हैलो छात्रों , पिछले व्याख्यान में जटिल संख्याओं पर व्याख्यान में आपका स्वागत है हमने
विशेष रूप से एकता की घन जड़ों में एकता की nth जड़ पर समस्याओं पर चर्चा की, मुझे उस अंतिम परिणाम को याद करने दें जिसकी हमने कक्षा में चर्चा की थी
कि यदि t कोने के साथ एक समबाहु त्रिभुज है एबीसी जो वामावर्त दिशा में उन्मुख है तो यह निम्नलिखित समीकरण को संतुष्ट करता है जो कि एक प्लस ओमेगा बी प्लस ओमेगा वर्ग सी बराबर शून्य है जहां ओमेगा एकता का घनमूल है और यदि यह समबाहु त्रिभुज है यदि और केवल अगर यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है साथ ही यह दूसरे समीकरण को संतुष्ट करता है जो एक वर्ग जोड़ बी वर्ग प्लस सी वर्ग एबी प्लस बीसी प्लस सीए के बराबर है आइए हम एक साधारण समस्या करते हैं टी शिखर के साथ त्रिभुज बनें आइए हम इसे जटिल संख्याओं में z1 z2 z3 के रूप में कॉल करें
गुण है कि उनके मापांक समान हैं और उनका योग 0 है तो हमें यह दिखाना होगा कि t एक समबाहु त्रिभुज है,
इसलिए हमें जो दिया गया है वह
समान परिमाण के तीन शीर्ष हैं और उनका योग शून्य होता है जो लगभग एकता गुण के घनमूल के बराबर होता है लेकिन हम जो जानते हैं वह है एकता का घनमूल उनका मापांक इतना बराबर जो एक है लेकिन यहाँ यह नहीं कहा जाता है कि यह केवल दिया गया है मापांक समान होते हैं जिन्हें हम नहीं जानते हैं कि यह इकाई वृत्त पर स्थित है या इकाई वृत्त से अधिक है,
इसलिए आइए कल्पना करने का प्रयास करें कि हमें क्या दिया गया है क्योंकि उनके मापांक समान हैं
इसलिए वे कुछ त्रिज्या वाले एक वृत्त पर स्थित हैं जिसे
हम कॉल कर सकते हैं यह r के रूप में है
इसलिए वे सर्कल z एक z दो z तीन पर वितरित किए जाते हैं जो हमें दिया जाता है कि उनका योग शून्य है इस समीकरण से दिया गया है कारक इन तीन जटिल संख्या शून्य का योग है यदि हम संयुग्मन लेते हैं तो भी यह है एक ही समीकरण को संतुष्ट करने के लिए जा रहे हैं,
इसलिए संयुग्मन अभी भी 0 है और इसका मतलब है कि यह z 1 बार प्लस z दो बार प्लस z तीन बार यह शून्य के बराबर है अब इस तथ्य का उपयोग करें कि उनके मापांक बराबर हैं
इसलिए हम विभाजित कर सकते हैं आधुनिक z1 वर्ग द्वारा विभाजित करें यदि हम mod z एक वर्ग से विभाजित करते हैं तो यह मान वैसे भी है यह mod z दो वर्ग के साथ-साथ mod z तीन वर्ग के बराबर है तो हम यहां z एक बार को mod z एक वर्ग से विभाजित करते हैं जिसे z एक के रूप में लिखा जा सकता है जेड वन बार प्लस जेड टू बार मॉड जेड वन स्क्वायर से विभाजित होता है जो मॉड जेड टू स्क्वायर के समान होता है
इसलिए इसे जेड टू गुणा जेड टू बार प्लस जेड 3 बार के रूप में जेड 3 से जेड 3 पावर में विभाजित किया जा सकता है यह बराबर है 0.
तो हम निम्नलिखित समीकरण पर पहुँचते हैं जो एक बटा z एक जोड़ एक बटा z दो जोड़ एक बटा z तीन यह शून्य के बराबर है और हम
इस कारक के लिए एक सामान्य गुणक के रूप में z1 z2 z3 के कारक से गुणा कर सकते हैं तो हम निम्नलिखित समीकरण पर पहुंचते हैं, हम यहां z दो z तीन प्राप्त करते हैं,
इसलिए हम इस समीकरण को उस कारक से गुणा करते हैं जो z एक z दो z तीन है, हम निम्नलिखित समीकरण पर पहुंचते हैं यह शून्य के बराबर है इसे समीकरण एक के रूप में कॉल करें और फिर से दिए गए समीकरण में हमारे पास z एक जमा z 2 जमा z 3 का मान 0 है तो इसका वर्ग लें ई जो फिर से 0 है इसका मतलब है कि विस्तारित हमें अभिव्यक्ति सेट 1 वर्ग प्लस जेड दो वर्ग प्लस जेड तीन वर्ग प्लस गुणनखंड मिलता है जो दो गुना है जेड एक जेड दो प्लस जेड 2 जेड 3 प्लस जेड 3 जेड 1 यह 0 के बराबर है और समीकरण से 1 यह गुणनखंड 0 है तो हम पाते हैं कि z एक वर्ग जमा z दो वर्ग जमा z तीन वर्ग शून्य है आइए हम इसे समीकरण दो के रूप में कहते हैं समीकरण एक और दो से हम देखते हैं कि z एक वर्ग जमा z दो वर्ग जमा z तीन वर्ग यह है z1 z2 जमा z2 z3 जमा z3 z1 के बराबर अब हम उस प्रस्ताव को याद करते हैं जिसे हमने पहले साबित किया था कि यदि आपके पास शीर्षों वाला त्रिभुज है तो यह समबाहु त्रिभुज है यदि और केवल यदि यह समीकरण को संतुष्ट करता है जो एक वर्ग प्लस बी वर्ग प्लस है c वर्ग बराबर ab जमा bc जोड़ ca इस परिणाम से हम पाते हैं कि t समबाहु त्रिभुज है
इसलिए हमने दी गई समस्या को साबित कर दिया है कि यदि z एक z दो z तीन इस समीकरण को संतुष्ट करते हैं तो हमने साबित किया कि यह एक समबाहु त्रिभुज है आइए हम d ओए एक और समस्या है जिसकी समान धारणा है कि हमें तीन जटिल संख्याएं जेड एक जेड दो जेड तीन इस तरह दी जाती हैं कि जिनके मापांक एक के मान के बराबर हैं और उनका योग शून्य के बराबर नहीं है, लेकिन उनका वर्ग योग शून्य के बराबर है z एक वर्ग जोड़ z दो वर्ग जोड़ z 3 वर्ग 0 के बराबर है तो हमें यह दिखाना होगा कि किसी भी पूर्णांक n के लिए 2 से बड़ा या उसके बराबर
निम्नलिखित व्यंजक पर विचार करें जो कि z 1 घात n जमा z से घात n जमा z 3 घात n है इसके परिमाण की गणना करें जो हमेशा या तो 0 r 1 r 2 r तीन ठीक होगा तो आइए हम इस परिणाम को साबित करने का प्रयास करें,
इसलिए पहला अवलोकन जो हम करेंगे वह यह है कि जटिल संख्या z एक वर्ग z दो वर्ग z तीन वर्ग अलग हैं मान लीजिए कि वे नहीं हैं अलग क्या होता है इसका मतलब है कि अगर हम कहें कि z 1 वर्ग z 2 वर्ग के बराबर है तो तुरंत धारणा से हम देखते हैं कि z तीन वर्ग s घटा z एक वर्ग का दो गुना है जो तुरंत z 3 s का मापांक बताता है ose वर्ग मूल रूप से 2 है जो हमारी धारणा के विपरीत है कि z तीन का मापांक एक ठीक है
इसलिए हम देखते हैं कि दी गई सम्मिश्र संख्याएँ z एक z दो z तीन अलग हैं और वे इकाई वृत्त पर स्थित हैं जिसका अर्थ है कि वे समान नहीं हैं एक रेखा पर लेटें, जिसका अर्थ है कि हम एक त्रि त्रिभुज को शीर्षों के साथ z1 z2 z3 के रूप में रख सकते हैं और पिछला परिणाम तुरंत बताएगा कि यह एक समबाहु त्रिभुज है जिसका शीर्ष z1 वर्ग z2 वर्ग z3 वर्ग है , मुझे पिछले परिणाम को याद करने दें जो हमने दिखाया था कि यदि परिमाण समान हैं और उनका योग शून्य के बराबर है, तो हमने दिखाया कि एक त्रिभुज जिसका

शीर्ष z एक शून्य दो z तीन है, एक समबाहु त्रिभुज बनाता है, अब हम देखते हैं कि इससे हम देखते हैं कि त्रिभुज t जिसका शीर्ष z एक वर्ग z है दो वर्ग z तीन वर्ग एक समबाहु त्रिभुज है और ध्यान दें कि एक और एक नोट कहते हैं, हम देखते हैं कि mod z एक वर्ग और mod z दो वर्ग mod z3 वर्ग जिसका मापांक एक है तो जो इसका मतलब है कि वे एक इकाई सर्कल पर झूठ बोलते हैं और संबंधित शिखर हमें एक समबाहु त्रिभुज को जन्म देते हैं जिसका अर्थ है कि जटिल संख्याओं को ओमेगा के माध्यम से जोड़ा जा सकता है यानी हम एक शीर्ष को 120 डिग्री घुमाकर प्राप्त कर सकते हैं जो कि घनमूल से गुणा होता है z 1 वर्ग के साथ एकता का और हम दूसरे शीर्ष को प्राप्त कर सकते हैं जो कि z तीन वर्ग गुणा है और आगे ओमेगा को इस मात्रा में ओमेगा वर्ग z एक वर्ग कहते हैं,
इसलिए हम देख सकते हैं कि ओमेगा को ओमेगा शक्ति चार के रूप में लिखा जा सकता है, जिसका अर्थ है एक ही व्यंजक को ओमेगा पावर फोर गुणा z एक वर्ग के रूप में लिखा जा सकता है यहाँ हम इसे वैसे ही रखते हैं फिर हम देखते हैं कि z दो
इस तत्व के वर्गमूल द्वारा दिया गया है जो हमें प्लस या माइनस देता है ओमेगा वर्ग z एक और z तीन प्लस r है माइनस ओमेगा टाइम्स जेड वन अब याद करें कि हम क्या गणना करना चाहते हैं हम जेड वन पावर एन प्लस जेड टू पावर एन प्लस जेड थ्री पावर एन के मूल्य की गणना करना चाहते हैं अब अभिव्यक्ति टी की गणना करें हैट जेड 1 पावर एनजेड टू पावर एन प्लस जेड 3 पावर एन यह बराबर है कि हम देखते हैं कि जेड 1 पावर एन को आमतौर पर निकाला जा सकता है
इसलिए हमें यहां 1 प्लस पीएसए माइनस ओमेगा स्क्वायर पावर एन फिर से प्लस आर माइनस ओमेगा पावर एन मिलता है।
अब हमें इसके परिमाण की गणना करने की आवश्यकता है क्योंकि z का मापांक एक है
इसलिए z का मापांक एक शक्ति n एक है
इसलिए हम अंत
में निम्नलिखित जटिल संख्या के परिमाण की गणना करते हैं जो कि 1 प्लस आर माइनस ओमेगा पावर 2 पावर एन प्लस आर माइनस है।
ओमेगा पावर एन इस प्रकार तुरंत हम कह सकते हैं कि यह तीन से कम या बराबर है लेकिन हमारा इरादा यह दिखाना है कि मान ठीक या तो 0 1 2 3 ठीक है, जिसका अर्थ है कि यह पूर्णांक के अलावा कोई अन्य वास्तविक संख्या नहीं लेगा जो शून्य से तीन के बीच है
इसलिए इसे आसानी से महसूस किया जा सकता है क्योंकि हम देख सकते हैं कि किसी भी मूल्य के लिए यह अभिव्यक्ति बराबर होगी यानी ओमेगा पावर 2 एन ओमेगा पावर एन के बराबर होगी
इसलिए हमारा सवाल यह है कि यह कब बराबर होगा बराबर होगा जो केवल hi ओमेगा पावर n एक है तो इसका मतलब है कि अगर मैं n को पूर्णांक मान 2 3 के रूप में लेता हूं और इसी तरह जब यह 3 गुणक होता है तो आपको यहां वही मान मिलता है जो ओमेगा पावर दो n और साथ ही ओमेगा पावर n आपको मिलेगा वही मूल्य जो एक है, अन्यथा आप हमेशा यहां मिलते हैं जो एक अलग तत्व है जो यहां है कि आपको ओमेगा वर्ग मिल सकता है उस स्थिति में आप यहां ओमेगा आर एक समान रूप से प्राप्त कर सकते हैं,
इसलिए कोई समान तत्व नहीं होगा यदि n कई से अलग है तीन तो इस अवलोकन के साथ हम देखते हैं कि हमें यहां केवल संभावना मिलती है
इसलिए संभावनाएं हैं ओमेगा ओमेगा वर्ग हमें
माइनस ओमेगा वर्ग के साथ योग या ओमेगा की आवश्यकता है
इसलिए यदि मैं फिर से याद करने की कोशिश करता हूं तो मैं केवल इस अभिव्यक्ति में से कुछ पर ध्यान केंद्रित कर रहा हूं
इसलिए यहां माइनस ओमेगा ओमेगा वर्ग और अन्य संभावना माइनस ओमेगा माइनस ओमेगा स्क्वायर
इसलिए इस संभावना के तहत आप देख सकते हैं कि उनका योग हमेशा एक पूर्णांक होगा,
इसलिए यदि मैं हर जगह एक को लेता हूं तो उनका योग आसानी से सत्यापित कर सकता है कि उनका योग केवल 0 1 2 होगा और 3.

इसलिए मैं इसे इस सत्यापन के लिए एक अभ्यास के रूप में छोड़ देता हूं आइए हम एक और समस्या करते हैं निम्नलिखित अभिव्यक्ति के मूल्य की गणना यहां फिर से करें ओमेगा एकता का घनमूल है
इसलिए हमें प्लस अभिव्यक्ति के लिए मूल्य की गणना करनी होगी
इसलिए गुणों को याद करने का प्रयास करें ओमेगा का एक प्लस ओमेगा ओमेगा वर्ग है यह शून्य है और ओमेगा शक्ति n यदि यह तीन का गुणक है तो घात तीन या तीन में से तीन गुणक है तो आपको सामान्य रूप से एक मिलता है हम इसे ओमेगा शक्ति n के रूप में लिख सकते हैं जैसे कि n तीन का गुणज है, जिसका अर्थ है कि शेष यदि मैं तीन शेष शून्य से विभाजित करता हूं तो मान एक ओमेगा होता है यदि n आप तीन से विभाजित करते हैं यदि शेष एक है तो आपको मान ओमेगा ओमेगा वर्ग मिलता है यदि शेष दो है जब हम n को तीन से विभाजित करते हैं ठीक है तो अब यहां कुछ पैटर्न देखने की कोशिश करें , अगर मैं अभिव्यक्ति पर विचार करता हूं तो एक माइनस ओमेगा स्क्वायर यह माइनस ओमेगा के बराबर है और 1 प्लस ओमेगा स्क्वायर को फिर से माइनस ओमेगा से बदल दिया जाता है
इसलिए हमें माइनस 2 ओम मिलता है ईगा अगर मैं अगली अभिव्यक्ति पर विचार करता हूं जो कि 1 माइनस ओमेगा स्क्वायर प्लस ओमेगा पावर 4 है जो ओमेगा के अलावा और कुछ नहीं है तो जो कि एक माइनस ओमेगा स्क्वायर प्लस ओमेगा है , वैल्यू फिर से एक प्लस ओमेगा को माइनस ओमेगा स्क्वायर से बदल देती है
इसलिए हमें माइनस दो ओमेगा स्क्वायर मिलता है अगर मैं अगली अगली अभिव्यक्ति पर जाता हूं जो तीन जमा छह है तो हम देखते हैं कि तुरंत यह एक है
इसलिए सामान्य अवलोकन एक शून्य ओमेगा पावर एन प्लस ओमेगा पावर दो एन है तो हमें अभिव्यक्ति एक मिलेगी यदि
एन तीन का गुणक है और हमें शून्य मिलता है 2 ओमेगा अगर n बराबर है 1 मॉड 3 और घटा दो ओमेगा वर्ग यदि शेष पद दो है जब हम n को तीन से विभाजित करते हैं तो इस अवलोकन के साथ अब उत्पाद सरल हो जाता है तो अब हम क्या कर सकते हैं कि इस अवलोकन से आप कर सकते हैं लगातार तीन पदों को संयोजित करें जिसका अर्थ है कि पहले तीन पदों के उत्पाद पर विचार करें,
इसलिए पहला तीन टर्म उत्पाद जो हमें मिलता है वह है माइनस टू ओमेगा और अगला टर्म दो ओमेगा वर्ग और वां है ई अगला पद एक है

इसलिए मूल्य दो वर्ग है शेष ओमेगा क्यूब है जो कि एक है यदि मैं तीन के दूसरे सेट को फिर से लेता हूं तो आप इस अवलोकन से दो वर्ग प्राप्त करने जा रहे हैं उत्पाद का मूल्य निम्नलिखित अभिव्यक्ति द्वारा दिया गया है मान लीजिए n तीन का गुणज है तो हम तीन तीन पदों को एक दूसरे से जोड़ सकते हैं और फिर वह उत्पाद जिसे हम 2 वर्ग प्राप्त करने जा रहे हैं
और जितनी बार आप n को 3 से गुणा करने जा रहे हैं, ऐसा तब होता है जब n तीन का गुणज होता है और जब n को थ्री प्लस वन का गुणज कहते हैं तो जब हम तीन तीन पदों को जोड़ते हैं तो हम एक पद छोड़ देते हैं जो उस पद से आएगा जो एक ऋण ओमेगा प्लस ओमेगा वर्ग है,
इसलिए आपको जो अभिव्यक्ति मिलती है वह दो वर्ग शक्ति है जो क्या आप 3 से विभाजित करते हैं, इसका भागफल लेते हैं और फिर एक और कारक है जिसे हमने तीन पदों में संयोजित नहीं किया है जो माइनस टू ओमेगा है और यदि n को 3 k जमा 2 कहते हैं तो इसी तरह के तर्क के साथ हमें 2 वर्ग t मिलता है उसका भागफल n बटा थ्री गुणा माइनस टू ओमेगा और माइनस 2 ओमेगा स्क्वेयर से है,
इसलिए अब इस एक्सप्रेशन को सरल करते हुए हमें प्रोडक्ट फैक्टर का मान मिलता है, आइए अब हम
ज्यामितीय वस्तु का अध्ययन करने का प्रयास करें जो सीधी रेखा की तरह है और फिर हम इसके लिए जाएंगे एक वृत्त तो पहले आइए चर्चा करें कि जटिल तल में एक सीधी रेखा का समीकरण क्या है,
इसलिए हम दिखाएंगे कि जटिल विमान में सीधी रेखा का समीकरण अल्फा बार जेड बार प्लस अल्फा जेड प्लस बीटा बराबर शून्य से दिया जाता है जहां अल्फा एक गैर-शून्य जटिल संख्या है और बीटा एक वास्तविक संख्या होनी चाहिए,
इसलिए हम इसे प्राप्त करते हैं,
इसलिए कार्तीय समन्वय प्रणाली में एक सीधी रेखा का सामान्य समीकरण कुल्हाड़ी प्लस बटा प्लस सी बराबर शून्य द्वारा दिया जाता है जहां एबीसी
एक रेखा का प्रतिनिधित्व करने के लिए वास्तविक संख्याएं हैं इस शर्त को जोड़ने के लिए या तो a या b शून्य नहीं होना चाहिए एक वर्ग जमा b वर्ग शून्य नहीं होना चाहिए xy का कोई भी जोड़ा इस समीकरण को संतुष्ट करता है अब इस xy को कार्तीय तल में ट्रेस करें तो हमें एक स्ट्रे मिलता है xy के इस युग्म के लिए ght लाइन अब हम एक सम्मिश्र संख्या को जोड़ सकते हैं जो कि x है, मान लीजिए कि z बराबर x जमा iy है तो x को z जमा z बार बटा 2 और y को z घटा z बार बटा 2 दिया जाता है।
अब मुझे याद है कि हमने जो किया है, हम कार्तीय तल में तत्वों के युग्म का सम्मिश्र संख्या से प्राकृतिक जुड़ाव कर रहे हैं,
इसलिए कार्तीय तल में तत्व xy की एक जोड़ी को देखते हुए हम सम्मिश्र संख्या को जोड़ते हैं जो कि x प्लस i है तो हम हैं यह देखने में सक्षम है कि यह x क्या है और z और z बार के संदर्भ में y अब क्या है यदि तत्व xy की जोड़ी वे एक सीधी रेखा में स्थित हैं तो यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है, इसका मतलब है कि हमें एक बार z प्लस z बार 2 से मिलता है प्लस बी बार जेड प्लस जेड बार जेड माइनस जेड बार बटा 2 आई प्लस सी शून्य के बराबर है और सिर्फ जेड बार के लिए गुणांक को मिलाकर हम देखते हैं कि यह एक प्लस आईबी बटा 2 और जेड गुना माइनस आईबी बाय टू प्लस सी गुना शून्य है।
अगर हम अल्फा को यह संख्या मानते हैं तो हम आगे सरल कर सकते हैं मान लीजिए अल्फा को माइनस आईबी के रूप में दो से बदलें तो हमें जेड बार को अल्फा बार प्लस अल्फा जेड प्लस सी के बराबर शून्य से गुणा किया जाता है क्योंकि एक वर्ग प्लस बी वर्ग शून्य नहीं है, जिसका अर्थ है कि मॉड अल्फा गैर-शून्य है जो कि अल्फा है एक गैर शून्य जटिल संख्या है और जहां सी एक और नोड है, अवलोकन
इसलिए है यदि मैं संक्षेप में अल्फा एक शून्य शून्य जटिल संख्या है और सी एक वास्तविक संख्या है तो हमें निम्नलिखित समीकरण मिलता है जो जटिल विमान में सीधी रेखा का वर्णन करता है।
पूछें कि इस रेखा की ढलान क्या है और यदि आप
दी गई रेखा की ढलान पर विचार करते हैं जो कि कुल्हाड़ी प्लस बटा प्लस सी बराबर 0 है तो हमें ढलान मिलता है क्योंकि यह एम के रूप में माइनस ए बटा बी है तो आप मानते हैं कि बी गैर-शून्य है तो हम कर सकते हैं अल्फा के संदर्भ में इस समीकरण के ढलान को आसानी से प्राप्त करें,
इसलिए समीकरण की ढलान ढलान हमें चाहिए क्योंकि अल्फा इस प्रकार है तो अल्फा प्लस अल्फा बार द्वारा प्राप्त किया जा सकता है और बी अल्फा बार माइनस अल्फा द्वारा दिया जाता है।

देख सकते हैं कि ढलान एम को अल्फा प्लस अल्फा बार द्वारा अल्फा माइनस अल्फा बार से विभाजित किया गया है,
इसलिए इस मानक समीकरण से कोई भी आसानी से सीधी रेखाओं के गुण प्राप्त कर सकता है जैसे कि जब दो सीधी रेखाएं समानांतर होंगी और साथ ही साथ लंबवत रेखाओं का अध्ययन करें यह सीधी रेखा के संगत गुणांकों का अध्ययन करके किया जा सकता है , मैं इसे एक अभ्यास के रूप में देता हूं कि हमें दो सीधी रेखाएं दी जाती हैं, ये दो रेखाएं समानांतर होती हैं यदि और केवल यदि आप कार्टेशियन में याद करते हैं तो यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है समन्वय प्रणाली आप दो लाइनों के इन ढलानों को लेते हैं मान लीजिए कि एम एक लाइन के लिए एक ढलान है एम दो लाइन दो के लिए एक ढलान है यदि एम एक एम दो के बराबर है तो आप कहेंगे कि दो लाइनें समानांतर हैं अब हम समान हो रहे हैं इसके लिए वह अल्फा 1 बार अल्फा 1 है जिसे आप जटिल विमान के प्रकार में किसी प्रकार की ढलान के रूप में मानते हैं यदि वे बराबर हैं तो आप पाते हैं कि यह समानांतर है और इसी तरह हमारे पास एक अन्य एक्सप्रेस है आयन लंबवत का वर्णन करने के लिए
इसलिए हम कहते हैं कि दो रेखाएँ लंबवत हैं यदि और केवल यदि यह ढलान कारक जिसे हम अल्फा द्वारा एक बार अल्फा द्वारा निरूपित करते हैं, तो अनुपात प्लस दूसरा ढलान कारक उनका योग शून्य के बराबर होना चाहिए तो हम कहते हैं कि ये दो रेखाएँ लंबवत हैं तो आइए हम जटिल विमान में एक सर्कल के समीकरण का अध्ययन करने का प्रयास करें,
इसलिए हमने जो अध्ययन किया वह सबसे सरल है जो कि यूनिट सर्कल है जिसे जटिल विमान में एक के बराबर मॉड्स द्वारा वर्णित किया गया है,
इसलिए त्रिज्या निश्चित है जो एक है तो आप उन बिंदुओं का पता लगाते हैं जो हमें केंद्र 0 के रूप में मिलते हैं और त्रिज्या 1 है और यदि

हम एक पैरामीट्रिक समीकरण के रूप में लिखने की कोशिश करते हैं तो हमें
सिस थीटा के बराबर z मिलता है जो कि कोस थीटा है और थीटा के साथ मैं पाप थीटा 0 से 2 pi और z के मापांक से भिन्न होता है एक है अगर मैं समान रूप से केंद्र को मूल और त्रिज्या के रूप में मानता हूं जो कि आर के बराबर मॉड जेड द्वारा वर्णित है और यहां आपको आरआर के बराबर जेड के रूप में पैरामीटरकरण मिलता है और सीआईएस थीटा जहां थीटा शून्य से पीआई में भिन्न होता है,
इसलिए थी में मामले में हम इसे कहते हैं क्योंकि यह केंद्र के साथ एक सर्कल है जिसकी
उत्पत्ति त्रिज्या r के साथ होती है, अब कोई पूछ सकता है कि इस जटिल विमान में एक सामान्य सर्कल समीकरण का वर्णन कैसे किया जाए,
इसलिए यदि हम इसे यहां कहते हैं तो हम जो दो मामले देखते हैं वह यह है कि यह है विशेष रूप से मूल पर केंद्रित है,
इसलिए यहां कहें कि केंद्र निश्चित है और जो कुछ भी हमने मंडलियों का वर्णन किया है, वे केवल त्रिज्या भिन्न होते हैं यदि मैं किसी सामान्य का वर्णन करने का प्रयास करता हूं जिसका अर्थ है कि मुझे केंद्र को किसी अन्य स्थान पर ले जाने की आवश्यकता है, तो मेरी रुचि यह बताने के लिए है कि क्या होगा सर्कल समीकरण अगर मैं विमान में किसी भी बिंदु पर विचार करता हूं तो हमें केंद्र के रूप में z शून्य कहते हैं और हमें त्रिज्या को r कहते हैं, इसके लिए समीकरण क्या है, हमने ऐसी ही एक ऐसी ही समस्या देखी है जो सिर्फ यह कहती है कि हमें इस विशेष को स्थानांतरित करने की आवश्यकता है मूल के लिए ऐसा है जैसे अगर मैं z शून्य से शिफ्ट हो जाता हूं तो पूरे बिंदु इस तरह से आगे बढ़ने वाले हैं कि केंद्र त्रिज्या के साथ मूल है, जिसका अर्थ है कि जो हो रहा है वह बस
एक सर्कल का सामान्य समीकरण साकार हो सकता है एड के रूप में केवल पूरे को दिए गए सर्कल को z द्वारा स्थानांतरित करें, अब हम इसे मूल में स्थानांतरित कर चुके हैं और हमने यहां जो वर्णन किया है वह यह है कि यदि कोई सर्कल मूल के रूप में केंद्र के साथ है तो इसे इस पैरामीटर में दिया गया है अब मैंने अपना सर्कल स्थानांतरित कर दिया है अब इस वृत्त को r cis theta द्वारा परिचालित किया जाता है, जो यह कहने के समान है कि z घटा z का मापांक r है, थीटा s शून्य से दो pi अब आइए हम इस समीकरण को फिर से देखें , वृत्त का सामान्य समीकरण हम z माइनस z के मापांक को r के बराबर लिख रहे हैं, अभी मैंने इसे चुकता किया है यह कुछ भी नहीं है, लेकिन सरल संकेतन के साथ है, जो कि हम कहते हैं कि z naught as x naught plus iy naught और आइए हम इस समीकरण को x के रूप में संतुष्ट करने वाले मनमाना बिंदु z पर विचार करें।
प्लस i तो z माइनस z नॉट स्क्वायर का मापांक x माइनस x नॉट द फुल स्क्वायर प्लस y माइनस y naught d पूरा स्क्वायर बराबर r वर्ग द्वारा दिया जाता है, तो इस समीकरण से यह स्पष्ट है कि कॉम्प्लेक्स नंबर से
कार्टेशियन प्लेन के समतल से जुड़ाव हम देखते हैं कि यह जो भी समीकरण है जो एक वृत्त के सामान्य समीकरण का वर्णन करता है तो आइए हम इस समीकरण की और जाँच करें ताकि स्टार को फिर से z माइनस z नॉट प्रोडक्ट के रूप में z माइनस z नॉट बार के साथ लिखा जा सके,
इसलिए यह प्रत्येक है एक संयुग्मन जो r वर्ग है और जो हमें व्यंजक के रूप में मिलता है जो कि z गुणा z बार है और अन्य शब्द z गुणा z शून्य बार घटा z बार z शून्य प्लस mod z शून्य वर्ग ऋण r वर्ग 0 के बराबर है।
तो अब यह थोड़ा दिखता है दर्शकों को सामान्य इस अर्थ में कहें कि हम देख सकते हैं कि फॉर्म का समीकरण zz बार माइनस zz नॉट बार माइनस z बार जेड नॉट प्लस योग सी बराबर शून्य है, जो निम्नलिखित शर्त के साथ प्रदान किए गए एक सर्कल को दर्शाता है इसलिए समीकरण हमें इसे कहते हैं जैसा कि कहते हैं कि एक सर्कल का वर्णन करता है यदि केवल हमें cc पर ध्यान केंद्रित करने की आवश्यकता है तो कुछ भी नहीं है, लेकिन c मॉड z नॉट स्क्वायर माइनस r स्क्वायर है अब बस वापस ट्रेस करें हमें बस इस शब्द की आवश्यकता है एर वर्ग 0 से अधिक होना चाहिए जो कि केंद्र के साथ सामान्य सर्कल को प्राप्त करने के लिए आवश्यक है क्योंकि z त्रिज्या के साथ शून्य है,
इसलिए यहां सी को इस अभिव्यक्ति द्वारा दर्शाया गया है और हम देखते हैं कि इस आर वर्ग से आर वर्ग मॉड जेड द्वारा दिया गया है शून्य वर्ग माइनस सी इस प्रकार शून्य से अधिक होना चाहिए जो कि सी एक वास्तविक संख्या है जो मॉड जेड से कम है, शून्य वर्ग ठीक है,
इसलिए यदि मैं संक्षेप में बताता हूं कि सर्कल के समीकरण को दर्शाता है बशर्ते सी इस स्थिति को संतुष्ट करता है तो ठीक है अगर सी इस शर्त को पूरा करता है तो हम कह सकते हैं कि यह समीकरण z शून्य पर केंद्रित वृत्त का वर्णन करता है , लेकिन हमें त्रिज्या प्राप्त करने के लिए हेरफेर करने की आवश्यकता है जो कि r है, आइए हम एक साधारण समस्या पर चर्चा करें मान लीजिए कि सभी जटिल संख्याओं का सेट कुछ निश्चित अल्फा और बीटा और एक स्थिरांक के लिए इस समीकरण को संतुष्ट करता है।
k तब यह वृत्त का प्रतिनिधित्व करता है यदि और केवल यदि अल्फा और बीटा से दूरी जिसका वर्ग दो k से कम होना चाहिए, तो आइए हम इस परिणाम को साबित करने का प्रयास करें मान लीजिए कि एक जटिल संख्या इसे संतुष्ट करती है समीकरण फिर मॉड जेड माइनस अल्फा स्क्वायर प्लस जेड माइनस बीटा पूरा वर्ग यह के बराबर है तो यह जेड माइनस अल्फा गुणा जेड बार अल्फा बार प्लस जेड माइनस बीटा उत्पाद जेड माइनस बीटा के साथ पूरे बार के बराबर है जो कि के बराबर है पिछले परिणाम को याद करें हमें एक सर्कल का प्रतिनिधित्व करने की आवश्यकता होगी जिसे हमें इस विशेष रूप में प्राप्त करने की आवश्यकता है,
इसलिए आइए हम इस विशेष रूप में सरल बनाने का प्रयास करें ताकि हमारे पास जेड बार जेड बार एक कारक यहां से एक और कारक है यह अभिव्यक्ति
इसलिए हमें z बार में z बार और माइनस z अल्फा बार माइनस z बार अल्फा और फिर प्लस मॉड अल्फा स्क्वायर और अन्य शब्द z बीटा बार z बार बीटा प्लस मॉड बीटा स्क्वायर में दो बार मिलता है यह k के बराबर है और अब हमारे पास है zz बार
इसलिए z के गुणांक को संयोजित करने का प्रयास करें जो कि अल्फा बार प्लस बीटा बार माइनस z बार अल्फा प्लस बीटा है और हमें सभी स्थिरांक मॉड अल्फा स्क्वायर प्लस मॉड बीटा स्क्वायर माइनस k यह शून्य के बराबर है यह सी की तरह हमारा स्थिरांक है जो दिखाई देता है d पिछले एक में अब केंद्र बिंदु अल्फा प्लस बीटा 2 के अलावा कुछ भी नहीं है,
इसलिए हम देखते हैं कि जेड बार से जेड बार माइनस जेड अल्फा बार बीटा बार 2 माइनस जेड बार अल्फा प्लस बीटा 2 से और अब हम इसे निरंतर सी कहते हैं यह एक सर्कल का प्रतिनिधित्व करेगा यदि और केवल अगर ऐसा है तो यह स्टार सर्कल का वर्णन करता है

यदि और केवल अगर हमारा निरंतर सी
जेड शून्य वर्ग के मॉड्यूलस से कम होना चाहिए जहां जेड यहां अल्फा प्लस बीटा द्वारा दो से दिया गया है, जो अल्फा प्लस बीटा दो पूर्ण है वर्ग तो हमारे पास सी अल्फा प्लस बीटा के मॉड्यूलस से दो से कम है पूरे वर्ग को याद करें कि सीसीएस मॉड अल्फा स्क्वायर प्लस मॉड बीटा स्क्वायर माइनस के क्या है और हम सभी अभिव्यक्ति के लिए दो से विभाजित हैं
इसलिए सी इस प्रकार है और फिर यह कम है एक से चार मॉड अल्फा स्क्वायर मॉड बीटा स्क्वायर प्लस अल्फा बीटा बार प्लस अल्फा बार बीटा अब इस असमानता को सरल करता है तो हमें माइनस k मिलता है, जो हमने कहा है कि अल्फा स्क्वायर मॉड अल्फा स्क्वायर के दो बार प्लस मॉड बीटा स्क्वायर के दो बार हम लाते हैं।
दाहिना हाथ पक्ष हमें मिलता है कि माइनस मॉड अल्फा स्क्वायर माइनस मॉड बीटा स्क्वायर और प्लस अल्फा बीटा बार प्लस अल्फा बार बीटा अब दोनों तरफ माइनस साइन से गुणा करें हमें रिवर्स असमानता मिलती है जो
अल्फा माइनस बीटा का मापांक है पूरा वर्ग जो एक से कम है गलती यह दो k से दो कम है
इसलिए यह निष्कर्ष निकाला है कि वांछित परिणाम जब भी z इस समीकरण को संतुष्ट करता है और स्थिरांक अल्फा बीटा k इसे संतुष्ट करता है तो हमें एक वृत्त मिलता है और जब भी हमें इस विशेष समीकरण द्वारा एक वृत्त मिलता है तो अल्फा बीटा k को संतुष्ट करना चाहिए यह शर्त मैं आपको कुछ सरल अभ्यास देता हूं मान लीजिए z इस समीकरण को संतुष्ट करता है जहां अल्फा और बीटा जटिल संख्या हैं और k एक सकारात्मक वास्तविक संख्या है जो एक से अलग है तो हम दिखा सकते हैं कि यह एक सर्कल का प्रतिनिधित्व करता है और एक और अभ्यास एक जटिल संख्या मान लीजिए अल्फा जो सर्कल में स्थित है, बस ध्यान दें कि यह एक्स शून्य पर केंद्रित एक सर्कल है और त्रिज्या आर के रूप में त्रिज्या के साथ शून्य है और अल्फा सर्कल पर स्थित है ले और मान लीजिए कि अल्फा बार एक के साथ अल्फा बार दूसरे सर्कल पर स्थित है लेकिन केंद्र समान है लेकिन त्रिज्या चार आर वर्ग है तो इस शर्त के साथ कि जेड शून्य वर्ग का मॉड्यूलस आर वर्ग प्लस टू बाय टू द्वारा दिया जाता है तो हम निर्धारित कर सकते हैं अल्फा का मूल्य
इसलिए मैं उत्तर लिखूंगा
इसलिए कृपया इसे सत्यापित करें मुझे संक्षेप में बताएं कि हमने पहले एक जटिल संख्या प्रणाली शुरू की है जहां हम प्लस ऑपरेशन के साथ-साथ उत्पाद संचालन भी पेश करते हैं, उसके बाद हम एक परिसर के मॉड्यूलस का परिचय देते हैं एक सम्मिश्र संख्या की संख्या और संयुग्मन और फिर हमने कई असमानताओं का अध्ययन किया उसके बाद हमने एकता की n वीं जड़ और कई गुणों और समस्याओं का अध्ययन किया, जिसके आधार पर हम विशेष रूप से एकता के घनमूल और उस पर आधारित कई ज्यामितीय समस्याओं का अध्ययन करते हैं और इसमें अंतिम व्याख्यान हम कई ज्यामितीय वस्तुओं पर चर्चा करते हैं जैसे सीधी रेखा के घेरे इसे जटिल विमान में कैसे दर्शाया जा सकता है और यह एक प्रकार का चित्रण देता है कि किसी भी ज्यामितीय समस्या को जटिल तल में महसूस किया जा सकता है और जटिल तल में समस्याओं को एक ज्यामितीय समस्या में स्थानांतरित किया जा सकता है और इससे किसी समस्या को एक अलग दृष्टिकोण से हल करने की स्वतंत्रता मिलती है,
इसलिए इसके साथ हम अपने व्याख्यान समाप्त करते हैं जटिल संख्याएं धन्यवाद