

হ্যালো ছাত্রছাত্রীরা শেষ বক্তৃতায় জটিল সংখ্যার বক্তৃতায়

স্বাগত জানাই abc যা কাঁটার বিপরীত দিকে অভিমুখী হয় তাহলে এটি নিম্নোক্ত সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে যেটি একটি প্লাস ওমেগা বি প্লাস ওমেগা বর্গ c সমান শূন্য যেখানে ওমেগা হল একতার ঘনমূল এবং যদি এটি সমবাহু ত্রিভুজ হয় যদি এবং শুধুমাত্র যদি এটি এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে পাশাপাশি এটি অন্য সমীকরণটিকেও সন্তুষ্ট করে যেটি হল একটি বর্গ প্লাস বি বর্গ প্লাস সি বর্গ সমান ab প্লাস বিসি প্লাস ca, আসুন একটি সহজ সমস্যা করা যাক, শীর্ষবিন্দু সহ একটি ত্রিভুজ হওয়া যাক জটিল সংখ্যার সাথে এটিকে  $z_1 z_2 z_3$  বলা যাক যে সম্পত্তি তাদের মডুলাস সমান এবং তাদের যোগফল 0 তাহলে আমাদের দেখাতে হবে যে t একটি সমবাহু ত্রিভুজ

তাই আমাদের যা দেওয়া হয়েছে তা সমান মাত্রা সহ তিনটি শীর্ষবিন্দু।

এবং তাদের যোগফল শূন্য

যা একতা সম্পত্তির ঘনমূলের প্রায় সমান কিন্তু আমরা যা জানি তা হল একতার ঘনমূল তাদের মডুলাস এত সমান যা এক কিন্তু এখানে এটা বলা হয়নি যে এটি বলা হয় শুধুমাত্র দেওয়া হয় মডুলাস সমান যা আমরা জানি না যে এটি একক বৃত্তের উপর অবস্থিত নাকি একক বৃত্তের চেয়ে বেশি

তাই আসুন আমরা কল্পনা করার চেষ্টা করি যে আমাদেরকে কী দেওয়া হয়েছে যেহেতু তাদের মডুলাস সমান

তাই তারা একটি বৃত্তের উপর শুয়ে আছে যার ব্যাসার্ধ আমরা বলতে পারি এটি r হিসাবে

তাই তারা বৃত্তে বিতরণ করা হয় z one z দুই z তিন আমাদের যা দেওয়া হয়েছে তা হল তাদের যোগফল শূন্য এই সমীকরণ থেকে যে ফ্যাক্টর দেওয়া হয়েছে এই তিনটি জটিল সংখ্যা শূন্যের যোগফল যদি আমরা কনজুগেশন নিই তবে এটি এখনও আছে একই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করতে যাচ্ছি

তাই কনজুগেশন ধরুন এখনও এটি 0 এবং এটি বোঝায় যে এটি z 1 বার প্লাস z দুই বার এবং z তিন বার এটি শূন্যের সমান এখন এই সত্যটি ব্যবহার করুন যে তাদের মডুলাস সমান

তাই আমরা দ্বারা ভাগ করতে পারি mod z1 squa দ্বারা ভাগ করুন re যদি আমরা mod z এক বর্গ দ্বারা ভাগ করি তবে এটি মান যাইহোক এটি mod z দুই বর্গক্ষেত্রের পাশাপাশি mod z তিন বর্গক্ষেত্রের সমান তারপর আমরা এখানে z one বারকে mod z one বর্গ দ্বারা ভাগ করি যা z one হিসাবে লেখা যেতে পারে।

z এক বার প্লাস z দুই বার ভাগ করে mod z এক বর্গক্ষেত্র যা mod z দুই বর্গক্ষেত্রের সমান

তাই এটিকে z টু z দুই বার প্লাস z 3 বারে z 3 দ্বারা ভাগ করে z 3 পাওয়ার সমান 0.

সুতরাং আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণে পৌঁছেছি যা এক দ্বারা z এক যোগ এক দ্বারা z দুই যোগ এক দ্বারা z তিন এটি শূন্যের সমান এবং আমরা

এই ফ্যাক্টরটির জন্য একটি সাধারণ গুণিতক হিসাবে  $z_1 z_2 z_3$  দ্বারা গুণিত করতে পারি

আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণে পৌঁছেছি আমরা এখানে z দুই z তিন পেয়েছি

তাই আমরা এই সমীকরণটিকে গুণনীয়ক দ্বারা গুণ করি যা z এক z দুই z তিন আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণে পৌঁছেছি এটি শূন্যের সমান এটিকে সমীকরণ হিসাবে কল করা যাক প্রদত্ত সমীকরণে আমাদের z ওয়ান প্লাস z 2 প্লাস z 3 এর মান 0 হলে এর বর্গ নিন e এটি আবার 0 এর মানে হল যে প্রসারিত আমরা 1 বর্গ প্লাস z দুই বর্গ প্লাস z থ্রি বর্গ প্লাস ফ্যাক্টর পাই যা দুই গুণ z এক z দুই যোগ z2 z3 প্লাস z3 z1 এটি 0 এর সমান এবং সমীকরণ দ্বারা 1 এই ফ্যাক্টরটি 0

তাই আমরা পেয়েছি যে z এক বর্গ প্লাস z দুই বর্গ প্লাস জেড থ্রি বর্গ শূন্য, আসুন আমরা একে এক এবং দুই সমীকরণ থেকে সমীকরণ দুই হিসাবে বলি আমরা দেখতে পাচ্ছি যে z এক বর্গ প্লাস টু স্কোয়ার প্লাস জেড থ্রি বর্গ এটি হল  $z_1 z_2$  প্লাস  $z_2 z_3$  প্লাস  $z_3 z_1$  এখন আমাদের সেই প্রস্তাবটি স্বরণ করি যা আমরা আগে প্রমাণ করেছিলাম যে আপনার যদি শীর্ষবিন্দু সহ একটি ত্রিভুজ

থাকে তাহলে এটি হবে সমবাহু ত্রিভুজ যদি এবং শুধুমাত্র যদি এটি সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে যা একটি বর্গ প্লাস বি বর্গ প্লাস c বর্গ সমান ab প্লাস bc প্লাস ca এই ফলাফল থেকে আমরা পাই যে t সমবাহু ত্রিভুজ

তাই আমরা প্রদত্ত সমস্যাটি প্রমাণ করেছি যে যদি z one z দুই z থ্রি এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে তাহলে আমরা প্রমাণ করেছি যে এটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ আসুন d oa আরেকটি সমস্যা যার অনুরূপ অনুমান রয়েছে তা হল আমাদের তিনটি জটিল সংখ্যা দেওয়া হয়েছে z one z দুই z তিন যেমন যেগুলির মডুলাস এক হিসাবে মানের সাথে সমান এবং তাদের যোগফল শূন্যের সমান নয় তবে তাদের বর্গ সমষ্টি শূন্যের সমান z এক বর্গ প্লাস z দুই বর্গ প্লাস z 3 বর্গ 0 এর সমান তারপর আমাদের দেখাতে হবে যে 2 এর চেয়ে বড় বা সমান যেকোনো পূর্ণসংখ্যার জন্য নিচের রাশিটি বিবেচনা করুন যা z 1 পাওয়ার n প্লাস z থেকে পাওয়ার n প্লাস z 3 পাওয়ার n এর মাত্রা গণনা করুন যা সর্বদা হয়  $0 r 1 r 2 r$  তিন ঠিক আছে

তাই আসুন আমরা এই ফলাফলটি প্রমাণ করার চেষ্টা করি

তাই প্রথমে আমরা পর্যবেক্ষণ করব যে জটিল সংখ্যা z এক বর্গ z দুই বর্গ z তিন বর্গ আলাদা আলাদা ধরুন তারা নয় আলাদা করে কি ঘটবে যার মানে হল যদি আমরা বলি যে z 1 বর্গ সমান z 2 বর্গ তাহলে অনুমান থেকে অবিলম্বে আমরা দেখতে পাই যে z তিন বর্গ s বিয়োগ z এক বর্গক্ষেত্রের দুই গুণ যা অবিলম্বে z 3 s wh এর মডুলাস বলে ose বর্গ মূলত 2 যা আমাদের ধারণার বিপরীত যে z তিনের মডুলাস এক ঠিক

তাই আমরা লক্ষ্য করি যে প্রদত্ত জটিল সংখ্যা z এক z দুই z তিন তারা স্বতন্ত্র এবং তারা একক বৃত্তের উপর থাকে যার

মানে তারা মত নয় একটি রেখার উপর শুয়ে আছে যার মানে আমরা  $z_1 z_2 z_3$  হিসাবে শীর্ষবিন্দু সহ একটি ত্রিভুজ স্থাপন করতে পারি এবং পূর্ববর্তী ফলাফলটি অবিলম্বে বলে দেবে যে এটি শীর্ষবিন্দু সহ একটি সমবাহু ত্রিভুজ  $z_1$  বর্গ  $z_2$  বর্গ  $z_3$

বর্গ আমাকে আগের ফলাফলটি স্বরণ করি যা আমরা দেখিয়েছিলাম যদি মাত্রাগুলি সমান হয় এবং তাদের যোগফল শূন্যের সমান হয় তবে আমরা দেখিয়েছি যে  $z$  এক শূন্য দুই  $z$  তিন হিসাবে শীর্ষবিন্দু সহ ত্রিভুজটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে এখন আমরা লক্ষ্য করি যে এটি থেকে আমরা লক্ষ্য করি যে ত্রিভুজটি শীর্ষবিন্দু সহ  $z$  এক বর্গক্ষেত্র  $z$ ।

দুই বর্গ  $z$  তিন বর্গ হল একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং লক্ষ্য করুন যে আরও একটি নোট বলে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে  $\text{mod } z$  এক বর্গক্ষেত্র এবং  $\text{mod } z$  দুই বর্গক্ষেত্র  $\text{mod } z^3$  বর্গ যার মডুলাস এক তাই যা মানে তারা একটি একক বৃত্তের উপর থাকে এবং সংশ্লিষ্ট শীর্ষবিন্দুগুলি আমাদেরকে একটি সমবাহু ত্রিভুজের জন্ম দেয় যার অর্থ হল জটিল সংখ্যাগুলিকে ওমেগা দিয়ে সংযুক্ত করা যেতে পারে অর্থাৎ আমরা 120 ডিগ্রি ঘোরার মাধ্যমে একটি শীর্ষবিন্দু পেতে পারি যা ঘনমূল দ্বারা গুণিত হয়।

$z$  1 বর্গক্ষেত্রের সাথে ঐক্যের এবং আমরা অন্য শীর্ষবিন্দুটি পেতে পারি যা  $z$  তিন বর্গ দ্বারা গুণিত হয় এবং এই পরিমাণকে ওমেগা বলুন যা ওমেগা বর্গ  $z$  এক বর্গ

তাই আমরা লক্ষ্য করতে পারি যে ওমেগাকে ওমেগা পাওয়ার ফোর হিসাবে লেখা যেতে পারে যার অর্থ হল একই অভিব্যক্তিকে ওমেগা পাওয়ার ফোর গুন করে  $z$  এক বর্গ হিসাবে লেখা যেতে পারে এখানে আমরা যেমন রাখি তাহলে আমরা দেখতে পাই যে  $z$  দুই

এই উপাদানটির বর্গমূল দ্বারা দেওয়া হয়েছে যা আমাদেরকে প্লাস বা বিয়োগ দেয় ওমেগা বর্গ  $z$  ওয়ান এবং জেড থ্রি হল প্লাস  $r$  বিয়োগ ওমেগা টাইমস  $z$  এখন মনে করুন আমরা কি গণনা করতে চাই আমরা  $z$  এক শক্তি  $n$  প্লাস  $z$  দুই পাওয়ার  $n$  প্লাস  $z$  থ্রি পাওয়ার  $n$  এখন এক্সপ্রেসন টি গণনা করতে চাই হ্যাট হল  $z$  1 পাওয়ার  $nz$  থেকে পাওয়ার  $n$  প্লাস  $z$  3 পাওয়ার  $n$  এর সমান আমরা দেখতে পাচ্ছি যে  $z$  1 পাওয়ার  $n$  সাধারণত বের করা যেতে পারে

তাই আমরা এখানে 1 প্লাস  $psa$  বিয়োগ ওমেগা স্কয়ার পাওয়ার  $n$  আবার প্লাস  $r$  বিয়োগ ওমেগা পাওয়ার  $n$  পাই এখন আমাদের এর মাত্রা গণনা করতে হবে যেহেতু  $z$  one এর মডুলাস একটি

তাই  $z$  one এর মডুলাস একটি পাওয়ার  $n$

তাই আমরা শেষ

করে নিচের জটিল সংখ্যাটির মাত্রা গণনা করি যা 1 প্লাস  $r$  বিয়োগ ওমেগা পাওয়ার 2 পাওয়ার  $n$  প্লাস  $r$  বিয়োগ ওমেগা পাওয়ার  $n$  এইভাবে অবিলম্বে আমরা যা বলতে পারি তা হল এটি তিনটির থেকে কম বা সমান কিন্তু আমাদের উদ্দেশ্য হল মানটি সঠিকভাবে 0 1 2 3 ঠিক আছে তা দেখানোর মানে হল যে এটি পূর্ণসংখ্যা ছাড়া অন্য কোনো বাস্তব সংখ্যা নেবে না যা শূন্য থেকে তিনের মধ্যে

তাই এটি সহজেই অনুধাবন করা যায় কারণ আমরা দেখতে পাচ্ছি যে কোনো মানের জন্য এই অভিব্যক্তিটি সমান হবে যা ওমেগা পাওয়ার 2  $n$  হবে ওমেগা পাওয়ার  $n$  এর সমান

তাই আমাদের প্রশ্ন হল কখন এটি সমান হবে সমান হবে শুধুমাত্র  $wh$  en omega power  $n$  একটি

তাই এর মানে হল যে আমি যদি  $n$  কে পূর্ণসংখ্যার মান 2 3 হিসাবে নিই এবং

তাই যখন এটি 3 মাল্টিপল হয় তখন আপনি এখানে একই মান পাবেন যা ওমেগা পাওয়ার দুই  $n$  এবং সেই সাথে ওমেগা পাওয়ার  $n$  আপনি পাবেন একই মান যা একটি

তাই অন্যথায় আপনি সর্বদা এখানে পাবেন যা একটি ভিন্ন উপাদান যা এখানে আছে আপনি ওমেগা স্কয়ার পেতে পারেন সেক্ষেত্রে আপনি এখানে ওমেগা আর এক পাবেন

তাই  $n$  এর একাধিক থেকে ভিন্ন হলে কোনো সমান উপাদান থাকবে না তিন

তাই এই পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমরা এখানে শুধুমাত্র সম্ভাবনা পাচ্ছি

তাই সম্ভাবনা হল ওমেগা ওমেগা স্কয়ার আমাদের যোগফল বা ওমেগা যোগ করতে হবে বিয়োগ ওমেগা স্কয়ার দিয়ে

তাই যদি আমি আবার মনে করার চেষ্টা করি আমি শুধুমাত্র এই অভিব্যক্তিটির কিছু উপর ফোকাস করছি

তাই এখানে বিয়োগ ওমেগা ওমেগা বর্গক্ষেত্র এবং অন্যান্য সম্ভাবনা বিয়োগ ওমেগা বিয়োগ ওমেগা বর্গ

তাই এই সম্ভাবনার অধীনে আপনি দেখতে পারেন যে তাদের যোগফল সর্বদা একটি পূর্ণসংখ্যা হবে

তাই যদি আমি সব জায়গায় এক নিই তাহলে তাদের যোগফল সহজেই যাচাই করতে পারে যে তাদের যোগফল হবে মাত্র 0 1 2 এবং 3.

তাই আমি এই যাচাইকরণের জন্য একটি অনুশীলন হিসাবে এটি ছেড়ে দিই আসুন আমরা আরেকটি সমস্যা করি এখানে আবার নিম্নলিখিত অভিব্যক্তিটির মান গণনা করি ওমেগা হল একতার ঘনমূল

তাই আমাদের প্লাস এক্সপ্রেসনের জন্য মান গণনা করতে হবে

তাই বৈশিষ্ট্যগুলি স্বরণ করার চেষ্টা করুন এর ওমেগা ওয়ান হল ওয়ান প্লাস ওমেগা ওমেগা স্কয়ার এটি শূন্য এবং ওমেগা পাওয়ার  $n$  যদি এটি তিনটির মাল্টিপল হয় তাহলে পাওয়ার তিন বা তিনটি মাল্টিপল থ্রি হলে আপনি সাধারণভাবে একটি পাবেন আমরা এটিকে ওমেগা পাওয়ার  $n$  হিসাবে লিখতে পারি যদি একটি  $n$  হিসাবে তিনটির একাধিক

তাই অবশিষ্টাংশ মানে যদি আমি তিনটি অবশিষ্ট শূন্য দিয়ে ভাগ করি তাহলে মানটি হবে এক ওমেগা যদি  $n$  আপনি তিন দিয়ে ভাগ করেন যদি অবশিষ্টটি এক হয় তাহলে আপনি মান পাবেন ওমেগা ওমেগা বর্গ যদি অবশিষ্ট দুটি হয় যখন আমরা  $n$  তিন দিয়ে ভাগ করি ঠিক আছে

তাই এখন এখানে কিছু প্যাটার্ন দেখার চেষ্টা করুন যেটা হল আমি যদি এক বিয়োগ ওমেগা স্কয়ারের অভিব্যক্তিটি বিবেচনা করি তবে এটি মাইনাস ওমেগা এর সমান এবং 1 প্লাস ওমেগা স্কয়ারটি আবার বিয়োগ ওমেগা দিয়ে প্রতিস্থাপিত হয়

তাই আমরা বিয়োগ 2 om পাই উদাহরণস্বরূপ, যদি আমি পরবর্তী অভিব্যক্তিটি বিবেচনা করি যা হল 1 বিয়োগ ওমেগা স্কয়ার

প্লাস ওমেগা পাওয়ার 4 যা ওমেগা ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই যা এক বিয়োগ ওমেগা স্কয়ার প্লাস ওমেগা মান আবার ওয়ান প্লাস ওমেগাকে বিয়োগ ওমেগা স্কয়ার দ্বারা প্রতিস্থাপন করা হয়

তাই আমরা মাইনাস দুই ওমেগা বর্গ পেতে পারি আমি যদি পরবর্তী পরবর্তী রাশিতে যাই যা তিন যোগ ছয় হয় আমরা দেখতে পাই যে অবিলম্বে এটি একটি

তাই সাধারণ পর্যবেক্ষণ হল এক বিয়োগ ওমেগা পাওয়ার  $n$  প্লাস ওমেগা পাওয়ার টু  $n$  আমরা এক্সপ্রেসন এক পাব যদি  $n$  তিনটির একাধিক হয় এবং আমরা বিয়োগ পাব 2 ওমেগা যদি  $n$  সমান হয় 1 মোড 3 এবং বিয়োগ দুই ওমেগা বর্গ যদি অবশিষ্ট পদ দুটি হয় যখন আমরা  $n$  কে তিন দ্বারা ভাগ করি

তাই এই পর্যবেক্ষণের সাথে এখন গুণফলটি এখন সহজ হয়ে গেছে

তাই এখন আমরা যা করতে পারি তা হল এই পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে আপনি করতে পারেন তিনটি পদ পরপর একত্রিত করুন যার অর্থ হল প্রথম তিনটি পদের পণ্য বিবেচনা করুন

তাই প্রথম তিনটি পদের পণ্য যা আমরা পাই যা দ্রুততর শব্দটি হল মাইনাস দুই ওমেগা এবং পরবর্তী পদটি হল দুটি ওমেগা বর্গ এবং তম  $e$  পরবর্তী পদটি একটি

তাই মানটি হল দুটি বর্গ বাকিটি হল ওমেগা কিউব যা একটি যদি আমি তিনটির অন্য সেটটি আবার নিই তাহলে আপনি দুটি বর্গ পেতে যাচ্ছেন এই পর্যবেক্ষণ দ্বারা পণ্যটির মান নিম্নলিখিত অভিব্যক্তি দ্বারা দেওয়া হয়েছে ধরুন  $n$  তিনটির একাধিক তাহলে আমরা তিনটি তিনটি পদ একে অপরকে একত্রিত করতে পারি এবং তারপর যে গুণফলটি আমরা 2 বর্গ পেতে যাচ্ছি এবং আপনি যে সংখ্যাটি 3 দিয়ে  $n$  গুণ করতে যাচ্ছেন

সেটি তখন ঘটবে যখন  $n$  তিনটির গুণিতক হবে এবং যখন  $n$  বলা হয় তিন প্লাস ওয়ানের মাল্টিপল তারপর যখন আমরা তিনটি তিনটি পদকে একত্রিত করি তখন আমরা একটি টার্ম বাদ দেব যেটি টার্ম থেকে আসবে যা এক বিয়োগ ওমেগা প্লাস ওমেগা বর্গ

তাই আপনি যা পাবেন তা হল দুই বর্গ শক্তি যা আপনি কি 3 দ্বারা ভাগ করেন এর ভাগফল নিন এবং তারপরে আরও একটি ফ্যাক্টর আছে যা আমরা তিনটি পদে একত্রিত করিনি যা হল বিয়োগ দুই ওমেগা এবং যদি  $n$  বলা হয় 3 কে প্লাস 2 তাহলে অনুরূপ যুক্তি দিয়ে আমরা 2 বর্গ  $t$  পাই তার ভাগফল  $n$  দ্বারা তিন গুণ করে বিয়োগ দুই ওমেগা এবং বিয়োগ 2 ওমেগা বর্গ তাই এখন এই রাশিটিকে সরল করে আমরা গুণফলের মান পাই এখন আসুন জ্যামিতিক বস্তুটি অধ্যয়ন করার চেষ্টা করি যা সরলরেখার মতো এবং তারপরে আমরা যাবো একটি বৃত্ত

তাই প্রথমে আলোচনা করি জটিল সমতলে সরলরেখার সমীকরণ কী

তাই আমরা দেখাব যে জটিল সমতলে সরলরেখার সমীকরণ আলফা বার  $z$  বার প্লাস আলফা জেড প্লাস বিটা সমান শূন্য যেখানে আলফা একটি অশূন্য জটিল সংখ্যা এবং বিটা অবশ্যই একটি বাস্তব সংখ্যা হতে হবে

তাই আসুন আমরা এটি বের করি যাতে কার্টেসিয়ান স্থানাঙ্ক সিস্টেমে একটি সরল রেখার সাধারণ সমীকরণটি  $ax$  প্লাস  $by$  সমান শূন্য দ্বারা দেওয়া হয় যেখানে  $abc$

একটি রেখাকে উপস্থাপন করার জন্য বাস্তব সংখ্যা এই শর্তটি যোগ করতে হয়  $a$  বা  $b$  অবশ্যই অশূন্য হতে হবে একটি বর্গ প্লাস  $b$  বর্গক্ষেত্র অবশ্যই শূন্য হতে হবে  $xy$  এর যেকোন জোড়া এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে এখন এই  $xy$ টি কার্টেসিয়ান সমতলে ট্রেস করুন তারপর আমরা একটি স্ট্রাই পাব  $ght$  লাইন এখন এই জোড়া  $xy$  এর জন্য আমরা একটি জটিল সংখ্যা যুক্ত করতে পারি যার নাম হল  $x$  বলা যাক  $z$  এর সমান  $x$  যোগ  $iy$  তারপর  $x$  কে  $z$  যোগ  $z$  বার 2 দ্বারা এবং  $y$  দেওয়া হয়  $z$  বিয়োগ  $z$  বার দ্বারা 2 আমি এখন মনে করি যে আমরা যা করেছি আমরা কেবল কার্টেসিয়ান সমতলে উপাদানের জোড়ার জটিল সংখ্যার সাথে প্রাকৃতিক সংযোগ করছি

তাই কার্টেসিয়ান সমতলে একজোড়া মৌল  $xy$  দেওয়া হলে আমরা জটিল সংখ্যাটিকে সংযুক্ত করি যা  $x$  যোগ  $iy$  তাহলে আমরা হলাম দেখতে সক্ষম এই  $x$  কি এবং  $z$  এবং  $z$  বারের পরিপ্রেক্ষিতে  $y$  কি এখন যদি  $xy$  উপাদানের জোড়া তারা একটি সরল রেখায় থাকে তাহলে এটি এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে

তাই এর অর্থ হল যে আমরা 2 দ্বারা একটি গুণ  $z$  প্লাস  $z$  বার পাই প্লাস  $b$  বার  $z$  প্লাস  $z$  বার  $z$  বিয়োগ  $z$  বার 2  $i$  প্লাস  $c$  শূন্যের সমান এবং শুধু বলুন  $z$  বারের জন্য সহগ একত্রিত করলে

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি একটি যোগ  $ib$  দ্বারা 2 এবং  $z$  গুণ একটি বিয়োগ  $ib$  দ্বারা দুই যোগ  $c$  গুণ শূন্য যদি আমরা আলফাকে এই সংখ্যা হিসাবে বিবেচনা করি তবে আমরা আরও সরলীকরণ করতে পারি যা বলি

আলফাকে একটি বিয়োগ  $ib$  হিসাবে দুই দ্বারা প্রতিস্থাপন করুন তাহলে আমরা  $z$  বারকে আলফা বার প্লাস আলফা  $z$  প্লাস  $c$  দিয়ে গুণ করলে এখন শূন্যের সমান হবে যেহেতু একটি বর্গ প্লাস বি বর্গ হল অশূন্য যা বোঝায় যে মোড আলফা হল

ননজিরো যা আলফা বলার মতই একটি শূন্য কমপ্লেক্স সংখ্যা এবং যেখানে  $c$  হল আরেকটি নোড বলা হল পর্যবেক্ষণ

তাই যদি আমি শুধু সংক্ষিপ্ত করে বলি আলফা হল একটি অ-শূন্য জটিল সংখ্যা এবং  $c$  হল একটি বাস্তব সংখ্যা

তাই আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণটি পাই যা জটিল সমতলের সরলরেখাকে বর্ণনা করে জিজ্ঞাসা করুন এই লাইনের ঢাল কত এবং আপনি যদি

প্রদত্ত রেখার ঢাল বিবেচনা করেন যেটি  $ax$  এর প্লাস বাই প্লাস  $c$  এর সমান 0 আমরা ঢাল পাব কারণ এটি  $m$  হিসাবে বিয়োগ  $a$  দ্বারা  $b$  আপনি ধরে নিবেন  $b$  অশূন্য তাহলে আমরা পারি আলফার পরিপ্রেক্ষিতে এই সমীকরণের ঢাল যা বলা হয় তা সহজেই বের করুন

তাই সমীকরণের একটি ঢাল ঢাল আমাদের প্রয়োজন যেহেতু আলফা

তাই

আলফা প্লাস আলফা বার দ্বারা  $a$  বের করা যেতে পারে এবং  $b$  আলফা বার মাইনাস আলফা দ্বারা দেওয়া হয় এটি থেকে আমরা  $c$  দেখতে পারেন যে ঢাল  $m$  কে  $i$  গুণ আলফা প্লাস আলফা বার দিয়ে ভাগ করে আলফা মাইনাস আলফা বার দিয়ে দেওয়া হয়েছে

তাই এই মানক সমীকরণ থেকে সহজে সরলরেখার বৈশিষ্ট্য বের করা যায় যেমন কখন দুটি সরলরেখা সমান্তরাল হবে এবং একই সাথে খাজু রেখাগুলি অধ্যয়ন করুন এটি সরলরেখার সংশ্লিষ্ট সহগগুলি অধ্যয়ন করে করা যেতে পারে, আমাদের এটি একটি অনুশীলন হিসাবে দেওয়া যাক যে আমাদের দুটি সরল রেখা দেওয়া হয়েছে এই দুটি লাইন সমান্তরাল যদি এবং শুধুমাত্র যদি আপনি কার্টেসিয়ানে স্মরণ করলে এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে কোঅর্ডিনেট সিস্টেম আপনি দুটি লাইনের এই ঢালগুলি নিন, আসুন আমরা বলি  $m$  একটি লাইনের জন্য একটি ঢাল এক  $m$  দুই লাইন দুটির জন্য একটি ঢাল যদি  $m$  একটি  $m$  দুই এর সমান হয় তবে আপনি বলবেন যে দুটি লাইন সমান্তরাল এখন আমরা একই পাচ্ছি যেটি আলফা  $1$  বার আলফা  $1$  এর সাথে আপনি এটিকে জটিল সমতলের সাজানোর এক ধরণের ঢাল হিসাবে বিবেচনা করেন যদি তারা সমান হয় তবে আপনি এটি সমান্তরাল এবং একইভাবে আমাদের কাছে একটি অন্য এক্সপ্রেস রয়েছে লম্ব বর্ণনা করার জন্য আয়ন

তাই আমরা বলি যে দুটি রেখা লম্ব যদি এবং শুধুমাত্র যদি এই ঢাল ফ্যাক্টরটিকে আমরা আলফা দ্বারা একটি বার দ্বারা আলফা একটি অনুপাত এবং অন্য ঢাল ফ্যাক্টর দ্বারা চিহ্নিত করি তবে তাদের যোগফল অবশ্যই শূন্যের সমান হবে তাহলে আমরা বলি যে এই দুটি লাইন লম্ব হয়

তাই আসুন আমরা জটিল সমতলে একটি বৃত্তের সমীকরণ অধ্যয়ন করার চেষ্টা করি

তাই আমরা যা অধ্যয়ন করেছি তা হল সবচেয়ে সহজ যা একক বৃত্ত যা জটিল সমতলে মোড দ্বারা বর্ণনা করা হয়েছে একটির সমান

তাই ব্যাসার্ধ স্থির করা হয় যা একটি আপনি বিন্দুগুলিকে চিহ্নিত করুন যেগুলি আমরা  $0$  এবং ব্যাসার্ধ  $1$  হিসাবে কেন্দ্র পাই এবং যদি আমরা একটি প্যারামেট্রিক সমীকরণ হিসাবে লিখতে চেষ্টা করি তবে আমরা পাই  $z$  এর সমান  $\cos \theta$  যা  $\cos \theta$  প্লাস  $i \sin \theta$  সহ  $\theta$  থেকে  $2\pi$  এবং  $z$  এর মডুলাস পরিবর্তিত হয় যদি আমি একইভাবে কেন্দ্রকে উৎপত্তি এবং ব্যাসার্ধকে  $r$  হিসাবে বিবেচনা করি যা  $r$ -এর সমান  $\text{mod } z$  দ্বারা বর্ণনা করা হয়েছে এবং এখানে আপনি প্যারামিটারাইজেশন পাবেন কারণ  $z$  এর সমান  $rr$  স্থির করা হয়েছে এবং  $\cos \theta$  যেখানে থিটা শূন্য থেকে পাই পর্যন্ত পরিবর্তিত হয়

তাই থিতে এর ক্ষেত্রে আমরা এটিকে বলি কারণ এটি একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র আমাদের ব্যাসার্ধ  $r$  সহ এখন কেউ জিজ্ঞাসা করতে পারে কিভাবে এই জটিল সমতলে একটি সাধারণ বৃত্তের সমীকরণ বর্ণনা করা যায়

তাই যদি আমরা এটিকে এভাবে বলি এখানে দুটি ক্ষেত্রে যা আমরা দেখতে পাই তা হল এটি বিশেষভাবে উৎপত্তি স্থলে কেন্দ্রীভূত

তাই এখানে বলুন কেন্দ্র স্থির এবং আমরা যা বর্ণনা করি তা হল বৃত্তগুলি কেবলমাত্র পরিবর্তিত হয় যদি আমি কোনো সাধারণ বর্ণনা করার চেষ্টা করি যার মানে আমাদের কেন্দ্রটিকে অন্য কোনো স্থানে সরাতে হবে ঠিক আছে

তাই কী হবে তা বর্ণনা করতে আমার আগ্রহ বৃত্তের সমীকরণ যদি আমি সমতলের কোনো বিন্দুকে বিবেচনা করি তাহলে কেন্দ্র হিসেবে  $z$  নাও বলি এবং ব্যাসার্ধকে  $r$  হিসেবে বলি এর জন্য সমীকরণটি কী আমরা এমন একটি অনুরূপ সমস্যা দেখেছি যা শুধু বলতে চাই আমাদের এই বিশেষটিকে স্থানান্তর করতে হবে উৎপত্তির দিকে যা আমি যদি  $z$  দ্বারা স্থানান্তরিত হই তবে সম্পূর্ণ বিন্দুগুলি এমনভাবে সরে যাবে যে কেন্দ্রটি  $r$  হিসাবে ব্যাসার্ধের সাথে উৎপত্তি হবে যার মানে যা ঘটছে তা কেবল

একটি বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ উপলব্ধি করা যেতে পারে  $ed$  হিসাবে শুধু  $z$  দ্বারা প্রদত্ত বৃত্তটিকে সম্পূর্ণ স্থানান্তরিত করুন এখন আমরা এটিকে মূলে স্থানান্তরিত করেছি এবং আমরা এখানে যা বর্ণনা করেছি তা হল যদি কোন বৃত্তকে কেন্দ্রে মূল হিসাবে থাকে তবে এটি এই প্যারামিটারাইজেশনে দেওয়া হয়েছে এখন আমি আমার বৃত্তটিকে তে স্থানান্তরিত করেছি  $z$  নাও দ্বারা উৎপত্তি এখন এই বৃত্তটি  $r \cos \theta$  দ্বারা প্যারামিটারাইজ করা হয়েছে যা বলে যে  $z$  বিয়োগ  $z$  নাও এর মডুলাসটি এখানে থিটা  $s$  থেকে শূন্য থেকে দুই পাই পর্যন্ত এখন আবার এই সমীকরণটি আমরা বৃত্তের সাধারণ সমীকরণটি ফিরে দেখি  $r$ -এর সমান  $z$  বিয়োগ  $z$  নাও এর মডুলাস লিখছি এখন আমি এটাকে বর্গাকার করেছি এটা

সহজ নোটেশন ছাড়া আর কিছুই নয় যেটা আমরা বলি যে  $z$  নাও হিসেবে  $x$  নাও প্লাস  $iy$  নাও এবং আসুন বিবেচনা করি নির্বিচারে পয়েন্ট  $z$  এই সমীকরণটিকে  $x$  হিসাবে সন্তুষ্ট করে প্লাস  $iy$  তারপর  $z$  বিয়োগ  $z$  নাও বর্গক্ষেত্রের মডুলাস  $x$  বিয়োগ  $x$  নাও পুরো বর্গ প্লাস  $y$  বিয়োগ  $y$  নাও  $d$  পুরো বর্গ সমান  $r$  বর্গ ঠিক আছে

তাই এই সমীকরণ থেকে এটা স্পষ্ট যে জটিল সংখ্যা থেকে

সমতলের কার্টেসিয়ান সমতলের সাথে আমরা দেখি যে সমীকরণ যাই হোক না কেন এটি একটি বৃত্তের সাধারণ সমীকরণকে বর্ণনা করে

তাই আসুন আমরা এই সমীকরণটি আরও পরীক্ষা করি যাতে তারকাটিকে আবার  $z$  বিয়োগ  $z$  নট বারের সাথে  $z$  বিয়োগ  $z$  নট গুণফল হিসাবে লেখা যেতে পারে

তাই এটি প্রতিটি একটি সংমিশ্রণ যা  $r$  বর্গাকার এবং যা আমরা এক্সপ্রেসন হিসাবে পাই যা  $z$  এ  $z$  বার এবং অন্যান্য পদ হল  $z$  ইন  $z$  নট বার বিয়োগ  $z$  বার  $z$  নট প্লাস মোড  $z$  নট বর্গ বিয়োগ  $r$  বর্গ সমান  $0$

তাই এখন এটি সামান্য দেখায় দর্শকদের

সাধারণ এই অর্থে বলুন যে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে ফর্মের সমীকরণ  $zz$  বার বিয়োগ  $zz$  নাও বার বিয়োগ  $z \bar{z}$

naught plus c সমান শূন্য

তাই যা একটি বৃত্ত নির্দেশ করে যা নিম্নোক্ত শর্ত সহ দেওয়া হয়েছে

তাই সমীকরণটিকে বলা যাক যেমন একজন বলুন একজন বৃত্তের বর্ণনা দেয় যদি শর্ত কি তবে শুধুমাত্র আমাদের  $cc$  এর উপর ফোকাস করতে হবে কিছুই নয় কিন্তু  $c \text{ is mod } z \text{ naught}$  স্কোয়ার বিয়োগ  $r$  বর্গ এখন শুধু ট্রেস ব্যাক করুন আমাদের শুধু এই টার্মটি থাকতে হবে  $er$  বর্গ অবশ্যই  $0$ -এর বেশি হতে হবে যেটি শুধুমাত্র সাধারণ বৃত্তকে কেন্দ্রের সাথে  $z$  হিসাবে  $r$  ব্যাসার্ধের সাথে পাওয়ার জন্য প্রয়োজন

তাই এখানে  $c$  এই রাশি দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই  $r$  বর্গ থেকে  $r$  বর্গটি  $\text{mod } z$  দ্বারা দেওয়া হয়েছে naught বর্গ বিয়োগ  $c$  এইভাবে শূন্যের চেয়ে বড় হতে হবে যা  $c$  হল একটি বাস্তব সংখ্যা  $\text{mod } z$  থেকে কম নয় নট বর্গ ঠিক আছে

তাই যদি আমি শুধুমাত্র একটি বৃত্তের সমীকরণ বোঝায়

তবে  $c$  এই শর্তটি সন্তুষ্ট করে ঠিক আছে

তাই  $c$  যদি এই শর্তটি সন্তুষ্ট করে তাহলে আমরা বলতে পারি যে এই সমীকরণটি  $z$ -এ কেন্দ্রীভূত বৃত্তকে বর্ণনা করে কিন্তু ব্যাসার্ধটি পেতে আমাদের হেরফের করতে হবে যা  $r$  একটি সহজ সমস্যা নিয়ে আলোচনা করা যাক, ধরুন সমস্ত জটিল সংখ্যার সেট কিছু নির্দিষ্ট আলফা এবং বিটা এবং একটি ধ্রুবকের জন্য এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে।

$k$  তাহলে এটি বৃত্তের প্রতিনিধিত্ব করে যদি এবং শুধুমাত্র যদি আলফা এবং বিটা থেকে দূরত্ব যার বর্গ অবশ্যই দুই  $k$  এর কম হতে হবে

তাই আসুন আমরা এই ফলাফলটি প্রমাণ করার চেষ্টা করি ধরুন একটি জটিল সংখ্যা এটিকে সন্তুষ্ট করে সমীকরণ তাহলে  $\text{mod } z$  বিয়োগ আলফা স্কয়ার প্লাস  $z$  বিটা বিটা পুরো বর্গ এটি  $k$  এর সমান তারপর এটি  $z$  বিয়োগ আলফা গুণিত  $z$  বার আলফা বার প্লাস  $z$  বিয়োগ বিটা গুণফল সঙ্গে  $z$  বিয়োগ বিটা পুরো বার যা এখন  $k$  এর সমান পূর্ববর্তী ফলাফলটি স্মরণ করুন

আমাদের একটি বৃত্তের প্রতিনিধিত্ব করতে হবে যা আমাদের এই নির্দিষ্ট আকারে পেতে হবে

তাই আসুন আমরা এই নির্দিষ্ট ফর্মটিতে সরলীকরণ করার চেষ্টা করি

তাই আমাদের  $z$  এ  $z$  বার একটি ফ্যাক্টর থেকে আরেকটি ফ্যাক্টর আছে এই অভিব্যক্তিটি

তাই আমরা  $z$  এর দুই গুণ  $z$  বার এবং বিয়োগ  $z$  আলফা বার বিয়োগ  $z$  বার আলফা এবং তারপর প্লাস মোড আলফা স্কোয়ার এবং অন্যান্য পদগুলি হল  $z$  বেটা বার  $z$  বার বিটা প্লাস মোড বিটা স্কোয়ার এটি  $k$  এর সমান এবং এখন আমাদের আছে  $zz$  বার

তাই  $z$  এর সহগ একত্রিত করার চেষ্টা করুন যা আলফা বার প্লাস বিটা বার বিয়োগ  $z$  বার আলফা প্লাস বিটা এবং আসুন আমরা সমস্ত ধ্রুবক সংগ্রহ করি  $\text{mod}$  আলফা বর্গ প্লাস মোড বিটা বর্গ বিয়োগ  $k$  এটি শূন্যের সমান এটি আমাদের ধ্রুবক যেমন  $c$  যা প্রদর্শিত হয় পূর্বের  $d$  এখন কেন্দ্র বিন্দুটি আলফা প্লাস বিটা বাই  $2$  ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে  $z$  বাই  $z$  বার বিয়োগ  $z$  আলফা বার বিটা বার  $2$  বিয়োগ  $z$  বার আলফা প্লাস বিটা বাই  $2$  এবং আসুন এটিকে এখন ধ্রুবক বলি এটি একটি বৃত্তের প্রতিনিধিত্ব করবে যদি এবং যদি

তাই হয় তবে এটি তারার বৃত্তকে বর্ণনা করে

যদি এবং শুধুমাত্র যদি আমাদের ধ্রুবক  $c$

অবশ্যই  $z$  নট বর্গক্ষেত্রের মডুলাস থেকে কম হতে হবে যেখানে  $z$  নট এখানে আলফা প্লাস বিটা দ্বারা দুই দ্বারা দেওয়া হয়েছে

যাতে আলফা প্লাস বিটা দুই দ্বারা সম্পূর্ণ বর্গ

তাই আমাদের আছে

তাই  $c$  হল আলফা প্লাস বিটা এর মডুলাস থেকে দুই দ্বারা কম পুরো বর্গ সিসিস মড আলফা স্কয়ার প্লাস মোড বিটা বর্গ বিয়োগ  $k$  কি এবং আমরা সমস্ত রাশির জন্য দুই দ্বারা ভাগ করেছি

তাই  $c$  এভাবে এবং তারপর এটি কম এক বাই চার মোড আলফা স্কয়ার মোড বিটা স্কয়ার প্লাস আলফা বিটা বার প্লাস আলফা বার বিটা এখন এই অসমতাকে সরল করুন তাহলে আমরা বিয়োগ  $k$  কম পাব যা আমরা বলেছি আলফা স্কয়ার মোড আলফা স্কয়ার প্লাস মোড বিটা স্কোয়ারের দুইবার যোগ করার পর ডান হাত সাইডে আমরা পাই যে মাইনাস মোড আলফা স্কয়ার মাইনাস মোড বিটা বর্গ এবং প্লাস আলফা বিটা বার প্লাস আলফা বার বিটা এখন উভয় দিকের জন্য মাইনাস চিহ্ন দিয়ে গুণ করলে আমরা বিপরীত অসমতা পাই যা

আলফা মাইনাস বিটার মডুলাস পুরো বর্গক্ষেত্র যা একের চেয়ে কম ভুল এটি দুই  $k$  এর চেয়ে কম দুটি

তাই এটি এই উপসংহারে পৌঁছেছে যে যখনই  $z$  এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে এবং ধ্রুবক আলফা বিটা  $k$  এটিকে সন্তুষ্ট করে তখনই আমরা একটি বৃত্ত পাব এবং যখনই আমরা এই বিশেষ সমীকরণ দ্বারা একটি বৃত্ত পাব তখন আলফা বিটা  $k$ -কে সন্তুষ্ট করতে হবে এই শর্তে আমি আপনাকে কিছু সহজ অনুশীলন দিই ধরুন  $z$  এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে যেখানে আলফা এবং বিটা জটিল সংখ্যা এবং  $k$  হল একটি ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা যা একটি থেকে আলাদা তাহলে আমরা দেখতে পারি যে এটি একটি বৃত্তকে প্রতিনিধিত্ব করে এবং আরও একটি ব্যায়াম ধরুন একটি জটিল সংখ্যা আলফা যেটি বৃত্তের মধ্যে অবস্থিত তা শুধু লক্ষ্য করুন যে এটি একটি বৃত্ত যা  $x \text{ naught } y \text{ naught}$  এর ব্যাসার্ধের সাথে  $r$  এবং আলফা সার্কেলে অবস্থিত  $le$  এবং ধরুন আলফা বারের সাথে একটি আলফা বার অন্য বৃত্তের উপর অবস্থিত কিন্তু কেন্দ্র একই কিন্তু ব্যাসার্ধ চার  $r$  বর্গ তাহলে একত্রে শর্ত থাকে যে  $z$  নট বর্গক্ষেত্রের মডুলাসটি  $r$  বর্গ যোগ দুই দ্বারা দুই দ্বারা দেওয়া হয় তাহলে আমরা নির্ধারণ করতে পারি আলফার মান

তাই আমি উত্তরটি লিখব

তাই দয়া করে এটি যাচাই করুন আমাকে সংক্ষিপ্ত করতে দিন আমরা প্রথমে একটি জটিল সংখ্যা সিস্টেম প্রবর্তন করেছি যেখানে আমরা প্লাস অপারেশন এবং সেইসাথে প্রোডাক্ট অপারেশন প্রবর্তন করি তারপর আমরা একটি কমপ্লেক্সের মডুলাস কী তা পরিচয় করিয়ে দিই একটি জটিল সংখ্যার সংখ্যা এবং সংমিশ্রণ এবং তারপরে আমরা বেশ কয়েকটি অসমতা অধ্যয়ন করেছি তার পরে আমরা একতর  $n$  মূল এবং তার উপর ভিত্তি করে বেশ কয়েকটি বৈশিষ্ট্য এবং সমস্যাগুলি অধ্যয়ন করেছি বিশেষ করে আমরা ঐক্যের ঘনমূল এবং তার উপর ভিত্তি করে বেশ কয়েকটি জ্যামিতিক সমস্যা অধ্যয়ন করি এবং এর মধ্যে শেষটি লেকচারে আমরা সরলরেখার বৃত্তের মতো বেশ কয়েকটি জ্যামিতিক বস্তু নিয়ে আলোচনা করি যে কীভাবে এটি জটিল সমতলে উপস্থাপন করা যায় এবং এটি এক ধরনের উদাহরণ দেয় যেকোন জ্যামিতিক সমস্যা জটিল সমতলে উপলব্ধি করা যায় এবং জটিল সমতলে সমস্যাগুলিকে জ্যামিতিক সমস্যায় স্থানান্তর করা যেতে পারে এবং এটি একটি ভিন্ন দৃষ্টিকোণে একটি সমস্যা সমাধানের এক ধরনের স্বাধীনতা দেয়  
তাই এর সাথে আমরা আমাদের বক্তৃত্তা শেষ করি জটিল সংখ্যা আপনাকে ধন্যবাদ