

ஹலோ மாணவர்கள் கடந்த விரிவுரையில் சிக்கலான எண்கள் பற்றிய விரிவுரைகளுக்கு வரவேற்கிறோம்.

எதிர் கடிகார திசையில் அமைந்திருக்கும்  $abc$  , பின் வரும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறது , இது ஒரு பிளஸ் ஒமேகா பி பிளஸ் ஒமேகா ஸ்கொயர்  $c$  ஆனது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம், இதில் ஒமேகா ஒருமைப்பாட்டின் கன மூலமாகும், மேலும் அது சமபக்க முக்கோணமாக இருந்தால், இந்த சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்தால் மட்டுமே ஒரு சதுரம் மற்றும்  $b$  சதுரம் மற்றும்  $c$  சதுரம்  $ab$  plus  $bc$  plus  $ca$  க்கு சமமான மற்ற சமன்பாட்டை இது திருப்திப்படுத்துகிறது, நாம் ஒரு எளிய சிக்கலைச் செய்வோம்  $t$  ஒரு முக்கோணமாக இருக்க வேண்டும் .

அவற்றின் மாடுலஸ் சமமாக இருக்கும் மற்றும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை  $0$  ஆகும், பின்னர்  $t$  ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என்பதைக் காட்ட வேண்டும், எனவே நமக்கு வழங்கப்படுவது சம அளவுகளைக் கொண்ட மூன்று செங்குத்துகள் மற்றும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியமாகும், இது ஒற்றுமை சொத்தின் க்யூப் ரூட் வகைக்கு கிட்டத்தட்ட சமம் ஆனால் ஒற்றுமையின் கன மூலத்தை நாம் அறிவோம், அவற்றின் மாடுலஸ் மிகவும் சமமானது, ஆனால் இங்கே அது சொல்லப்படவில்லை, அது மட்டுமே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்று சொல்லப்படுகிறது.

மாடுலஸ் சமம், அது யூனிட் வட்டத்தில் இருக்கிறதா அல்லது அலகு வட்டத்தை விட அதிகமாக இருக்கிறதா என்று எங்களுக்குத் தெரியாது, எனவே அவற்றின் மாடுலஸ் சமமாக இருப்பதால் நமக்கு வழங்கப்பட்டதைக் கற்பனை செய்து பார்க்க முயற்சிப்போம்.

அது  $r$  என அவை  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு  $z$  மூன்று வட்டத்தில் விநியோகிக்கப்படுகின்றன, நமக்குக் கொடுக்கப்பட்டவை அவற்றின் கூட்டுத்தொகை இந்த சமன்பாட்டிலிருந்து பூஜ்ஜியமாகும், கொடுக்கப்பட்ட காரணி இந்த மூன்று கலப்பு எண் பூஜ்ஜியத்தின் கூட்டுத்தொகையை எடுத்துக் கொண்டால் அது இன்னும் உள்ளது அதே சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்தப் போகிறது, எனவே இணைவை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள் அது  $0$  மற்றும் இது  $z$   $1$  பார் கூட்டல்  $z$  இரண்டு பார் கூட்டல்  $z$  மூன்று பட்டை இது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்பதை இது குறிக்கிறது, இப்போது அவற்றின் மாடுலஸ் சமமாக இருப்பதால் நாம் வகுக்க முடியும்  $\text{mod } z^1$   $\text{squa}$  ஆல் வகுக்கவும்  $re$  நாம்  $\text{mod } z$  ஒரு சதுரத்தால் வகுத்தால், இது எப்படியும்  $\text{mod } z$  இரண்டு சதுரம் மற்றும்  $\text{mod } z$  மூன்று சதுரத்திற்குச் சமமான மதிப்பாகும், பின்னர்  $z$  one பட்டையை  $\text{mod } z$  ஒரு சதுரத்தால் வகுத்தால்  $z$  one என எழுதலாம்.

$z$  ஒரு பார் கூட்டல்  $z$  இரண்டு பட்டையை  $\text{mod } z$  ஒரு சதுரத்தால் வகுத்தால் இது  $\text{mod } z$  இரண்டு சதுரம், எனவே இதை  $z$  two என எழுதலாம்  $z$  two bar கூட்டல்  $z$  3 bar என்று  $z$  3 ஆல் வகுத்தால்  $z$  3 பவர் இது சமம்  $0$ .

எனவே நாம் பின்வரும் சமன்பாட்டிற்கு வருகிறோம், இது ஒன்று  $z$  ஒன்று கூட்டல் ஒன்று  $z$  இரண்டு கூட்டல் ஒன்று மூலம்  $z$  மூன்று இது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம், மேலும் இந்த காரணிக்கான பொதுவான பெருக்கமாக  $z^1 z^2 z^3$  என்ற காரணியால் பெருக்கலாம்.

பின்வரும் சமன்பாட்டிற்கு நாம் இங்கு  $z$  இரண்டு  $z$  மூன்று வருகிறோம், எனவே இந்த சமன்பாட்டை  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு  $z$  மூன்று என்ற காரணியால் பெருக்குவோம் , பின்வரும் சமன்பாட்டிற்கு வருவோம் இது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு எங்களிடம்  $z$  ஒன் பிளஸ்  $z$  2 பிளஸ்  $z$  3 மதிப்பு  $0$  ஆகும் பின்னர் அதன் சதுரத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்  $e$  அதாவது மீண்டும்  $0$  இது விரிவடைந்ததைக் குறிக்கிறது .

$1$  இந்த காரணி  $0$  எனவே நாம்  $z$  ஒரு சதுரம் கூட்டல்  $z$  இரண்டு சதுரம் கூட்டல்  $z$  மூன்று சதுரம் பூஜ்ஜியம் என்று பெறுவோம், சமன்பாடு ஒன்று மற்றும் இரண்டில் இருந்து சமன்பாடு இரண்டு என்று அழைப்போம்,  $z$  ஒரு சதுரம் மற்றும்  $z$  இரண்டு சதுரம் கூட்டல்  $z$  மூன்று சதுரம் இது என்பதைக் காண்கிறோம்.

$z^1 z^2$  plus  $z^2 z^3$  plus  $z^3 z^1$  க்கு சமம், நாம் முன்பு நிரூபித்த முன்மொழிவை இப்போது நினைவு கூர்வோம், அதாவது நீங்கள்  $abc$  முனைகளுடன் ஒரு முக்கோணம் இருந்தால், இது சமபக்க முக்கோணம் ஆகும்  $c$  சதுரம்  $ab$  plus  $bc$  plus  $ca$  க்கு சமமான இந்த முடிவிலிருந்து

$t$  என்பது சமபக்க முக்கோணம் என்பதைப் பெறுகிறோம், எனவே கொடுக்கப்பட்ட சிக்கலை நிரூபித்துள்ளோம், அதாவது  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு  $z$  மூன்று இந்த சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்தினால், அது ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என்பதை நிரூபித்தோம்  $d$   $oa$  இதே போன்ற அனுமானத்தைக் கொண்ட மற்றொரு சிக்கல், அதாவது நமக்கு மூன்று கலப்பு எண்கள்

z ஒன்று z இரண்டு z மூன்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளன, அதன் மாடுலஸ் ஒன்று மதிப்புடன் சமமாக இருக்கும் மற்றும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அல்ல, ஆனால் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான சதுர கூட்டு z ஒரு சதுரம் கூட்டல் z இரண்டு சதுரம் கூட்டல் z 3 சதுரம் 0 க்கு சமம் பின்னர் 2 ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் எந்த முழு எண் n க்கு z 1 பவர் n கூட்டல் z க்கு பவர் n கூட்டல் z 3 பவர் n என்று பின்வரும் வெளிப்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

எப்பொழுதும்  $0 < r < 1 < r^2 < r$  மூன்று சரியாக இருக்கும் அதன் அளவைக் கணக்கிடுங்கள், எனவே இந்த முடிவை நிரூபிக்க முயற்சிப்போம், எனவே முதலில் கவனிக்கும் சிக்கலான எண்கள் z ஒரு சதுரம் z இரண்டு சதுரம் z மூன்று சதுரம் வேறுபட்டவை என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

z 1 சதுரம் z 2 சதுரத்திற்குச் சமம் என்று சொன்னால், z மூன்று சதுரங்கள் z ஒரு சதுரத்தின் இரண்டு மடங்கு கழித்தல் z ஒரு சதுரத்தை உடனடியாகக் கூறுகிறது என்பதை நாம் காண்கிறோம்.

ose சதுரம் அடிப்படையில் 2 ஆகும், இது z மூன்றின் மாடுலஸ் ஒன்று சரி என்ற நமது அனுமானத்திற்கு முரணானது, எனவே கொடுக்கப்பட்ட கலப்பு எண்கள் z ஒன்று z இரண்டு z மூன்று அவை தனித்தனியாக இருப்பதையும் அவை அலகு வட்டத்தில் இருப்பதையும் கவனிக்கிறோம், அதாவது அவை அப்படி இல்லை.

ஒரு கோட்டில் படுத்துக் கொள்ளுங்கள், அதாவது நாம்  $z_1, z_2, z_3$  என செங்குத்துகளுடன் ஒரு முக்கோணத்தை வைக்கலாம் மற்றும் முந்தைய முடிவு  $z_1$  சதுரம்  $z_2$  சதுரம்  $z_3$  சதுரத்துடன் கூடிய ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என்று உடனடியாகச் சொல்லும்.

அளவுகள் சமமாக இருந்தால், அவற்றின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமாக இருந்தால், z ஒரு பூஜ்ஜியம் இரண்டு z மூன்று என செங்குத்துகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது என்பதைக் காட்டினோம், இப்போது இதிலிருந்து t முக்கோணம் z ஒரு சதுரம் z என செங்குத்துகளுடன் இருப்பதைக் கவனிக்கிறோம்.

இரண்டு சதுரம் z மூன்று சதுரம் என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணமாகும், மேலும் ஒருவர் குறிப்பைக் கூறுவதைக் கவனிக்கவும்.

$\text{mod } z$  ஒரு சதுரம் மற்றும்  $\text{mod } z$  இரண்டு சதுர  $\text{mod } z^3$  சதுரம் அதன் மாடுலஸ் ஒன்று அதனால் அவை ஒரு யூனிட் வட்டத்தில் கிடக்கின்றன மற்றும் தொடர்புடைய செங்குத்துகள் நமக்கு ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்குகின்றன, அதாவது சிக்கலான எண்களை ஒமேகா மூலம் இணைக்க முடியும், அதாவது 120 டிகிரி சுழற்றுவதன் மூலம் ஒரு உச்சியை பெறலாம், இது கனசதுர மூலத்தால் பெறக்கூடுகிறது.

z 1 சதுரத்துடன் ஒற்றுமை மற்றும்

z மூன்று சதுரத்தால் பெறக்கப்படும் மற்ற உச்சியை நாம் பெறலாம், மேலும் ஒமேகா சதுரம் z ஒரு சதுரமாக இருக்கும் இந்த அளவுக்கு ஒமேகா என்று சொல்லுங்கள், எனவே ஒமேகாவை ஒமேகா சக்தி நான்கு என்று எழுதலாம் என்பதை நாம் கவனிக்கலாம்.

அதே வெளிப்பாட்டை ஒமேகா பவர் ஃபோர் என எழுதலாம் z ஒரு சதுரத்துடன் பெறக்கப்படும் இங்கே நாம் அதை அப்படியே வைத்திருக்கிறோம், இந்த தனிமத்தின் வர்க்க மூலத்தால் z இரண்டு கொடுக்கப்படுவதைக் காண்கிறோம், இது நமக்கு கூட்டல் அல்லது கழித்தல் ஒமேகா சதுரம் z ஒன் மற்றும் z மூன்று என்பது கூட்டல் r ஆகும்.

மைனஸ் ஒமேகா டைம்ஸ் z ஒன்று இப்போது நாம் கணக்கிட விரும்புவதை நினைவுபடுத்துகிறோம்

z ஒரு சக்தி n கூட்டல் z இரண்டு சக்தி n கூட்டல் z மூன்று சக்தி n க்கான மதிப்பைக் கணக்கிட விரும்புகிறோம் இப்போது t வெளிப்பாட்டைக் கணக்கிடுகிறோம்  $\hat{is} z 1$  power n z to power n plus z 3 power n இது சமம் z 1 power n ஐ பொதுவாக வெளியே எடுக்கலாம் எனவே இங்கு  $1 + \psi a - \omega^2 \text{power } n$  மீண்டும் கூட்டல் r கழித்தல் ஒமேகா சக்தி n இப்போது நாம் அதன் அளவைக் கணக்கிட வேண்டும், ஏனெனில் z ஒன்றின் மாடுலஸ் ஒன்று, எனவே z ஒரு சக்தி n இன் மாடுலஸ் ஒன்று, எனவே 1 கூட்டல் r மைனஸ் ஒமேகா பவர் 2 பவர் n கூட்டல் r கழித்தல் என்ற பின்வரும் கலப்பு எண்ணின்

அளவைக் கணக்கிடுகிறோம்.

ஒமேகா பவர்  $n$  எனவே உடனடியாக இது மூன்றை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் என்று நாம் கூறலாம்

ஆனால் நமது எண்ணம் துல்லியமாக

0 1 2 3 சரி என்று காட்ட வேண்டும், அதாவது முழு எண்களைத் தவிர வேறு எந்த உண்மையான எண்ணையும் எடுக்காது.

இது பூஜ்ஜியத்திலிருந்து மூன்றிற்கு இடையில் உள்ளது, எனவே இதை எளிதில் உணர முடியும், ஏனென்றால் எந்த மதிப்பிற்கும் இந்த வெளிப்பாடு சமமாக இருக்கும், அதாவது ஒமேகா சக்தி  $2n$  ஒமேகா சக்தி  $n$  க்கு சமமாக இருக்கும், எனவே இது எப்போது சமமாக இருக்கும் என்று எங்கள் கேள்வி கூறுகிறது.

$wh$  மட்டும் சமமாக இருக்கும்  $en$  ஒமேகா பவர்  $n$  ஒன்று எனவே நான்  $n$  ஐ முழு எண் மதிப்புகள் 2 3 ஆக எடுத்துக் கொண்டால், அது 3 மடங்குகளாக இருக்கும் போது நீங்கள் இங்கே அதே மதிப்பைப் பெறுவீர்கள், அது ஒமேகா பவர்  $2n$  மற்றும் ஒமேகா பவர்  $n$  ஐப் பெறுவீர்கள்.

அதே மதிப்பு ஒன்றுதான், இல்லையெனில் நீங்கள் எப்போதும் இங்கேயே இருப்பீர்கள், அது இங்கே இருக்கும் வித்தியாசமான தனிமமாகும், அப்படியானால் நீங்கள் ஒமேகா சதுரத்தைப் பெறலாம், அதேபோன்று இங்கே ஒமேகா ஆர் ஒன்றைப் பெறுவீர்கள், அதனால்  $n$  பலவற்றிலிருந்து வேறுபட்டால் சம உறுப்பு எதுவும் இருக்காது.

மூன்று எனவே இந்த அவதானிப்பின் மூலம் நாம் இங்கே சாத்தியக்கூறுகளை மட்டுமே பெறுகிறோம், எனவே சாத்தியக்கூறுகள் ஒமேகா ஒமேகா சதுரத்துடன் மைனஸ் ஒமேகா சதுரத்துடன் கூட்டு அல்லது ஒமேகாவைச் சேர்க்க வேண்டும், எனவே நான் மீண்டும் நினைவுபடுத்த முயற்சித்தால் இந்த வெளிப்பாடுகளில் சிலவற்றில் மட்டுமே கவனம் செலுத்துகிறேன், எனவே இங்கே ஒமேகா ஒமேகாவைக் கழிக்கவும்.

சதுரம் மற்றும் பிற சாத்தியக் கழித்தல் ஒமேகா மைனஸ் ஒமேகா சதுரம் எனவே இந்த சாத்தியக்கூறின் கீழ் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் முழு எண்ணாக இருக்கும் என்பதை நீங்கள் காணலாம், எனவே நான் எல்லா இடங்களிலும் ஒன்றை எடுத்துக் கொண்டால் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 0 1 2 மட்டுமே என்பதை எளிதாகச் சரிபார்க்கலாம்.

3.

எனவே இந்தச் சரிபார்ப்பைச் செய்வதற்கான ஒரு பயிற்சியாக நான் விட்டுவிடுகிறேன், பின்வரும் வெளிப்பாட்டின் மதிப்பைக் கணக்கிடுவதற்கு மற்றொரு சிக்கலைச் செய்வோம் இங்கே மீண்டும் ஒமேகா ஒற்றுமையின் கன மூலமாகும், எனவே கூட்டல் வெளிப்பாட்டிற்கான மதிப்பைக் கணக்கிட வேண்டும், எனவே பண்புகளை நினைவுபடுத்த முயற்சிக்கவும்.

ஒமேகா ஒன் ஒன் ஒன் பிளஸ் ஒமேகா ஸ்கொயர் இது பூஜ்ஜியம் மற்றும் ஒமேகா பவர்  $n$  மூன்றின் பெருக்கமாக இருந்தால் சக்தி மூன்று அல்லது மூன்று மூன்று பல மடங்கு மூன்றாக இருந்தால், பொதுவாக நீங்கள் ஒன்றைப் பெறுவீர்கள், அதை ஒமேகா பவர்  $n$  என எழுதலாம்.

மூன்றின் பெருக்கமாகும், அதாவது நான் மூன்றின் மீதி பூஜ்ஜியத்தால் வகுத்தால் மீதியானது ஒரு ஒமேகாவாகும் சரி, இப்போது இங்கே சில வடிவங்களைப் பார்க்க முயற்சிக்கவும், அதாவது ஒரு மைனஸ் ஒமேகா சதுரம் என்ற வெளிப்பாட்டை நான் கருத்தில் கொண்டால், இது மைனஸ் ஒமேகாவுக்குச் சமம் மற்றும் 1 பிளஸ் ஒமேகா சதுரம் மீண்டும் மைனஸ் ஒமேகா என மாற்றப்படும், எனவே மைனஸ் 2 ஓம் கிடைக்கும்  $e_{ga}$ , 1 கழித்தல் ஒமேகா சதுரம் மற்றும் ஒமேகா பவர் 4 என்று நான் கருதினால், இது ஒமேகாவைத் தவிர வேறில்லை, எனவே இது ஒரு கழித்தல் ஒமேகா சதுரம் மற்றும் ஒமேகா, மதிப்பு மீண்டும் ஒரு கூட்டல் ஒமேகாவை மைனஸ் ஒமேகா சதுரத்தால் மாற்றினால், மைனஸ் இரண்டு ஒமேகா சதுரத்தைப் பெறுவோம்.

நான் மூன்று கூட்டல் ஆறு அடுத்த அடுத்த எக்ஸ்ப்ரெஷனுக்குச் சென்றால், உடனடியாக அது ஒன்று என்பதை நாம் காண்கிறோம், எனவே பொதுவான கவனிப்பு ஒன்று கழித்தல் ஒமேகா சக்தி  $n$  கூட்டல் ஒமேகா சக்தி இரண்டு  $n$  என்பது  $n$  மூன்றின் பெருக்கமாக இருந்தால் ஒன்று மற்றும் கழித்தல் கிடைக்கும் 2 ஒமேகா என்றால்  $n$  1 மோட் 3 க்கும், மைனஸ் இரண்டு ஒமேகா சதுரம் என்றால்  $n$  ஐ மூன்றால் வகுக்கும் போது மீதமுள்ள காலமானது இரண்டாக இருந்தால், இந்த கவனிப்புடன் இப்போது தயாரிப்பு எளிமையாகிறது, எனவே இப்போது நாம் என்ன செய்ய முடியும் என்றால் இந்த கவனிப்பின் மூலம் உங்களால் முடியும் மூன்று சொற்களை தொடர்ச்சியாக இணைக்கவும், அதாவது முதல் மூன்று சொற்களின் தயாரிப்பைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள், எனவே நாம் பெறும் முதல் மூன்று கால தயாரிப்பு வேகமான மைனஸ் இரண்டு ஒமேகா மற்றும் அடுத்த கால இரண்டு ஒமேகா சதுரம் மற்றும் வது இ அடுத்த சொல் ஒன்று எனவே மதிப்பு இரண்டு சதுரம் மீதி ஒமேகா க்யூப் ஒன்று, நான் மற்ற மூன்றின் தொகுப்பை

மீண்டும் எடுத்துக் கொண்டால் , இந்த கவனிப்பின் மூலம் நீங்கள் இரண்டு சதுரத்தைப் பெறப் போகிறீர்கள் , தயாரிப்பின் மதிப்பு பின்வரும் வெளிப்பாடு மூலம் வழங்கப்படுகிறது n என்பது மூன்றின் பெருக்கல் என்று வைத்துக் கொள்வோம், பிறகு மூன்று மூன்று சொற்களை ஒன்றோடொன்று இணைத்து, பிறகு நாம் 2 சதுரத்தைப் பெறப்போகும் தயாரிப்பு

மற்றும் நீங்கள்

n ஆகப் பெருக்கப் போகும் எண்ணிக்கையை 3 ஆல் பெருக்கப் போகிறீர்கள்.

n என்பது மூன்று கூட்டல் ஒன்றின் பெருக்கத்தைக் கூறும்போது , மூன்று மூன்று சொற்களையும் இணைக்கும் போது, நாம் ஒரு சொல்லை விட்டுவிடுவோம், இது ஒரு மைனஸ் ஒமேகா கூட்டல் ஒமேகா சதுரம் ஆகும், எனவே நீங்கள் பெறுவது இரண்டு சதுர சக்தியாகும் நீங்கள் 3 ஆல் வகுக்கிறீர்களா

, அதன் விகிதத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், பின்னர் நாம் மூன்று சொற்களில் இணைக்காத மற்றொரு காரணி உள்ளது, இது

இரண்டு ஒமேகாவை கழித்தல் மற்றும் n என்றால்

3 k கூட்டல் 2 என்று கூறினால், இதே போன்ற வாதத்துடன் 2 சதுர t கிடைக்கும் அவருடைய n இன் விசுவாசம்

மைனஸ் இரண்டு ஒமேகா மற்றும் மைனஸ் 2 ஒமேகா சதுரத்துடன் பெருக்கப்படுகிறது, எனவே இப்போது இந்த வெளிப்பாட்டை எளிதாக்குவதன் மூலம் தயாரிப்பு காரணிக்கான மதிப்பைப் பெறுகிறோம், இப்போது நேர்கோடு போன்ற வடிவியல் பொருளைப் படிக்க முயற்சிப்போம்.

ஒரு வட்டம் எனவே முதலில் சிக்கலான விமானத்தில் ஒரு நேர் கோட்டின் சமன்பாடு என்ன என்பதைப் பற்றி விவாதிப்போம், எனவே சிக்கலான விமானத்தில் உள்ள நேர்கோட்டின் சமன்பாடு ஆல்பா பார் z பார் மற்றும் ஆல்பா z மற்றும் பீட்டா பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான ஆல்பாவால் வழங்கப்படுகிறது என்பதைக் காண்பிப்போம்.

பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பு எண் மற்றும் பீட்டா ஒரு உண்மையான எண்ணாக இருக்க வேண்டும், எனவே கார்ட்டீசியன் ஒருங்கிணைப்பு அமைப்பில் ஒரு நேர்கோட்டின் பொதுவான சமன்பாடு கோடாரி

கூட்டல் மற்றும் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான c ஆல் கொடுக்கப்படுகிறது, அங்கு abc

உண்மையான எண்கள் ஒரு கோட்டைக் குறிக்கும் இந்த நிபந்தனையைச் சேர்க்க a அல்லது b பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும், ஒரு சதுரம் மற்றும் b சதுரம் பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும்,

எந்த ஜோடி xy இந்த சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்துகிறது, இப்போது கார்ட்டீசியன் விமானத்தில் இந்த xy ஐக் கண்டறியவும், பிறகு ஒரு ஸ்ட்ரை கிடைக்கும் gt line இப்போது இந்த ஜோடி xy க்கு நாம் ஒரு கலப்பு எண்ணை இணைக்கலாம், அதாவது x x க்கு சமமாக z ஐ x ப்ளஸ் iy என்று சொல்லலாம், பின்னர் x ஆனது z கூட்டல் z பட்டியால் 2 ஆல்

வழங்கப்படுகிறது மற்றும் y என்பது z மைனஸ் z பார் 2 ஆல் வழங்கப்படுகிறது.

கார்ட்டீசியன் விமானத்தில் உள்ள ஜோடி தனிமத்தை கலப்பு எண்ணுடன் இயற்கையாக இணைத்துக்கொண்டிருக்கிறோம் என்பதை நான் இப்போது நினைவுபடுத்துகிறேன்.

இப்போது z மற்றும் z பட்டியின் அடிப்படையில் இது என்ன, y என்றால் என்ன என்பதைக் காண முடிகிறது .

பிளஸ் b மடங்குகள் z கூட்டல் z பார் z மைனஸ் z பார் 2 i கூட்டல் c பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் மற்றும் z பட்டிக்கான குணகத்தை இணைத்தால் அது

ஒரு கூட்டல் ib ஐ 2 ஆல் மற்றும் z மடங்கு ஒரு கழித்தல் ib ஐ இரண்டு கூட்டல் c பெருக்கல் பூஜ்யம் ஆல்பாவை இந்த எண்ணாகக் கருதினால், அதை மேலும் எளிமைப்படுத்தலாம்

ஆல்ஃபாவை மைனஸ் ib ஆக இரண்டால் மாற்றினால்,

z bar ஐ ஆல்பா பார் மற்றும் ஆல்பா z கூட்டல் c பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக பெருக்கப்படும் பூஜ்ஜியமல்லாத கலப்பு எண் மற்றும் c என்பது மற்றொரு முனை என்று கவனிப்பு என்று

கூறினால், ஆல்பாவை பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பு எண் மற்றும் c ஒரு உண்மையான எண் என்று சுருக்கமாகச் சொன்னால்

, சிக்கலான விமானத்தில் உள்ள நேர்கோட்டை விவரிக்கும் பின்வரும் சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்.

இந்தக் கோட்டின் சாய்வு என்ன என்று கேட்கவும் , கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் சாய்வை நீங்கள் கருத்தில் கொண்டால், அது கோடாரி கூட்டல் மற்றும் c 0 க்கு சமமாக இருந்தால் , சரிவைப் பெறுவோம், அது m ஆக மைனஸ் a by b ஆக உள்ளது, நீங்கள் b என்பது பூஜ்ஜியமாக இல்லை என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

ஆல்பா அடிப்படையில் இந்த சமன்பாட்டின் சாய்வு என்ன என்பதை எளிதாகப் பெறலாம்,

எனவே சமன்பாட்டின் சரிவு ஒன்று நமக்குத் தேவை, ஆல்பா இவ்வாறு இருப்பதால்  $a$  ஆல்பா மற்றும் ஆல்பா பட்டியால் பெறப்படலாம் மற்றும்  $b$  என்பது ஆல்பா பார் மைனஸ் ஆல்பாவால் வழங்கப்படுகிறது.

சரிவு  $m$  ஐ டைம்ஸ் ஆல்பா பிளஸ் ஆல்பா பட்டை ஆல்ஃபா மைனஸ் ஆல்பா பட்டையால் வகுத்திருப்பதைக் காணலாம், எனவே இந்த நிலையான சமன்பாட்டிலிருந்து ஒருவர் நேர்கோடுகளின் பண்புகளை எளிதாகப் பெறலாம்.

நேர்கோட்டின் தொடர்புடைய குணகங்களைப் படிப்பதன் மூலம் செங்குத்து கோடுகளைப் படிப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம், அதாவது இரண்டு நேர் கோடுகள் கொடுக்கப்பட்டால், இந்த இரண்டு கோடுகளும் இணையாக இருக்கும், இந்த சமன்பாட்டை நீங்கள் கார்ட்டீசியனில் நினைவுபடுத்தினால் மட்டுமே.

இரண்டு கோடுகளின் இந்த சரிவுகளை நீங்கள் எடுக்கும் ஒருங்கிணைப்பு அமைப்பு, மீ ஒன்று கோட்டிற்கு ஒரு சாய்வு மீ  $\theta$  என்று வைத்துக் கொள்வோம், மீ ஒன்று மீ  $\theta$ க்கு சமமாக இருந்தால், இரண்டு கோடுகளும் இணையாக உள்ளன என்று நீங்கள் கூறுவீர்கள்.

அதற்கு ஆல்பா 1 பார் ஆல்ஃபா 1 என்று நீங்கள் அதை சிக்கலான விமானத்தின் ஒருவித சாய்வாகக் கருதுகிறீர்கள், அவை சமமாக இருந்தால், அது இணையாக இருப்பதைப் பெறுவீர்கள், அதேபோல் எங்களிடம் மற்றொரு எக்ஸ்பிரஸ் உள்ளது.

அயனியை செங்குத்தாக விவரிக்க, இரண்டு கோடுகள் செங்குத்தாக இருக்கும் என்று சொல்கிறோம்,

இந்த சாய்வுக் காரணியை ஆல்ஃபா ஒரு பட்டியில் ஆல்ஃபா ஒன்றால் அந்த விகிதமும் மற்ற சாய்வு காரணியும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருக்க வேண்டும் என்றால் மட்டுமே இந்த இரண்டு கோடுகளும் செங்குத்தாக இருக்கும்.

செங்குத்தாக உள்ளன, எனவே சிக்கலான விமானத்தில் உள்ள ஒரு வட்டத்தின் சமன்பாட்டைப் படிக்க முயற்சிப்போம்,

எனவே நாம் படித்தது எளிமையானது

, இது சிக்கலான விமானத்தில் மோட்ஸ் மூலம் விவரிக்கப்பட்ட அலகு வட்டம் ஆகும், எனவே ஆரம் நிலையானது இது ஒன்று பின்னர் நாம் பெறும் புள்ளிகளை 0 ஆகவும் ஆரம் 1

ஆகவும் கண்டறியலாம், மேலும் நாம் ஒரு அளவுரு சமன்பாட்டாக எழுத முயற்சித்தால்,  $z$  ஐப் பெறுவோம், அதாவது  $\cos \theta$  மற்றும்  $\sin \theta$  மற்றும்  $i \sin \theta$  with  $\theta = 0$  முதல்  $2\pi$  வரை மாறுபடும் மற்றும்  $z$  இன் மாடுலஸ் நான் இதேபோல் மையத்தை தோற்றமாகவும், ஆரம்  $r$  ஆகவும் கருதினால், இது  $r$  க்கு சமமான  $\text{mod } z$  ஆல் விவரிக்கப்பட்டால், இங்கே நீங்கள் அளவுருவை  $r$  க்கு சமமான  $z$  எனப் பெறுவீர்கள்  $r$  ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்டத்தை மையமாகக் கொண்டு அதை அழைக்கிறோம், இப்போது இந்த சிக்கலான விமானத்தில் ஒரு பொது வட்ட

சமன்பாட்டை எவ்வாறு விவரிப்பது என்று ஒருவர் கேட்கலாம்.

குறிப்பாக மூலத்தை மையமாகக் கொண்டது, எனவே இங்கே மையம் நிலையானது என்று சொல்லுங்கள், நாங்கள் எதை விவரித்தாலும் வட்டங்கள் மட்டுமே ஆரங்கள் மாறுபடும் என்று நான் பொதுவாக விவரிக்க முயற்சித்தால், நான் மையத்தை வேறு இடத்திற்கு நகர்த்த வேண்டும்,

அதனால் என்ன இருக்கும் என்பதை விவரிக்க என் ஆர்வம் வட்டச் சமன்பாடு, விமானத்தின் எந்தப் புள்ளியையும் நான் கருத்தில் கொண்டால்,  $z$  Nough ஐ மையமாகக் கூறுவோம், மேலும் ஆரத்தை  $r$  என அழைப்போம், இதற்கான சமன்பாடு என்ன, இது போன்ற ஒரு சிக்கலை நாம் பார்த்திருக்கிறோம், அதாவது இந்த குறிப்பிட்ட ஒன்றை மாற்ற வேண்டும் என்று சொல்ல வேண்டும்.

தோற்றத்திற்கு, நான்  $z$  இல்லாமல் மாறினால், முழு புள்ளிகளும் நகர்ந்து செல்லும், மையம் ஆரம்  $r$  ஆக இருக்கும், அதாவது என்ன நடக்கிறது என்பது ஒரு வட்டத்தின் பொதுவான சமன்பாடு என்பதை உணர முடியும்.

$ed$ , கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தை  $z$  ஆக மாற்றினால், இப்போது இதை மூலத்திற்கு நகர்த்தியுள்ளோம், இங்கு விவரித்தது என்னவென்றால், மையமாக எந்த வட்டமும் இருந்தால், அது இந்த அளவுருவில் கொடுக்கப்பட்டால், இப்போது நான் எனது வட்டத்தை இதற்கு மாற்றியுள்ளேன்.

தோற்றம்  $z$  நாட் இப்போது இந்த வட்டம்  $r \cos \theta$  டீட்டாவால் அளவுருவாக உள்ளது, இது  $z$  மைனஸ்  $z$  நாட் மாடுலஸ்  $r$  இங்கே டீட்டா கள் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து இரண்டு  $\pi$  வரை

இருக்கும் என்று சொல்வது போல் உள்ளது.

$r$  க்கு சமமான  $z$  மைனஸ்  $z$  நாட் இன் மாடுலஸை இப்போது நான் ஸ்கொயர் செய்தேன், இது ஒன்றும் இல்லை எனிய குறிப்புடன்  $z$  naught ஐ  $x$  naught plus  $iy$  Naught என்று கூறுவோம், மேலும் இந்த சமன்பாட்டை  $x$  ஆக திருப்திப்படுத்தும் தன்னிச்சையான புள்ளி  $z$  என்று கருதுவோம்.

$plus\ iy$  பின்னர்  $z$  கழித்தல்  $z$  நாட் சதுரத்தின் மாடுலஸ்  $x$  கழித்தல்  $x$  இல்லை முழு சதுரம் மற்றும்  $y$  கழித்தல்  $y$  நாட்  $d$  முழு சதுரம்  $r$  சதுரத்திற்கு சமம்  $ok$  எனவே இந்த சமன்பாட்டிலிருந்து சிக்கலான எண்ணிலிருந்து தெளிவாகிறது விமானத்துடன் கார்ட்டீசியன் விமானத்துடன் இணைந்தால், அது ஒரு வட்டத்தின் பொதுவான சமன்பாட்டை விவரிக்கும் எந்த சமன்பாட்டையும் நாம் காண்கிறோம், எனவே இந்த சமன்பாட்டை மேலும் ஆராய்வோம், எனவே நட்சத்திரத்தை மீண்டும்  $z$  மைனஸ்  $z$  நாட் பட்டியுடன்  $z$  மைனஸ்  $z$  நாட் தயாரிப்பு என்று எழுதலாம், எனவே அது ஒவ்வொன்றும்  $r$  சதுரமாக இருக்கும் ஒரு இணைப்பானது  $z$  பட்டியில்  $z$  ஆக இருக்கும் வெளிப்பாடாகப் பெறுவது மற்றும் பிற சொற்கள்  $z$  இல்  $z$  நாட் பார் கழித்தல்  $z$  பார்  $z$  நாட் பிளஸ் மோட்  $z$  நாட் சதுரம் கழித்தல்  $r$  சதுரம்  $0$  க்கு சமம்.

எனவே இப்போது இது சிறியதாகத் தெரிகிறது

$zz$  பார் மைனஸ்  $zz$  நாட் பார் மைனஸ்  $z$  பார்  $z$  நாட் கூட்டல் சி பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்று படிவத்தின் சமன்பாடு பார்க்க முடியும் என்று பொதுவாக பார்வையாளர்கள் கூறுகிறார்கள் ஒருவர் வட்டத்தை விவரிக்கிறார் என்றால், நாம் சிசியில் மட்டும் கவனம் செலுத்த வேண்டிய நிபந்தனை என்னவென்றால்,  $c$  என்பது மோட்  $z$  நாட் ஸ்கொயர் மைனஸ் ஆர் ஸ்கொயர் தான், இப்போது நாம் இந்தச் சொல்லைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்  $er$  சதுரம்  $0$  ஐ விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும், அதுதான் பொது வட்டத்தை மையமாக  $z$  ஆக  $r$  ஆக ஆரம் கொண்டு பெறுவதற்கு தேவையான ஒரே நிபந்தனையாகும், எனவே இங்கே  $c$  என்பது இந்த வெளிப்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது, மேலும் இந்த

$r$  சதுரத்திலிருந்து  $r$  சதுரம்  $\text{mod } z$  ஆல் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்கிறோம்.

நாட் ஸ்கொயர் மைனஸ் சி என்பது பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும், அது சி என்பது மோட்  $z$  ஐ விட ஒரு உண்மையான எண் சரி, எனவே நான் சுருக்கமாகச் சொன்னால், வட்டத்தின் சமன்பாட்டை சுருக்கினால், சி இந்த நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்கிறது, எனவே சி இந்த நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்தால் சரி இந்த சமன்பாடு  $z$  ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தை விவரிக்கிறது என்று கூறலாம், ஆனால் ஆரம் பெறுவதற்கு நாம் கையாள வேண்டும், இது ஒரு எனிய சிக்கலைப் பற்றி விவாதிப்போம், அனைத்து சிக்கலான எண்களின் தொகுப்பும் சில நிலையான ஆல்பா மற்றும் பீட்டா மற்றும் ஒரு நிலையான இந்த சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்துகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

$k$  பின்னர்

, ஆல்பா மற்றும் பீட்டாவிலிருந்து சதுரம் இரண்டு  $k$  க்கும் குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்றால் மட்டுமே அது வட்டத்தை குறிக்கிறது, எனவே ஒரு கலப்பு எண் இதை திருப்திப்படுத்துகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம் இந்த முடிவை நிரூபிக்க முயற்சிப்போம். சமன்பாடு பின்னர்  $\text{mod } z$  மைனஸ் ஆல்பா சதுரம் மற்றும்  $z$  கழித்தல் பீட்டா முழு சதுரம் இது  $k$  க்கு சமம், அது  $z$  மைனஸ் ஆல்பாவுடன்  $z$  பார் ஆல்பா பட்டை மற்றும்  $z$  மைனஸ் பீட்டா தயாரிப்புடன்  $z$  கழித்தல் பீட்டாவுடன் பெருக்கப்படுகிறது முந்தைய முடிவை நினைவுபடுத்திக் கொள்ளுங்கள், இந்த குறிப்பிட்ட வடிவத்தில் நாம் பெற வேண்டிய ஒரு வட்டத்தைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த வேண்டும், எனவே இந்த குறிப்பிட்ட வடிவத்தில் எளிமைப்படுத்த முயற்சிப்போம், எனவே  $z$  பட்டியில்  $z$  ஒரு காரணியை இங்கிருந்து மற்றொரு காரணியாகக் கொண்டுள்ளோம்.

இந்த வெளிப்பாடு  $z$  பட்டியில்  $z$  இன் இரண்டு மடங்கு மற்றும் மைனஸ்  $z$  ஆல்பா பார் மைனஸ்  $z$  பார் ஆல்பா மற்றும் பிளஸ் மோட் ஆல்பா ஸ்கொயர் மற்றும் பிற சொற்கள்  $z$  பீட்டா பார்  $z$  பார் பீட்டா பிளஸ் மோட் பீட்டா ஸ்கொயர் ஆகும், இது  $k$  க்கு சமம், இப்போது நம்மிடம் உள்ளது  $zz$  பார் எனவே  $z$  இன் குணகத்தை ஆல்பா பார் பிளஸ் பீட்டா பார் மைனஸ்  $z$  பார் ஆல்பா பிளஸ் பீட்டாவை இணைக்க முயற்சிக்கவும், மேலும் அனைத்து மாறிலிகள் மோட் ஆல்பா ஸ்கொயர் மற்றும் மோட் பீட்டா ஸ்கொயர் மைனஸ் கே ஆகியவற்றை சேகரிப்போம் இது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் இது  $c$  போன்ற நமது மாறிலி.

தோன்றும் முந்தையதில்  $d$  இப்போது மையப்புள்ளியானது ஆல்பா பிளஸ் பீட்டா ஆல்  $2$  ஐத் தவிர வேறொன்றுமில்லை, எனவே  $z$  பை  $z$  பார் மைனஸ்  $z$  ஆல்பா பார் பீட்டா பட்டியில்  $2$  மைனஸ்  $z$  பார் ஆல்பா பிளஸ் பீட்டா  $2$  ஆல் இருப்பதைக் காண்கிறோம், அதை இப்போது

மாறிலி  $c$  என அழைப்போம்.

இது ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்கும் , அப்படியானால் மட்டுமே இது நட்சத்திரங்களின் வட்டத்தை விவரிக்கிறது என்றால், நமது மாறிலி  $c$  என்பது  $z$  நாட் சதுரத்தின் மாடுலஸை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்றால்,  $z$  இல்லை இங்கே ஆல்பா பிளஸ் பீட்டா இரண்டால் கொடுக்கப்பட்டால், இது ஆல்பா பிளஸ் பீட்டா இரண்டு முழுவதுமாக இருக்கும்.

சதுரம் எனவே சி என்பது ஆல்பா பிளஸ் பீட்டாவின் மாடுலஸை விட இரண்டு குறைவாக உள்ளது ஒன்றுக்கு நான்கு மோட் ஆல்பா ஸ்கொயர் மோட் பீட்டா ஸ்கொயர் மற்றும் ஆல்பா பீட்டா பார் பிளஸ் ஆல்பா பார் பீட்டா இப்போது இந்த சமத்துவமின்மையை எளிதாக்கினால், நாம் சொல்வதை விட மைனஸ் கே குறைவாக கிடைக்கும் வலது கை மைனஸ் மோட் ஆல்பா ஸ்கொயர் மைனஸ் மோட் பீட்டா ஸ்கொயர் மற்றும் பிளஸ் ஆல்பா பீட்டா பார் பிளஸ் ஆல்பா பார் பீட்டா இரண்டு பக்கத்துக்கும் உள்ள மைனஸ் அடையாளத்தால் பெருக்கினால் , ஆல்ஃபா மைனஸ் பீட்டாவின் மாடுலஸ் என்ற தலைகீழ் சமத்துவமின்மையைப் பெறுகிறோம், இது ஒன்றுக்கு குறைவான சதுரம் ஆகும்.

தவறு இது இரண்டு  $k$  ஐ விட இரண்டு குறைவாக உள்ளது எனவே  $z$  இந்த சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்யும் போதெல்லாம் விரும்பிய முடிவு மற்றும் ஆல்பா பீட்டா  $k$  என்ற மாறிலி இதை பூர்த்தி செய்யும் போது நமக்கு ஒரு வட்டம் கிடைக்கும் மற்றும் இந்த குறிப்பிட்ட சமன்பாட்டின் மூலம் ஒரு வட்டம் கிடைக்கும் போதெல்லாம் ஆல்பா பீட்டா  $k$  திருப்திப்படுத்த வேண்டும் இந்த நிபந்தனை நான் உங்களுக்கு சில எளிய பயிற்சிகளை தருகிறேன்,  $z$  இந்த சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்துகிறது, இதில் ஆல்பா மற்றும் பீட்டா கலப்பு எண் மற்றும்  $k$  என்பது ஒரு நேர்மறை உண்மையான எண், இது ஒன்றிலிருந்து வேறுபட்டது , பின்னர் அது ஒரு வட்டத்தை குறிக்கிறது என்றும் மேலும் ஒரு உடற்பயிற்சி ஒரு சிக்கலான எண்ணைக் குறிக்கிறது என்றும் காட்டலாம்.

வட்டத்தில் இருக்கும் ஆல்பா , அது  $x$  naught  $y$  ஐ மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டம் என்பதைக் கவனியுங்கள்

1e மற்றும் ஆல்பா பட்டியில் ஒன்று உள்ள ஆல்பா பட்டி மற்ற வட்டத்தில் உள்ளது, ஆனால் மையம் ஒன்றுதான் ஆனால் ஆரம் நான்கு  $r$  சதுரம், பின்னர்  $z$  நாட் சதுரத்தின் மாடுலஸ்  $r$  சதுரம் கூட்டல் இரண்டால் கொடுக்கப்படுகிறது, எனவே நாம் தீர்மானிக்க முடியும்.

ஆல்ஃபாவின் மதிப்பு,

அதனால் நான் பதிவை எழுதுகிறேன், தயவுசெய்து அதைச் சரிபார்க்கவும் , நான் முதலில் ஒரு சிக்கலான எண் அமைப்பை அறிமுகப்படுத்தினோம், அங்கு நாங்கள் பிளஸ் செயல்பாட்டையும் தயாரிப்பு செயல்பாட்டையும் அறிமுகப்படுத்தினோம், அதன் பிறகு ஒரு சிக்கலான மாடுலஸ் என்ன என்பதை அறிமுகப்படுத்துகிறோம் ஒரு கலப்பு எண்ணின் எண் மற்றும் இணைத்தல், அதன் பிறகு பல ஏற்றத்தாழ்வுகளைப் படித்தோம் .

விரிவுரையில் நாம் நேர்கோட்டு வட்டங்கள் போன்ற பல வடிவியல் பொருட்களை சிக்கலான விமானத்தில் எவ்வாறு குறிப்பிடலாம் என்பதைப் பற்றி விவாதிக்கிறோம் , இது ஒரு வகையான விளக்கத்தை அளிக்கிறது.

எந்தவொரு வடிவியல் சிக்கலையும் சிக்கலான விமானத்தில் உணர முடியும் மற்றும் சிக்கலான விமானத்தில் உள்ள சிக்கல்களை வடிவியல் சிக்கலுக்கு மாற்ற முடியும், மேலும் இது ஒரு சிக்கலை வேறு பார்வையில் தீர்க்க ஒருவித சுதந்திரத்தை அளிக்கிறது, எனவே இத்துடன் எங்கள் விரிவுரைகளை முடிக்கிறோம்.

சிக்கலான எண்கள் நன்றி