

छात्रों का स्वागत है आईआईटी समस्या समाधान सत्र में संभाव्यता पर यह व्याख्यान नंबर एक है इसलिए इस सत्र में छह व्याख्यान में हम संभाव्यता से जुड़ी कई कठिन समस्याओं को हल करेंगे क्योंकि यह एक समस्या समाधान सत्र है, हम उस सिद्धांत पर ज्यादा ध्यान केंद्रित नहीं करेंगे जो मुझे लगता है कि आप पहले से ही सिद्धांत से परिचित हैं और यदि आप नहीं हैं तो मैं आपको सुझाव दूंगा कि आप आईआईटी पाल के व्याख्यानों की श्रृंखला में जाएं और संभाव्यता पर व्याख्यान सुनें या आप संभाव्यता की मूल अवधारणाओं को संशोधित करने के लिए अपनी परीक्षण पुस्तकों पर वापस जाएं, हालांकि इसमें व्याख्यान में संभाव्यता के सबसे मौलिक पहलुओं पर स्पर्श करूंगा ताकि आप समझ सकें कि क्या हो रहा है, इसलिए जब हम संभाव्यता के बारे में बात करते हैं तो हम शुरू करते हैं, हम यादृच्छिक प्रयोगों को देखते हैं, इसलिए एक यादृच्छिक प्रयोग क्या है एक यादृच्छिक प्रयोग को निम्नानुसार चित्रित किया जा सकता है एक ही स्थिति में कितनी भी बार किया जा सकता है यदि इन प्रयोगों के परिणामों का संभावित सेट ज्ञात हो लेकिन किसी भी व्यक्तिगत परीक्षण का परिणाम अज्ञात है जब तक कि इसे निष्पादित नहीं किया जाता है उदाहरण के लिए एक सिक्का उछालना हम जानते हैं कि परिणामों का संभावित सेट टी और एच है जो पूछ और सिर है लेकिन जब तक टॉस का नतीजा नहीं आता है तब तक हम नहीं जानते कि यह है या नहीं एक पासे को फेंकने के समान ही एक सिर या पूछ होने जा रहा है, परिणामों का संभावित सेट एक दो तीन चार पांच छह है क्योंकि यदि आप एक पासा फेंकते हैं तो परिणाम इन छह संख्याओं में से एक होगा लेकिन हम नहीं जानते कि कौन सा आएगा जब तक हम पासे को फेंकते हैं और परिणाम को एक सिक्के को तीन बार उछालते हुए देखते हैं और परिणामों के अनुक्रम को ध्यान में रखते हैं, तो संभावित परिणामों का सेट तीनों सिर का सिर होता है फिर एक पूछ सिर पूछ सिर की पूछ पूछ पूछ सिर सिर पूछ सिर पूछ पूछ पूछ और फिर आगे और पूछ की पूछ जैसा कि आप जानते हैं कि आठ अलग-अलग अनुक्रम हो सकते हैं क्योंकि प्रत्येक परीक्षण के लिए दो संभावित परिणाम हैं और इसलिए हमें दो घन मिलते हैं जो आठ का सेट है संभावित परिणाम संकेतन संभावित परिणामों के इस सेट को ओमेगा या एस के रूप में दर्शाया गया है और इसे नमूना स्थान कहा जाता है, इसलिए उस पृष्ठभूमि के साथ हम एक समस्या को हल करते हैं, इसलिए हम जिस यादृच्छिक प्रयोग का वर्णन कर रहे हैं वह इस प्रकार है सेट एक से एक संख्या चुनें दो तीन चार पांच छः बिना प्रतिस्थापन के यादृच्छिक रूप से इसका मतलब है कि यदि आप इस सेट से एक संख्या निकालते हैं तो आप इसे अभी सेट में वापस नहीं डालते हैं यदि चुना गया नंबर एक प्रमुख संख्या है तो रुकें अन्यथा आप दूसरा नंबर चुनें जिसका मतलब है कि फिर से आप उस सेट से चुन रहे हैं जिसमें से एक तत्व पहले ही जा चुका है, इसलिए बाकी अभाज्य संख्याओं में से आप दूसरा नंबर चुनते हैं यदि यह एक अभाज्य है तो आप रुक जाते हैं या यदि चुने गए दो नंबर दोनों हैं तो भी पिका तीसरे नंबर को रोकें जिसका अर्थ है अब सेट में केवल चार तत्व हैं क्योंकि पहले प्रयास में एक को पहले ही चुना जा चुका है और दूसरे प्रयास में पहले ही चुना जा चुका है। शेष चार में से आप एक तीसरी संख्या चुनते हैं, इसलिए यह यादृच्छिक प्रयोग है समस्या नमूना स्थान का निर्माण है इस समस्या को कैसे हल किया जाए तो आइए हम प्रयास करें कि पहले प्रयास में छह संख्याएं हैं, हम उनमें से किसी एक को चुन सकते हैं इसलिए अगर मैं यहां से शुरू करता हूं तो मुझे पहला प्रयास लिखने दें और संभावित परिणाम क्या हैं एक दो तीन चार पांच और छह हमारा प्रयोग क्या कहता है यह कहता है कि यदि यह एक प्रमुख है तो हम वहीं रुक जाते हैं इसलिए हम इस बिंदु पर रुकते हैं यदि हमें एक मिलता है 2 अगर हमें 3 मिलता है या अगर हमें इन 3 मामलों में 5 मिलता है तो हमारा आउटपुट केवल एक अंक है अर्थात् दो या तीन या पांच अब अगर मुझे एक या चार या छह मिलते हैं तो हम दूसरी चोटी के लिए जाते हैं इसलिए यदि हमें एक मिल गया है दूसरे प्रयास में हम जो प्राप्त कर सकते हैं हम शेष पांच में से कोई भी प्राप्त कर सकते हैं और इसलिए हम इस तरह का ग्राफ खींच सकते हैं यह एक दो तीन चार पांच हो सकता है यदि हमारे पास एक चार है तो दूसरे प्रयास में हम एक 2 प्राप्त कर सकते हैं 3 5 या 6 और अगर हमें 6 मिलता है फिर तीसरे प्रयास में हम 1 2 3 4 और 5 प्राप्त कर सकते हैं अब हम उस प्रयोग पर वापस जाते हैं जिसमें कहा गया है कि यदि यह एक अभाज्य है तो हम रुक जाते हैं या यदि दो संख्याएँ जो हमने दोनों को उठाया है, तो भी हम रुक जाते हैं हम तीसरे प्रयास के लिए जारी रखते हैं इसलिए देखते हैं कि हम कब रुकते हैं इसलिए यह वह जगह है जहां हम रुकते हैं और यही वह जगह है जहां हम रुकते हैं इसलिए इन मामलों में परिणाम 1 2 1 3 एक पांच होते हैं इसलिए मैं उन्हें इसी तरह से घेरता हूँ यहाँ से हम 2 पर रुकते हैं हम 3 पर रुकते हैं हम 5 पर रुकते हैं क्योंकि ये अभाज्य संख्याएँ हैं और साथ ही हम छह पर रुकते हैं क्योंकि जो दो संख्याएँ चुनी गई हैं वे सम हैं इसलिए अब तक के परिणाम क्या हैं हमें 4 2 4 3 4 5 4 6 और मुझे उन्हें घेरने दें और इसी तरह तीसरे मामले के लिए हम रुक जाते हैं यदि हमें प्रयोग के नियम के अनुसार 6 2 6 3 6 4 और 6 5 मिलते हैं तो हम रुकते हैं

इसलिए शेष मामलों में अब हम तीसरी संख्या चुनने के लिए आगे बढ़ते हैं और मान लीजिए हमें ये 1 4 मिल गए हैं तो 1 4 से हम 2 3 5 a

प्राप्त कर सकते हैं nd 6 1 6 से हमें 2 3 4 और 5

मिलता है 4 1 से हमें 2 3, 5 और 6 मिलते हैं और छह एक से हमें दो, तीन, चार और पाँच मिलते हैं, तो एक लंबाई के कितने नमूना बिंदु हैं हमारे पास 2 की दो तीन पांच लंबाई है हमारे पास 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 है और इस मामले में हमारे पास 4 जमा 4 जमा 4 जमा 4 है यानी 16 तो कुल 30 मैं यह नहीं कर रहा हूँ लेकिन आप आसानी से समझ सकते हैं कि यहाँ बिंदु 1 होगा 4 2 1 4 3 वगैरह और इस तरह आप 30 संभावित परिणामों के इंटरसेट की गणना कर सकते हैं जो हम इस यादृच्छिक प्रयोग के लिए प्राप्त कर सकते हैं आइए हम एक और समस्या को हल करें यादृच्छिक प्रयोग इस प्रकार है मान लीजिए कि एक बस स्टॉप में प्रत्येक यात्री चार यात्री हो सकते हैं एक दो या कोई बैग नहीं है इसका मतलब है कि यह शून्य है आप बस स्टॉप पर आते हैं और एक या दो या तीन या चार यात्रियों को उठाते हैं और प्रत्येक यात्री अपना बैग लेता है, नमूना स्थान का वर्णन यात्रियों की संख्या और संख्या की एक जोड़ी के रूप में करता है।

बैग का तो आपका नमूना ई स्पेस इस प्रकृति के बिंदुओं से बने होते हैं, दो घटक होते हैं एक है आपके द्वारा चुने गए यात्रियों की संख्या और आपके द्वारा उठाए गए बैगों की संख्या,

इसलिए प्रश्न नमूना स्थान का वर्णन करता है कि कैसे आगे बढ़ना है, इसी तरह से आप यहां से शुरू करते हैं।

यात्रियों की संख्या 1 2 3 या 4 हो सकती है यदि यात्रियों की संख्या 1 है तो आपके द्वारा उठाए जा सकने वाले बैगों की संख्या 0 1 या 2 है इसलिए ओमेगा से संबंधित अंक 1 0 1 1 1 1 दो के बराबर है अब मान लीजिए कि आप दो उठाते हैं यात्रियों को कितने बैग लेने पड़ सकते हैं यह शून्य हो सकता है यह एक हो सकता है जब उनमें से एक के पास एक बैग हो सकता है यह दो हो सकता है एक के पास शून्य बैग हो सकता है अन्य के पास दो बैग हो सकते हैं या दोनों के पास एक बैग हो सकता है प्रत्येक तीन या चार इसलिए नमूना स्थान में संबंधित तत्व दो शून्य दो एक दो दो दो तीन और दो चार हैं इसी तरह यदि हम तीन से जाते हैं तो हमें 3 0 3 1 से 3 6 मिलेगा

इसलिए अंक 3 0 3 होने जा रहे हैं 1 तीन दो तीन तीन तीन चार तीन पांच और तीन 6 और इसी तरह 4 से आपको 4 0 4 1 4 2 4 3 4 5 6 7 और आठ मिल सकते हैं

इसलिए नमूना स्थान में कुल अंक जो कि ओमेगा की कार्डिनैलिटी के बराबर है 3 जमा 5 जमा 7 प्लस 9 20 4 के बराबर है।

अब सवाल यह है कि आपको नमूना स्थान की गणना करने की आवश्यकता क्यों है यह महत्वपूर्ण है क्योंकि हम बाद में देखेंगे कि हम संभावित आउटपुट के कुछ सबसेट के साथ संभावनाओं को जोड़ने का प्रयास करेंगे और इसके लिए हमें जो चाहिए वह है उपसमुच्चय का आकार जिसमें हम रुचि रखते हैं और नमूना स्थान का कुल आकार क्या है जैसा कि हम बाद में देखेंगे

इसलिए नमूना स्थान का निर्माण अब बहुत महत्वपूर्ण है अब तक हमने देखा है कि नमूना स्थान सीमित हैं लेकिन यह नहीं है यह आवश्यक है कि यह नमूना स्थान हमेशा परिमित रहने वाला है उदाहरण के लिए आइए हम निम्नलिखित उदाहरण पर विचार करें कि आप एक सिक्का बार-बार उछालते हैं जब तक कि आपको एक शीर्ष नहीं मिलता है पहले सिर को प्राप्त करने के लिए आवश्यक टॉस की संख्या नमूना का वर्णन करें यदि यह एक है तो अंतरिक्ष में टॉस की संख्या का मतलब है कि पहले टॉस में आपको एक सिर मिला है यदि यह दो है तो इसका मतलब है कि पहले टॉस में आपको एक टेल मिलती है और उसके बाद सिर आता है यदि यह 3 है तो आपको 2 टेल मिलते हैं उसके बाद एक सिर अगर यह उस में है तो इसका मतलब है कि आपको पहले एन माइनस एक परीक्षण मिला है, वे सभी पूछ हैं और उसके बाद एक सिर है और एन कोई सकारात्मक पूर्णांक हो सकता है

इसलिए आपका ओमेगा अनंत तक 1 2 3 होने जा रहा है

जो कि सभी का सेट है संभावित पूर्णांक जिन्हें हम जानते हैं कि अनंत है, हालांकि यह अनंत है, यह गणनीय है, बेशुमार नमूना स्थान के साथ प्रयोग हो सकता है, उदाहरण के लिए मान लीजिए कि हम अंतराल शून्य से एक तक एक बिंदु चुनते हैं, जिसका अर्थ है कि हम एक वास्तविक संख्या को चुनना चाहते हैं

खुले अंतराल में अंतराल शून्य से एक इसे चुनने के कितने संभावित तरीके हैं चयन के संभावित तरीकों की संख्या अनंत है लेकिन इससे भी महत्वपूर्ण बात यह है कि यह गणनीय नहीं है मुझे आशा है कि आप गणनीय या संयुक्त के बीच अंतर को समझेंगे गणनीय

इसलिए इसे आसान बनाने के लिए एक अनंत सेट ओमेगा को गणनीय कहा जाता है यदि ओमेगा के तत्वों और प्राकृतिक संख्याओं के इस सेट का एक से एक मानचित्रण हो तो पहले के उदाहरण में चूंकि सेट स्वयं अनंत तक एक दो तीन है प्राकृतिक मानचित्रण वहाँ वैसे भी मौजूद है यदि ऐसा मानचित्रण मौजूद नहीं है तो यह बेशुमार है

इसलिए अंतराल शून्य से एक तक बेशुमार है क्योंकि किन्हीं दो वास्तविक संख्याओं के बीच 0.

2 और 0.

35 फिर से हमारे पास असीम रूप से कई संभावित वास्तविक संख्याएँ हो सकती हैं

इसलिए हम एक नहीं बना सकते सकारात्मक पूर्णांक और ओमेगा के बीच एक-से-एक मानचित्रण मैंने इसका उल्लेख क्यों किया क्योंकि व्याख्यान की इस श्रृंखला के अंत में मैं कुछ उदाहरण करूंगा जहां ओमेगा बेशुमार है और यह आपके ज्ञान के लिए है कि ऐसे मामलों में कैसे करें आप प्रायिकता की गणना करते हैं ठीक है तो आइए निम्नलिखित यादृच्छिक प्रयोगों पर विचार करें मान लें कि हमारे पास 10 समान लाल गेंदें हैं जिन्हें हमें उन्हें तीन बक्से में रखने की आवश्यकता है जैसे कि कोई भी डिब्बा खाली नहीं है, d गेंदों को टोकरियों में डालने के कितने संभावित तरीके हैं ताकि प्रश्न नोट एक गेंद समान हो और दो कोई भी

डिब्बा खाली न हो इन दोनों का क्या महत्व है तो आइए पहले मैं समझाएँ कि मान लीजिए कि हमारे पास तीन गेंदें एबीसी हैं, जिसका अर्थ है कि हम तीन गेंदों के बीच अंतर कर सकते हैं, वे समान नहीं हैं, हम कितने तरीकों से दो बक्से में रख सकते हैं जैसे कि कोई भी खाली नहीं है, यही सवाल है

इसलिए हम इसे निम्न तरीके से कर सकते हैं a कॉमा बीसी जो कि बी कॉमा एसी सी कॉमा अबाब कॉमा सी एसी कॉमा बी और बीसी

कॉमा को व्यवस्थित करने का एक तरीका है,

इसलिए छह संभावित तरीके हैं लेकिन यदि गेंदें समान हैं तो हमारे पास केवल निम्नलिखित संभावनाएं हैं: पहले बॉक्स में एक और दूसरे में दो बॉक्स और पहले बॉक्स में दो और दूसरे बॉक्स में एक

इसे व्यवस्थित करने का कोई अन्य तरीका नहीं है,

इसलिए केवल दो संभावित तरीके हैं क्योंकि कोई भी बॉक्स खाली नहीं होगा यदि  $w$  ई कुछ बॉक्स खाली होने दें तो पहले मामले में हमारे पास दो और संभावनाएं हो सकती हैं जो कि एबीसी और 0 दूसरे में या 0 और एबीसी है

इसलिए

दूसरे मामले में कुल आठ संभावनाएं हमारे पास तीन शून्य हो सकती हैं और 0 3 भी

इसलिए 4 संभावनाएं मुझे आशा है कि आप एबीसी जैसी समान गेंदों और अलग-अलग गेंदों के महत्व को समझते हैं और कुछ बॉक्स को खाली रखते हैं और कोई बॉक्स खाली नहीं रखते हैं जो एक और बदलाव है अब हमारी समस्या दस गेंदों को तीन बॉक्स में डालने की है जैसे कि इनमें से कोई भी नहीं बॉक्स खाली है तो ऐसा कैसे करें

इन 10 गेंदों पर विचार करें इन 10 गेंदों में से हमें बॉक्स में एक योग बॉक्स दो में और बॉक्स तीन में योग डालना है तो आप समस्या का समाधान कितने तरीकों से कर सकते हैं इस प्रकार है मुझे थोड़ी शुरुआत से शुरू करना चाहिए मान लीजिए कि केवल एक बॉक्स है तो संभावनाओं की संख्या एक के बराबर है आप सभी गेंदों को बॉक्स में डालते

हैं मान लीजिए कि दो बॉक्स हैं तो संभावना  $es$  पहले बॉक्स में नौ में से एक है दूसरे बॉक्स में दो पहले बॉक्स में आठ दूसरे बॉक्स में हैं ताकि आप आसानी से समझ सकें कि अंक इस तरह होने जा रहे हैं तो कितनी संभावनाएं हैं यह बहुत आसान है कि नौ होंगे संभावनाओं को अब तीन बॉक्स माना जाता है और कोई भी खाली नहीं रहेगा

इसलिए पहले बॉक्स में कितने तत्व हो सकते हैं एक दो तीन 4 5 6 7 क्या हमारे पास 7 से अधिक हो

सकते हैं क्योंकि नहीं हमारे पास आठ भी हो सकते हैं हमारे पास आठ हो सकते हैं वहां और फिर शेष दो हम एक डाल सकते हैं

इसलिए पहले बॉक्स के लिए आठ संभावनाएं हैं, अब कितनी गेंदें शेष हैं शेष गेंदों की संख्या 9 8 7 6 5 चार तीन दो हैं,

इसलिए इन्हें दो बॉक्स में रखा जा सकता है और तीसरा कितने तरीकों से इसकी गणना करना बहुत आसान है क्योंकि जब 10 बॉक्स 10 गेंदें होती हैं तो हमने पाया कि हम दो बॉक्स में नौ तरह से रख सकते हैं

इसलिए जब नौ गेंदें होती हैं तो हम इसे आठ तरीकों से रख सकते हैं ई आठ है हम इसे सात तरीकों से रख सकते हैं और जब दो होते हैं तो हम इसे केवल एक ही तरीके से रख सकते हैं जो कि दूसरे बॉक्स में एक और तीसरे बॉक्स में से एक है

इसलिए

संभावनाओं की कुल संख्या 1 जमा 2 प्लस तक के बराबर है 8 आठ गुणा आठ के बराबर है एक बराबर नौ बटा दो बराबर 36

अलग-अलग तरीकों से अब मान लीजिए कि हमारे पास 20 अलग-अलग बक्से में सौ समान गेंदें हैं जैसे कि उनमें से कोई भी खाली नहीं है तो अंदर जाना संभव नहीं है इस तरह क्योंकि प्रत्येक चरण में जैसे-जैसे बक्सों की संख्या बढ़ती है, हमारे पास कई संभावनाएं आ रही हैं,

इसलिए इसे कैसे हल किया जाए, तो मान लीजिए कि  $n$  समान गेंदें हैं, जिन्हें हमने दस लिया है,

इसलिए मुझे दस ड्रा करने दें और हमें इसे तीन बॉक्स में रखना होगा।

हम दो गेंदों के बीच के अंतर पर क्या विचार करते हैं मान लीजिए कि मैंने वहां एक लंबवत रेखा डाली है जिसका अर्थ है कि मैं इसे दो अलग-अलग हिस्सों में विभाजित कर रहा हूँ मान लीजिए कि मैं ऐसी रेखाओं को चुनता हूँ तो मैं पहले बॉक्स में कह सकता हूँ कि सेकेंड में एक गेंद है  $nd$  बॉक्स में तीसरे बॉक्स में पाँच गेंदें हैं, चार गेंदें हैं,

इसलिए यह निम्नलिखित विन्यास की ओर जाता है, दूसरी तरफ एक पाँच चार, मान लीजिए कि मैं दो पंक्तियों को चुनता हूँ और ये एक साथ मुझे मिल जाएगा पहले बॉक्स में तीन गेंदें हैं दो गेंदें दूसरे बॉक्स में और तीसरे बॉक्स में पाँच गेंदें ताकि आपको यह पता चल सके कि इस समस्या को कैसे हल किया जाए,

इसलिए नौ अंतरालों में से हमें ऊर्ध्वाधर रेखा लगाने के लिए दो का चयन करना होगा

इसलिए समाधानों की संख्या 10 माइनस 1 है 3 माइनस 1 चुनें बराबर है 9 सी 2 भाज्य 9 बटा भाज्य 2 गुणा भाज्य 7 बराबर 8 गुणा 9

बटा 2 बराबर 36 है हमें वही उत्तर मिलता है जो हमें पहले मिला था

इसलिए सामान्य तौर पर यदि

समान गेंदों में होना है  $k$

बक्सों में इस तरह रखें कि कोई भी बॉक्स खाली न हो तो संभावित तरीकों की संख्या  $n$  माइनस 1  $ck$  माइनस 1 के बराबर है और मैंने दिखाया है कि हम इस नंबर पर कैसे पहुंचते हैं तो आइए हम उसी सिद्धांत के आधार पर एक समस्या को हल करें तीन धनात्मक संख्याओं  $xyz$  को कितने तरीकों

से चुना जा सकता है जैसे कि  $x$  जमा  $y$  जमा  $z$  15 के बराबर है।

मान लीजिए कि यह समस्या है तो हम इसे आसानी से एक समान गेंद और बॉक्स समस्या में तोड़ सकते हैं

इसलिए 15 पर विचार करें ताकि हम कर सकें उन्हें समान मान लें क्योंकि वे समान हैं अब मुझे तीन संख्याओं का पता लगाना है जैसे कि उनका योग 15 पहले से ही मेरे पास 15 है

इसलिए मैं मनमाने ढंग

से चौदह अंतराल में दो पंक्तियों का चयन कर सकता हूँ और इससे मुझे विभाजन दो अल्पविराम आठ अल्पविराम मिलता है पांच तो उन्हें व्यवस्थित करने का एक संभावित तरीका है  $x$  दो के बराबर है  $y$  आठ के बराबर है और  $z$  पाँच के बराबर है और

इसलिए संभावित तरीके 14  $c$  2 हैं और आप समझ सकते हैं कि हमें यह संख्या कैसे मिली अब निम्नलिखित पर विचार करें हमारे पास

दस समान हैं गेंदों को तीन बक्सों में इस तरह रखा जाए कि कोई भी बॉक्स खाली रहे, संभावनाओं की संख्या कितनी है, यह सवाल है तो हम इसे कैसे हल करते हैं हमारे पास उस स्थिति का समाधान है जब कोई बॉक्स खाली नहीं हो सकता है लेकिन यहाँ कोई भी बॉक्स खाली रह सकता है, हम निम्नलिखित भी करते हैं, इसलिए गेंदों के साथ-साथ हम  $k$  भी जोड़ते हैं, इसलिए मैं उन्हें एक अलग रंग में डाल दूँ, तो यह  $n$  गेंदें हैं और यह  $k$  बॉक्स है इसलिए हमारे पास  $n$  प्लस  $k$  कई अलग-अलग आइटम हैं कितने तरीकों से  $n$  प्लस  $k$  को  $k$  बॉक्स में वितरित किया जा सकता है जैसे कि कोई बॉक्स खाली नहीं है इसलिए  $n$  प्लस  $k$  तत्वों को  $k$  बॉक्स में इस तरह रखा जा सकता है कि कोई भी खाली न हो  $n$  प्लस  $k$  माइनस 1  $ck$  माइनस 1 और मैं दावा करता हूँ यह समाधानों की संख्या है, क्योंकि अब हमारे पास  $k$  विभाजन हैं, उनमें से कोई भी खाली नहीं है, तो कितनी गेंदें हैं  $n$  प्लस  $k$  गेंदें प्रत्येक कॉन्फिगरेशन से एक घटाएं इसलिए अब हमारे पास  $k$  बॉक्स में गेंदें होंगी लेकिन कुछ बॉक्स हो सकते हैं खाली भी तो मैं आपको एक छोटा सा उदाहरण देता हूँ जैसे तीन गेंदें और दो बक्से हम जानते हैं कि समाधान  $0\ 3\ 1\ 2\ 2\ 1$  और  $3\ 0$  हैं। तो हम जो कर रहे हैं वह कह रहे हैं कि 3 जमा 2 यानी पांच गेंदें हैं और मैं इसे दो बक्सों में विभाजित कर रहा हूँ जैसे कि उनमें से कोई भी खाली नहीं है इसलिए हम चार पंक्ति चार अंतरालों में से पिछली समस्या से क्या करते हैं हम एक विभाजन चुनते हैं इसलिए इस पर विचार करें इसलिए गेंद की व्यवस्था अब एक चार है यदि हम उनमें से प्रत्येक में से एक घटाते हैं तो हमें शून्य तीन इसी तरह मिलता है यदि हम इसे रेखा मानते हैं तो हमारे पास 2 3 का हल होगा यदि मैं उनमें से प्रत्येक से 1 घटाता हूँ तो हमें 1 अल्पविराम 2 मिलता है अब आप समझते हैं कि हम विभाजन को चार तरीकों से चुन सकते हैं, इसके लिए चार अलग-अलग व्यवस्थाएं हैं गेंदों तो मुझे आशा है कि यह अवधारणा स्पष्ट है जब बक्से खाली होने की अनुमति नहीं है समाधान की संख्या  $n$  शून्य से 1 सीके शून्य से 1 है जब बक्से खाली होने की अनुमति है तो समाधान की संख्या  $n$  प्लस के शून्य से 1 सी है या  $k$  माइनस 1 चुनें ठीक है दोस्तों मैं आज यहां रुकता हूँ मुझे आशा है कि आप अगली कक्षा में अवधारणा को समझ गए हैं, मैं इस बिंदु पर शुरू करूंगा और हम संभाव्यता से संबंधित कुछ अन्य समस्याओं को हल करेंगे ठीक है दोस्तों आप