکے کو اچھالنا ہم جانتے ہیں کہ نتائج کا ممکنہ مجموعہ h اور t
ہے جو کہ دم اور سر ہے لیکن جب تک ٹاس کا نتیجہ سامنے نہیں آتا ہے ہمیں نہیں معلوم کہ یہ ہے یا نہیں۔ سر یا دم ہونا اسی طرح ڈائی پھینکنے
سے نتائج کا ممکنہ سیٹ ایک دو تین چار پانچ چھ ہے کیونکہ اگر آپ ڈائی پھینکتے ہیں
تو نتیجہ ان چھ نمبروں میں سے ایک ہوگا لیکن ہم نہیں جانتے کہ کون سا آئے گا۔ یہاں تک کہ ہم ڈائی پھینک دیں اور نتیجہ دیکھیں کہ ایک سکے کو
تین بار اچھالیں اور نتائج کی ترتیب کو نوٹ کریں تاکہ ممکنہ نتائج کا سیٹ تینوں ہی ہیڈ ہیڈ ہیں پھر ٹیل ہیڈ ٹیل ہیڈ ٹیل ٹیل سر ٹیل ہیڈ ٹیل ٹیل
اور پھر آگے اور ٹیل ٹیل ٹیل جیسا کہ آپ جانتے ہیں کہ آٹھ مختلف ترتیب ہو سکتے ہیں کیونکہ ہر آزمائش کے دو ممکنہ نتائج ہوتے ہیں اور اس
کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے اور s وجہ سے ہمیں دو مکعب ملتا ہے جو کہ آٹھ ہے ممکنہ نتائج کا اشارہ ممکنہ نتائج کے اس سیٹ کو اومیگا یا
اسے سیمپل اسپیس اوکے کہا جاتا ہے لہذا اس پس منظر کے ساتھ آئیے ایک مسئلہ حل کرتے ہیں تاکہ ہم جس بے ترتیب تجربہ کو بیان کر رہے ہیں
وہ مندرجہ ذیل ہے سیٹ ون سے ایک نمبر چنیں۔ دو تین چار پانچ چھ تصادفی طور پر بغیر کسی متبادل کے بدلنے کا مطلب ہے کہ اگر آپ اس سیٹ
سے کوئی نمبر نکالتے ہیں
تو آپ اسے دوبارہ سیٹ میں نہیں ڈالیں گے اگر منتخب کردہ نمبر ایک پرائم نمبر ہے
تو رکیں ورنہ آپ دوسرا نمبر چنیں جس کا مطلب دوبارہ ہے آپ اس سیٹ سے چن رہے ہیں جس میں سے ایک عنصر پہلے ہی چلا گیا ہے لہذا
باقی پرائم نمبرز میں سے آپ دوسرا نمبر منتخب کریں اگر یہ پرائم ہے
تو آپ روکتے ہیں یا اگر منتخب کیے گئے دو نمبر دونوں ہی ہیں
تو روک دیں ورنہ پیکا تیسرے نمبر کا مطلب ہے اب سیٹ میں صرف چار عناصر ہیں کیونکہ پہلی کوشش میں ایک کو پہلے ہی اٹھایا جا چکا ہے ایک
باقی چار میں سے آپ تیسرا نمبر منتخب کرتے ہیں ou کو دوسری کوشش میں اٹھایا جا چکا ہے اب
تو یہ بے ترتیب تجربہ ہے مسئلہ نمونہ کی جگہ کی تعمیر ہے کہ اس مسئلے کو کیسے حل کیا جائے
تو آئیے کوشش کریں کہ چونکہ ابتدائی طور پر پہلی کوشش میں چھ نمبر ہوتے ہیں ہم ان میں سے کسی ایک کا انتخاب کرسکتے ہیں۔ لہذا اگر میں
یہاں سے شروع کرتا ہوں
تو مجھے پہلی کوشش لکھنے دو اور ایک دو تین چار پانچ اور چھ کے ممکنہ نتائج کیا ہیں جو ہمارے تجربے کے مطابق ہے کہ اگر یہ ایک پرائم ہے

تو ہم وہیں رک جاتے ہیں لہذا ہم اس مقام پر رک جاتے ہیں اگر ہمیں ایک ملتا ہے۔ 2 اگر ہمیں 3 ملتا ہے یا اگر ہمیں ان 3 صور
توں میں 5 ملتا ہے
تو ہمارا آؤٹ پٹ صرف ایک ہندسہ ہے یعنی دو یا تین یا پانچ اب اگر مجھے ایک یا چار یا چھ ملتا ہے
تو ہم دوسری چوٹی پر جائیں گے لہذا اگر ہمارے پاس ایک ہے دوسری کوشش میں جو ہم حاصل کر سکتے ہیں ہم باقی پانچ میں سے کوئی بھی
حاصل کر سکتے ہیں اور اس لیے ہم گراف اس طرح کھینچ سکتے ہیں کہ یہ دو تین چار پانچ چھ ہو سکتا ہے اگر ہمیں ایک چار ملا ہے
تو دوسری کوشش میں ہم ایک 2 حاصل کر سکتے ہیں۔ 3 5 یا 6 اور اگر ہمیں 6 ملتا ہے۔ پھر تیسری کوشش میں ہم حاصل کر سکتے ہیں 1 2 3 4
اور 5 اب ہم دوبارہ تجربے کی طرف چلتے ہیں اس میں کہا گیا ہے کہ اگر یہ پرائم ہے
تو ہم روکتے ہیں یا اگر ہم نے جو دو نمبر اٹھائے ہیں وہ دونوں برابر ہیں
تو ہم روکتے ہیں اور ہم تیسری کوشش کے لیے جاری رکھتے ہیں
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ہم کب رکتے ہیں
تو یہ وہ جگہ ہے جہاں ہم رکتے ہیں یہ وہ جگہ ہے جہاں ہم رکتے ہیں اور یہ وہ جگہ ہے جہاں ہم رکتے ہیں اس لیے ان صور
توں میں نتائج 1 2 1 3 ایک پانچ ہیں
تو آئیے میں ان پر اسی طرح دائرہ بناتا ہوں۔ یہاں سے ہم 2 پر رکتے ہیں ہم 3 پر رکتے ہیں ہم 5 پر رکتے ہیں کیونکہ یہ بنیادی نمبر ہیں اور ہم چھ
پر بھی رکتے ہیں کیونکہ جو دو نمبر منتخب کیے گئے ہیں وہ بھی ہیں اس لیے اب تک ہمیں 4 2 4 3 4 5 ملتے ہیں 4 6 اور میں ان پر چکر
لگاتا ہوں اور اسی طرح تیسری صورت کے لیے اگر ہمیں 6 2 6 3 6 4 اور 6 5 ملتے ہیں
تو ہم تجربے کے اصول کے مطابق روک دیتے ہیں
تو باقی صور
توں میں اب ہم تیسرا نمبر چنتے ہیں اور فرض کریں کہ ہمیں یہ 1 4 ملے ہیں
سے ہمیں 2 3 4 اور 5 4 1 سے ہمیں 2 3 پانچ اور چھ ملتے ہیں اور چھ 6 1 6 nd حاصل کر سکتے ہیں۔ a تو 1 4 سے ہم 2 3 5
ایک سے ہمیں دو تین چار اور پانچ ملتے ہیں
تو سیمپل پوائنٹس کتنے ہیں ایک طوالت ہے ہمارے پاس 2 کی لمبائی دو تین پانچ ہے ہمارے پاس 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ہے اور اس
معاملے میں ہمارے پاس 4 جمع 4 جمع 4 جمع 4 ہے یعنی 16
تو کل 30 میں یہ نہیں کر رہا ہوں لیکن آپ آسانی سے سمجھ سکتے ہیں کہ یہاں پوائنٹ 1 ہونے جا رہا ہے۔ 4 2 1 4 3 وغیرہ وغیرہ اور اسی
طرح آپ 30 ممکنہ نتائج کے بین سیٹ کا حساب لگا سکتے ہیں جو ہم اس بے ترتیب تجربے کے لیے حاصل کر سکتے ہیں آئیے ایک اور مسئلہ حل
کریں جو بے ترتیب تجربہ مندرجہ ذیل ہے فرض کریں کہ ایک بس اسٹاپ میں چار مسافر ہیں ہر مسافر ایک دو یا کوئی بیگ نہیں ہے اس کا مطلب یہ
ہے کہ یہ صفر ہے آپ بس اسٹاپ پر آتے ہیں اور ایک یا دو یا تین یا چار مسافروں کو اٹھاتے ہیں اور ہر مسافر اپنا بیگ لے کر نمونے کی جگہ کو
مسافروں کی تعداد اور نمبروں کے جوڑے کے طور پر بیان کرتا ہے۔ تھیلوں کی
تو آپ کا نمونہ ای اسپیس اس نوعیت کے پوائنٹس سے بنی ہے اس میں دو اجزاء ہیں ایک مسافروں کی تعداد جو آپ نے چنی ہے اور دوسرے بیگز
کی تعداد جو آپ نے چنی ہے اس لیے سوال یہ ہے کہ نمونہ کی جگہ کو کیسے آگے بڑھایا جائے اسی طرح آپ یہاں سے شروع کریں مسافروں
کی تعداد 1 2 3 یا 4 ہو سکتی ہے اگر مسافر کی تعداد 1 ہے وہ تھیلوں کی تعداد جو آپ اٹھا سکتے ہیں 0 1 یا 2 ہے لہذا اومیگا کے پوائنٹس 1 0
دو کے برابر ہیں اب فرض کریں کہ آپ دو اٹھاتے ہیں مسافروں کے کتنے تھیلے ہیں پھر آپ کو اٹھانا پڑ سکتا ہے یہ صفر ہو سکتا ہے یہ 1 1 1
ایک ہو سکتا ہے جب ان میں سے ایک کے پاس ایک بیگ ہو

تو دو ہو سکتا ہے کسی کے پاس زیرو بیگ ہو دوسرے دو بیگ ہو یا دونوں کے پاس ایک ایک بیگ ہو تین یا چار لہذا نمونے کی جگہ میں متعلقہ عناصر
دو صفر ہیں دو ایک دو دو دو تین اور دو چار اسی طرح اگر ہم تین سے جائیں
تو ہمیں 3 0 3 1 سے 3 6 تک ملے گا لہذا پوائنٹس 3 0 3 ہوں گے۔ 1 تین دو تین تین تین چار تین پانچ اور تین 6 اور اسی طرح 4 سے آپ کو
اور آٹھ مل سکتے ہیں لہٰذا نمونے کی جگہ میں پوائنٹس کی کل تعداد جو کہ اومیگا کی کارڈنلٹی ہے برابر 7 6 5 4 4 3 4 2 4 1 4 0 4
ہے 3 جمع 5 جمع 7 پلس 9 20 4 کے برابر ہے۔ اب سوال یہ ہے کہ آپ کو نمونے کی جگہ کی گنتی کرنے کی ضرورت کیوں ہے یہ ضروری
ہے کیونکہ ہم بعد میں دیکھیں گے کہ ہم ممکنہ آؤٹ پٹ کے کچھ ذیلی سیٹ کے ساتھ احتمالات کو جوڑنے کی کوشش کریں گے اور اس کے لیے
ہمیں کیا ضرورت ہے۔ ذیلی سیٹ کا سائز جس میں ہماری دلچسپی ہے اور نمونے کی جگہ کا کل سائز کیا ہے جیسا کہ ہم بعد میں دیکھیں گے اس
لیے نمونے کی جگہ کی تعمیر بہت ضروری ہے اب تک ہم نے دیکھا ہے کہ نمونے کی جگہیں محدود ہیں لیکن ایسا نہیں ہے۔ ضروری ہے کہ یہ
نمونے کی جگہ ہمیشہ محدود رہے مثال کے طور پر آئیے ہم مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں کہ آپ ایک سکے کو بار بار ٹاس کرتے ہیں جب تک کہ
آپ کو سر نہ مل جائے پہلے ہیڈ حاصل کرنے کے لیے ضروری ٹاس کی تعداد کا نمونہ بیان کریں۔ اسپیس تاکہ ٹاس کی تعداد اگر ایک ہے
تو اس کا مطلب ہے کہ پہلے ٹاس میں آپ کو ایک سر ملا ہے اگر یہ دو ہے
تو اس کا مطلب ہے کہ پہلے ٹاس میں آپ کو ایک دم ملے گا اور اس کے بعد سر آتا ہے اگر یہ 3 ہے
تو آپ کو 2 دم ملیں گے ایک سر اگر یہ اس میں ہے
کوئی بھی مثبت n مائنس ون ٹرائلز ملے ہیں ان میں سے سب کے سب ٹیل ہیں اس کے بعد ایک ہیڈ اور n تو اس کا مطلب ہے کہ آپ کو پہلے
عدد ہو سکتا ہے اس لیے آپ کا اومیگا 1 2 3 تک انفینٹی تک ہو گا جو کہ سب کا مجموعہ ہے۔ ممکنہ عدد جو ہم جانتے ہیں کہ لامحدود ہے حالانکہ
یہ لامحدود ہے یہ قابل شمار ہے وہاں بے شمار نمونے کی جگہ کے ساتھ تجربہ کیا جا سکتا ہے لہذا مثال کے طور پر فرض کریں کہ ہم وقفہ
صفر سے ایک پوائنٹ کا انتخاب کرتے ہیں جس کا مطلب ہے کہ ہم اس میں ایک حقیقی نمبر اٹھانا چاہتے ہیں ۔ کھلے وقفہ میں وقفہ صفر سے ایک تک
اس کے انتخاب کے کتنے ممکنہ طریقے ہیں انتخاب کے ممکنہ طریقوں کی تعداد لامحدود ہے لیکن زیادہ اہم بات یہ ہے کہ یہ قابل شمار نہیں ہے
مجھے امید ہے کہ آپ قابل شمار یا غیر کے درمیان فرق کو سمجھ گئے ہوں گے۔ قابل شمار اس لیے اسے آسان بنانے کے لیے ایک لامحدود سیٹ
اومیگا کو قابل شمار کہا جاتا ہے اگر اومیگا کے عناصر اور قدرتی اعداد کے اس سیٹ کی نقشہ سازی کی جائے
تو اس سے پہلے کی مثال میں چونکہ سیٹ بذات خود لامحدودیت تک ایک دو تین ہے قدرتی نقشہ سازی بہرحال وہاں موجود ہے اگر ایسی نقشہ
سازی موجود نہیں ہے
تو یہ ناقابل شمار ہے لہذا وقفہ صفر سے ایک غیر گنتی کیوں ہے کیونکہ کسی بھی دو حقیقی نمبروں کے درمیان 0.2 اور 0.35 دوبارہ کہتے ہیں
ہمارے پاس لاتعداد ممکنہ حقیقی اعداد ہوسکتے ہیں لہذا ہم ایک نہیں بنا سکتے ۔ مثبت عدد کے سیٹ اور اومیگا کے درمیان ون ٹو ون میپنگ میں نے
اس کا ذکر کیوں کیا کیونکہ لیکچرز کے اس سلسلے کے اختتام پر میں کچھ ایسی مثالیں پیش کروں گا جہاں اومیگا بے شمار ہے اور یہ آپ کے علم
کے لیے ہے کہ ایسی صور
توں میں کیسے آپ احتمال کا حساب لگاتے ہیں ٹھیک ہے
تو آئیے ہم مندرجہ ذیل بے ترتیب تجربات پر غور کریں فرض کریں کہ ہمارے پاس 10 ایک جیسی سرخ گیندیں ہیں ہمیں انہیں تین خانوں میں ڈالنے
کی ضرورت ہے اس طرح کہ کوئی بھی ڈبہ خالی نہیں ہے ٹوکریوں میں ڈی گیندوں کو ڈالنے کے کتنے ممکنہ طریقے ہیں
تو وہ سوالیہ نوٹ ہے کہ ایک گیند ایک جیسی ہے اور دو باکسز میں سے کوئی بھی خالی نہیں ہوگا ان دونوں کی کیا اہمیت ہے
ہیں اس کا مطلب ہے کہ ہم تین گیندوں کے درمیان فرق کر abc تو پہلے مجھے بتاؤ وضاحت کریں کہ فرض کریں کہ ہمارے پاس تین گیندیں
سکتے ہیں کہ وہ ایک جیسی نہیں ہیں ہم کتنے طریقوں سے دو خانوں میں رکھ سکتے ہیں کہ کوئی بھی خالی نہیں ہے یہ سوال ہے لہذا ہم اسے
bc اور b comma ac c c comma abab comma c ac comma b جو comma bc مندرجہ ذیل طریقے سے کر سکتے ہیں۔
کوما کو ترتیب دینے کا ایک طریقہ ہے لہذا چھ ممکنہ طریقے ہیں لیکن اگر گیندیں ایک جیسی ہیں
تو ہمارے پاس صرف مندرجہ ذیل امکانات ہیں ایک پہلے خانے میں اور دو دوسرے میں باکس اور پہلے باکس میں دو اور دوسرے خانے میں ایک
e w اس کو ترتیب دینے کا کوئی دوسرا طریقہ نہیں ہے لہذا صرف دو ہی ممکنہ طریقے ہیں کیوں کہ اب کوئی بھی خانہ خالی نہیں ہوگا اگر
ہیں abc اور دوسرے میں 0 یا 0 اور abc کچھ باکس کو خالی ہونے دیں پھر پہلی صورت میں ہمارے پاس دو اور امکانات ہوسکتے ہیں جو کہ
تو دوسری صورت میں ہمارے پاس تین صفر اور 0 3 بھی ہوسکتے ہیں لہذا 4۔ امکانات میں امید کرتا ہوں کہ آپ ایک جیسی گیندوں کی اہمیت کو
سمجھ گئے ہوں گے اور اے بی سی جیسی امتیازی گیندیں اور کچھ باکس کو خالی رکھنا اور کسی باکس کو خالی نہ رکھنا یہ ایک اور تبدیلی ہے اب
ہمارا مسئلہ یہ ہے کہ دس گیندوں کو تین خانوں میں ڈالیں اس طرح کہ کوئی بھی نہیں باکس خالی ہے
تو ایسا کیسے کریں کہ ان 10 گیندوں میں سے ان 10 گیندوں پر غور کریں ہمیں باکس میں ایک رقم باکس ٹو میں رقم اور باکس تھری میں رقم ڈالنی
ہے
تو آپ کتنے طریقوں سے مسئلہ کا حل کرسکتے ہیں درج ذیل ہے۔ ذرا ابتدائی بات سے شروع کرتا ہوں فرض کریں کہ صرف ایک باکس ہے
تو امکانات کی تعداد ایک کے برابر ہے آپ تمام گیندوں کو باکس میں ڈال دیں فرض کریں کہ دو خانے ہیں
پہلے باکس میں ایک ہے نو دوسرے باکس میں دو پہلے باکس میں آٹھ دوسرے باکس میں اس طرح آپ آسانی سے سمجھ سکتے ہیں es تو امکان
کہ پوائنٹس اس طرح ہونے والے ہیں
تو اس میں کتنے امکانات ہیں یہ بہت آسان ہے کہ نو ہوں گے۔ امکانات کو اب تین خانوں پر غور کیا گیا ہے اور کوئی بھی خالی نہیں رہے گا لہذا
پہلے خانے میں کتنے عناصر ہو سکتے ہیں ایک دو تین 4 5 6 7 کیا ہمارے پاس 7 سے زیادہ ہو سکتے ہیں نہیں کیونکہ نہیں ہمارے پاس آٹھ بھی
ہو سکتے ہیں ہمارے پاس آٹھ ہو سکتے ہیں وہاں اور پھر بقیہ دو کو ہم ایک لگا سکتے ہیں
تو پہلے باکس کے آٹھ امکانات ہیں کتنی گیندیں باقی ہیں اب باقی گیندوں کی تعداد 9 8 7 6 5 چار تین دو ہے
تو ان کو دو ڈبوں میں دوسرے نمبر پر رکھا جا سکتا ہے۔ تیسرا کتنے طریقوں سے یہ حساب لگانا بہت آسان ہے کیونکہ جب 10 بکس 10 گیندیں
ہوں
تو ہم نے پایا کہ ہم دو بکسوں میں نو طریقوں سے رکھ سکتے ہیں لہذا جب نو گیندیں ہوں
تو ہم اسے آٹھ طریقوں سے رکھ سکتے ہیں جب وہاں ای آٹھ ہیں ہم اسے سات طریقوں سے رکھ سکتے ہیں اور جب دو ہوں
تو ہم اسے صرف ایک طریقے سے رکھ سکتے ہیں جو کہ ایک دوسرے خانے میں اور ایک تیسرے خانے میں اس لیے امکانات کی کل تعداد 1 جمع 2
جمع تک کے برابر ہے۔ 8 برابر آٹھ میں آٹھ جمع ایک کے برابر نو بائے دو کے برابر 36 مختلف طریقوں سے اب فرض کریں کہ ہمارے پاس سو ایک
جیسی گیندیں ہیں جن کو 20 مختلف خانوں میں رکھنا ہے کہ ان میں سے کوئی بھی خالی نہیں ہے
تو اندر جانا ممکن نہیں ہے ۔ اس طرح کیونکہ ہر قدم پر جیسے جیسے خانوں کی تعداد بڑھ رہی ہے ہمارے پاس متعدد امکانات سامنے آرہے ہیں
لہذا اسے کیسے حل کیا جائے
ایک جیسی گیندیں ہیں جو ہم نے دس لی ہیں n تو فرض کریں کہ
تو مجھے دس کھینچنے دیں اور ہمیں اسے تین خانوں میں ڈالنے کی ضرورت ہے۔ ہم دو گیندوں کے درمیان فرق کو کیا سمجھتے ہیں فرض کریں کہ

میں وہاں ایک عمودی لکیر لگاتا ہوں جس کا مطلب ہے کہ میں اسے دو مختلف حصوں میں تقسیم کر رہا ہوں فرض کریں کہ میں من مانی طور پر ایسی لائنوں کا انتخاب کرتا ہوں
تو میں کہہ سکتا ہوں کہ پہلے خانے میں سیکو میں ایک گیند ہے این ڈی باکس تیسرے باکس میں پانچ گیندیں ہیں وہاں چار گیندیں ہیں
تو یہ مندرجہ ذیل کنفیگریشن کی طرف لے جاتا ہے ایک پانچ چار دوسری طرف فرض کریں کہ میں من مانی طور پر دو لائنوں کا انتخاب کرتا ہوں
اور ان کو ملا کر مجھے ملے گا پہلے باکس میں تین گیندیں ہیں دو گیندیں دوسرے باکس میں پانچ گیندیں اور تیسرے خانے میں پانچ گیندیں تاکہ آپ
کو اندازہ ہو کہ اس مسئلے کو کیسے حل کیا جائے اس لیے نو خلا میں سے ہمیں عمودی لائن لگانے کے لیے دو کا انتخاب کرنا ہوگا اس لیے حل
فیکٹوریل 9 کے برابر ہے فیکٹوریل 2 میں فیکٹوریل 7 کے برابر 8 کے 2 c کی تعداد 10 منفی 1 ہے 3 منفی 1 کا انتخاب کریں 9 کے برابر ہے
خانوں میں اس طرح k برابر 9 ضرب 2 برابر 36 ہمیں وہی جواب ملتا ہے جو ہمیں پہلے ملا ہے لہذا عام طور پر اگر ایک جیسی گیندیں ہوں
ڈالیں کہ باکس میں سے کوئی بھی خالی نہ ہو
مائنس 1 کے برابر ہے اور میں نے دکھایا ہے کہ ہم اس نمبر پر کیسے پہنچتے ہیں ck مائنس 1 n تو ممکنہ طریقوں کی تعداد
جمع x کا انتخاب کیا جا سکتا ہے جیسے کہ xyz کتنے طریقوں سے تین مثبت اعداد ple تو آئیے اسی اصول کی بنیاد پر ایک مسئلہ حل کریں۔
کے برابر ہے۔ فرض کریں کہ یہ مسئلہ ہے 15 z جمع y
تو ہم آسانی سے اسے اسی طرح کے بال اور باکس کے مسئلے میں
توڑ سکتے ہیں لہذا 15 پر غور کریں تاکہ ہم کر سکیں۔ ان کو ایک جیسی سمجھیں کیونکہ اب وہ ایک جیسے ہیں مجھے تین اعداد تلاش کرنے ہوں
گے جیسے کہ ان کا مجموعہ 15 ہے میرے پاس پہلے ہی 15 ہے لہذا میں چودہ خلا میں سے دو لائنوں کو من مانی طور پر منتخب کر سکتا ہوں
اور اس سے مجھے پارٹیشن دو کوما آٹھ کوما ملتا ہے۔ پانچ
ہیں اور 2 c برابر پانچ اور اس لیے ممکنہ طریقے 14 z برابر آٹھ اور y برابر دو x تو ان کو ترتیب دینے کا ایک ممکنہ طریقہ یہ ہے کہ
آپ سمجھ سکتے ہیں کہ ہمیں یہ نمبر کیسے ملا اب درج ذیل پر غور کریں ہمارے پاس دس ایک جیسے ہیں۔ گیندوں کو تین خانوں میں اس طرح ڈالنا
ہے کہ کوئی بھی خانہ خالی رہے
تو امکانات کی تعداد کیا ہے یہ سوال ہے
تو ہم اسے کیسے حل کریں گے ہمارے پاس اس صورت حال کا حل ہے جب کوئی خانہ خالی نہیں ہو سکتا لیکن یہاں کوئی بھی باکس خالی رہ سکتا
ہے ہم مندرجہ ذیل کام کرتے ہیں
کو بھی شامل کرتے ہیں لہذا میں انہیں ایک مختلف رنگ میں ڈالتا ہوں k تو ان گیندوں کے ساتھ ساتھ ہم
خانوں میں k کو کتنے طریقوں سے k جمع n بہت سی مختلف اشیاء ہیں۔ k پلس n باکسز ہیں لہذا ہمارے پاس k بالز ہیں اور یہ n تو یہ
تقسیم کیا جا سکتا ہے اس طرح کہ کوئی خانہ خالی نہیں ہے
مائنس 1 اور میں ck مائنس 1 k جمع n خانوں میں ڈالا جا سکتا ہے اس طرح کہ کوئی بھی خالی نہیں ہے k عناصر کو k جمع n تو
پارٹیشنز ہیں ان میں سے کوئی بھی خالی نہیں ہے k دعوی کرتا ہوں کہ یہ حل کی تعداد ہے کیوں کہ اب ہمارے پاس
باکسز میں گیندیں ہوں گی لیکن کچھ باکس ہو k بالز ہر کنفیگریشن سے ایک کو گھٹائیں اس لیے اب ہمارے پاس k جمع n تو وہاں کتنی گیندیں ہیں
سکتے ہیں۔ خالی بھی
تو میں آپ کو ایک چھوٹی سی مثال دیتا ہوں کہ تین گیندیں اور دو خانے ہم جانتے ہیں کہ حل ہیں 0 3 1 2 2 1 اور 3 0۔
تو ہم کیا کر رہے ہیں ہم کہہ رہے ہیں کہ 3 جمع 2 یعنی پانچ گیندیں ہیں اور میں اسے دو خانوں میں اس طرح تقسیم کر رہا ہوں۔ ان میں سے کوئی
بھی خالی نہیں ہے اس لیے ہم کیا کرتے ہیں پہلے کے مسئلے سے چار لائنوں کے چار خلا میں سے ہم ایک پارٹیشن کا انتخاب کرتے ہیں اس لیے
اس پر غور کریں اس لیے گیند کی ترتیب اب ایک چار ہے اگر ہم ان میں سے ہر ایک کو منہا کرتے ہیں
تو ہمیں صفر تین ملتے ہیں۔ ہم اسے لائن سمجھتے ہیں پھر ہمارے پاس حل ہوگا 2 3 اگر میں ان میں سے ہر ایک سے 1 کو گھٹا دوں
تو ہمیں 1 کوما 2 ملے گا اب آپ سمجھ گئے ہیں چونکہ ہم تقسیم کا انتخاب چار طریقوں سے کر سکتے ہیں اس کے لیے چار مختلف انتظامات ہیں۔
گیندوں
مائنس 1 ہے جب ck مائنس 1 n تو میں امید کرتا ہوں کہ یہ تصور واضح ہو گا جب خانوں کو خالی کرنے کی اجازت نہیں ہے محلول کی تعداد
خانوں کو خالی رہنے دیا جاتا ہے
مائنس 1 کا انتخاب کریں ٹھیک ہے دوس k ہوتی ہے۔ یا c مائنس 1 k جمع n تو محلول کی تعداد
توں میں آج یہاں رکتا ہوں مجھے امید ہے کہ آپ اگلی کلاس میں اس تصور کو سمجھ گئے ہوں گے میں اس مقام سے شروع کروں گا اور ہم امکان
سے متعلق کچھ اور مسائل حل کریں گے ٹھیک ہے دوس
تو آپ