नमस्कार विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे जटिल संख्यांवरील सातव्या व्याख्यानात शेवटच्या लेक्चरमध्ये आम्ही एकात्मतेच्या nव्या मूळवर चर्चा केली आणि त्यावर आधारित आम्ही अनेक ओळख सिद्ध केल्या आहेत चला या चर्चेला पुढे चालू ठेवूया आम्ही एक ओळख सिद्ध केली आहे जी sine pi आहे.

n sine द्वारे दोन pi द्वारे n sine n वजा एक pi द्वारे n मूल्य n द्वारे दोन ते घात n वजा एक हे आपण पाहू या की हे आपल्याला विशिष्ट समस्यांचे निराकरण करण्यात कशी मदत करते

खालील अभिव्यक्तीचे मूल्य शोधण्यासाठी अभिव्यक्ती दहा अंश आहे साइन वीस अंश उत्पादनासह साइन ऐंशी अंशापर्यंतचे उत्पादन आपल्याला या अभिव्यक्तीचे उत्पादन शोधायचे आहे म्हणून आपण या अभिव्यक्तीचे मूल्य शोधण्यासाठी वरील ओळख वापरण्याचा प्रयत्न करूया जे आपण पाहतो ते कोणतेही n मूल्य दिले जाते

n च्या बरोबरीचे म्हणूया दोन मग आपण जे पाहतो ते असे आहे की हे पाई पर्यंतचे चिन्ह दोन बाय दोन आहे आणि जर मी n ची किंमत घेतली तर दहा असे म्हणू द्या, तरीही ते जाते असे म्हणू की पहिले मूल्य sine pi by ten असेल जे साइन अठरा आणि ते साइन होईपर्यंत नऊ बाय नऊ पाई बाय टेन बरोबर आहे, जर मी पहिल्या टर्मसह ओळखण्याचा प्रयत्न केला जेथे ते साइन 10 अंशाने सुरू होते अगदी नैसर्गिकरित्या मला असे दिसते की जर मी n 18 घेतला तर मला पहिला घटक जो साइन आहे तो मिळवता येईल.

10 अंश म्हणजे आपण 18 च्या बरोबरीने n ने सुरुवात करण्याचा प्रयत्न करू या

नंतर मी वरील ओळखीतील अभिव्यक्तीच्या भागाशी एकरूप होऊ शकतो, म्हणून जर मी n 18 च्या बरोबरीचे मानले तर मला येथे काय मिळेल ते साइन 10 अंश आहे pi by 18 आहे आणि दुसरा जो साइन वीस अंश आहे जो साइन टू बाय टू pi बाय अठरापर्यंत आहे आणि तो साइन सतरा pi बाय अठरापर्यंत जातो ज्याचे मूल्य आपल्याकडे अठरा बाय दोन ते घात सत्तर आहे ते आपण आणखी सोपे करू शकतो का ते पाहू या पहिले निरीक्षण म्हणजे k चे मूल्य येथे नऊ किंवा नववे पद जे येथे सांगितले आहे की जर मी k च्या बरोबर 9 घेतले तर माझी अभिव्यक्ती सामान्य पदाच्या वर आहे sine k by 18 i k घेतो 9 बरोबर sine pi मिळेल 2 द्वारे जे 1 आहे.

तर याचा अर्थ असा की मध्ये नववी पद ही अभिव्यक्ती नववी संज्ञा मूल्य एक आहे परंतु दुसरे निरीक्षण आहे हे एक निरीक्षण आहे आणि दुसरे निरीक्षण आहे जर आपण अठरा वजा k pi बाय अठरा या चिन्हाचा विचार केला तर ते साइन k बाय अठरा इतके आहे खरे तर तुमचे एक सामान्य निरीक्षण आहे जे sine n वजा आहे k pi by n हे 1 ते n पर्यंत sine k द्वारे nk मूल्याप्रमाणेच आहे .

आमच्याकडे sine pi by 18 sine दोन pi बाय अठरा पर्यंत sine सतरा pi बाय अठरा पर्यंत आहे जी अठरा बाय दोन पॉवर सतरा आहे .

नववी संज्ञा एक आहे आणि उर्वरित इतर संज्ञा या अर्थाने पुनरावृत्ती करण्याच्या क्रमवारीत आहेत की 17 pi बाय 18 चे चिन्ह आहे जे 18 च्या sine pi सारखे आहे

त्यामुळे आपल्याला sine स्क्वेअर 2 बाय 18 पर्यंत sine 8 pi बाय 18 स्क्वेअर मिळेल जे आम्ही म्हणतो नऊ बाय दोन पॉवर सोळा अशी सामान्य संज्ञा रद्द करू शकतो

आता ही संज्ञा काही नाही परंतु आमची आवश्यक अभिव्यक्ती आहे जी साइन 10 डिग्री साइन 20 डिग्री आणि साइन 80 डिग्री आणि संपूर्ण स्क्वेअर आहे आणि आता तुम्ही हे घ्या वर्गमूळ आपल्याला 3 बाय 2 पॉवर 8 एक मूल्य म्हणून मिळते आता

ओळखीच्या चिन्हाप्रमाणे उत्पादने आपल्याला n बाय दोन पॉवर n वजा एक मिळतात या प्रमाणेच आपल्याला cos टर्मचा समावेश असलेली ओळख मिळू शकते जी cos pi by n cos two pi by आहे n पर्यंत cos m वजा एक pi by n जे m चे वर्गमूळ बाय दोन घात m वजा एक च्या बरोबरीचे आहे, तर आता ही ओळख कशी सिद्ध करायची हे मला आठवते जेव्हा आम्ही चिन्ह संज्ञा समाविष्ट असलेली ओळख सिद्ध केली तेव्हा आम्ही वापरलेले

बहुपदी z ते घात n उणे 1 पर्यंत या अधिक 1 पर्यंत या बहुपदी एकतेच्या n व्या मूळचा वापर करून गुणांक बनवला आहे आणि आम्ही z चे मूल्य 1 मानले आहे, नंतर आम्हाला ही अभिव्यक्ती मिळाली आणि एकदा तुम्ही त्याचे मॉड्यूलस मूल्य घेतले तर आम्हाला चिन्ह अभिव्यक्ती मिळाली आता संकेतक वापरतात या ओळखीमध्ये z ला वजा 1 च्या बरोबरीचे म्हणा

आणि तत्सम प्रक्रिया करा म्हणजे जेव्हा तुम्ही उणे 1 वजा अल्फा पॉवर k पासून अंतर मोजता तेव्हा तुम्ही समान प्रक्रिया कराल जे 1 प्लस अल्फा पॉवर k मॉड्यूलस सारखे आहे जेथे तुम्हाला कास्ट मिळेल मुदत उजव्या बाजूला हा इशारा वापरून तुम्ही दाखवू शकता की येथे कोसाइनचा समावेश असलेली उत्पादन संज्ञा हे मूल्य देते आणि जेथे n ही सम संख्या असेल तर n विषम असेल तर तुम्हाला ही अभिव्यक्ती मिळेल आणि साइन आणि कोसाइन ओळख एकत्र करून तुम्ही ओळख मिळवू शकता .

स्पर्शिक संज्ञा ठीक आहे म्हणून मी अभ्यास म्हणून पुरावा सोडतो आता आपण विशिष्ट केस n च्या बरोबरीच्या n बरोबर एकतेच्या nव्या मूळची चर्चा करू ज्याला एकतेचे घनमूळ म्हणतात म्हणून आपण n 3 मानतो आणि आपण सर्व जटिल काय आहेत ते विचारत आहोत संख्या ज्याची तिसरी घात 1 आहे आपल्याला माहित आहे की आपल्याला एक संज्ञा मिळते जी एक म्हणते की कोन दोन pi बाय तीन आहे आणि दुसरी संज्ञा जी चार pi बाय तीन आहे ही जटिल संख्या जी या समीकरणाचे समाधान करते या संख्या ठीक आहेत म्हणून एक विशेष नोटेशन आहे जे ओमेगा आहे ज्याला cis two pi by three असे म्हणतात, cos two pi by three आणि अधिक i sine two pi by three चे मूल्य काय आहे हे आपल्याला माहीत आहे वजा अर्धा अधिक i root 3 by 2 असे मूल्य मिळते आणि आपण ते पाहतो पुढील टर्म म्हणजे ओमेगा स्क्वेअर म्हणजे cis 4 pi by 3 हे फक्त 2 pi by 3 म्हटल्याप्रमाणे प्राप्त झाले आहे जे आमच्या ओमेगा स्क्वेअरशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून ओमेगा हे नोटेशन वापरून आपण ओमेगा स्क्वेअर आर क्यूब रूट्स हे लक्षात घेतले आहे.

एकता च्या एकता आपण सहजपणे पाहू शकतो की एक अधिक ओमेगा अधिक ओमेगा स्क्वेअरचे मूल्य शून्य आहे कारण आपण हे देखील पाहू शकता की ओमेगा स्क्वेअर हे ओमेगा संयुग्माशिवाय दुसरे काहीही नाही आता एकदा आपण ओमेगा ओमेगा स्क्वेअरची बेरीज केली की काल्पनिक भाग ओमेगाचा वास्तविक भाग रद्द करतो.

वजा अर्धा म्हणजे तुम्हाला वास्तविक भागाच्या दोन पट मिळतील जो वजा एक आहे

त्यामुळे बेरीज शून्य आहे म्हणून आम्ही पाहतो की ही टिप्पणी एक आणि समानतेच्या प्रमाणे आहे जे आम्ही ऐक्य ओमेगा पॉवरच्या nव्या मूळमध्ये केले आहे म्हणा n कुठे 3 आहे जे आपल्याला ते फक्त एक ओके म्हणून मिळते म्हणून कोणी फक्त त्याची पॉवर तीन वाढवण्याची गणना करू शकतो जे येथे आहे उदाहरणार्थ cis दोन pi बाय तीन क्यूब जे cis तीन आहे मुळात युक्तिवादातील गुणाकारात आपल्याला फक्त दोन pi मिळतात एक ठीक आहे किंवा आपण यासाठी भौमितिक व्याख्या देखील पाहू शकतो आपण एकक वर्तुळ 1 चा विचार करूया आणि ओमेगा 120 अंश फिरवत आहे असे सांगून ठेवले आहे आणि ओमेगा स्क्वेअर पुन्हा एक वीस अंशाने फिरवा जे खरं तर ओमेगा स्क्वेअर आहे याचा अर्थ असा की ओमेगाने गुणाकार करणे जे या विशिष्ट व्हेक्टरमध्ये 120 अंश कोन जोडण्यासारखे आहे आता आपण आणखी एक 120 अंश जोडला आहे जो ओमेगाने गुणाकार केला आहे आणि आपण परत एकावर पोहोचाल म्हणजे आपल्याला दिसेल की ओमेगा क्यूब एक आहे आणि सर्वसाधारणपणे आपण ओमेगा पॉवरचा विचार केल्यास म्हणा 3 पॉवर n हे ओमेगा पॉवर सारखे आहे 3 पॉवर n हे 1 n आहे हे कोणतेही पूर्णांक असू शकते म्हणून निरीक्षण असे आहे की आपल्याकडे ओमेगा पॉवर तीन गुणाकार असल्यास ते एक आणि आणखी एक निरीक्षण आहे जे आपण एकतेच्या घनमूळांची बेरीज आहे सामान्यत: शून्य आहे जसे की आमच्याकडे एकतेचे nवे मूळ आहे तुम्ही त्याची बेरीज करा तुम्हाला शून्य मिळेल चला एक साधी समस्या करू या या अभिव्यक्तीचे मूल्य शोधूया किंवा सोपे करा अशा प्रकारे ते कमी करून a प्लस ib द फॉर्म अभिव्यक्ती आपण पाहतो की ही संज्ञा आपल्या ओमेगाशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून ओमेगाच्या गुणधर्माचा वापर करून आपण हे सहज सोपे करू शकतो म्हणून या शब्दाचा विचार करा चार अधिक पाच ओमेगा पॉवर तीनशे चौत्तीस अधिक तीन वेळा ओमेगा पॉवर तीनशे पासष्ट हे आपण आधी लक्षात घेतले आहे .

ही संज्ञा

ओमेगा पॉवर 3 गुणाकार म्हणून लिहिली जाऊ शकते जी 300 ते तीन गुणाकार ओमेगा प्लससह तीन वेळा पुन्हा एकदा आपण पॉवर अशा प्रकारे विभाजित करू शकतो की एक म्हणजे तीन गुणाकार म्हणजे तीनशे साडेतीन हा ओमेगा वर्ग आहे म्हणून ही संज्ञा एक आहे पुन्हा हा घटक एक आहे म्हणून आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे चार अधिक पाच ओमेगा अधिक तीन ओमेगा चौरस आता पुन्हा हे तथ्य वापरा की एकतेच्या घनमूळांची बेरीज 0 आहे यावरून आपल्याला ओमेगा स्क्वेअर वजा ओमेगा वजा 1 मिळेल आता यामध्ये पर्याय आहे अधिक पाच ओमेगा आणि नंतर उणे तीन ओमेगा उणे तीन म्हणजे एक अधिक दोन ओमेगा असे समीकरण आपल्याला मिळते आता फक्त ओमेगाचे मूल्य काय आहे ते पहा

वजा अर्धा प्लस i थ्री रूट थ्री बाय टू जे सरलीकृत केल्यानंतर आपण पाहतो की येथे आपल्याला एक वजा एक मिळतो आणि एक सह रद्द होतो

त्यामुळे उर्वरित घटक i गुणा रूट तीन आहे

त्यामुळे असे दिसते की जेव्हा आपण म्हटलो की अभिव्यक्ती ओमेगाच्या शक्तींसह येते.

ओमेगाचे गुणधर्म वापरून सहज कमी करता येतात, आता आणखी एक समस्या करू

या, या कॉम्प्लेक्स नंबरची पॉवर जी mul तीन ने वाढवली आहे ती दोन n अधिक 1 ने गुणाकार केली आहे जी नेहमी प्रत्येक n साठी वजा 1 असते.

पूर्णांक तर मग ही अभिव्यक्ती काय आहे ते पाहण्याचा प्रयत्न करू या प्रथम या अभिव्यक्ती मूळ 3 अधिक i मूळ 3 वजा करून मी सरळ सरळ सरळ करूया म्हणजे तुम्ही त्याच्या संयुग्म मूळ 3 अधिक i मूळ 3 अधिक i येथे आपल्याला मिळेल जे मूळ तीन आहे.

plus i संपूर्ण वर्ग याने भागाकार तीन अधिक एक आहे आपल्याला एक पद मिळते जे चार आहे आता आठवते ओमेगा ओमेगाचे मूल्य वजा अर्धा अधिक i रूट 3 बाय 2 आता आपण पाहतो की ही अभिव्यक्ती जवळजवळ याच्या जवळ आहे मूळ तीनच्या बरोबरीने आपण i बाहेर काढू शकतो जर तुम्ही i बाहेर काढला तर i स्क्वेअर म्हणजे चौरस टर्मच्या आत चार काढू शकतो याचा अर्थ असा होतो की येथे एक वजा दोन करून आता हे समान आहे आणि हे वजा एक आहे.

उणे ओमेगा शिवाय काहीही नाही जे आपण ओमेगा स्क्वेअर म्हणून पाहतो, तर आता जर आपण तीन पट रूट तीन अधिक i मूळ तीन वजा i तीन पट दोन n अधिक एक वाढवतो आणि आपण जे पाहतो ते येथे ओमेगा स्क्वेअर पॉवर तीन मल्टिपल टू एन प्लस वन हे वजा एक पॉवर सिक्स एन प्लस थ्री आणि ओमेगा स्क्वेअर हे आपण सहा पॉवर टू एन प्लस वन असे लिहू शकतो हे आपल्याला वजा एक देते आणि हे आपल्याला फक्त एक देते कारण ते तीनचे गुणाकार आहे जे नेहमी एक असते आम्ही आमच्या विधानाची पडताळणी करण्यास सक्षम आहोत आम्हाला आणखी एक समस्या करू या आम्हाला किमान सकारात्मक पूर्णांक n शोधायचा आहे जेणेकरुन ते या समीकरणाचे

समाधान करेल

त्यामुळे अनेक n या ओळखीचे समाधान करतील परंतु आम्हाला n चे किमान मूल्य देणे आवश्यक आहे जे हे समीकरण समाधानी आहे म्हणून या अभिव्यक्तीद्वारे आपण एक अधिक ओमेगा स्क्वेअर एस वजा ओमेगा आणि ओमेगा पॉवर फोर वापरू शकतो जे फक्त ओमेगा क्यूबने ओमेगासह गुणाकार केले आहे जे फक्त ओमेगा आहे म्हणजे ही अभिव्यक्ती आपल्याला 1 अधिक ओमेगा स्क्वेअर पॉवर म्हणून मिळते n 1 अधिक अशा प्रकारे हे समाधान करते जर आणि फक्त जर ही मायनस ओमेगा पॉवर n असेल आणि ही संज्ञा 1 अधिक ओमेगा असेल जी मायनस ओमेगा स्क्वेअर पॉवर n असेल आणि हे समाधान होते जर आणि फक्त जर ओमेगा पॉवर n म्हणून ओमेगा पॉवर 2 n अशा प्रकारे समाधानी असेल तर आणि फक्त जर ओमेगा पॉवर n 1 च्या समान असेल तर आम्ही फक्त ओमेगा पॉवर रद्द करतो n आम्ही विचारत आहोत की n चे सर्वात कमी मूल्य काय आहे जे समाधान देते जे फक्त n तीन आहे चला आपण एका समस्येवर चर्चा करण्याचा प्रयत्न करूया जी थोडी वेगळी आहे आम्हाला काय विचारायचे आहे सर्व जटिल संख्या आहेत ज्या या समीकरणाचे समाधान करतात म्हणून ज्या क्षणी आपण हे पाहतो जर आपण z बरोबर शून्य घेतले तर एक समाधानी होईल जे एक क्षुल्लक उपाय आहे आता आपण गृहीत धरू या की z गैर-शून्य आहे आणि आपण विचारू की शून्य नसलेले आहे का? o कॉम्प्लेक्स संख्या शून्य नसलेल्या या समीकरणाचे समाधान करते एकदा ते शून्य नसले की त्यात व्यस्त असते किंवा z चे मॉड्यूलस जे शून्य नसलेले असते, आपण या संपूर्ण अभिव्यक्तीमध्ये z चा वर्ग मोड z स्क्वेअरने भागू शकतो

त्यामुळे आपल्याला z चा वर्ग mod z स्क्वेअर अधिक z द्वारे मोड z मिळेल.
येथे म्हणा एक mod z रद्द केले आणि आम्हाला एक मिळाले हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे आता कसे तरी ते आता परिचित समीकरणाच्या जवळ आले आहे जे z द्वारे mod z संपूर्ण वर्ग आहे आणि दुसरी जटिल संख्या अधिक एक शून्य बरोबर आहे जी ओमेगा आहे या समीकरणाचे समाधान करते म्हणून आता आपण आपला प्रश्न पुन्हा विचारू या आपण या समीकरणाचे समाधान करणारी शून्य नसलेली संमिश्र संख्या शोधत आहोत
त्यामुळे जर मी ओमेगा ही संख्या z मानली तर ओमेगाने हे समीकरण पूर्ण केले पाहिजे आणि आपल्याला माहित आहे की दोन आहेत या समीकरणाचे अनोखे समाधान जे एकतेचे घनमूळ याशिवाय दुसरे काहीही नाही ज्याला आपण ओमेगा सो आणि ओमेगा स्क्वेअर असे संबोधले आहे
त्यामुळे त्याचे दोन उपाय आहेत जे cis 2 pi by 3 आहेत आणि 4 pi by 3 म्हणतात ज्याला आपण o म्हणतो मेगा आणि ओमेगा स्क्वेअर आता जर आपण z ला लॅम्बडा टाइम्स ओमेगा म्हणून मानले तर लॅम्बडा एक आहे तर या समीकरणातून तुम्हाला काय मिळते म्हणून आम्ही ओमेगा म्हणून मॉड लॅम्बडा द्वारे z निवडू शकतो हे समीकरण पूर्ण करते म्हणून आम्ही फक्त z साठी मूल्य ठेवले mod z हा ओमेगा आहे जिथे mod z ला आता अनियंत्रितपणे निवडले जाऊ शकते म्हणजे z ला लॅम्बडा टाइम्स ओमेगा म्हणून लिहिता येईल आणि इतर म्हणा की लॅम्बडा टाइम्स ओमेगा स्क्वेअर r जिथे लॅम्बडा नकारात्मक नाही
त्यामुळे आमचे उपाय एक म्हणून मी पुन्हा आमच्याकडे काय आहे ते पुन्हा सांगू.
प्रथम आपण पाहिले की शून्याच्या बरोबरीने एक समाधान आहे आणि नंतर आपण शून्य नसलेले सोल्यूशन शोधतो एकदा आपण z हे शून्य नसलेले आहे असे गृहीत धरले की आपण mod z ने भाग करू शकतो म्हणजे आपले समीकरण एकक वर्तुळावर मोजले जाते कारण कोणतीही जटिल संख्या जी याचे समाधान करते समीकरण ज्याचे मॉड्यूलस एक ठीक आहे म्हणून आपण एक जटिल संख्या शोधत आहोत जी एकक वर्तुळावर स्थित आहे आणि या समीकरणाचे समाधान करते आणि ते एकतेचे घनमूळ आहे आणि त्यापासून आपण इतर सर्व मिळवले आहे lutions आता आपण भौमितिक पैलूच्या
दृष्टीने या जटिल संख्यांच्या फायद्यावर चर्चा करण्याचा प्रयत्न करूया
त्यामुळे एकतेच्या घनमूळांची भौमितिक व्याख्या आहे, म्हणजे जेव्हा आपण एकक वर्तुळ घेतो तेव्हा आपण येथे 1 ठेवतो आणि 120 अंशाच्या कोनात ओमेगा असतो .
धनात्मक वास्तविक अक्ष आणि इतर तुम्ही एकाच सदिशाने १२० अंशाने फिरवलेत तर आपल्याला ओमेगा स्क्वेअर मिळतो,
जर आपण शिरोबिंदूसह बहुभुज ठेवला तर आपल्याला हे कळते की आपण
या घनमूळ एकतेच्या मुळे येथे तीन बाजू असलेला बहुभुज जो नियमित आहे त्रिकोणाशिवाय दुसरे काहीही नाही येथे नियमित याचा अर्थ असा आहे की आपल्याला एक समभुज त्रिकोण मिळत आहे
त्यामुळे समभुज त्रिकोण म्हणजे समभुज त्रिकोण काय आहे ते आठवण्याचा प्रयत्न करूया
त्यामुळे सर्व बाजू असलेला त्रिकोण समान आहे असे म्हणू या कारण ही बाजूची लांबी a आहे आणि दुसरी लांबी b आहे आणि जर ती समभुज असेल तर सर्व बाजू समान असतात आणि सर्व कोन देखील समान असतात इतकेच नाही तर आपण येथे पाहतो की हा समभुज त्रिकोण केंद्रबिंदू आहे d हा ऑर्थो केंद्र आणि परिक्रमा केंद्राशी एकरूप होतो
त्यामुळे आपण समभुज त्रिकोणासाठी सध्या अनेक गुणधर्मांची यादी करू शकतो, आपण फक्त एक व्याख्या घेऊ या म्हणजे सर्व बाजू समान आहेत आणि सर्व कोन समान आहेत त्यापैकी कोणतीही एक तुम्ही घेऊ शकता.
त्रिकोण समभुज त्रिकोण आहे असे म्हणण्यासाठी या दोन्ही समतुल्य आहेत, आता आपण येथे प्राप्त केलेला त्रिकोण समभुज त्रिकोण आहे हे केवळ बाजूंच्या लांबीच्या बाजूंची लांबी किती आहे हे पाहून हे सत्यापित करणे खूप सोपे आहे की आपण एक वजा ओमेगा आहे.
हे ओमेगा मायनस ओमेगा स्क्वेअर सारखेच आहे असे का कारण हे ओमेगा असे लिहिले जाऊ शकते हे सामान्यपणे घेतले जाऊ शकते आणि तुम्हाला जे मिळते ते 1 वजा ओमेगा असलेले ओमेगा उत्पादन आहे आणि प्रत्येक घटकासाठी मॉड्यूलस घेतले जाऊ शकते मॉड ओमेगा एक आहे म्हणून तुम्हाला मिळेल की हे एक वजा ओमेगा आहे म्हणजे बाजू आणि या बाजूची लांबी समान आहे त्याचप्रमाणे तुम्ही पाहू शकता की हे देखील 1 वजा ओमेगा स्क्वेअरच्या बरोबरीचे आहे जे तुम्ही फक्त करू शकता mod omega ने गुणाकार करा मग तुम्हाला दिसेल की लगेचच ती दुसऱ्या बाजूच्या बरोबरीची आहे,
त्यामुळे आम्ही थेट पडताळू शकतो की शिरोबिंदू असलेला त्रिकोण एक ओमेगा ओमेगा स्क्वेअर म्हणून आपल्याला समभुज त्रिकोण देतो.
समभुज त्रिकोणाचे काही वैशिष्ट्य आम्ही खालील सिद्ध करतो की शिरोबिंदू असलेला त्रिकोण t हा abc द्वारे दर्शविला जातो जेथे abc जटिल संख्यांमध्ये आहे आणि आम्ही म्हणतो की t हा समभुज त्रिकोण आहे जर तो sat असेल तर तो समभुज त्रिकोण आहे अन्यथा कोणत्याही एका स्थितीचे समाधान करतो.
स्थिती समाधानी आहे तर t समभुज त्रिकोण आहे ही स्थिती काय आहे ते वाचूया एक अधिक ओमेगा गुणा b अधिक ओमेगा वर्ग c ने गुणाकार केला त्यांची बेरीज शून्य आहे आणि दुसरे समीकरण एक वर्ग अधिक b वर्ग अधिक c वर्ग आहे जो ab अधिक bc अधिक आहे ca जर हे समीकरण पटले तर आपण असा दावा करू शकतो की शिरोबिंदूंसह abc हा समभुज त्रिकोण आहे म्हणून आपण प्रयत्न करूया हा निकाल प्रथम सिद्ध करतो, जर t समभुज त्रिकोण असेल तर आपण दाखवतो की ते या समीकरणाचे समाधान करते आणि त्याचप्रमाणे जर समीकरण समाधानी असेल तर आपण तो समभुज त्रिकोण असल्याचा दावा करू शकतो, म्हणून आपण 1 आणि 2 ही समतुल्य विधाने 1 आणि 2 आहेत हे दाखवू.
समतुल्य विधाने आहेत म्हणून आपल्याला काय दिले जाते ते त्रिकोणासह दिले जाते जे अवयव समतल कुठेतरी शिरोबिंदूसह abc असतात अभिमुखता विरुद्ध दिशेने दिशानिर्देश लक्षात घेणे आवश्यक आहे जेव्हा ते समभुज आहे असे दिले जाते त्रिकोण म्हणजे आपल्याला माहित आहे की कोन समान आहेत का आपण हे देखील पाहू शकतो की प्रत्येक बाजूची लांबी ते समान आहेत आता मी हे पाहणार आहे की हे खरोखर असे आहे का की मी इतर बिंदूकडे सरकवून त्रिकोणाचा अभ्यास करू शकतो ठीक आहे मी हा त्रिकोण दुसऱ्या एखाद्या बिंदूकडे वळवू शकतो आणि तेथे समस्या सोडवू शकतो आणि मी परत येऊ शकतो का ज्याला नैसर्गिकरित्या स्थलांतरण

मालमत्ता म्हटले जाते, तर आमचा दावा काय आहे? आता प्रथम आपण असे गृहीत धरू की तो समभुज त्रिकोण आहे मग आपण दाखवू की दुसरा भाग म्हणजे दुसरा भाग काय आहे हा अधिक ओमेगा गुणिले ब अधिक ओमेगा वर्ग गुणा c बरोबर शून्य आहे आपल्याला हे दाखवायचे आहे म्हणून जर मी हा त्रिकोण हलवला तर याचा अर्थ असा की मी सर्व बिंदूंमध्ये काही जटिल संख्येने जोडणार आहे अन्यथा तुम्ही या विशिष्ट त्रिकोणातील प्रत्येक बिंदूने एका बिंदूने वजा करा म्हणजे आपण फक्त विचार करूया की तुमच्याकडे शिरोबिंदू असलेला त्रिकोण
आहे असे म्हणू या .

एक स्वल्पविराम एक आणि हे तीन स्वल्पविराम आहे असे म्हणू या आणि हे म्हणूया दोन स्वल्पविराम दीड आणि अर्धे ठीक आहे, मग मी काय करू शकतो, मी एक स्वल्पविरामाने वजा करू शकतो, मग संपूर्ण गोष्ट मूळ बिंदूवर हलवता येईल.

तुम्ही या त्रिकोणातील प्रत्येक बिंदूवर 1 स्वल्पविराम 1 वजा करा म्हणजे मी येथे कोणताही अभिमुखता आणि बाजूची लांबी न बदलता एक नवीन त्रिकोण तयार करू शकतो,

त्यामुळे कोणत्याही भूमितीय गुणधर्मात बदल न करता आपण फक्त बदलू शकतो म्हणजे w.

e फक्त एक त्रिकोण घेऊन तो दुसऱ्या जागी ठेवू शकतो ठीक आहे मग मी काय पाहू शकतो की मी शिफ्ट केले तर हे समीकरण अजूनही असेल की ते अपरिवर्तनीय असेल ठीक आहे की समजा समीकरण समाधानी आहे समजा समजा एक समाधानी आहे ठीक आहे मग ते दुसऱ्या त्रिकोणासाठी सारखेच असेल जे दुसऱ्या बिंदूवर बदलले होते ठीक आहे म्हणजे माझा नवीन बिंदू एक वजा zb वजा zc वजा z आहे ते एक नवीन त्रिकोण तयार करतात जे नुकतेच z ने हलवले होते ठीक आहे आता मी विचारत आहे की नाही समीकरण समाधानी होईल फक्त या विशिष्ट बिंदूसाठी समीकरणामध्ये शिरोबिंदू म्हणून बदलण्याचा प्रयत्न करा म्हणजे ते एक वजा z अधिक ओमेगा वेळा b वजा z अधिक ओमेगा स्क्वेअर c वजा z आहे जे अधिक ओमेगा बी अधिक ओमेगा स्क्वेअर c सारखे आहे वजा z हा एक सामान्य घटक म्हणून एक अधिक ओमेगा अधिक ओमेगा स्क्वेअर जो शून्य आहे आणि abc साठी समीकरण समाधानी असल्याने हे शून्य आहे असे आपण पाहतो,

त्यामुळे आता आपण जे पाहतो ते म्हणजे abc समाधानी असल्यास आपण ते दुसऱ्या कोणत्याही घटकाकडे वळवू शकता फक्त पुन्हा z ने वजा केल्याने ते या समीकरणाचे समाधान करेल दुसरीकडे ते उलट आहे जर हे विशिष्ट शून्याच्या बरोबरीने समाधानी असेल तर तुम्ही प्रत्यक्षात दाखवू शकता की एक समाधानी आहे म्हणून त्याला दोन असे म्हणतात तर आपण जे निरीक्षण करतो ते एक आणि दोन समतुल्य आहेत या निरीक्षणावरून आपण काय करणार आहोत की आपण सामान्यता न गमावता आपल्या त्रिकोणाला उत्पत्तीकडे वळवणार आहोत कारण त्रिकोणाकडे केंद्रबिंदू आहे याचा अर्थ मी जात आहे माझा त्रिकोण स्थलांतरित करणे जसे की उत्पत्ती केंद्रस्थानी आहे जे आपल्याला समभुज त्रिकोणाचे गुणधर्म माहित आहे ते मूळ आहे असे म्हणू की केंद्रबिंदू आणि परिकेंद्र समान आहेत म्हणून आपल्याला काय माहित आहे म्हणून आपण प्रत्यक्षात स्थलांतर केले आहे असे म्हणूया कारण हा नोटेशनचा गैरवापर आहे परंतु फक्त ते या शिफ्ट अंतर्गत एक गुणधर्म अपरिवर्तनीय आहे मी त्याला पुन्हा एबीसी म्हणतो आता आपण या प्रत्येक शिरोबिंदूमधील कोन पाहतो ज्यामुळे 120 होतो कारण हा कोन जो 60 आहे ते समान कोन आहेत कारण समभुज त्रिकोणाचा se आहे आणि केंद्र हे आपण पाहतो ते केंद्रबिंदू आहे तसेच परिक्रमा केंद्र आपल्याला दिसते की तो या कोनाला दुभाजक करतो ही विशिष्ट रेषा आपल्या मूळ कोनाला दुभाजक करते म्हणजे 30 आहे आणि दुसरा एक आहे 30 तर उरले 120

त्यामुळे या निरीक्षणावरून आपण काय पाहू शकतो की हा बाजूचा सदिश जो b उणे a आहे जर तुम्ही 120 अंशाच्या कोनाने फिरलात तर तुम्ही 120 अंशाच्या कोनात फिरल्यास ते c उणे b असलेल्या बाजूपर्यंत पोहोचेल.

हे निरीक्षण आपल्याला असे देते की खरे तर तो समभुज त्रिकोण असेल जर आणि फक्त जर माझी बाजू c उणे b ला b उणे a 120 अंशाच्या कोनाने फिरवून साध्य केली तर म्हणजे t हा त्रिकोण ts समभुज आहे जर आणि जर आपण मिळवला तरच रोटेशन फिरवून आपली बाजू c उणे b म्हणजे ओमेगाने गुणाकार करण्याशिवाय दुसरे काहीच नाही
म्हणून हे आता जसे आहे तसे आपण पाहतो की c अधिक ओमेगा आणि नंतर उणे b वन अधिक ओमेगा हे समीकरण सोपे करून हे शून्य आणि थ आहे.

हे ओमेगा बी ओमेगा स्क्वेअर अधिक c सारखे आहे हे शून्य आहे आता आमचे समीकरण ओमेगा स्क्वेअरने गुणाकार केले तर येथे मिळेल ते ओमेगा क्यूब आहे ते एक आहे येथे तुम्हाला ओमेगा पॉवर चार मिळेल जे ओमेगा आहे अशा प्रकारे हे असा निष्कर्ष काढतो की टी समभुज त्रिकोण आहे हे आपण साध्य करू शकलो आहोत जर एकाने ही अट पूर्ण केली तरच आता आपण दुसरा सिद्ध करू इच्छितो की t समभुज त्रिकोण आहे जर आणि फक्त अशा प्रकारे एकदा t समभुज त्रिकोण असेल म्हणजे ते आपोआप या समीकरणाचे समाधान करते म्हणून आपण फक्त हे दाखवू की ही दोन समीकरणे समतुल्य आहेत म्हणून आपण हे सिद्ध करूया की दोन हे तीनचे समतुल्य आहेत किंवा आपण मुळात समभुज त्रिकोणासारखे आहोत तरच तीनची स्थिती पूर्ण झाली तरच लक्षात येईल की जर शिरोबिंदू पुन्हा शिफ्टिंग शिफ्ट गुणधर्म पुन्हा धारण करतात म्हणजे तुम्ही abc शिफ्ट केल्यास हा त्रिकोण z ने असेल तर हे समाधानी असेल तर फक्त एक तर b उणे z चौरस अधिक c वजा z संपूर्ण हे चौरस एक वजा zb वजा z अधिक b वजा z उत्पादनाबरोबर c वजा z अधिक c वजा z अधिक असेल तर आता पुन्हा आपण काय करणार आहोत आपण थोडीशी सोय करणार आहोत जेणेकरून आपले समीकरण अगदी सोपे दिसेल.

सर्वात सोपी निवड आपण फक्त z च्या बरोबरीने बदल करू ज्याचा अर्थ
असा की त्रिकोण t ला हलवा की शिरोबिंदूपैकी एक शून्य ठीक आहे म्हणजे सामान्यता न गमावता आपण आता t चे शून्य bcr शिरोबिंदू गृहीत धरू शकतो याचा अर्थ ते समाधानी आहे आम्हाला जे समीकरण दिले आहे ते b वर्ग अधिक c वर्ग बीसी आहे abc आहेत मग हे समीकरण आता समाधानी आहे आपला शिरोबिंदू a शून्य आहे म्हणजे आपण समीकरण कमी करतो हे ओमेगा गुणा b अधिक ओमेगा स्क्वेअर c हे शून्य बरोबर असणे आवश्यक आहे आता काय आहे ते विचारा याचा अर्थ हे असे म्हणण्यासारखे आहे की आपल्याला असे म्हणायचे आहे की येथे फक्त ओमेगा s वजा b by c दर्शविण्यासाठी ते b वर्ग अधिक c चौरस बीसी हे

दर्शविण्यासाठी हे एक मजेदार एक पान आहे आता ते
उणे b by दाखवण्यासाठी उकळते c हे एकतेचे घनमूळ आहे आता हे समीकरण आपल्याला जे देते ते b by c अधिक c द्वारे b हे एक आहे यातून आपल्याला b by c साठी अभिव्यक्ती आहे याचा अर्थ असा होतो की b द्वारे cs एक वजा c by b आता आपण प्रयत्न करू शकतो c द्वारे b बद्दलचा दावा हे एकतेचे घनमूळ आहे म्हणून यासाठी आमचा दावा आहे वजा b by c घन हा एक आहे

त्यामुळे या साठी वजा b by c वर्गाने सुरुवात केली आहे जी b by c गुणाकार b बरोबर c पण b by c आहे 1 वजा c by b आहे आता लक्षात घ्या की हे आपल्याला b by c वजा 1 असे मिळते आता पुन्हा b by c उणे 1 s वजा c by b आता हे स्पष्ट आहे की y वजा b by c क्यूब एक आहे

त्यामुळे वजा b चा c वर्गाने वजा b ने c ने गुणाकार केल्याने अधिक जलद टर्म आपल्याला वजा c ने b आणि गुणाकार b सह c ने वजा एक आहे म्हणून आपण असा निष्कर्ष काढला की वजा b द्वारे c हे एकतेचे घनमूळ आहे म्हणून आपण हे दर्शवू शकतो की खालील समीकरण एक शिरोबिंदू दुसरा शिरोबिंदू बीसी म्हणून उत्पत्ती असलेला त्रिकोण समभुज त्रिकोण आहे आणि जर ही दोन समीकरणे असतील तरच समाधानी आहे परंतु आम्हाला माहित आहे की एकदा हे समीकरण पूर्ण झाले की त्रिकोण समभुज त्रिकोण असणे आवश्यक आहे ज्याचा आम्ही आधी दावा केला आहे म्हणून आम्ही सिद्ध केले की खालील प्रतिपादन t समभुज त्रिकोण आहे जर एका पानावर ती कोणत्याही एका अटीचे समाधान करत असेल तर आम्ही या व्याख्यानात चर्चा केली.

एकतेच्या घनमूळाचे अनेक गुणधर्म आणि आम्ही एकतेच्या घनमूळावर आधारित अनेक समस्यांवर
चर्चा केली आणि पुढील व्याख्यानात आम्ही आणखी काही समस्यांवर चर्चा करू.

धन्यवाद.