नमस्कार विद्यार्थ्यांचे शेवटच्या लेक्चरमध्ये कॉम्प्लेक्स नंबर्सवरील लेक्चर्समध्ये स्वागत आहे.

आम्ही एकतेच्या nव्या मूळच्या समस्यांवर चर्चा केली होती, विशिष्ट घनमुळांमध्ये एकतेच्या क्यूब रूट्सवर चर्चा केली होती .

abc जे घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने दिलेले असेल तर ते पुढील समीकरणाचे समाधान करते जे अधिक ओमेगा बी अधिक ओमेगा वर्ग c समान शून्य आहे जेथे ओमेगा हे एकतेचे घनमूळ आहे आणि जर ते समभुज त्रिकोण असेल तर आणि जर ते या समीकरणाचे समाधान करते तरच तसेच ते इतर समीकरणाचे समाधान करते जे चौरस अधिक b चौरस अधिक c वर्ग समान ab अधिक bc अधिक ca यासह एक साधी समस्या करू या टी शिरोबिंदू असलेला त्रिकोण

आहे याला जटिल संख्यांमध्ये z1 z2 z3 असे म्हणू या त्यांचा मापांक समान आहे आणि त्यांची बेरीज 0 आहे असा गुणधर्म मग आपल्याला t हा समभुज त्रिकोण आहे हे दाखवावे लागेल म्हणून आपल्याला जे दिले जाते ते समान परिमाण असलेले तीन शिरोबिंदू आहेत आणि त्यांची बेरीज शून्य आहे जी ऐक्य गुणधर्माच्या घनमूळाच्या क्रमवारीच्या जवळजवळ समान आहे परंतु आपल्याला माहित आहे की एकतेचे घनमूळ त्यांचे मॉड्यूलस इतके समान आहे जे एक आहे परंतु येथे असे म्हटले जात नाही की ते फक्त दिले आहे मॉड्युलस समान आहेत जे आपल्याला माहित नाही की ते एकक वर्तुळावर आहे की एकक वर्तुळापेक्षा जास्त आहे, म्हणून आपण आपल्याला काय दिले आहे ते पाहण्याचा प्रयत्न करूया कारण त्यांचे मापांक समान आहेत म्हणून ते एका वर्तुळावर आहेत ज्या त्रिज्या आपण कॉल करू शकतो.

हे r म्हणून ते z एक z दोन z तीन वर्तुळावर वितरीत केले जातात जे आपल्याला दिलेले आहे त्यांची बेरीज शून्य आहे या समीकरणातून जो घटक दिलेला आहे ही या तीन जटिल संख्यांची बेरीज शून्य आहे जर आपण संयुग्मन घेतले तर ती आहे त्याच समीकरणाचे समाधान करणार आहे म्हणून संयुग्मन घ्या तरीही ते 0 आहे आणि याचा अर्थ असा आहे की ते z 1 बार अधिक z दोन बार अधिक z तीन बार हे शून्य आहे.

mod z1 squa ने विभाजित करा re जर आपण mod z वन स्क्वेअरने भागले तर हे मूल्य आहे तरीही ते mod z दोन स्क्वेअर तसेच mod z तीन स्क्वेअरच्या बरोबरीचे असेल तर आपल्याला येथे z वन बारला mod z वन स्क्वेअरने भागले आहे जे z one असे लिहिता येईल.

z मध्ये एक बार अधिक z दोन बार भागिले mod z एक चौरस जे mod z दोन चौरस सारखे आहे म्हणून हे z दोन मध्ये z दोन बार अधिक z 3 बार z 3 ने z 3 मध्ये भागले 3 पॉवर हे समान आहे 0.

म्हणून आपण खालील समीकरणावर पोहोचू जे एक द्वारे z एक अधिक एक द्वारे z दोन अधिक एक द्वारे z तीन हे शून्य आहे आणि आपण

या घटकासाठी सामान्य गुणाकार म्हणून z1 z2 z3 असलेल्या घटकाने गुणाकार करू शकतो आपण खालील समीकरणावर पोहोचतो आपल्याला येथे z दोन z तीन मिळतात म्हणून आपण हे समीकरण z एक z दोन z तीन असलेल्या घटकाने गुणाकार करतो आपण खालील समीकरणावर पोहोचू या समीकरण शून्य आहे चला याला समीकरण एक आणि पुन्हा मधून म्हणू या दिलेले समीकरण आपल्याकडे z वन अधिक z 2 अधिक z 3 चे मूल्य 0 आहे तर त्याचा वर्ग घ्या e ते पुन्हा 0 आहे याचा अर्थ असा होतो की विस्तारित केल्याने आपल्याला 1 वर्ग अधिक z दोन चौरस अधिक z तीन चौरस अधिक गुणांक जो दोन पट z एक z दोन अधिक z2 z3 अधिक z3 z1 आहे हा अभिव्यक्ती 0 च्या बरोबर आहे आणि समीकरणानुसार 1 हा घटक 0 आहे म्हणून आपल्याला z एक चौरस अधिक z दोन चौरस अधिक z तीन वर्ग शून्य आहे असे समजू या याला समीकरण एक आणि दोन मधून दोन असे समीकरण म्हणू या आपण पाहतो की z एक चौरस अधिक z दोन वर्ग अधिक z तीन वर्ग हा आहे z1 z2 अधिक z2 z3 अधिक z3 z1 आता आपण आधी सिद्ध केलेल्या प्रस्तावाची आठवण करू या म्हणजे जर तुमच्याकडे शिरोबिंदू abc असलेला त्रिकोण असेल तर हा समभुज त्रिकोण असेल आणि जर तो चौरस अधिक b वर्ग अधिक या समीकरणाचे समाधान करत असेल तरच c चौरस बरोबर ab अधिक bc अधिक ca या निकालातून आपल्याला समजले की t समभुज त्रिकोण आहे म्हणून आपण दिलेली समस्या सिद्ध केली आहे ती म्हणजे जर z one z दोन z तीन हे समीकरण पूर्ण करत असेल तर आपण सिद्ध केले की तो समभुज त्रिकोण आहे चला d oa आणखी एक समस्या ज्यामध्ये समान गृहीतक आहे ते म्हणजे आपल्याला तीन जटिल संख्या z एक z दोन z तीन अशा दिल्या आहेत ज्यांचे मॉड्यूलस एक या मूल्यासह समान आहेत आणि त्यांची बेरीज शून्याच्या बरोबरीची नाही तर त्यांची चौरस बेरीज शून्य आहे z एक स्क्वेअर अधिक z दोन स्क्वेअर अधिक z 3 स्क्वेअर बरोबर 0 तर आपल्याला दाखवायचे आहे की कोणत्याही पूर्णांकासाठी n 2 पेक्षा मोठे किंवा बरोबरीचे

z 1 पॉवर n अधिक z ते पॉवर n अधिक z 3 पॉवर n असे खालील अभिव्यक्ती विचारात घ्या.

त्याची परिमाण मोजा जी नेहमी एकतर 0 r 1 r 2 r तीन असेल ठीक आहे, तर आपण हा निकाल सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करू या म्हणजे आपण पहिले निरीक्षण करू की जटिल संख्या z एक वर्ग z दोन वर्ग z तीन वर्ग भिन्न आहेत समजा त्या नाहीत काय होते ते वेगळे करा म्हणजे z 1 चौरस z 2 स्क्वेअर बरोबर असे म्हणू या, तर लगेच गृहीत धरले की z तीन स्क्वेअर s वजा z एक स्क्वेअरचे दोन पट जे लगेच z 3 s wh चे मॉड्यूलस सांगतात.

ओएस स्क्वेअर हा मुळात २ आहे जो z तीनचा मापांक एक आहे या आपल्या गृहीताचा विरोधाभास आहे, म्हणून आपण पाहतो की दिलेल्या जटिल संख्या z एक z दोन z तीन वेगळ्या आहेत आणि त्या एकक वर्तुळावर आहेत म्हणजे ते सारखे नाहीत.

एका रेषेवर झोपा म्हणजे आपण त्रिकोणी त्रिकोण z1 z2 z3 असे शिरोबिंदूंसह ठेवू शकतो आणि मागील निकाल लगेच सांगेल की तो शिरोबिंदू z1 चौरस z2 चौरस z3 चौरस असलेला समभुज त्रिकोण आहे, मला मागील निकाल आठवू द्या जे आम्ही दाखवले होते जर परिमाण समान असतील आणि त्यांची बेरीज शून्य असेल तर आपण दाखवले की z एक शून्य दोन z तीन असे शिरोबिंदू असलेला त्रिकोण समभुज त्रिकोण बनवतो आता आपण पाहतो की यावरून आपण निरीक्षण करतो की त्रिकोण t शिरोबिंदू z एक चौरस z आहे.

दोन स्क्वेअर z तीन स्क्वेअर हा समभुज त्रिकोण आहे आणि लक्षात घ्या की आणखी एक टीप म्हणू आपण पाहतो की mod z एक स्क्वेअर आणि mod z दोन स्क्वेअर mod z3 स्क्वेअर ज्याचा मॉड्यूलस एक आहे म्हणजे ते एकक वर्तुळावर पडलेले असतात आणि संबंधित शिरोबिंदू आपल्याला समभुज त्रिकोण तयार करतात याचा अर्थ असा होतो की जटिल संख्या ओमेगाद्वारे जोडल्या जाऊ शकतात

म्हणजेच आपण 120 अंश फिरवून एक शिरोबिंदू मिळवू शकतो जो घनमूळाने गुणाकार केला जातो .

z 1 स्क्वेअरसह एकता आहे आणि आम्ही
z तीन चौरसाने गुणाकार केलेला दुसरा शिरोबिंदू मिळवू शकतो पुढे ओमेगा या प्रमाणाला ओमेगा स्क्वेअर z वन स्क्वेअर असे म्हणू शकतो,

त्यामुळे आपल्या लक्षात येईल की ओमेगाला ओमेगा पॉवर फोर असे लिहिले जाऊ शकते म्हणजे समान अभिव्यक्ती ओमेगा पॉवर चार गुणाकार z एक चौरस म्हणून लिहिली जाऊ शकते येथे आपण ते जसे आहे तसे ठेवतो मग आपण पाहतो की z दोन
या घटकाच्या वर्गमूळाने दिलेले आहेत जे आपल्याला ओमेगा स्क्वेअर z वन आणि z थ्री अधिक r देते.

मायनस ओमेगा टाईम्स z आता आठवा आम्हाला काय मोजायचे आहे आम्हाला z एक पॉवर n अधिक z दोन पॉवर n अधिक z थ्री पॉवर n आता टी ची गणना करा हॅट म्हणजे z 1 पॉवर nz ते पॉवर n अधिक z 3 पॉवर n हे समान आहे आपण पाहतो की z 1 पॉवर n सामान्यपणे काढले जाऊ शकते म्हणून आपल्याला येथे 1 अधिक psa वजा ओमेगा स्क्वेअर पॉवर n पुन्हा अधिक r वजा ओमेगा पॉवर n मिळेल आता आपल्याला त्याचे परिमाण मोजावे लागेल कारण z one चा मॉड्यूलस एक आहे तर z one चा मॉड्यूलस n पॉवर n एक आहे म्हणून आपण फक्त खालील कॉम्प्लेक्स नंबरचे परिमाण मोजू जे 1 अधिक r वजा ओमेगा पॉवर 2 पॉवर n अधिक r वजा आहे ओमेगा पॉवर n अशा प्रकारे आपण ताबडतोब काय म्हणू शकतो की हे तीन पेक्षा कमी किंवा समान आहे परंतु आमचा हेतू
0 1 2 3 बरोबर आहे हे दर्शविण्याचा आहे म्हणजे पूर्णांकांशिवाय इतर कोणतीही वास्तविक संख्या घेणार नाही जे शून्य ते तीन दरम्यान आहे

त्यामुळे हे सहज लक्षात येऊ शकते कारण आपण पाहू शकतो की कोणत्याही मूल्यासाठी ही अभिव्यक्ती समान असेल म्हणजेच ओमेगा पॉवर 2 n समान असेल ओमेगा पॉवर n म्हणून आमचा प्रश्न आहे की हे कधी होईल हे सांगा
फक्त wh समान असेल en ओमेगा पॉवर n एक आहे

त्यामुळे याचा अर्थ असा की जर मी n पूर्णांक व्हॅल्यू 2 3 आणि असेच 3 मल्टिपल असताना n घेतले तर तुम्हाला येथे समान मूल्य मिळेल ते ओमेगा पॉवर दोन n तसेच ओमेगा पॉवर n तुम्हाला मिळेल.

समान मूल्य जे एक आहे, अन्यथा तुम्हाला नेहमी येथे मिळेल जो एक वेगळा घटक आहे जो येथे आहे तुम्हाला ओमेगा स्क्वेअर मिळू शकेल अशा स्थितीत तुम्हाला येथे ओमेगा आर वन मिळेल

त्यामुळे n च्या गुणाकारापेक्षा भिन्न असल्यास कोणतेही समान घटक नसतील तीन तर या निरीक्षणाने आपण पाहतो की आपल्याला येथे फक्त शक्यता मिळते

त्यामुळे शक्यता म्हणजे ओमेगा ओमेगा स्क्वेअर म्हणजे ओमेगा स्क्वेअरची बेरीज किंवा ओमेगा वजा ओमेगा स्क्वेअर सह करणे आवश्यक आहे, म्हणून मी पुन्हा आठवण्याचा प्रयत्न केला तर मी फक्त यापैकी काही अभिव्यक्तींवर लक्ष केंद्रित करत आहे

त्यामुळे येथे ओमेगा ओमेगा वजा करा स्क्वेअर आणि इतर शक्यता वजा ओमेगा वजा ओमेगा स्क्वेअर

त्यामुळे या शक्यतेखाली तुम्ही पाहू शकता की त्यांची बेरीज नेहमीच पूर्णांक असेल म्हणून जर मी सर्वत्र एक घेतले तर त्यांची बेरीज एक सहज पडताळू शकते की त्यांची बेरीज फक्त 0 1 2 असेल आणि 3.

म्हणून ही पडताळणी करण्यासाठी मी एक व्यायाम म्हणून सोडतो आपण दुसरी समस्या करू या येथे पुन्हा खालील अभिव्यक्तीच्या मूल्याची गणना करूया ओमेगा हे एकतेचे घनमूळ आहे म्हणून आपल्याला अधिक अभिव्यक्तीसाठी मूल्य मोजावे लागेल म्हणून गुणधर्म आठवण्याचा प्रयत्न करा .

ऑफ ओमेगा वन म्हणजे एक अधिक ओमेगा ओमेगा स्क्वेअर हे शून्य आहे आणि ओमेगा पॉवर n जर ते तीनचे मल्टिपल असेल तर पॉवर तीन किंवा तीनचे तीन मल्टीपल असेल तर तुम्हाला सर्वसाधारणपणे एक मिळेल आम्ही त्याला ओमेगा पॉवर n असे लिहू शकतो जर एक असेल तर n तीनचा गुणाकार आहे म्हणजे शेष म्हणजे जर मी तीनने भागले तर उर्वरित शून्य असेल तर मूल्य एक ओमेगा असेल जर n तुम्ही तीनने भागले तर उर्वरित एक असेल तर
तुम्हाला मूल्य ओमेगा ओमेगा स्क्वेअर मिळेल जर उर्वरित दोन असेल तर जेव्हा आपण n तीनने भागतो ठीक आहे म्हणून आता येथे काही पॅटर्न पाहण्याचा प्रयत्न करा म्हणजे जर मी एक वजा ओमेगा स्क्वेअर हा उणे ओमेगाच्या बरोबरीचा असेल आणि 1 प्लस ओमेगा स्क्वेअरच्या जागी पुन्हा मायनस ओमेगा असेल तर आपल्याला उणे 2 ओम मिळेल.

ega जर मी पुढील अभिव्यक्ती विचारात घेतली ती म्हणजे 1 वजा ओमेगा स्क्वेअर अधिक ओमेगा पॉवर 4 जी ओमेगाशिवाय दुसरे काहीच नाही, म्हणजे एक वजा ओमेगा स्क्वेअर अधिक ओमेगा हे मूल्य पुन्हा एक अधिक ओमेगाला मायनस ओमेगा स्क्वेअरने बदलले तर आम्हाला मायनस दोन ओमेगा स्क्वेअर मिळेल जर मी पुढील पुढील अभिव्यक्तीमध्ये गेलो जी तीन अधिक सहा आहे ती लगेचच एक आहे असे आपण पाहतो तर सामान्य निरीक्षण एक वजा ओमेगा पॉवर n अधिक ओमेगा पॉवर दोन n असे आहे
जर n तीनचा गुणाकार असेल तर आपल्याला एक अभिव्यक्ती मिळेल आणि आपल्याला वजा मिळेल 2 ओमेगा जर n समान असेल तर 1 मोड 3 आणि उणे दोन ओमेगा स्क्वेअर असेल तर उरलेली टर्म दोन असेल जेव्हा आपण n ला तीन ने भागतो तेव्हा या निरीक्षणाने आता उत्पादन आता सोपे झाले आहे

त्यामुळे आता आपण काय करू शकतो हे या निरीक्षणाद्वारे आपण करू शकता सलग तीन संज्ञा एकत्र करा म्हणजे पहिल्या तीन पदांच्या उत्पादनाचा विचार करा म्हणजे पहिल्या तीन पदांचे उत्पादन जे अधिक जलद आहे ते उणे दोन ओमेगा आणि पुढील पद दोन ओमेगा वर्ग आणि थ e पुढील संज्ञा एक आहे

त्यामुळे मूल्य दोन चौरस आहे उर्वरित ओमेगा क्यूब आहे जे एक आहे जर मी तीनचा दुसरा संच पुन्हा घेतला तर तुम्हाला दोन वर्ग मिळतील या निरीक्षणाद्वारे उत्पादनाचे मूल्य
खालील अभिव्यक्तीद्वारे दिले जाते समजा n हा तीनचा गुणाकार असेल तर आपण तीन तीन संज्ञा एकमेकांना एकत्र करू शकतो आणि त्यानंतर आपल्याला 2 वर्ग मिळणार आहे आणि आपण n 3 ने किती वेळा गुणाकार करणार आहोत हे जेव्हा n तीनचे गुणाकार असेल

तेव्हा घडते आणि जेव्हा n म्हणजे तीन अधिक एक चे गुणाकार म्हटल्यावर आपण तीन तीन संज्ञा एकत्र करू तेव्हा आपण एक पद सोडू जे एक वजा ओमेगा अधिक ओमेगा स्क्वेअर या पदावरून येईल

त्यामुळे तुम्हाला जी अभिव्यक्ती मिळेल ती दोन चौरस घात आहे.

तुम्ही 3 ने भागलात

तर त्याचा भागफल घ्या आणि मग आणखी एक घटक आहे जो आपण तीन पदांमध्ये एकत्र केला नाही जो उणे दोन ओमेगा आहे आणि जर n 3 k अधिक 2 असे म्हटले तर समान युक्तिवादाने आपल्याला 2 वर्ग t मिळेल त्याचा भागांक n ने तीन ने गुणाकार वजा दोन ओमेगा आणि उणे 2 ओमेगा चौरस आहे

त्यामुळे आता ही अभिव्यक्ती सरलीकृत केल्याने आपल्याला उत्पादन घटकाचे मूल्य मिळते आता आपण भौमितीय वस्तूचा अभ्यास करण्याचा प्रयत्न करूया

जी सरळ रेषेसारखी आहे आणि नंतर आपण पुढे जाऊ.

वर्तुळ म्हणून प्रथम आपण जटिल समतलातील सरळ रेषेचे समीकरण काय आहे ते पाहू या म्हणजे आपण हे दाखवू की जटिल समतलातील सरळ रेषेचे समीकरण अल्फा बार z बार अधिक अल्फा z प्लस बीटा समान शून्याने दिलेले आहे जेथे अल्फा एक शून्य नसलेली संमिश्र संख्या आहे आणि बीटा ही वास्तविक संख्या असणे आवश्यक आहे म्हणून आपण हे काढू या जेणेकरून कार्टेशियन समन्वय प्रणालीमध्ये सरळ रेषेचे सामान्य समीकरण ax द्वारे दिले जाईल प्लस c बरोबर शून्य असेल जेथे abc ही रेषा दर्शवण्यासाठी वास्तविक संख्या आहेत ही स्थिती जोडण्यासाठी a किंवा b हे शून्य नसणे आवश्यक आहे चौरस अधिक b चौरस शून्य नसणे आवश्यक आहे xy ची कोणतीही जोडी हे समीकरण पूर्ण करते आता हे xy कार्टेशियन समतल मध्ये शोधून काढा मग आपल्याला एक स्ट्राय मिळेल ght ओळ आता xy च्या या जोडीसाठी आपण एक जटिल संख्या जोडू शकतो जी म्हणजे x म्हणजे z ला x अधिक iy च्या बरोबरीने द्या मग x ला z अधिक z बार 2 ने आणि y ला z वजा z बार 2 ने दिले आहे.

मला आता आठवत आहे की आम्ही काय केले आहे आम्ही फक्त कार्टेशियन समतलातील घटकांच्या जोडीचा संमिश्र संख्येशी नैसर्गिक संबंध करत आहोत म्हणून कार्टेशियन समतलातील घटक xy ची जोडी दिल्यास आम्ही x अधिक iy ही जटिल संख्या जोडतो मग आपण आहोत हे x काय आहे आणि z आणि z बारच्या दृष्टीने y काय आहे हे पाहण्यास सक्षम आहे जर xy घटकाची जोडी सरळ रेषेत असेल तर ते या समीकरणाचे समाधान करते म्हणून याचा अर्थ असा होतो की आपल्याला 2 ने z अधिक z बार मिळेल अधिक b वेळा z अधिक z बार z वजा z बार 2 i अधिक c शून्य बरोबर आणि फक्त z बारसाठी गुणांक एकत्र केल्यावर आपण पाहतो की ते 2 अधिक ib आहे आणि z पट 2 वजा ib द्वारे दोन अधिक c गुणिले शून्य आहे जर आपण अल्फाला ही संख्या मानली तर आपण पुढे सोपे करू शकतो अल्फा ला वजा ib म्हणून दोन ने बदला मग आपल्याला z बार अल्फा बार अधिक अल्फा z अधिक c सह गुणाकार केला जातो आता शून्य आहे

कारण चौरस अधिक b वर्ग शून्य शून्य आहे याचा अर्थ असा होतो की मॉड अल्फा नॉनझिरो आहे जो अल्फा आहे असे म्हणण्यासारखे आहे शून्य नसलेली संमिश्र संख्या आणि जेथे c हा दुसरा नोड आहे असे निरीक्षण आहे असे म्हणणे आहे की जर मी फक्त अल्फा हा एक शून्य नसलेली संमिश्र संख्या आहे आणि c ही वास्तविक संख्या आहे, तर आपल्याला खालील समीकरण मिळेल जे जटिल समतलातील सरळ रेषेचे वर्णन करते.

या रेषेचा उतार किती आहे हे विचारा आणि जर तुम्ही

दिलेल्या रेषेचा उतार विचारात घेतला जो अक्ष अधिक बाय प्लस c बरोबर 0 असेल तर आम्हाला उतार मिळेल कारण तो m वजा a बाय b आहे तुम्ही गृहीत धरू की b शून्य आहे.

अल्फाच्या संदर्भात या समीकरणाचा उतार काय आहे ते सहज काढा म्हणून आपल्याला समीकरणाचा उतार उतार आवश्यक आहे कारण अल्फा आहे म्हणून a हा अल्फा प्लस अल्फा बारद्वारे मिळवता येतो आणि b हा अल्फा बार वजा अल्फा द्वारे दिला जातो यावरून आपण c स्लोप m हे i वेळा अल्फा अधिक अल्फा बारने भागिले अल्फा वजा अल्फा बार दिलेले आहे हे पहा,

त्यामुळे या मानक समीकरणावरून सरळ रेषांचे गुणधर्म सहज मिळू शकतात जसे की दोन सरळ रेषा समांतर कधी असतील तसेच लंब रेषांचा अभ्यास करा

, सरळ रेषेच्या संबंधित गुणांकांचा अभ्यास करून हे करता येते , मी एक व्यायाम म्हणून देतो की आपल्याला दोन सरळ रेषा दिल्या आहेत या दोन रेषा समांतर असतील तर आणि जर तुम्हाला कार्टेशियनमध्ये आठवत असेल तरच हे समीकरण पूर्ण होते.

कोऑर्डिनेट सिस्टीम तुम्ही दोन ओळींच्या या उतारांना घ्या असे म्हणूया की m एक ओळी एक m दोन साठी उतार आहे रेष दोन साठी उतार आहे जर m एक m दोन च्या समान असेल तर तुम्ही म्हणाल की दोन रेषा समांतर आहेत आता आपल्याला समान मिळत आहे ते अल्फा 1 बार बाय अल्फा 1 आहे असे तुम्ही समजता की क्लिष्ट समतलांच्या क्रमवारीत काही प्रकारचा उतार समान असेल तर तुम्हाला समजेल की ती समांतर आहे आणि त्याचप्रमाणे आपल्याकडे दुसरी एक्सप्रेस आहे आयन लंबाचे वर्णन करण्यासाठी म्हणून आपण म्हणतो की दोन रेषा लंब आहेत जर आणि फक्त जर हा उतार घटक जो आपण अल्फा एक बारने अल्फा एक द्वारे दर्शवितो ते गुणोत्तर अधिक इतर उतार घटक त्यांची बेरीज शून्य असेल तर आपण म्हणतो की या दोन रेषा लंब आहेत म्हणून आपण जटिल समतलातील वर्तुळाच्या समीकरणाचा अभ्यास करण्याचा प्रयत्न करूया

म्हणजे आपण जे अभ्यासले ते सर्वात सोपे आहे जे एकक वर्तुळ आहे ज्याचे वर्णन जटिल समतलामध्ये मोड्स द्वारे केले जाते जेणेकरुन त्रिज्या निश्चित केली जाते जी एक असेल तुम्ही बिंदू शोधून काढता आम्हाला केंद्र 0 आणि त्रिज्या 1 आहे आणि जर आपण पॅरामेट्रिक समीकरण म्हणून लिहिण्याचा प्रयत्न केला तर आपल्याला cis theta बरोबर z मिळते जे cos theta अधिक i sin theta सह theta 0 ते 2 pi आणि z चे मॉड्यूलस बदलते जर मी त्याच प्रमाणे केंद्र मूळ आणि त्रिज्या r मानतो ज्याचे वर्णन mod z समान r द्वारे केले जाते आणि येथे तुम्हाला पॅरामीटरायझेशन मिळेल कारण z समान rr निश्चित आहे आणि cis theta जेथे थीटा शून्य

ते pi पर्यंत भिन्न आहे जर आपण त्याला मध्यभागी असलेले वर्तुळ असे म्हणतो r त्रिज्या r सह उत्पत्ती आहे आता या गुंतागुंतीच्या

समीकरणात सामान्य वर्तुळ समीकरणाचे वर्णन कसे करायचे हे कोणी विचारू शकतो
म्हणून जर आपण त्याला असे म्हटले तर येथे दोन प्रकरणे आपण पाहतो की ती आहे विशेषत: मूळ केंद्रस्थानी आहे म्हणून येथे म्हणा केंद्र निश्चित आहे आणि आम्ही जे काही वर्णन केले आहे ते वर्तुळे आहेत फक्त त्रिज्या बदलतात जर मी कोणत्याही सामान्य वर्णन करण्याचा प्रयत्न केला म्हणजे मला फक्त केंद्र दुसऱ्या ठिकाणी हलवावे लागेल ठीक आहे
त्यामुळे काय असेल याचे वर्णन करण्यात माझी आवड आहे वर्तुळ समीकरण जर मी विमानातील कोणताही बिंदू विचारात घेतला तर आपण केंद्र म्हणून z नॉट म्हणूया आणि त्रिज्याला r म्हणू या याचे समीकरण काय आहे आपण अशी एक समान समस्या पाहिली आहे की आपल्याला हा विशिष्ट स्थान बदलण्याची आवश्यकता आहे.
उत्पत्तीकडे म्हणजे जर मी z शून्याने हलवले तर संपूर्ण बिंदू अशा प्रकारे हलतील की मध्यभागी त्रिज्या r आहे, म्हणजे जे घडत आहे ते फक्त वर्तुळाचे सामान्य समीकरण समजू शकते.
ed म्हणून फक्त z द्वारे दिलेले वर्तुळ संपूर्ण हलवा, आता आम्ही हे मूळ स्थानावर हलवले आहे आणि आम्ही येथे जे वर्णन केले आहे ते असे आहे की जर कोणतेही वर्तुळ मूळ म्हणून केंद्र असेल तर ते या पॅरामीटरायझेशनमध्ये दिले आहे आता मी माझे वर्तुळ येथे हलवले आहे.
आता हे वर्तुळ r cis theta द्वारे पॅरामीटराइज्ड केले आहे जे
z वजा z नॉटचे मॉड्यूलस आहे r येथे थीटा s शून्य ते दोन pi आता आपण हे समीकरण पुन्हा पाहू या वर्तुळाचे सामान्य समीकरण z वजा z नॉट इक्वल टू r चा मोड्युलस लिहित आहात आता मी फक्त त्याचे वर्गीकरण केले आहे हे काही नाही तर साध्या नोटेशनसह असे म्हणूया की z naught म्हणून x naught अधिक iy naught आणि या समीकरणाचे समाधान करणारा अनियंत्रित बिंदू z विचार करूया अधिक iy नंतर z उणे z शून्य वर्गाचे मापांक दिले आहे x वजा x शून्य पूर्ण वर्ग अधिक y वजा y शून्य d संपूर्ण वर्ग समान r वर्ग ठीक आहे,
त्यामुळे या समीकरणावरून हे स्पष्ट होते की जटिल संख्येवरून
विमानाच्या कार्टेशियन समतलाशी संबंध आपण पाहतो की ते कोणतेही समीकरण जे वर्तुळाच्या सामान्य समीकरणाचे वर्णन करते
त्यामुळे आपण या समीकरणाचे आणखी परीक्षण करू या जेणेकरून तारा पुन्हा z वजा z शून्य गुणाकार z वजा z नॉट बारसह लिहिता येईल म्हणजे ते प्रत्येक एक संयुग्न जो r स्क्वेअर आहे आणि जे व्यक्तीकरण म्हणून जे मिळते ते z च्या बारमध्ये z आहे आणि इतर संज्ञा z मधील z नॉट बार वजा z बार z नॉट प्लस mod z नॉट स्क्वेअर वजा r स्क्वेअर 0 च्या बरोबर आहेत.
तर आता हे थोडेसे दिसते दर्शकांना या अर्थाने सामान्य म्हणा की आपण हे पाहू शकतो की zz बार वजा zz नॉट बार वजा z बार z नॉट प्लस बेरीज c समान शून्य आहे, जे खालील स्थितीसह प्रदान केलेले वर्तुळ दर्शवते
म्हणून समीकरण आपण त्याला म्हणू या म्हटल्याप्रमाणे एकाने वर्तुळाचे वर्णन केले आहे जर परिस्थिती काय आहे फक्त आपल्याला cc वर लक्ष केंद्रित करणे आवश्यक आहे ते काहीही नाही परंतु c mod z नॉट स्केअर वजा r स्केअर आता फक्त ट्रेस बॅक करा आपल्याला फक्त ही संज्ञा असणे आवश्यक आहे er चौरस 0 पेक्षा मोठा असणे आवश्यक आहे ही एकमेव अट आहे की सामान्य वर्तुळ z बरोबर मध्यभागी r बरोबर त्रिज्या नाही म्हणून येथे c या अभिव्यक्तीद्वारे दर्शविला जातो आणि आपण पाहतो की या r वर्गातील r वर्ग mod z ने दिलेला आहे.
शून्य चौरस वजा c हा शून्यापेक्षा मोठा असणे आवश्यक आहे म्हणजे c ही वास्तविक संख्या mod z पेक्षा कमी आहे शून्य चौरस ठीक आहे, म्हणून जर मी फक्त सारांश दिला तर एक वर्तुळाचे समीकरण दर्शवेल बशर्ते c ही अट पूर्ण करेल ठीक आहे, जर c ही अट पूर्ण करत असेल तर आपण असे म्हणू शकतो की हे समीकरण z शून्यावर केंद्र असलेल्या वर्तुळाचे वर्णन करते परंतु आपल्याला त्रिज्या मिळविण्यासाठी हाताळण्याची आवश्यकता आहे जी आर आहे आपण एका साध्या समस्येवर चर्चा करूया समजा सर्व जटिल संख्यांचा संच काही निश्चित अल्फा आणि बीटा आणि स्थिरांकासाठी या समीकरणाचे समाधान करतो.
k नंतर अल्फा आणि बीटा पासूनचे अंतर ज्यांचे वर्ग दोन k पेक्षा कमी असले पाहिजे तरच ते वर्तुळाचे प्रतिनिधित्व करते, म्हणून समजा जटिल संख्येने याचे समाधान केले तर हा निकाल सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करूया.
समीकरण नंतर mod z वजा अल्फा स्क्वेअर अधिक z वजा बीटा संपूर्ण चौरस हे k च्या बरोबरीचे आहे मग ते z वजा अल्फा सारखे आहे z बार अल्फा बारसह z वजा बीटा गुणाकार z वजा बीटा सह संपूर्ण बार जो आता k च्या समान आहे मागील निकाल आठवा, आपल्याला या विशिष्ट फॉर्ममध्ये मिळण्यासाठी आवश्यक असलेल्या वर्तुळाचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी आपल्याला आवश्यक आहे, म्हणून आपण या विशिष्ट फॉर्ममध्ये सोपी करण्याचा प्रयत्न करूया
म्हणजे आपल्याकडे z मध्ये z बार एक घटक आहे येथून दुसरा घटक ही अभिव्यक्ती म्हणून आपल्याला z च्या दोन पट z बारमध्ये आणि वजा z अल्फा बार वजा z बार अल्फा आणि नंतर प्लस मॉड अल्फा स्क्वेअर आणि इतर संज्ञा z बीटा बार z बार बीटा प्लस मॉड बीटा स्क्वेअर हे k च्या समान आहे आणि आता आपल्याकडे आहे zz बार म्हणून z चा गुणांक एकत्र करण्याचा प्रयत्न करा जो अल्फा बार अधिक बीटा बार वजा z बार अल्फा अधिक बीटा आहे आणि आपण सर्व स्थिरांक एकत्र करू या mod अल्फा स्क्वेअर अधिक मॉड बीटा स्क्वेअर वजा k हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे हे c सारखे आपले स्थिरांक आहे.
जे दिसून येते आधीच्या d मध्ये आता केंद्रबिंदू म्हणजे अल्फा प्लस बीटा बाय 2 शिवाय दुसरे काहीही नाही, म्हणून आपण पाहतो की z बाय z बार वजा z अल्फा बार बीटा बार 2 वजा z बार अल्फा प्लस बीटा बाय 2 आणि आता आपण त्याला स्थिर c म्हणू.
हे वर्तुळाचे प्रतिनिधित्व करेल जर आणि तसे असेल तरच हे तारे वर्तुळाचे वर्णन करते
जर आणि फक्त जर आपला स्थिरांक c
हा z नॉट स्क्वेअरच्या मॉड्यूलसपेक्षा कमी असला पाहिजे जेथे z नॉट येथे अल्फा अधिक बीटा द्वारे दोन दिले आहे म्हणजे अल्फा अधिक बीटा पूर्ण दोन चौरस म्हणून आपल्याकडे c हा अल्फा अधिक बीटा च्या मॉड्युलस पेक्षा दोन ने कमी आहे संपूर्ण वर्ग ccs मॉड अल्फा स्क्वेअर अधिक मॉड बीटा स्क्वेअर वजा k काय आहे ते आठवा आणि आपण सर्व अभिव्यक्तीसाठी दोनने भागले म्हणजे c अशा प्रकारे आणि नंतर हे कमी आहे पेक्षा एक बाय चार मॉड अल्फा स्क्वेअर मॉड बीटा स्क्वेअर अधिक अल्फा बीटा बार अधिक अल्फा बार बीटा

आता ही असमानता सोपी करा मग आम्हाला अल्फा स्क्वेअर मॉड अल्फा स्क्वेअरच्या दोनदा आणि मॉड बीटा स्क्वेअरच्या दोनदा म्हटल्यापेक्षा कमी k मिळेल.
उजवा हात त्या बाजूने वजा मोड अल्फा स्क्वेअर वजा मोड बीटा स्क्वेअर आणि अधिक अल्फा बीटा बार अधिक अल्फा बार बीटा आता दोन्ही बाजूंच्या वजा चिन्हाने गुणाकार केल्यास उलट असमानता मिळते जी अल्फा वजा बीटाचे मापांक आहे संपूर्ण चौरस जो एकापेक्षा कमी आहे चूक ही दोन k पेक्षा दोन कमी आहे
त्यामुळे यावरून असा निष्कर्ष निघतो की जेव्हाही z हे समीकरण पूर्ण करेल आणि अल्फा बीटा k स्थिरांक पूर्ण करेल तेव्हा आपल्याला एक वर्तुळ मिळेल आणि जेव्हा जेव्हा आपल्याला या विशिष्ट समीकरणाने वर्तुळ मिळेल तेव्हा अल्फा बीटा k चे समाधान झाले पाहिजे ही अट मी तुम्हाला काही साधे व्यायाम देतो समजा z या समीकरणाचे समाधान करते जेथे अल्फा आणि बीटा जटिल संख्या आहेत आणि k ही एक सकारात्मक वास्तविक संख्या आहे जी एकापेक्षा वेगळी आहे तर आपण दर्शवू शकतो की ते वर्तुळ दर्शवते आणि आणखी एक व्यायाम समजा जटिल संख्या आहे
वर्तुळात असलेला अल्फा फक्त लक्षात घ्या की ते x naught y naught वर मध्यभागी असलेले वर्तुळ आहे ज्याची त्रिज्या r आहे आणि अल्फा वर्तुळावर आहे le आणि समजा अल्फा बार एक बाय अल्फा बार असलेली अल्फा बार दुसऱ्या वर्तुळावर आहे परंतु केंद्र समान आहे परंतु त्रिज्या चार r चौरस आहे तर z नॉट स्क्वेअरचे मॉड्यूलस r स्क्वेअर अधिक दोन बाय दोन दिले आहे अशी अट असेल तर आपण ठरवू शकतो अल्फाचे मूल्य आहे म्हणून मी उत्तर लिहून देईन म्हणून कृपया ते सत्यापित करा मला सारांश द्या आम्ही प्रथम एक जटिल संख्या प्रणाली सादर केली जिथे आम्ही प्लस ऑपरेशन तसेच उत्पादन ऑपरेशन सादर करतो त्यानंतर आम्ही कॉम्प्लेक्सचे मॉड्यूलस काय आहे ते ओळखतो संमिश्र संख्येची संख्या आणि संयुग्न आणि नंतर आम्ही अनेक असमानतेचा अभ्यास केला, त्यानंतर आम्ही ऐक्याच्या नव्या मुळाचा आणि अनेक गुणधर्मांचा आणि समस्यांचा अभ्यास केला, विशेषत: आपण ऐक्याच्या घनमूळाचा आणि अनेक भौमितिक समस्यांचा त्यावर आधारित अभ्यास करतो व्याख्यानात आम्ही अनेक भौमितिक वस्तू जसे की सरळ रेषेतील वर्तुळे जटिल समतलात कशा प्रकारे दर्शविल्या जाऊ शकतात याबद्दल चर्चा करतो आणि हे एक प्रकारचे उदाहरण देते कोणतीही भौमितीय समस्या जटिल समतलामध्ये लक्षात येऊ शकते आणि जटिल समतल समस्या भौमितीय समस्येमध्ये हस्तांतरित केली जाऊ शकतात आणि यामुळे समस्या वेगळ्या दृष्टिकोनातून सोडविण्याचे काही प्रकारचे स्वातंत्र्य मिळते,
म्हणून आम्ही आमचे व्याख्यान समाप्त करतो.
जटिल संख्या धन्यवाद